



## **VIII ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMATICAS (EIMAT)**

---

**PROGRAMA DE MATEMÁTICAS  
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**

**Barranquilla  
30 de Octubre al 2 de Noviembre  
2012**

# UNIVERSIDAD DEL ATLANTICO



## VIII ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS, EIMAT 2012

Barranquilla, Oct. 30, 31, Nov. 1 y 2 de 2012



Universidad del Atlántico  
Barranquilla, Colombia

## VIII ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2012

### MEMORIAS 2.012

Barranquilla, 30 Oct.-2 Nov. de 2012



Universidad del Atlántico  
Barranquilla, Colombia

## VIII ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2012

### Resúmenes de Ponencias y Cursos 2.012

#### Comité Organizador

Jorge Rodríguez C.

Alejandro Urieles G

Oswaldo Dede M.

Con la colaboración de los profesores del  
Departamento de Matemáticas. Universidad del Atlántico

Barranquilla, 30 Oct.-2 Nov. de 2012

## ÍNDICE GENERAL

<b>INFORMACIÓN GENERAL</b>	<b>2</b>
<b>I. ANÁLISIS y TOPOLOGÍA</b>	<b>6</b>
1.1. Plenaria: Operaciones de Conjuntos $b$ -abiertos en Espacios Topológicos . . . .	7
1.2. Un teorema de Bojanov-Naidenov aplicado a familias de polinomios ortogonales de Gegenbauer-Sobolev . . . . .	8
1.3. La Noción de Auto semejanza Local . . . . .	9
1.4. Desigualdades de Tipo Markov-Sobolev. Estimaciones de la constante óptima para algunas medidas de ortogonalización clásicas . . . . .	10
1.5. Plenaria: Perturbaciones de Polinomios Ortogonales Clásicos Mediante Adición de Masas y Derivadas de Masas de Dirac . . . . .	12
1.6. Otra Demostración de un Teorema de Gowers . . . . .	13
1.7. Método de Elementos Finitos Para un Problema Parabólico Unidimensional y Bidimensional Mediante $B$ -splines . . . . .	14
1.8. Normalidad y Regularidad vía Generalizaciones de Conjuntos $g$ -cerrados en Ideales Espacios Minimales . . . . .	15
1.9. Levantamiento de Acopladores en Espacios de Métrica Indefinida . . . . .	16
1.10. Derivadas de Orden Complejo Para Funciones de una Variable Compleja de la Forma $f(z) = z^\alpha$ , con $\alpha \in \mathbb{C}$ . . . . .	17
1.11. A note on Weak $L_p$ spaces . . . . .	18

1.12. Sobre los Teoremas Generalizados de Weyl y Restricciones de Operadores lineales . . . . .	20
1.13. Cursillo: Una breve introducción a polinomios ortogonales con pesos asociados a la clase de Levin-Lubinsky . . . . .	21
1.14. Cursillo: Operaciones Sobre Espacios Topológicos . . . . .	22
1.15. Cursillo: Fórmula Integral de Cauchy y Algunas Aplicaciones . . . . .	23
1.16. Cursillo: Funciones Inducidas Confluentes Entre Hiperespacios de Continuos	24
1.17. Cursillo: Introducción al Cálculo Variacional . . . . .	26
1.18. Cursillo: Cálculo Diferencial Según Leibniz . . . . .	27
<b>2. ALGEBRA Y TEORÍA DE NÚMERO</b>	<b>28</b>
2.1. Plenaria: Una Aplicación de la Factorización en Anillos Cociente a las Ecuaciones Diofánticas . . . . .	29
2.2. Un Paseo por los Anillos de Bucles . . . . .	30
2.3. Nueva Demostración de la Principalidad de los Anillos $Z[(1 + \sqrt{-d})/2]$ , $d = 3, 7, 11, 19, 67, 163$ . . . . .	31
2.4. Geometría Fractal: Algunas Generalizaciones de Sistemas Iterados de Funciones	32
2.5. Introducción a la Teoría de Picard-Vessiot . . . . .	33
2.6. Algunos Embebimientos Cuasi-isométricos del Grupo de Thompson F . . . .	34
2.7. Una Cota Superior de la Constante Davenport Para Algunos Grupos de Rango 4	35
2.8. Cursillo: Nueva Demostración al Teorema de Descomposición Cíclica . . . . .	36
2.9. Cursillo: Ecuaciones Diofánticas y Anillos Cociente . . . . .	37
<b>3. ECUACIONES DIFERENCIALES Y SISTEMAS DINÁMICOS</b>	<b>38</b>
3.1. Plenaria: Clasificación de Endomorfismos Cuadráticos en el Plano . . . . .	39
3.2. Sobre un Problema No-lineal de Ondas . . . . .	41
3.3. Un Problema de Dirichlet para Funciones Monogénicas en un Álgebra de Clifford Dependiendo de Parámetros . . . . .	42
3.4. Teorema de Extensión para Funciones Multi-monogénicas en Álgebras tipo Clifford . . . . .	43
3.5. Integrabilidad y no-integrabilidad de Sistemas Hamiltonianos . . . . .	44

3.6. Estudio del Sistema de Davey-Stewartson con Dato Inicial Singular . . . . .	45
3.7. Modelado de Membranas con Diferentes Geometrías Usando Matlab . . . . .	47
3.8. Endomorfismos del Tipo Horizontal en el Plano . . . . .	48
3.9. Sobre Campos Vectoriales Polinomiales Tipo Schrödinger . . . . .	49
3.10. Simulación de Flujo Pluvial Mediante Autómatas Celulares . . . . .	50
3.11. Cursillo: Problemas de Valores de Frontera Básicos en Análisis Complejo . .	51
<b>4. EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>	<b>53</b>
4.1. Diversidad en el Tratamiento de Ecuaciones Diferenciales en Textos para In- geniería . . . . .	54
4.2. Plenaria: As Abordagens Êmica, Ética e Dialética no Campo de Pesquisa da Etnomodelagem . . . . .	55
4.3. Tendiendo Puentes Entre la Clase de Matemáticas y el Contexto de los Estu- diantes Fuera de la Escuela . . . . .	57
4.4. Razonamiento y resolución de problemas en las clases de matemáticas . . . .	59
4.5. Plenaria: Concretando Aprendizajes. Relacionando Conceptos Matemáticos Abstractos . . . . .	61
4.6. Plenaria: Formación Matemática en Carreras no Matemáticas . . . . .	63
4.7. Cosmovisión Numérica de la Cultura Arhuaca . . . . .	65
4.8. Construcción De Las Ecuaciones Matemáticas En La Ciencia Física . . . . .	66
4.9. Plenaria: Educación Matemática y Subjetividad . . . . .	68
4.10. La Teoría de Respuesta al ítem en la Evaluación de Pruebas Estandarizadas	70
4.11. La Evaluación en la Resolución de Problemas Matemáticos. Desde la Perspec- tiva de Varios Autores . . . . .	71
4.12. El Doblado del Papel Para la Construcción de Triángulos . . . . .	72
4.13. Plenaria: Un Modelo de Formación de Educadores Aplicando Modelaje y Acompañamiento Pedagógico . . . . .	74
4.14. Resignificando el Concepto de Derivada . . . . .	76
4.15. Cursillo: La Geometría del Doblado de Papel . . . . .	77
4.16. Cursillo: Uso de Los Resultados de la Evaluaciones de Saber 11 . . . . .	79

4.17. Cursillo: ¿Qué Tiene que Ofrecer al Profesor una Perspectiva Política de la Educación Matemática? . . . . .	80
4.18. Cursillo: Resolución de Problemas de Lugares Geométricos Mediante Prácticas de Matemática Experimental Apoyadas en Software de Geometría Dinámica	81
4.19. Cursillo: Semejanza de Figuras Geométricas y Teorema de Pitágoras . . . . .	83
4.20. Cursillo: MuisKanoba Geometría, Cálculo y Construcción de Identidades . . .	85
4.21. Cursillo: Alfabetización Digital de los Matemáticos. . . . .	86
4.22. Cursillo: Razonamiento Aritmético y Razonamiento Algebraico . . . . .	87
<b>5. MATEMÁTICA APLICADA</b>	<b>88</b>
5.1. Aplicación de la Metodología de Box-Jenkins. Propuesta para el Ajuste de un Modelo ARIMA a la Emanación de Gases $CO_2$ del Volcán de San Vicente. .	89
5.2. Estimación de un Modelo ARIMA para el Análisis de las Remesas en El Salvador	90
5.3. Método para Aproximar la Ecuación de Fokker-Planck para Campos Polinomiales en la Esfera $S_2$ . . . . .	91
5.4. Aplicación de un Diseño de Experimentos para el Cultivo de Cuatro Variedades de Frijol ( <i>Vigna Senensis</i> ) . . . . .	92
5.5. Invariancia de la Curvaturas $R$ y $\bar{R}$ , Bajo la Acción del Tensor de Weyl, en Estructuras $\Omega - H$ Equivalentes . . . . .	93
5.6. Solución de Problemas Básicos del Algebra Lineal Usando MATLAB. . . . .	94
5.7. Tendencias de Laboratorios Virtuales de Investigación Basados en Tecnologías de Malla Computacional en Colombia . . . . .	95
5.8. Producto de Variables Aleatorias Independientes que Involucran Funciones Hipergeométricas Generalizadas . . . . .	96
5.9. Aplicación de Modelos Dosis-respuesta un Enfoque con Modelos Lineales Generalizados . . . . .	97
5.10. Programación de Horarios Usando Algoritmos Genéticos . . . . .	98
5.11. De la Simetría a la Supersimetría: Estatus de un Concepto . . . . .	100
5.12. Algunos Aspectos Algebraicos de las Estimaciones de Máxima Verosimilitud y de la Prueba de Razón de Verosimilitud . . . . .	101

5.13. Soluciones no Lineal al Problema de la Asignación de Tamaño Muestra Óptimo en un Diseño Estratificado en una Encuesta de Múltiples Propósitos . . .	102
5.14. Análisis de las Estimaciones del Modelo de Regresión Lineal usando el Método no Paramétrico Basado en Rango . . . . .	103
5.15. Aplicaciones de la Teoría de Galois Diferencial a la Mecánica Cuántica . . .	104
5.16. La Transformada de Fourier Aplicada al Procesamiento de Señales Utilizando Matlab . . . . .	105
5.17. Aritmética Eficiente de Cuerpos Finitos para la Criptografía . . . . .	106
5.18. Bondad de Ajuste en un Modelo Lineal General, una Aplicación con Datos Económicos . . . . .	107
5.19. Cursillo: Muestreo Doble . . . . .	108
5.20. Cursillo: Introducción al Lenguaje de Programación R y a la Interfaz Gráfica R-Commander . . . . .	109
5.21. Cursillo: Ajuste de una Curva a un Conjunto de Datos . . . . .	111
5.22. Cursillo: Integrales Múltiples y Aplicaciones . . . . .	112

## INFORMACIÓN GENERAL

### PRESENTACIÓN

El Encuentro Internacional de Matemáticas EIMAT, es un evento académico que se ha realizado desde 2004, teniendo como sede la Universidad del Atlántico. Este encuentro tiene un sentido amplio y está dirigido a la comunidad de docentes de Matemáticas, desde la Educación Básica, Media y Universitaria. con la participación de investigadores regionales, nacionales e internacionales.

### OBJETIVOS

- (i) Divulgar los trabajos matemáticos de los investigadores nacionales e internacionales participantes.
- (ii) Contribuir a la actualización de matemáticos, físicos, Ingenieros y profesores de matemática tanto universitarios como de básica y media.
- (iii) Abrir un espacio para el diálogo entre profesores universitarios y docentes de educación básica y media.

## ORGANIZADORES

Universidad del Atlántico. Facultad de Ciencias Básicas. Departamento de Matemáticas.

## COMITÉ ORGANIZADOR

**Presidente:** Jorge Rodríguez Contreras.

**Coordinador General:** Alejandro Urieles Guerrero.

**Secretario:** Oswaldo Dede Mejía.

## COMITÉ DE APOYO

Profesores del Departamento de Matemáticas. Universidad del Atlántico

- Claudia Baloco
- Leopoldo Turizo
- María José Ortega
- Ludwing Villa
- Lesly Salas
- Alirio Gerardino
- Diana Vargas
- Richard Sánchez

**COORDINADORES DE ÁREA**

- Cristian Rojas
- Carlos Araujo
- julio Romero
- Sara Noguera
- Boris Lora
- Ramiro Peña
- Sonia Balbuena
- Gabriel Vergara
- Jorge Robinson

# Charla Inaugural: ¿¡Matemáticas para todos!? Promesas, derrotas y desafíos

**Paola Valero**

Universidad de Aalborg, Dinamarca

paola@learning.aau.dk

## RESUMEN

Hace cerca de un siglo atrás iniciaba a formarse la matemática escolar como una de las áreas de la escuela. En el cambio del siglo 19 hacia el 20 en muchos países europeos las pocas personas conocedoras de las matemáticas luchaban por ganar un espacio dentro de las escuelas en expansión (Howson, 1974). Más de un siglo más tarde no podríamos imaginarnos la institución de la escuela sin matemáticas como una materia obligatoria para casi todos en la escuela. La idea de "matemáticas para todos.<sup>es</sup>", desde un punto de vista histórico, tan reciente que es difícil de aprehender, e incluso de aceptar para muchos. En esta charla de apertura mi intención es examinar la idea de "matemáticas para todos" como un evento histórico que nuestra las promesas que la educación matemática ofrece a la sociedad y el camino de altibajos que esta idea encuentra en maestros, políticos, jóvenes y el público en general.

## REFERENCIAS

- [1] Howson, G. (1974). Mathematics: The Fight for Recognition. *Mathematics in School*, 3(6), 7-9.

## Capítulo I

### ANÁLISIS y TOPOLOGÍA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Análisis y Topología.

## 1.1. Plenaria: Operaciones de Conjuntos $b$ -abiertos en Espacios Topológicos

**Ennis Rosas**

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente

Cumaná. Venezuela

*ennisrafael@gmail.com*

### RESUMEN

La noción de conjuntos abiertos generalizados juega un papel fundamental en topología general cuando se aborda el estudio de las diferentes generalizaciones o modificaciones de la noción de continuidad, así como también de los axiomas de separación. Kasahara [1], introduce la noción de  $\gamma$ -operación sobre un espacio topológico y Ogata [2], introduce el concepto de conjunto  $\gamma$ -abierto en un espacio topológico. En esta charla se introduce y estudia la noción de conjunto  $\gamma$ - $b$ -abierto, usando una operación  $\gamma$  sobre un espacio  $(X, \tau)$ .

### REFERENCIAS

- [1] KASAHARA, S (1979) "Operation-compact spaces". *Math. Japonica* 24, 97-105.
- [2] OGATA, H (1996) "Operation on a topological spaces and associated topology". *Math. Japonica* 36 (1), 175-184.
- [3] CARPINTERO, C; RAJESH, N; ROSAS, E (2012) "Operation  $b$ -open sets in topological spaces". *Fasiculi Mathematici* 48, 13-21.

## 1.2. Un teorema de Bojanov-Naidenov aplicado a familias de polinomios ortogonales de Gegenbauer-Sobolev

**Dilcia Pérez**

Universidad Centro-Occidental Lisandro Alvarado, Venezuela.

*dperez@ucla.edu.ve*

**Yamilet Quintana**

Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

*yquintana@usb.ve*

### RESUMEN

Sean  $\{Q_{n,\lambda}^{(\alpha)}(x)\}_{n \geq 0}$  la sucesión de polinomios ortogonales con respecto al producto interno de Gegenbauer-Sobolev

$$\langle f, g \rangle_S := \int_{-1}^1 f(x)g(x)(1-x^2)^{\alpha-\frac{1}{2}} dx + \lambda \int_{-1}^1 f'(x)g'(x)(1-x^2)^{\alpha-\frac{1}{2}} dx,$$

y  $[-M_\lambda, M_\lambda]$  el intervalo que contiene todos los ceros de  $Q_{n,\lambda}^{(\alpha)}(x)$ , donde  $\alpha > -\frac{1}{2}$  y  $\lambda \geq 0$ . Usando un resultado reciente de B. Bojanov y N. Naidenov [?], en esta charla mostraremos que si  $|Q_{n,\lambda}^{(\alpha)}(x)|$  alcanza su valor máximo en los puntos  $\pm M_\lambda$ , entonces para  $1 \leq k \leq n$ ,  $\left| \frac{d^k}{dx^k} Q_{n,\lambda}^{(\alpha)}(x) \right|$  también alcanza su valor máximo en estos puntos.

### REFERENCIAS

- [1] BOJANOV, B., NAIDENOV, N. (2010) “On oscillating polynomials”. *J. Approx. Theory* V. 162, 1766–1787.
- [2] BORWEIN, P., ERDÉLYI, T. (1995) *Polynomials and Polynomials Inequalities*. Springer-Verlag, New York, EEUU.
- [3] MARTÍNEZ-FINKELSHTEIN, A. (2001) “Analytic aspects of Sobolev orthogonal polynomials revisited”. *J. Comp. Appl. Math.* V. 127, 255–266.
- [4] PIJEIRA, H., QUINTANA, Y., URBINA, W. (2001) “Zero location and asymptotic behavior of orthogonal polynomials of Jabobi-Sobolev”. *Rev. Col. Mat.* V. 35, 77–97.
- [5] PIJEIRA, H., QUINTANA, Y., URBINA, W. (2001) “Zero location and asymptotic behavior of orthogonal polynomials of Jabobi-Sobolev”. *Rev. Col. Mat.* V. 35, 77–97.

### 1.3. La Noción de Autosemejanza Local

Carlos Alfonso Castro Tirado

Universidad Industrial de Santander

*E-mail Address: karloskastro@hotmail.com*

#### RESUMEN

En topología es común estudiar propiedades tanto a nivel “*global*” como a nivel “*local*”, por ejemplo : compacidad y compacidad local, conexidad y conexidad local. La noción de autosemejanza topológica surge al intentar extender la noción de autosimilitud, del contexto de los espacios métricos al contexto de los espacios topológicos. Es por eso, nace la inquietud de estudiar sistemáticamente esta noción a nivel local, basados en el trabajo de tesis de doctorado de mi directora de maestría [1] y en los artículos [2] y [3], se presentara los conceptos de autosemejanza global y autosemejanzas locales, realizando comparaciones e interrelaciones entre ellas, proposiciones y ejemplos, lo cual al parecer no se ha realizado de manera profunda y detallada.

#### REFERENCIAS

- [1] Sabogal, S. *Autosemejanza en topología y algunas extensiones de la dualidad de Stone*, Tesis de Doctorado: Universidad Nacional de Colombia. Bogotá (2000)
- [2] W.J. Charatonik & A. Dilks *On self-homeomorphic spaces*, Top. and appl. No. 55, 215-238. (1994)
- [3] T. Banak & D. Ripovs *On linear realizations and local self-similarity of the universal zarichnyi map*: Universidad Nacional de Houston Journal of Mathematics, vol. 31 N. 4 (2005)
- [4] Sabogal, S. & Arenas, G. *Una introducción a la geometría fractal*: Ediciones UIS, Bucaramanga (2011).

## 1.4. Desigualdades de Tipo Markov-Sobolev.

### Estimaciones de la constante óptima para algunas medidas de ortogonalización clásicas

**Dilcia Pérez**

Universidad Centro-Occidental Lisandro Alvarado, Venezuela.

*dperez@ucla.edu.ve*

**Yamilet Quintana**

Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

*yquintana@usb.ve*

## RESUMEN

En  $\mathcal{P}_n$ , el espacio de los polinomios con coeficientes complejos de grado  $n$ ,  $n \geq 0$ , consideremos a  $T$  un operador lineal cualquiera y la norma Sobolev:

$$\|p\|_S = \left\{ \int |p(x)|^2 d\mu_0(x) + \int |p'(x)|^2 d\mu_1(x) \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$\|p\|_S = \left\{ \int |p(x)|^2 d\mu_0(x) + \int |p'(x)|^2 d\mu_1(x) \right\}^{\frac{1}{2}}$ , con  $\mu_0$  y  $\mu_1$  medidas no negativas sobre  $\mathbb{R}$ ,  $\mu_0$  no idénticamente nula, momentos de todos los órdenes finitos, soportes compactos o no, conteniendo al menos uno de ellos una cantidad infinita de puntos. En esta charla proporcionaremos una expresión explícita para el mejor valor posible  $\gamma_n(T)$  de  $\gamma_n(T)$ , tal que en  $\mathcal{P}_n$  se cumple la desigualdad de tipo Markov-Sobolev:

$$\|Tp\|_S \leq \gamma_n(T) \|p\|_S, \tag{1.1}$$

donde  $\gamma_n(T)$  es independiente de  $p$ . También mostraremos expresiones explícitas y acotaciones para la constante óptima  $\gamma_n(T)$ , involucrada en la desigualdad (1,1), para el caso en que  $T = \frac{d^k}{dx^k}$ ,  $1 \leq k \leq n$  y donde  $(\mu_0, \mu_1)$  es un vector de medidas de ortogonalización clásica.

**REFERENCIAS**

- [1] K. H. KWON AND D. W. LEE.(1999) “ Markov-Bernstein type inequalities for polynomials”. *Bull. Korean Math. Soc.* V. 36, 63–78.
- [2] G. V. MILOVANOVIĆ(1987)“ Various extremal problems of Markov’s type for algebraic polynomials”. *Facta Univ. Ser. Math. Inform.* V. 2, 7–28.
- [3] D. PÉREZ AND Y. QUINTANA( 2011)“ Some Markov-Bernstein type inequalities and certain class of Sobolev polynomials”. *J. Adv.Math. S.* V. 4 , 85-100.

## 1.5. Plenaria: Perturbaciones de Polinomios Ortogonales Clásicos Mediante Adición de Masas y Derivadas de Masas de Dirac

Herbert Dueñas Ruiz

Universidad Nacional de Colombia

Sede Bogotá

*haduenasr@unal.edu.co*

### RESUMEN

Se consideran funcionales lineales correspondientes a los polinomios ortogonales clásicos y se perturban mediante adición de masas y derivadas de masas de Dirac. Se estudian propiedades de los nuevos polinomios ortogonales, como propiedades asintóticas, ecuación diferencial holonómica, propiedades de los ceros e interpretaciones electrostáticas.

### REFERENCIAS

- [1] R. Álvarez, Nodarse and F. Marcellán, *A generalization of the classical Laguerre polynomials.*, Rend. Circ. Mat. Palermo Serie 2, 44 (1995), 315-329.
- [2] H. Dueñas, F Marcellán, *The Laguerre-Sobolev-type orthogonal polynomials.* Journal of Approximation Theory *n*° 162 (2010). p.421-440.
- [3] H. Dueñas, F. Marcellán, *The Laguerre-Sobolev-type orthogonal polynomials. Holonomic equation and electrostatic interpretation.* Rocky Mount.Jour. Math Vol 41. *n*° 1 (2011) p. 95-131.
- [4] M. Ismail, *An Electrostatics Model For Zeros Of General Orthogonal Polynomials.* Pacific. Journal. Of Math Vol. 193, No. 2, 2000.

## 1.6. Otra Demostración de un Teorema de Gowers

**Jesus E. Nieto**

Universidad Simón Bolívar

Caracas, Venezuela

*jnieto@usb.ve*

### RESUMEN

W. T. Gowers demostró que toda función Lipschitz definida en la esfera unitaria del espacio de Banach  $c_0$  en  $\mathbb{R}$  es de oscilación estable (vea [1]). Su demostración usa un resultado de teoría de particiones del conjunto  $FIN_k$  de las funciones  $p$  de  $\mathbb{N}$  en  $\{0, 1, \dots, k\}$  con soporte finito y  $k$  en  $Im(p)$ . Todas las demostraciones conocidas de este hecho usan métodos de dinámica topológica en el espacio  $\beta\mathbb{N}$  de los ultrafiltros sobre  $\mathbb{N}$  (vea [2]). Damos una demostración puramente combinatoria de este teorema de Gowers evitando el uso de ultrafiltros.

### REFERENCIAS

- [1] GOWERS, W. T., (1992) “Lipschitz functions on classical spaces”. *European J. Combin.* V. 13, 141–151.
- [2] LÓPEZ-ABAD, J. Y S. TODORCEVIC “Banach spaces and Ramsey theory: some open problems”. arXiv:1111.5150.

## 1.7. Método de Elementos Finitos Para un Problema Parabólico Unidimensional y Bidimensional Mediante $B$ -splines

José Luis Puello García

Universidad Industrial de Santander. Colombia

*jpg123@hotmail.com*

### RESUMEN

En este trabajo se considera la solución de los problemas parabólicos unidimensional y bidimensional, bajo condiciones iniciales y de frontera apropiadas, mediante el Método de elementos finitos con  $B$ -splines como funciones base. Además, se consideran las correspondientes estimaciones del error para cada uno de estos problemas mediante la técnica de De Boor dada en [2].

### REFERENCIAS

- [1] BRENNER SUSANNE C. Y RIDGWAR ECOTT L. *The Mathematical Theory of finite Element Methods*. Springer, Louisiana state University Baton Rouge, USA, 2008.
- [2] K. N. S. KASI VISWANADHAM Y S.R KONERU. *Finite element method for one-dimensional and two-dimensional time dependent problems with B-splines*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 108, 1993, 201-222.
- [3] O. AXELSSON Y V. A BARKER. *Finite Element Solution of Boundary Value Problems. Theory and Computation*. Siam, Orlando, USA, 1984.

## 1.8. Normalidad y Regularidad vía Generalizaciones de Conjuntos $g$ -cerrados en Ideales Espacios Minimales

José Sanabria

Universidad de Oriente, Venezuela

*E-mail Address: jesanabri@gmail.com*

### RESUMEN

En este trabajo estudiamos algunas propiedades relacionadas con la noción de función local minimal [1] y usando los conceptos de conjuntos  $mn$ - $\mathcal{I}$ -cerrados [3] y  $mn$ - $\mathcal{I}g$ -abiertos, introducimos y caracterizamos algunas nuevas formas de regularidad y normalidad en espacios minimales dotados de un ideal. Los resultados que exhibiremos aparecerán publicados en el artículo [2].

### REFERENCIAS

- [1] O. B. Ozbakir and E. D. Yildirim: *On some closed sets in ideal minimal spaces*, Acta Math. Hungar., **125** (2009), No. 3, 227–235.
- [2] J. Sanabria, E. Rosas and C. Carpintero: *On regularity and normality via ideal minimal generalized closed sets*, to appear in Journal of Advanced Research in Pure Mathematics (2012).
- [3] J. Sanabria, E. Rosas, C. Carpintero and M. Salas-Brown: *On the further unified theory of ideal generalized closed sets*, J. Adv. Math. Stud., **4** (2011), No. 2, 83–96.

## 1.9. Levantamiento de Acopladores en Espacios de Métrica Indefinida

**Osmin Ferrer Villar**  
 Universidad Surcolombiana  
*osmin.ferrer@usco.edu.co*

### RESUMEN

En este trabajo se presentan algunos resultados de invariancia de subespacios bajo un operador isométrico, se generalizan definiciones dadas por Cotlar, M. Sadosky en [5] a espacios de métrica indefinida y de manera natural se le asocia un acoplador a todo par de operadores isométricos, se consigue un levantamiento de acopladores, también se dan definiciones y hechos básicos acerca de marcos continuos en espacios de métrica indefinida. Más exactamente damos solución al problema de conseguir un marco común para dos espacios cualesquiera enmarcados continuamente en espacios de métrica indefinida.

### REFERENCIAS

- [1] Adamjan, V.M., Arov, D.Z. On unitary couplings of semiunitary operators. Am. Math. Soc., Translat., II. Ser. 95, 75-129 (1970), translation from Mat. Issled. 1, No.2, 3-64 (1966).
- [2] A.Rahimi, A.Najati and Y.N.Dehghan. Continuous Frames in Hilbert Spaces. Methods of Functional Analysis and Topology, Vol. 12., II., 170-182 (2006).
- [3] Conway, J., *A Course in Operator Theory*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2000. Cited in pages:
- [4] Cotlar, M., Sadosky, C., *Two Distinguished Subspaces of Product BMO and Nehari-AAK Theory for Hankel Operators on the Torus*. Integr. Equat. Oper. Th., Vol. **26** (1996), 273-304. Cited in pages:
- [5] Cotlar, M., Sadosky, C., *Transference of Metrics Induced by Unitary Couplings, a Sarason Theorem for the Bidimensional Torus, and a Sz.-Nagy-Foias Theorem for Two Pairs of Dilations*. J. Funct. Anal., **111**, No. 2, (1993), 473-488. Cited in pages:
- [6] Lax, P., Phillips, R.S. *Scattering theory*. New York and London: Academic Press, XII, 276 p. (1967). Cited in pages:
- [7] K. Esmeral- O.Ferrer, Frames de subespacios in Krein spaces, preprint.

## 1.10. Derivadas de Orden Complejo Para Funciones de una Variable Compleja de la Forma $f(z) = z^\alpha$ , con $\alpha \in \mathbb{C}$

**Pedro Luis Hernandez LLanos**

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

*phernandezllanos@uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

La pregunta original que dió origen al cálculo fraccional fue: ¿Puede el significado de un derivada de orden entero  $\frac{d^n y}{dx^n}$  extenderse y llegar a tener sentido cuando  $n$  es una fracción? Más tarde se convirtió en la pregunta: ¿Puede ser  $n$  cualquier número: Fraccionario, irracional, o complejo?. Con el tiempo esta respuesta fue respondida afirmativamente, se le llamó a este estudio *Cálculo Fraccional* o mejor llamado *Integración y diferenciación de orden arbitrario*.

El objetivo del curso es mostrar una derivada mucho más generalizada hasta partiendo del orden entero, pasando por el orden racional y llegar a introducir el orden complejo tomando como referencia las derivadas de orden racional. Adicional a esto se mostrará cómo obtener la derivada de funciones de variable compleja de la forma  $f(z) = z^\alpha$ , con  $\alpha \in \mathbb{C}$ .

### REFERENCIAS

- [1] MILLER, KENNETH S. (1993) *An introduction to the calculus and fractional differential equations*. John Wiley & Sons Inc., New York, EEUU.
- [2] OLDHAM, KEITH B. AND SPANIER, JEROME (1974) *The Fractional Calculus. Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*. Academic Press Inc., San Diego, EEUU.

## 1.11. A note on Weak $L_p$ spaces

René Erlín Castillo

Departamento de Matemáticas,  
Universidad Nacional de Colombia,  
Bogotá- Colombia.  
*recastillo@unal.edu.co*

### RESUMEN

Weak  $L_p$  space are function spaces which are closely related to  $L_p(X, A, \mu)$  spaces, in fact,  $WeakL_p = L(p, \infty)$  are larger than  $L_p$  spaces, that is, for any  $0 < p < \infty$  and any  $f \in L_p$  we have  $L_p \subset L(p, \infty)$ . They were introduced in analysis when it was observed that several important operators such as the Hardy-Littlewood maximal function and the Hilbert transform map  $L_p(X, A, \mu)$  into  $L(p, q)(X, A, \mu)$  for  $p > 1$ , but they do not map  $L_1(X, A, \mu)$  into  $L_1(X, A, \mu)$  and rather satisfy the weak condition, that is

$$\mu(\{x \in X : |T(f)(x)| > \lambda\}) \leq C \frac{\|f\|_1}{\lambda}$$

We do not know, the exact origin of Weak  $L_p$  space, which is apparently part of the folklore. It is well known that

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \|f\|_p = \|f\|_\infty \quad \text{and} \quad \lim_{p \rightarrow \infty} \|f\|_{L(p, \infty)} = \|f\|_\infty.$$

Thus

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{\|f\|_p}{\|f\|_{L(p, \infty)}} = 1.$$

Now, one question came up, for any  $f \in L_p$ , does the

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \left( \frac{\|f\|_p}{\|f\|_{L(p, \infty)}} \right)^p \quad \text{exists?}$$

In this talks, we will give a particular answer for the above question.

**REFERENCIAS**

- [1] CASTILLO, R. E., RAMOS-FERNÁNDEZ, J. C., VALLEJOS-NARVAEZ, F. (2012) *A note on Weak  $L_p$  spaces*. Sent to publication.
- [2] GRAFAKOS, L. (2008) *Classical Fourier Analysis*. Second edition, volumen 249. Springes, New York.
- [3] NIELSEN, O. A. (1997) ) *An introduction to integration and measure theory*. Canadian Mathematical society series of Monographs and Advanced Texts. A Wiley - interscience Publication. Jhon Wiley & sons, inc, New York, ISBN: 0-4715958-7.

## 1.12. Sobre los Teoremas Generalizados de Weyl y

### Restricciones de Operadores lineales

Carlos R. Carpintero F

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente.

Cumaná. Venezuela.

*carpintero.carlos@gmail.com*

### RESUMEN

En 1909 H. Weyl [5], estudió los espectros de todas las perturbaciones compactas  $T + K$  para un operador hermitiano  $T$  que actúa sobre un espacio de Hilbert, y encontró que  $\lambda \in \sigma(T + K)$ , para cualquier perturbación compacta  $K$  de  $T$ , precisamente cuando  $\lambda$  no es un punto aislado de multiplicidad finita del espectro  $\sigma(T)$ . Este resultado clásico, formulado de manera abstracta por Coburn en [3], es conocido actualmente como el Teorema de Weyl. Posteriormente, Berkani y Koliha [4], introducen una versión generalizada de este, conocida como el Teorema Generalizado de Weyl. En esta charla mostramos [1], [2], que para un operador lineal acotado  $T$  que actúa sobre un espacio de Banach, el estudio de los Teoremas de Weyl para  $T$  puede reducirse al estudio de los Teoremas de Weyl para ciertas restricciones de  $T$ .

### REFERENCIAS

- [1] CARPINTERO, C; MUNOZ, D; ROSAS, E; SANABRIA; GARCIA, O (2012) “Generalized Weyl’s theorems and restrictions of bounded linear operators”. *Acta Mathematica Universitatis Comeniana*. Submitted.
- [2] CARPINTERO, C; MUNOZ, D; ROSAS, E; SANABRIA; GARCIA, O (2012) “Weyl’s theorems and restrictions of bounded linear operators”. *Extracta Mathematicae*. Submitted.
- [3] COBURN, L.A (1981) “Weyl’s Theorem for Nonnormal Operators” *Research Notes in Mathematics* 51.
- [4] BERKANI, M AND KOLIHA, J (2003) “Weyl type theorems for bounded linear operators” *Acta Sci. Math* 69, 359-376.
- [5] WEYL, H(1909) “Über beschränkte quadratische Formen, deren Differenz vollsteigist” *Rend. Circ. Mat. Palermo* 27, 373-392.

## 1.13. Cursillo: Una breve introducción a polinomios ortogonales con pesos asociados a la clase de

### Levin-Lubinsky

Yamilet Quintana

Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

*yquintana@usb.ve*

### RESUMEN

La clase de pesos  $\hat{\mathcal{W}}$  de Levin-Lubinsky es una subfamilia de los pesos de tipo exponencial en  $[-1, 1]$ , introducida por estos profesores en [?]. Entre sus características más resaltantes tenemos

- Si  $w \in \hat{\mathcal{W}}$ , entonces  $w$  no satisface la condición de Szegő

$$\int_{-1}^1 \frac{\log w(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx > -\infty.$$

- Si  $w \in \hat{\mathcal{W}}$ , entonces  $w^2 \in M(0, 1)$ , donde  $M(0, 1)$  denota a la clase de Nevai en  $[-1, 1]$ .

En este minicurso trataremos con algunas propiedades algebraicas y analíticas de la sucesión de polinomios ortonormales  $\{p_n(x)\}_{n \geq 0}$  asociada al peso  $w^2$ , con  $w \in \hat{\mathcal{W}}$ , para ello seguiremos principalmente el enfoque original presentado en [2].

### REFERENCIAS

- [1] FREUD, G. (1971) *Orthogonal Polynomials*. Akademiai Kiado/Pergamon Press, Budapest, Hungary.
- [2] LEVIN, A. L., LUBINSKY, D. S. (1978) *Christoffel functions and orthogonal polynomials for exponential weights on  $[-1, 1]$* . Academic Press Inc., New York, EEUU.
- [3] LUBINSKY, D. S. (2007) “A survey of weighted polynomial approximation with exponential weights”. *Surveys in Approximation Theory*, V. 3, 1–105.
- [4] SZEGŐ, G. (1975) *Orthogonal Polynomials*. Amer. Math. Soc. Coll. Publ. **23**, (4th ed.), Amer. Math. Soc. Providence, R.I., EEUU.

## 1.14. Cursillo: Operaciones Sobre Espacios Topológicos

**Ennis Rosas**

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente.

Cumaná, Venezuela

*ennisrafael@gmail.com*

### RESUMEN

En este cursillo se tratan operaciones sobre espacios topológicos y sobre estructuras minimales, como también se examinan axiomas débiles de separación sobre ciertas clases de conjuntos. Se estudiará la teoría básica necesaria para que los estudiantes sean capaces de digerir la lectura de artículos escritos recientemente por matemáticos en esta área.

### REFERENCIAS

- [1] CARPINTERO, C; ROSAS, E; VIELMA, J (1998) “Operators associated to a topology  $\Gamma$  over a set  $X$  and related notions”. *Divulg. Mat* V. 6 , No. 2, 139-148.
- [2] CARPINTERO, C; RAJESH, N; ROSAS, E (2012) “Separation axioms via preopen sets”. *South East Asian Bull. Math* 36, 174-179.
- [3] ROSAS, E; CARPINTERO, C; SANABRIA, J (2007) “ $\gamma$ - $(\alpha, \beta)$ -semi open sets and some new generalized separation axioms”. *Bull. Malays. Math. Sci. Soc* (2) 30, No. 1, 13-21.
- [4] SEN, RITU (2010) “ $\gamma$ - $(\alpha, \beta)$ -semi  $R_0$  and  $\gamma$ - $(\alpha, \beta)$ -semi  $R_1$  spaces”. *J. Adv. Res. Pure Math* 2, No. 4, 39-47.

## 1.15. Cursillo: Fórmula Integral de Cauchy y Algunas Aplicaciones

Carlos Carpintero

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente.

Cumaná, Venezuela

*ennisrafael@gmail.com*

### RESUMEN

En este cursillo haremos un repaso de las nociones de función holomorfa e integral de línea, para luego pasar a examinar la fórmula integral de Cauchy. Comentaremos su demostración en forma detallada y daremos profusas ilustraciones o aplicaciones de esta. Posteriormente introduciremos las funciones de variable compleja con valores en un espacio de Banach complejo, estudiaremos la noción de holomorficidad para esta clase de funciones y obtendremos una versión generalizada de la fórmula de Cauchy para esta clase de funciones. Finalizaremos con aplicaciones de esta fórmula, en ciertos temas usualmente estudiados en la licenciatura en matemática.

### REFERENCIAS

- [1] WARD B, J Y CHURCHILL, R. (1992) *Variable Compleja y Aplicaciones*. McGraw-Hill Interamericana., New York, EEUU.
- [2] CONWAY, JAMES B. (1978) *Functions of one complex variable I*. Springer., New York, EEUU.
- [3] HARRO G, HEUSER. (1982) *Functional Analysis*. Marcel Dekker., New York, EEUU.

## 1.16. Cursillo: Funciones Inducidas Confluentes Entre Hiperespacios de Continuos

**Dúwang Alexis Prada Marín**

Universidad Santo Tomás de Aquino Sede Bucaramanga

*daprada924@matematicas.uis.edu.co*

**Jenny Mayerly Gómez Cortés**

Universidad Industrial de Santander

*mayita429@hotmail.com*

### RESUMEN

El estudio de las funciones continuas, en ciertas áreas de las matemáticas, es de gran importancia, pues son una herramienta que nos permite comparar las propiedades entre espacios. La métrica, la conexidad y la compacidad en un espacio no vacío, son propiedades muy estudiadas en topología, en particular, en la teoría de continuos e hiperespacios de continuos. En la actualidad un continuo es un espacio métrico, compacto, conexo y diferente del vacío.

El profesor Januzs J. Charatonik observó que las funciones continuas, sobreyectivas y abiertas entre continuos tienen la propiedad que cada componente de la imagen inversa de un subcontinuo del recorrido es transformada bajo la función de manera sobreyectiva en el continuo. La clase de funciones continuas que tienen esta propiedad consiste de las llamadas funciones confluentes.

Otras clases de funciones continuas entre continuos que han sido estudiadas son, por ejemplo, las funciones monótonas, semiconfluentes, débilmente confluentes, empalmantes y pseudo confluentes.

A comienzos del siglo XX tiene sus inicios la teoría de hiperespacios. Dado un continuo  $X$ , un hiperespacio de este continuo es una familia de subconjuntos de  $X$  que satisfacen una propiedad particular, como ser cerrado no vacío, ser a la vez un continuo, tener cierta cantidad de elementos o cierta cantidad de componentes, entre otras. Los hiperespacios que presentan alguna de estas condiciones también son continuos. Además de estudiar las propiedades de los hiperespacios, también estudiamos funciones continuas entre ellos. Dada una función continua entre continuos, es posible definir funciones entre los hiperespacios de dichos continuos, llamadas funciones inducidas.

El objetivo principal de esta divulgación, es mostrar las relaciones existentes entre las funciones entre continuos y las funciones inducidas, dadas por las clases de funciones continuas mencionadas con anterioridad, además de los resultados y aportes a la teoría desde nuestro estudio.

## REFERENCIAS

- [1] ILLANES, A., NADLER Jr, S.,(1999)*Hyperspaces. Fundamentals and Recent advances*, Pure and Applied Mathematics, Vol 216, Marcel Dekker, New York, EEUU.
- [2] NADLER Jr, S., (2006)*Hyperspaces of Sets. A Text with Research Questions*, Aportaciones Matemáticas, Serie Textos N° 33, Sociedad Matemática Mexicana, México.
- [3] NADLER Jr, S., (1992)*Continuum Theory, An introduction* Pure And Applied Mathematics, Vol 158, Marcel Dekker, New York, EEUU.
- [4] MACIAS S., (2005)*Topics on Continua* Pure And Applied Mathematics Series, Vol 275, Chapman and HALL/CRC, Taylor and Francis Group, Boca Ratón, London, New York, Singapore.
- [5] PRADA D., (2012)*Funciones Inducidas Confluentes Entre Hiperespacios de Continuos* Tesis de maestría, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, 2012.

## 1.17. Cursillo: Introducción al Cálculo Variacional

Oswaldo Dede M.

Universidad del Atlántico

Barranquilla, Colombia.

*oswaldodede@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

Durante los últimos tres siglos, el cálculo variacional se ha caracterizado como una rama de las matemáticas de gran utilidad para la resolución de problemas en el campo puro como en el aplicado.

El cálculo variacional, algunos de cuyos problemas fueron considerados al parecer en la antigüedad, tiene sus orígenes al menos en nuestros tiempos- en el siglo XVII y comenzó a desarrollarse en el siglo XVIII. En el año 1649, Newton en su libro II de Principiae propuso el siguiente problema: ¿Que forma debe tener una supercie de revolución para que, al moverse en un medio ofrezca la menor resistencia posible al movimiento? Este problema de aerodinámica fue resuelto por el mismo Newton y tal vez estimulo al matemático Jean Bernoulli para plantear en 1696, en forma de reto el problema siguiente denominado Problema de la braquistócrona: Supongamos una partícula que se desliza a lo largo de una curva que une un punto A con otro punto B situado más abajo que A, que se desprece el rozamiento y la partícula descienda exclusivamente bajo la acción de la gravedad; ¿Que forma de la curva permite que el tiempo de descenso sea mínimo?. Este problema modela la situación siguiente: Coloquemos una cuenta de collar en un alambre y dejémosla descender por el. Que forma debe dársele al alambre para que el tiempo de recorrido sea el menor posible?. El problema fue resuelto por el mismo Bernoulli, su hermano Jacques, Newton y Leibnitz, pero fue el germen para que brotaran nuevos problemas de esa índole, constituyéndose una línea de trabajo en las matemáticas de la época.

### REFERENCIAS

- [1] Cañada, Antonio, Cálculo de Variaciones, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada, 2009.

## 1.18. Cursillo: Cálculo Diferencial Según Leibniz

Rafael E Ahumada Barrios

Universidad del Atlántico

Barranquilla, Colombia.

*rafaelahumada@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

Se construye el cuerpo extendido de  $\mathbb{R}$ , llamado los reales No Estandar y notado:  $\mathbb{R}$ , en dicho cuerpo se realiza el concepto de derivada de una función y sus propiedades en la forma original como la desarrollaron Leibniz y los Bernoulli

### REFERENCIAS

- [1] Ahumada Rafael y otros Informe Seminario Análisis No Estandar Medellin, 1990.
- [2] .Yu Takeuchi Métodos Analíticos del Análisis No Estandar Universidad Nacional, Bogotá, 1985.

## Capítulo 2

### ALGEBRA Y TEORÍA DE NÚMERO

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Álgebra y Teoría de Números.

## 2.1. Plenaria: Una Aplicación de la Factorización en Anillos Cociente a las Ecuaciones Diofánticas

Amilcar J. Pérez Arguinzones

Universidad Simón Bolívar

Caracas venezuela.

*ajperez@usb.ve*

### RESUMEN

La teoría de ideales de Kummer surgió de la imposibilidad de la factorización única en un anillo de enteros algebraicos arbitrario. El objetivo de esta charla es plantear, vía un ejemplo, la posibilidad de reducir el estudio de la factorización en ideales de una ecuación diofántica a su factorización sobre un anillo cociente del anillo de enteros algebraicos correspondiente.

### REFERENCIAS

- [1] PÉREZ-ARGUINZONES, A. J. (2012) *An application of quotient rings to diophantine equations*. In preparation.
- [2] PÉREZ-ARGUINZONES, A. J. (2012) *On quotient rings of algebraic integers*. In preparation.
- [3] BOREVICH, Z. I., SHAFAREVICH, I. R. (1966) *Number Theory*. Pure & App. Math. Academic Press Inc.

## 2.2. Un Paseo por los Anillos de Bucles

Carmen Rosa Giraldo Vergara

Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

*carmita@mat.ufmg.br*

### RESUMEN

La Teoría de Anillos de Bucles no solo es una generalización de los anillos de grupos, es una teoría en sí misma, con origen y aún en movimiento. El concepto de anillos de bucles surgió en 1944 en los trabajos de R.H. Bruck con la construcción de anillos no asociativos, el primer ejemplo de esta clase de anillos es el álgebra de los octoniones. Desde 1980, con los trabajos de E. Goodaire, esta teoría ha intrigado a matemáticos de diversas áreas y se ha desarrollado ampliamente.

El propósito de esta ponencia es hacer un recorrido a lo largo del desarrollo de esta teoría, desde su origen hasta las investigaciones actuales.

### REFERENCIAS

- [1] BRUCK R.H. (1944) *Some results in the theory of linear nonassociative algebras. Trans. Amer. Math. Soc.* V. 56, 141–199.
- [2] GOODAIRE, E.G. (1983) *Alternative loop rings. Publ. Math. Debrecen* V. 30, 31–38.
- [3] GIRALDO, C. R. AND BROCHERO, F.E. (2005) *Zorn's matrices and finite index subloops. Communications in Algebra.* V. 33, 3703–3710.

## 2.3. Nueva Demostración de la Principalidad de los Anillos $Z[(1 + \sqrt{-d})/2]$ , $d = 3, 7, 11, 19, 67, 163$

Victor Ramirez

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

*vicrramirez@yahoo.com*

### RESUMEN

En este trabajo se presentará una prueba elemental de la principalidad de los anillos  $Z[(1 + \sqrt{-d})/2]$ ,  $d = 3, 7, 11, 19, 67, 163$ . Este resultado es bien conocido; pero la prueba que se ofrecerá es totalmente nueva y no hará uso de la cota de Minkowski. Además, en esta prueba no se hará uso de nociones de Noetherianidad, así como tampoco de la teoría de Enteros Algebraicos y la Teoría de Módulos. Herramientas éstas generalmente utilizadas en el tratamiento de este tipo de problemas. Sólo se utilizan nociones básicas de la Teoría de los Anillos Conmutativos. Por último, se dan algunas aplicaciones de estos resultados a los problemas clásicos de la Teoría de Números.

### REFERENCIAS

- [1] K. IRELAND AND M. ROSEN. A Classical Introduction to Modern Number Theory. Springer-Verlag, Springer-Verlag, EEUU. 2008.
- [2] I. KAPLANSKY. Commutative Rings. Allyn and Bacon, 1970.
- [3] S. LANG. Algebra. (2da ed.), Addison-Wesley, 1984.
- [4] D. A. MARCUS Number and Fields, Springer-Verlag, 1977.
- [5] ONETO, A. Y RAMIREZ, V. Dominios Principales no Euclidianos, Divul. Mat. Vol. 1 No. 1 1.993.

## 2.4. Geometría Fractal: Algunas Generalizaciones de Sistemas Iterados de Funciones

Alexánder Méndez Espinel

Universidad Industrial de Santander

*almees@hotmail.com*

### RESUMEN

Los sistemas iterados de funciones (SIF) fueron concebidos por John Hutchinson en su famoso artículo “ *Fractals and Self Similarity* ”, popularizados por Michael Barnsley en “ *Fractals Everywhere*” y es una de las formas más comunes de generar fractales. El resultado más importante de la teoría de SIF’s es que dado un conjunto **finito**  $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  de contracciones en un espacio métrico completo  $X$ , existe un único compacto no vacío  $A \subset X$ , llamado el atractor del SIF, el cual es punto fijo de la función  $W : \mathbb{H}(X) \rightarrow \mathbb{H}(X)$  definida por  $W(K) = \bigcup_{i=1}^n w_i(K)$ , donde  $\mathbb{H}(X)$  es la familia de todos los subconjuntos compactos no vacío de  $X$ . En la ponencia se presentaran dos extensiones de estas ideas considerando dos contracciones generalizadas: E-contracción y  $\varphi$ -contracción. Para esto, inicialmente se presentan conceptos básicos de la teoría de sistemas iterados de funciones , posteriormente se dan las condiciones bajo las cuales estas ideas se pueden extender a E-contracciones y  $\varphi$ -contracciones. Además, se mostrarán ejemplos que ilustren las definiciones y resultados presentados.

### REFERENCIAS

- [1] HUTCHINSON, J. (1981) *Fractals and Self similarity*. Indiana University. Math. J. V.30, 713–747.
- [2] BARNSELY, M. (1988) *Fractals Everywhere*. Academic Press Inc.
- [3] SECELEAN, N. (2010) *The Existence of the Attractor of Countable Iterated Function Systems*. Mediterranean Journal of Mathematics. V.6, 139–150.
- [4] BIELECKI, A (1995) *Iterated function system analogues on compact metric spaces and their attractors*, Universitatis Iagellonicae Acta Mathematica, fasciculus XXXII.

## 2.5. Introducción a la Teoría de Picard-Vessiot

Daniel Sebastián Castañeda

Universidad del Norte

*dscastaneda@uninorte.edu.co*

### RESUMEN

La teoría de Galois clásica establece una conexión entre la teoría de grupos y la teoría de campos, originándose en el problema de la resolubilidad de ecuaciones polinómicas por medio de radicales. Emile Picard y Ernest Vessiot, siguiendo dicha filosofía desarrollaron una teoría de Galois para ecuaciones diferenciales lineales. En los años 60, Ellis Kolchin retomó dichos resultados y los desarrolló utilizando el lenguaje matemático contemporáneo y los resultados en geometría algebraica y grupos algebraicos.

En ésta charla explicaremos los resultados principales de la teoría de Picard-Vessiot, haciendo las correspondientes analogías entre ésta y la teoría de Galois tradicional. Partiremos haciendo una breve introducción a los grupos algebraicos. Luego se presentarán conceptos como campo diferencial y extensiones de Picard-Vessiot, como análogo al concepto de cuerpo de descomposición. Luego definiremos el grupo de Galois diferencial  $G(L/K)$  para una extensión de Picard-Vessiot (vease [?, ?]) y extenderemos dicha definición para definir el grupo de Galois diferencial  $DGal(L)$ , para un operador diferencial  $L$ . La charla finalizará presentando el teorema fundamental de la teoría de galois diferencial y además mostrando unos ejemplos elementales y aplicaciones a la física, como se puede ver en [1].

### REFERENCIAS

- [1] ACOSTA-HUMANEZ, P. (2010) *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics*. VDM Verlag Dr. Mueller. Saarbruecken, Germany.
- [2] ACOSTA-HUMANEZ, P. PEREZ, H. (2007) “Teoría de Galois diferencial : una aproximación” . *Matemáticas: Enseñanza universitaria* V. XV, 91–102.
- [3] ACOSTA-HUMANEZ, P. PEREZ, J. (2004) “Una introducción a la teoría de Galois diferencial”. *Boletín de matemáticas* V. XI, 138-149.

## 2.6. Algunos Embebimientos Cuasi-isométricos del

### Grupo de Thompson $F$

Gabriel Vergara Ríos

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

*gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

El objetivo principal de esta charla, es estudiar algunos subgrupos embebidos en el grupo de Thompson  $F$ , especialmente los **subgrupos clon**, los cuales si bien son isomorfos a  $F$ , se puede probar que están **embebidos cuasi-isométricamente** en  $F$ . Estos subgrupos tienen una gran importancia desde el punto de vista de la teoría geométrica de grupos, pues a partir de estos podemos construir una familia de subgrupos de la forma  $F^n \times \mathbb{Z}^m$  donde  $n \in \mathbb{Z}^+$  y  $m \geq 0$ , embebidos cuasi-isométricamente en  $F$ . Básicamente expondré en detalle las pruebas de los siguientes hechos:

- Para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\phi^n : F \rightarrow F$  y  $\psi^n : F \rightarrow F$  son embebimientos cuasi-isométricos; es decir, para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\phi^n(F)$  y  $\psi^n(F)$  están embebidos cuasi-isométricamente en  $F$ .
- Cualquier subgrupo clon  $C_s = P(F)$  es isomorfo a  $F$ .

### REFERENCIAS

- [1] CEAR, S AND TABACK, J.(2003) *Geometric quasi-isometric embeddings into Thompson's group  $F$* . New York J. Math. Vol 9, 141-148.
- [2] BURILLO, J.(1999) *Quasi-isometrically embedded subgroups of Thompson's group  $F$* . Journal of Algebra. Vol 212, 65-78.
- [3] CANNON, J.W AND FLOYD, W.J, AND PARRY, W.R.(1996) *Introductory notes on Richard Thompson's groups*. L'Enseignement Mathématique. Vol 42, 215-256.
- [4] VERGARA, G AND SALAZAR, O.(2011) *Introducción a la teoría geométrica de grupos*. Revista Integración. Vol 29, 15-30.
- [5] VERGARA, G AND SALAZAR, O.(2009) *Teoría geométrica de grupos y algunas aplicaciones*. Repositorio Universidad Nacional, Medellín.

## 2.7. Una Cota Superior de la Constante Davenport Para Algunos Grupos de Rango 4

José H. Viloría

Universidad Simón Bolívar

Caracas, Venezuela.

*jviloria@usb.ve*

### RESUMEN

La constante Davenport de un grupo abeliano finito  $G$ , representada por  $D(G)$ , es el menor entero positivo  $r$  tal que toda secuencia  $S$  con  $r$  elementos de  $G$  siempre contiene una subsecuencia en que la suma de todos sus elementos suman el cero de  $G$ . En el arduo trabajo de hallarle el valor exácto a la  $D(G)$  investigadores como van Embde Boas y Kruyswijk (vea [1]), Quiroz y Ordaz (vea [2]), entre muchos otros, han obtenido una cota superior de ésta constante. Nuevas cotas superiores obtenemos para las siguientes familias de grupos de rango cuatro:  $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_{3n} \oplus \mathbb{Z}_{3nm}$  para  $n, m$  enteros positivos,  $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_6 \oplus \mathbb{Z}_{6n} \oplus \mathbb{Z}_{6n}$  con  $n = 2^{\alpha_1} 3^{\alpha_2} 5^{\alpha_3} 7^{\alpha_4}$  para  $\alpha_i$  enteros no negativos,  $\mathbb{Z}_6 \oplus \mathbb{Z}_6 \oplus \mathbb{Z}_6 \oplus \mathbb{Z}_{6n}$  para todo  $n$  y  $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_{3p} \oplus \mathbb{Z}_{3p} \oplus \mathbb{Z}_{3p^n m}$  con  $p$  primo,  $n \geq 2$  y  $m$  un entero  $(m, p^n) = 1$ .

### REFERENCIAS

- [1] P. VAN EMBDE BOAS AND D. KRUYSWIJK, "A Combinatorial Problem on Finite Abelian Groups III". *ZW-1969-008* Math. Centre , Amsterdam.
- [2] Ch. Delorme, O. Ordaz and D. Quiroz, *Some remarks on Davenport constant*, *Discrete Mathematics*. **23**(2001), 119-128.

## 2.8. Cursillo: Nueva Demostración al Teorema de Descomposición Cíclica

Víctor Ramírez

Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

*yquintana@usb.ve*

### RESUMEN

Sea  $V$  un espacio vectorial de dimensión finita sobre el cuerpo  $K$ , y sea  $T : V \rightarrow V$  una transformación lineal. El objeto de esta ponencia es presentar una demostración al teorema de descomposición cíclica. También introduciremos la noción de sumando  $T$ -invariante, y caracterizaremos los subespacios  $T$ -cíclicos de  $V$  que son sumando  $T$ -invariante de  $V$ . Por último, daremos algunas aplicaciones del teorema de descomposición cíclica: demostración del teorema de descomposición de Jordan y del teorema de Cayley-Hamilton.

Este cursillo estará dividido en tres secciones ( las cuales tendrán hora y media de duración cada una). En la primera sección estableceremos teorema de descomposición cíclica y daremos algunas interesantes aplicaciones de este teorema: demostración del teorema de descomposición de Jordan y del teorema de Cayley-Hamilton. En la segunda sección introduciremos la noción de sumando  $T$ -invariante, y caracterizaremos los subespacios  $T$ -cíclicos de  $V$  que son sumando  $T$ -invariante de  $V$ . La tercera sección estará destinada a la demostración teorema de descomposición cíclica.

### REFERENCIAS

- [1] ROMAN, S., ADVANCED LINEAR ALGEBRA, THIRD EDITION. SPRINGER-VERLAG, 2008.
- [2] LANG, S., LINEAL ALGEBRA, THIRD EDITION. SPRINGER-VERLAG, NEW YORK, 2004.

## 2.9. Cursillo: Ecuaciones Diofánticas y Anillos Cociente

**Amilcar J. Pérez Arguinzones**

Universidad Simón Bolívar

Caracas venezuela.

*ajperez@usb.ve*

### RESUMEN

Tomando como objetivo principal una consideración más detallada de *la posibilidad de reducir el estudio de la factorización en ideales de una ecuación diofántica a su factorización sobre un anillo cociente de un anillo de enteros algebraicos* [?], trataremos los siguientes temas:

1. Preliminares de la Teoría de Ideales en cuerpos numéricos [2].
2. Construcción de un anillo cociente de factorización única [3].
3. Una aplicación a las curvas elípticas [1].

### REFERENCIAS

- [1] KNAPP, A. (1992) *Elliptic Curves*. Princeton University Press.
- [2] MARCUS, D. (1977) *Number Fields*. Springer-Verlag.
- [3] PÉREZ-ARGUINZONES, A. J. (2012) *On quotient rings of algebraic integers*. In preparation.
- [4] PÉREZ-ARGUINZONES, A. J. (2012) *An application of quotient rings to diophantine equations*. In preparation.

## Capítulo 3

### ECUACIONES DIFERENCIALES Y SISTEMAS DINÁMICOS

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos.

### 3.1. Plenaria: Clasificación de Endomorfismos Cuadráticos en el Plano

Neptalí Romero

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado

Barquisimeto, Venezuela

*nromero@ucla.edu.ve*

#### RESUMEN

El propósito de la conferencia es presentar una clasificación genérica de las transformaciones cuadráticas del plano real, la cual es hecha en términos de los conjuntos de puntos críticos y de valores críticos; para cada una de las clases que determinan esa clasificación se hará una descripción de esos conjuntos y se exhibirán foliaciones mediante curvas simples y explícitamente caracterizadas.

Se entiende por *transformación cuadrática del plano* a cualquier aplicación  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que se expresa como:

$$F(x, y) = (q_1(x, y) + \ell_1(x, y), q_2(x, y) + \ell_2(x, y)), \quad (3.1)$$

donde  $q_i$  es una forma cuadrática,  $\ell_i$  es una función afín ( $i = 1, 2$ ), y al menos una de esas formas cuadráticas es no nula. Cualquiera de estas transformaciones se dice *no degenerada* si las formas cuadráticas correspondientes son linealmente independientes. Sea  $\mathfrak{Q}$  el conjunto de todas las transformaciones cuadráticas del plano dotado con la topología de los coeficientes. De (3.1) sigue que son requeridos doce coeficientes para describir cada  $F \in \mathfrak{Q}$ .

En  $\mathfrak{Q}$  considere aquellos endomorfismos no degenerados de la forma

$$F(x, y) = (pxy + ax + by + k_1, rx^2 + sy^2 + txy + cx + dy + k_2), \quad (3.2)$$

donde  $prs \neq 0$ . Se demuestra que el conjunto  $\mathfrak{Q}_g$  de los endomorfismos en  $\mathfrak{Q}$  que son afínmente conjugados a uno del tipo (3.2) es abierto y denso en  $\mathfrak{Q}$ .

Para establecer el principal resultado del minicurso recordamos algunos conceptos necesarios. Un par de transformaciones del plano se dicen *geométricamente equivalentes* si, y solo si, existen difeomorfismos  $\phi, \psi$  de  $\mathbb{R}^2$  tales que  $F \circ \phi = \psi \circ G$ ; una transformación  $F$  de  $\mathbb{R}^2$  es *geométricamente estable* si, y solo si, existe una vecindad  $C^1$  de  $F$  (en la topología de Whitney) tal que toda transformación en esa vecindad es geométricamente equivalente a  $F$ . Finalmente, dada una colección finita de enteros no negativos, digamos:  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ , se dice que una transformación  $F$  de  $\mathbb{R}^2$  es del tipo  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  si, y solo si, su conjunto de puntos regulares tiene  $n$  componentes conexas:  $R_1, R_2, \dots, R_n$  y tal que la preimagen de cada punto  $x \in R_i$  tiene  $a_i$  preimágenes,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Teorema.** *Cada una de las siguientes propiedades se cumplen:*

1. *El  $\infty$  es un atractor para todo  $F \in \mathfrak{Q}_g$ .*
2. *Todas las transformaciones en  $\mathfrak{Q}_g$  son geométricamente estables.*
3. *Existen solo dos clases:  $\mathfrak{Q}_g^-$  y  $\mathfrak{Q}_g^+$  de equivalencias geométricas en  $\mathfrak{Q}_g$ .*
4. *Cada  $F \in \mathfrak{Q}_g^-$  es del tipo  $(2, 4)$ , tiene grado  $\pm 2$  y el conjunto de puntos críticos es una elipse que contiene exactamente tres puntos cusp.*
5. *Cada  $F \in \mathfrak{Q}_g^+$  es del tipo  $(0, 2, 4)$ , tiene grado 0 y el conjunto de puntos críticos es una hipérbola que contiene exactamente un punto cusp.*

## REFERENCIAS

- [1] F. Bofill, J.L. Garrido, F. Vilamajó, N. Romero, A. Rovella. *On the Quadratic Endomorphisms of the Plane*. Advanced Nonlinear Studies. 4 (2004) 37–55.
- [2] J. Delgado, J.L. Garrido, N. Romero, A. Rovella, F. Vilamajó. *On the Geometry of Quadratic Maps of the Plane*. Sometido a publicación (2012).

## 3.2. Sobre un Problema No-lineal de Ondas

**Cristian Jesús Rojas**

Universidad del Atlántico

Barranquilla Colombia.

*crojasm@hotmai.com, cristian@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

En esta charla se estudiará un problema no-lineal de ondas, con datos iniciales periódicos y vía el uso de la transformada de Fourier, se verá como el problema lineal asociado nos permite obtener información del comportamiento asintótico de las soluciones del problema no-lineal teniendo como ambiente natural de solución a los espacios de Sobolev de cierto orden que nos garantizan existencia y unicidad de solución. También veremos como a pesar de la no-linealidad se preserva en la solución ciertas propiedades de los datos iniciales como la periodicidad y la simetría.

### REFERENCIAS

- [1] ADAMS, R. (1978) *Sobolev spaces*. Academic Press Inc., New York, EEUU.
- [2] NAKAO HAYASHI, PAVELNAUMKIN AND JOEL RODRIGUEZ. (2010) “Asymptotics of solutions to the periodic problem for the nonlinear damped wave equation.”.Birkhauser Verlag Basel/Switzerland 1021-9722. *Nonlinear Differ. Equ. Appl.*

### 3.3. Un Problema de Dirichlet para Funciones Monogénicas en un Álgebra de Clifford Dependiendo de Parámetros

Carmen Judith Vanegas Espinoza

Universidad Simón Bolívar

*cvanegas@usb.ve*

## RESUMEN

Las partes real e imaginaria de una función holomorfa en el plano complejo se conectan a través del sistema de Cauchy-Riemann. Es por esta razón que no es posible preescribir arbitrariamente los valores de frontera de la parte real y también aquellos de la parte imaginaria. Por el contrario, después de haber elegido los valores de frontera de la parte imaginaria, la parte real está (en dominios simplemente conexos) unívocamente determinada hasta una constante arbitraria. Por lo tanto para la parte real uno puede solamente prescribir arbitrariamente el valor en un punto.

Las funciones monogénicas son generalizaciones de las funciones holomorfas en el contexto del análisis de Clifford. Entonces las  $2^n$  componentes de valores reales de una función monogénica en  $\mathbf{R}^{n+1}$  también están conectadas por el sistema de Cauchy-Riemann en  $\mathbf{R}^{n+1}$  que consiste de  $2^n$  ecuaciones reales de primer orden.

En esta charla mostraremos la resolución de un problema de Dirichlet para una función monogénica en  $\mathbb{R}^3$ , con respecto a un álgebra de Clifford dependiendo de parámetros. Si los parámetros del álgebra de Clifford dependen de la variable  $x \in \mathbb{R}^3$ , entonces los coeficientes del sistema de Cauchy-Riemann para funciones monogénicas también dependen de  $x$ .

Este es un trabajo en conjunto con Wolfgang Tutschke de la Universidad Tecnológica de Graz, Austria.

## REFERENCIAS

- [1] TUTSCHKE W., VANEGAS C.J.(2011). *A boundary value problem for monogenic functions in parameter-dependent Clifford algebras*. Complex Variables and Elliptic Equations, Vol. 56 Issue 1, pp. 113 - 118.

### 3.4. Teorema de Extensión para Funciones Multi-monogénicas en Álgebras tipo Clifford

Eusebio Ariza

Universidad Simón Bolívar

Caracas, Venezuela.

*ennisrafael@gmail.com*

#### RESUMEN

En este trabajo se prueba un teorema de extensión tipo Hartogs para funciones multi-monogénicas con valores en el álgebra de Clifford  $A_n(2, \alpha_i, \gamma_{ij})$ . Para lograr esto se muestra la existencia de un desarrollo en series de potencias para el núcleo de Cauchy en  $A_n(2, \alpha_i, \gamma_{ij})$ . Via la Fórmula Integral de Cauchy en esta álgebra se obtiene una única extensión de las, así llamadas, funciones monogénicas con parámetro. La unicidad proviene del teorema de continuación analítica. Finalmente se obtiene el resultado requerido para funciones multi-monogénicas como una consecuencia de los anteriores.

#### REFERENCIAS

- [1] E. Ariza y C. Vanegas, *Teorema de extensión para funciones multimonogénicas en álgebras parametrizadas*, Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, **24**, 1, (2011), 5-17.
- [2] F. Brackx, R. Delanghe and F. Sommen. *Clifford Analysis*. London. Research Notes in Mathematics 76, Pitman Books Ltd., (1982).
- [3] L. Hörmander. *An Introduction to Complex Analysis in Several Variables*. Amsterdam. North Holland, (1990).
- [4] L. Hung Son, *Monogenic Functions with parameter in Clifford Analysis*. International Centre for Theoretical Physics, (1990), IC/90/25.
- [5] L. Hung Son, *An Extension Problem for Solutions of Partial Differential Equations in  $\mathbb{R}^n$* . Complex Variables, **15**, (1990), 87-92.
- [6] S.G. Krantz and H.R. Parks. *A Primer of Real Analytic Functions*, New York. Birkhäuser, (2002).

### 3.5. Integrabilidad y no-integrabilidad de Sistemas

#### Hamiltonianos

Germán Jiménez Blanco

Universidad del Norte Barranquilla, Colombia.

*gjimenez@uninorte.edu.co*

#### RESUMEN

En esta charla se presentará un recorrido por la mecánica clásica de Newton, pasando por Lagrange y llegando a las ecuaciones de Hamilton. Se presentará el concepto de integrabilidad de Sistemas Hamiltonianos en el sentido de Liouville, el cual involucra al paréntesis de Poisson y las integrales primeras. En particular la charla se centra en potenciales racionales de dos grados de libertad:

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2} + V(q_1, q_2), \quad V = \frac{\alpha}{\beta}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}[q_1, q_2].$$

Un criterio de integrabilidad que ha tenido éxito es la aplicación de la Teoría de Morales-Ramis, la cual relaciona la integrabilidad del Sistema Hamiltoniano con la integrabilidad en el sentido de la teoría de Galois diferencial de la ecuación variacional. Esta teoría fue extendida a variacionales de orden superior. La conferencia se basa en las referencias [1, 2, 3, 4, 5].

#### REFERENCIAS

- [1] ACOSTA-HUMÁNEZ, P. (2006) “La teoría de Morales–Ramis y el algoritmo de Kovacic”, *Lecturas Matemáticas*. Volumen Especial 21–56.
- [2] Acosta-Humánez, P. and Blázquez-Sanz, D. (2008) “Non-Integrability of some hamiltonian systems with rational potentials”. *Disc.Cont. Dyn. Sys. Series B* V. 10 265–293.
- [3] MORALES-RUIZ, J.J. (1999) *Differential Galois Theory and Non-integrability of Hamiltonian Systems*, Progress in Mathematics 179, Birkhäuser.
- [4] MORALES-RUIZ, J.J. AND RAMIS, J.P. (2001) “Galoisian obstructions to integrability of hamiltonian systems I & II”. *Methods Appl. Anal.* V. 8 no. 1, 33–95, 97–111.
- [5] MORALES-RUIZ, J.J., RAMIS, J.P. AND SIMÓ, C. (2007) “Integrability of hamiltonian systems and differential Galois groups of higher variational equations”. *Ann. Sci. École Norm. Sup.* V. 40 no. 6, 845–884.

## 3.6. Estudio del Sistema de Davey-Stewartson con Dato Inicial Singular

Jhean Eleison Pérez López

Universidad Industrial De Santander

*jhean754@hotmail.com*

### RESUMEN

El sistema de Davey-Stewartson (DS) modela la evolución de ondas de agua débilmente no lineales que viajan predominantemente en una dirección, pero en las cuales la amplitud de onda es modulada suavemente en dos direcciones horizontales. El sistema fue propuesto inicialmente por Davey y Stewartson [1] y en forma adimensional se escribe como

$$\begin{cases} i\partial_t u + \delta\partial_x^2 u + \partial_y^2 u = \chi u|u|^2 + \gamma u\partial_x v & (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad t \in \mathbb{R}, \\ \partial_x^2 v + m\partial_y^2 v = \partial_x(|u|^\rho) & (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad t \in \mathbb{R}, \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (3.3)$$

Donde  $u(x, y, t)$  representa la amplitud (compleja) y  $v(x, y, t)$  representa la velocidad media potencial (real). El sistema (3.3) ha sido estudiado ampliamente en el contexto de los espacios  $L^p$  y los espacios  $H^s$ .

El objetivo de esta charla es mostrar algunos resultados de existencia, unicidad y comportamiento asintótico de soluciones en espacios de Lorentz  $L^{p,d}$ , del siguiente sistema DS generalizado

$$\begin{cases} i\partial_t u + \delta\partial_{x_1}^2 u + \sum_{j=2}^n \partial_{x_j}^2 u = \chi u|u|^\rho + \gamma u\partial_{x_1} v, & x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}, \\ \partial_{x_1}^2 v + m\partial_{x_2}^2 v + \sum_{j=3}^n \partial_{x_j}^2 v = \partial_{x_1}(|u|^\rho), & x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}, \\ u(x, 0) = u_0(x). \end{cases}$$

## REFERENCIAS

- [1] A. Davey, K. Stewartson, *On Three-Dimensional Packets of Surface Waves*, Proc. R. Soc. Lond. A. 338 (1974), 110-110.
- [2] J-M. Ghidaglia, J-C. Saut, *On the initial value problem for the Davey-Stewartson systems*, Nonlinearity, 3 (1990), 475-506.
- [3] X. Zhao, *Self-similar solutions to a generalized Davey-Stewartson system*, Math. Compu. Modelling 50 (2009), 1394- 1399.
- [4] Y. Wang, *The Cauchy problem for the elliptic-hyperbolic Davey-Stewartson system in Sobolev space*, J. Math. Anal. Appl. 367 (2010), no. 1, 174–192.
- [5] J. Bergh, J. Lofstrom, *Interpolation Spaces. An introduction*, Springer, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, No. 223, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1976.

## 3.7. Modelado de Membranas con Diferentes Geometrías Usando Matlab

**Jorge Robinson Evilla**

Universidad del Atlántico- Universidad del Norte.

*jorge.is.robinson@gmail.com*

### RESUMEN

El objetivo de este trabajo es introducir el modelado de membranas de geometría básica, es decir, circulares, triangulares y rectangulares, usando Matlab. Se mostrará y analizará un algoritmo que permita determinar desplazamientos de puntos de las membranas dependiendo de su densidad, su geometría y las fuerzas aplicadas sobre ella.

Se comparará la ventaja de trabajar con Matlab, considerando situaciones sumamente complicadas, en cuanto a cálculos para ser realizadas sin el apoyo del computador. Otro objetivo es motivar el trabajo con matlab para solución de problemas de modelado que utilizan ecuaciones diferenciales parciales. La solución de ecuaciones diferenciales parciales usando métodos numéricos tiene un gran campo de aplicación además de ser una alternativa rápida y eficiente ante situaciones físicas y matemáticas, de gran complejidad.

### REFERENCIAS

- [1] DANAILA, I., JOLY, P., KABER, S. Y POSTEL, M. (2010) *An Introduction to Scientific Computing*. Springer, New York, EEUU.
- [2] GRASELLI, M. Y PELINOVSKY, D. (2008) *Numerical mathematics*. Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Mass., EEUU.
- [3] RIZWAN BUTT (2008) *Introduction to numerical analysis using MATLAB*. Infinity Science, Hingham, Mass., EEUU.

## 3.8. Endomorfismos del Tipo Horizontal en el Plano

Neptalí Romero

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado

Barquisimeto, Venezuela

*nromero@ucla.edu.ve*

### RESUMEN

Una función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  se dice *horizontal* si es clase  $C^2$  y la matriz hessiana en cada punto está acotada uniformemente lejos de 0; es decir, existe  $\alpha > 0$  tal que para todo  $z \in \mathbb{R}^2$  se cumple que si  $H_f(z)$  es la matriz hessiana de  $f$  en  $z$ , entonces  $\langle H_f(z)v, v \rangle \geq \alpha$  para todo vector unitario  $v$ . Una transformación  $F$  del plano real se dice *endomorfismo horizontal* si existe una función horizontal  $f$  de forma que

$$F(x, y) = (y, f(x, y)), \text{ para todo } (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

En la charla analizaremos el conjunto de puntos con órbita acotada para una familia uniparamétrica de endomorfismos horizontales del plano  $F_\mu(x, y) = (y, f_\mu(x, y))$ , donde  $f_\mu = f - \mu$  y  $f$  horizontal.

Los resultados a exponer forman parte de un trabajo que está siendo desarrollado con Jesús Silva y Ramón Vivas, de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado y Universidad Nacional Politécnica Antonio José de Sucre (Barquisimeto, Venezuela).

### REFERENCIAS

- [1] N. Romero, A. Rovella and F. Vilamajó, *On the dynamics of  $n$ -dimensional quadratic endomorphisms*, Commun. Math. Phys. (**195**) (1998), 295–308.
- [2] N. Romero, A. Rovella & F. Vilamajó. *Dynamics of vertical delay endomorphisms*. Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series B. Vol. **3(3)** 409–422 (2003).
- [3] N. Romero, J. Silva & R. Vivas. *Dynamics of planar horizontal delay endomorphisms*. Sometido a publicación (2012)
- [4] A. Rovella and F. Vilamajó, *Convex delay endomorphisms*, Commun. Math. Phys. (**174**) (1995), 393–407.

## 3.9. Sobre Campos Vectoriales Polinomiales Tipo Schrödinger

Primitivo Acosta-Humánez

Universidad del Norte Barranquilla, Colombia.

*pacostahumanez@uninorte.edu.co*

### RESUMEN

Sea el campo vectorial polinomial y la ecuación de Schrödinger dados respectivamente por

$$X := \begin{cases} \dot{x} &= P(x, y) \\ \dot{y} &= Q(x, y) \end{cases}, \quad \Psi_{xx} = (V(x) - \lambda)\Psi.$$

En esta exposición abordaremos el problema de construir nuevos campos vectoriales polinomiales a través de campos vectoriales obtenidos mediante la ecuación estacionaria y unidimensional de Schrödinger. Es bien conocido que a través de la transformación de Darboux se pueden construir nuevos potenciales, por ende nuevas soluciones, para una ecuación de Schrödinger dada. Siguiendo el mismo método de Darboux, se construyen nuevos campos vectoriales polinomiales, por ende integrales primeras y demás elementos del campo vectorial, a través de una transformación de Darboux para este tipo de campos. Se finalizará la charla con la presentación de algunos campos vectoriales polinomiales tipo Schrödinger con potenciales provenientes de la mecánica cuántica supersimétrica. La conferencia se basa en las referencias bibliográficas [1, 2] y es un trabajo conjunto con Chara Pantazi.

### REFERENCIAS

- [1] ACOSTA-HUMANEZ, P. (2010) *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The integrability analysis of the Schrödinger equation by means of differential Galois theory*. VDM Verlag Dr Müller, Germany.
- [2] ACOSTA-HUMANEZ, P AND PANTAZI, CH. (2012) “Darboux Integrals for Planar Vector Fields via Darboux Transformations”. *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications* V. 8, 043, 26 pages.

## 3.10. Simulación de Flujo Pluvial Mediante Autómatas Celulares

José Manuel Gómez Soto

Universidad Autónoma de Zacatecas, México.

*jmgomezuam@gmail.com*

### RESUMEN

En esta charla se presenta la problemática del agua en el planeta y se muestra como algunos de sus problemas pueden ser abordados simulando el flujo pluvial mediante autómatas celulares. Un autómata celular es un sistema dinámico que cambia su espacio en intervalos discretos de tiempo. Mediante un autómata celular en tres dimensiones se define la simulación del flujo pluvial y su implementación se realiza mediante modelado basado en agentes sobre datos reales de elevación digital. Se ilustra el modelo con una de sus aplicaciones: la construcción de presas.

### REFERENCIAS

- [1] TOMMASO TOFFOLI, NORMAN MARGOLUS. (1987) *Cellular Automata Machines: A New Environment for Modeling*. MIT Press.
- [2] JOHN BOHANNON (2006) “Running Out of Water—and Time”. *Science* V. 25, 1085–1087.
- [3] HAROLD V. MCINTOSH. (2009) *One Dimensional Cellular automata*. Luniver Press.

### 3.11. Cursillo: Problemas de Valores de Frontera Básicos en Análisis Complejo

Carmen Judith Vanegas Espinoza

Universidad Simón Bolívar Caracas, Venezuela.

*cvanegas@usb.ve*

## RESUMEN

Análisis complejo es un campo de la matemática que tiene mucha interacción con otras áreas como álgebra, geometría, ecuaciones diferenciales, análisis armónico, teoría de operadores, etc. Algunas de sus aplicaciones clásicas son en teoría de elasticidad, dinámica de fluidos, acústica y mecánica cuántica. En particular la teoría de problemas de valores de frontera para funciones analíticas ha jugado un papel importante en el desarrollo de otras teorías matemáticas como la teoría de ecuaciones integrales singulares.

En este cursillo se pretende introducir a los participantes en los problemas de valores de frontera de Schwarz, Dirichlet y Neumann en el contexto del análisis complejo. Para ello mostraremos primero algunas fórmulas de representación de funciones, que luego usaremos en la representación de las soluciones de los problemas mencionados. Estas fórmulas se van a derivar de la Fórmula integral de Gauss conocida como Teorema de la divergencia. Los problemas serán planteados para operadores diferenciales parciales de primer orden como el operador de Cauchy-Riemann y para algunos de segundo orden como el operador de Laplace. El dominio donde desarrollaremos estos problemas será el disco unitario. Si el tiempo lo permite presentaremos algunos problemas en dominios no acotados y problemas de valores de frontera combinados.

## REFERENCIAS

- [1] AKSOY Ü., ÇELEBI O., (2010). “A Survey on Boundary Value Problems for Complex Partial Differential Equations”. *Advances in Dynamical Systems and Applications*. Vol. 5, Number 2, 133-158.
- [2] BEGEHR H., (2005). “Boundary value problems in complex analysis I, II”. *Bol. Asoc. Mat. Venezolana*. Vol. XII, No. 2, 65- 85; 217-250.
- [3] BEGEHR H., VANEGAS C.J., (2006). “Iterated Neumann problem for the higher order Poisson equation”. *Mathematische Nachrichten*, Vol. 1-2, 38-57.
- [4] BEGEHR H., KUMAR A., SCHMERSAU D., VANEGAS C.J., (2005). “Mixed complex boundary value problems in complex analysis”. *Proc. 12., International Conference of Finite, Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications*, Tokyo, Japan, eds. H. Kazama, M. Morimoto, C.C. Yang. Kyushu Uni. Press, Fukuoka, 25-40.
- [5] DITEODORO A.N., VANEGAS C.J, (2012). “(Dirichlet-Neumann)-Schwarz problem for the nonhomogeneous tri-analytic equation” por aparecer en *Bol. Asoc. Mat.Venezolana*.
- [6] LINARES Y., VANEGAS C.J. (2012). “A Robin boundary problem for the Bitsadze equation”. preprint.
- [7] LINARES Y., VANEGAS C.J. (2012). “Problema de Robin para la ecuación de Cauchy Riemann en el primer cuadrante”. preprint.

## Capítulo 4

### EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Educación Matemática.

## 4.1. Diversidad en el Tratamiento de Ecuaciones Diferenciales en Textos para Ingeniería

A. Arnulfo - A. Kurdobrin- P. Sabatinelli

Facultad De Ciencias Exactas

Ingeniería y Agrimensura

Universidad Nacional de Rosario, Argentina

*kurdobri@fceia.unr.edu.ar*

### RESUMEN

Las ecuaciones diferenciales constituyen uno de los temas más antiguos en las matemáticas modernas. Poco después que Newton y Leibniz inventaran el cálculo; Bernoulli, Euler y otros comenzaron a estudiar la ecuación del calor y de ondas. Incluso Newton resolvió ecuaciones diferenciales en el estudio del movimiento planetario y de óptica.

En la actualidad las ecuaciones diferenciales constituyen el eje para el estudio de la ingeniería y de muchas otras ciencias que tienen que ver con el diseño de modelos matemáticos.

La resolución de problemas facilita el aprendizaje de los conceptos, estimula el pensamiento independiente, reclama el gusto por descubrir, por cuestionar, por asumir el protagonismo del propio aprendizaje y además provoca satisfacción por el logro obtenido. Un modelo matemático es una descripción, a menudo por medio de una función o de una ecuación, de un fenómeno del mundo real. La finalidad del modelo es comprender el fenómeno y hacer predicciones acerca de su comportamiento futuro.

En este trabajo realizamos una revisión y análisis de libros que desarrollan el tema ecuaciones diferenciales y mostramos la resolución de algunos problemas de aplicación extractados de ellos.

### REFERENCIAS

- [1] DERRICK, W., GROSSMAN, S. (1983) *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. Fondo Educativo Interamericano, Méjico DF, Méjico.
- [2] KREIDER, D., KULLER, R., OSTEBERG, D. (1971) *Introducción al Análisis Lineal (v. II)*. Fondo Educativo Interamericano, Méjico DF, Méjico.
- [3] PEREZ, C. (2002) *Matlab y sus aplicaciones en las Ciencias y la Ingeniería*. Prentice Hall, Madrid, España.

## 4.2. Plenaria: As Abordagens Êmica, Ética e Dialética no Campo de Pesquisa da Etnomodelagem

Daniel Clark Orey

*oreydc@cead.ufop.br*

Milton Rosa

*milton@cead.ufop.br*

Centro de Educação Aberta e a Distância

Universidade Federal de Ouro Preto

Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil

### RESUMO

Neste artigo, oferecemos um conceito alternativo de pesquisa por meio da aquisição dos conhecimentos êmico e ético para a implementação da etnomodelagem, que tem o objetivo de conectar os aspectos culturais da matemática com os seus aspectos acadêmicos. Nessa perspectiva, a utilização das abordagens êmica e ética facilita a tradução de situações-problema presentes nos sistemas, retirados da realidade de grupos culturais distintos, para a matemática acadêmica. O conhecimento êmico é essencial para a compreensão intuitiva e empática das práticas matemáticas desenvolvidas por um determinado grupo cultural enquanto o conhecimento ético é essencial para a comparação entre essas práticas. Discutimos também a abordagem dialética para a pesquisa em etnomodelagem, que utiliza ambos os conhecimentos êmico e ético por meio de um processo dialógico, auxiliando uma compreensão mais completa sobre o conhecimento das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de distintos grupos culturais. Nesse sentido, o conhecimento êmico é uma valiosa fonte de inspiração para a elaboração de hipóteses éticas. Nesse contexto dialético, um currículo matemático baseado na perspectiva da etnomodelagem favorece o desenvolvimento da geração do conhecimento

matemático para garantir a integração equilibrada do domínio efetivo dos objetivos educacionais, que são essenciais para o reconhecimento e utilização do conhecimento êmico dos alunos.

Palavras-chave: Etnomodelagem, Etnomodelos, Abordagem Êmica, Abordagem Ética, Abordagem Dialética

## REFERENCIAS

- [1] Bassanezi, B. C. (2002) Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo, SP: Editora Contexto
- [2] D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. A Educação Matemática em Revista, v. 1, n. 1, p. 5-11.
- [3] Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In SELIN, H. (Ed.). Mathematics across culture: the history of non-western mathematics. Dordrecht, Netherlands: Kulwer Academic Publishers, 2000. pp. 239-252.
- [4] Pike, K. L. (1954). Emic and etic standpoints for the description of behaviour. Glendale, IL: Summer Institute of Linguistics, 1954.
- [5] Rosa, M; Orey. D.C. (2003) Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! BOLEMA, v. 16, n. 20, p. 1-16.

### 4.3. Tendiendo Puentes Entre la Clase de Matemáticas y el Contexto de los Estudiantes Fuera de la Escuela

Ivonne María Suárez Higuera

Universidad de los Andes, Bogotá D.C., Colombia

*imsuarezh@gmail.com*

#### RESUMEN

El estudio se encuentra inscrito en la Maestría en Educación, énfasis en investigación y concentración en Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas - CTIM del Centro de Investigación y Formación en Educación - CIFE de la Universidad de los Andes. El problema de investigación está inscrito en el paradigma constructivista y en dos corrientes de la Etnomatemática, las cuales se preocupan por la caracterización del conocimiento matemático que se utiliza en la realización de actividades fuera de la escuela, y de las posibles relaciones que se pueden configurar entre la etnomatemática y la educación matemática. La naturaleza del estudio es de tipo cualitativo y se realizó en el contexto de la escuela como fuera de la escuela. El problema de investigación se abordó a través de la pregunta de investigación: cómo se pueden tener en cuenta en la clase de matemáticas, nociones matemáticas que los estudiantes utilizan en actividades que realizan fuera de la escuela. Los principales resultados del estudio fueron los siguientes:

1. La complejidad del contexto frente al aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes
2. La posibilidad de tender puentes entre la clase de matemáticas y el contexto de los estudiantes fuera de la escuela, a través del diseño de un ambiente de aprendizaje

3. La propuesta de algunas preguntas de investigación que resultaron de las reflexiones realizadas durante la etapa del análisis de los datos del estudio.

## REFERENCIAS

- [1] Beyer, W. O. (2005) Matemáticas, desarrollo humano, cultura y naturaleza. Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática: Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina (pp. 277-312). Bolivia y Venezuela: Editorial Campo Iris".
- [2] Bishop, A. J. (1999) Enculturación matemática. (Ediciones Paidós Ibérica, S.A.,) Barcelona.

## 4.4. Razonamiento y resolución de problemas en las clases de matemáticas

**María José Ortega Wilches**

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, IPC, Venezuela

*mariajoseow@gmail.com*

**Alejandro urieles Guerrero**

Universidad Simón Bolívar. Caracas, Venezuela

*aurielesg@gmail.com*

### RESUMEN

El razonamiento matemático es de gran importancia en las clases de matemática porque permite a los estudiantes comprender y expresar fenómenos al tiempo que son capaces de hacer conjeturas y justificar resultados. Así, es tarea del docente generar una práctica pedagógica que induzca al razonamiento matemático de sus discentes. Por ello, el presente trabajo tiene como finalidad indagar desde el punto de vista teórico los efectos produce una estrategia centrada en la resolución de problemas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de secundaria, partiendo de la premisa que este tipo de estrategia es donde el razonamiento matemático encuentra una de las mejores formas de manifestarse. Para tal fin, se consideraron los aportes teóricos de matemáticos como de Polya (1975), Schoenfeld (1985) y Lester (1985) en la teoría de resolución de problemas; Flavell (1979), Burón (1996) y Davinson y Stenberg (1998) en la Metacognición y autores como Archer (2010) y Lithner (2000) en el razonamiento matemático.

### REFERENCIAS

- [1] ARCHER, M. (2010). *Estudio de casos sobre el razonamiento matemático de alumnos con éxito académico en la ESO*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Barcelona, España.
- [2] BURÓN, J. (1996). *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [3] FLAVELL, J. (1979). *Metacognition and cognitive monitoring*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [4] LITHNER, J. (2000). *Mathematical reasoning in task solving*. Educational studies in mathematics, (41), 165-190.
- [5] POLYA, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- [5] SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

## 4.5. Plenaria: Concretando Aprendizajes. Relacionando Conceptos Matemáticos Abstractos

Mónica Caserio - Ana María Vozzi

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura (FCEIA)

Universidad Nacional de Rosario (UNR)

*mbcaserio@yahoo.com.ar- amvozzi@fceia.unr.edu.ar*

### RESUMEN

En matemática es fundamental que el conocimiento adquirido en determinado contexto sea trasladado al aprendizaje de situaciones nuevas. Diseñamos una propuesta didáctica para aplicarla en una unidad temática de la asignatura Álgebra y Geometría como es *Sistema de ecuaciones lineales*, en pos de potenciar en los alumnos la lectura reflexiva, el análisis lógico-matemático de las situaciones problemáticas, la fluidez en la decodificación, el hábito de *comunicar*, la autonomía, el autoaprendizaje, intentando desarrollar una metodología que propicie la participación activa, nuevos enfoques formativos, procedimientos y estrategias de búsqueda, procesamiento y utilización pertinente de la información. Consideramos que la estrategia, basada en el planteo de problemas, es muy eficaz para favorecer el desarrollo cognitivo, dado que de esta manera el estudiante tiene la oportunidad de *darse cuenta* que ante determinadas problemáticas no es fácil responder, que no alcanza con una respuesta superficial sobre el asunto y no es consistente cuando se lo analiza con mayor profundidad, hecho que obliga al mismo a seguir investigando, indagando.

### REFERENCIAS

- [1] EGGEN, PAUL D. Y KAUCHAK, DONALD P (1999) *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. Fondo de Cultura Económica. México.

- [2] GUZMAN, M. DE (1989) *Tendencias actuales en la Enseñanza de las matemáticas*. Studia Pedagogica. Revista de ciencias de la educacion. Madrid-Espana.
- [3] ELLIOT, J(1994) *La investigacion accion en la educacion*. Ed. Morata, Mexico.
- [4] MOOL,L.1990 *Introduction to the Book Vigotsky and Education*. Cambridge University Press- New York.
- [5] POLYA, G.1998 *Cómo plantear y resolver problemas*.Ed. Trillas- Mexico.
- [6] SCHOENFELD , ALAN H 1985 *La enseñanza de la matemática a debate*.Min de Educación y Ciencia. Madrid

## 4.6. Plenaria: Formación Matemática en Carreras no Matemáticas

Martha Elena Guzmán

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura (FCEIA)

Universidad Nacional de Rosario (UNR)

*guzmartha@yahoo.com*

### RESUMEN

La Matemática en la formación de profesionales no Matemáticos pone el acento en la vinculación de la disciplina con las otras Ciencias y con la Tecnología. Para un matemático *realidad* es la Matemática misma, su objeto. Para un profesional no matemático la *realidad* es otra y la disciplina es válida en cuanto se convierte en una herramienta que le ayuda a interpretar y transformar esa realidad. En particular, esta presentación se circunscribe al Aprendizaje y la Enseñanza de la Matemática Básica en Carreras de Ingeniería y a las acciones y propuestas que al respecto se instrumentan en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad de Rosario. Acciones que buscan acortar la distancia entre los conocimientos, habilidades y métodos de trabajo previos -que en muchos casos son causas de recursado de materias o de deserción- y los mínimos necesarios para abordar la carrera. Además se muestran investigaciones, a nivel docencia, basadas en la necesidad de profundizar en los elementos que intervienen tanto en la etapa del diseño de las asignaturas de matemática, como en los que deben atenderse durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje y que pueden incidir favorablemente en la actitud de los estudiantes hacia el estudio de las asignaturas de matemática y de manera positiva en su formación de Ingeniero y posterior ejercicio profesional.

## REFERENCIAS

- [1] FERNANDEZ, V.Y OTROS (1999) *Educación Matemática para no matemáticos*. Universidad de San Juan, San Juan, Argentina.
- [2] 3ER TALLER SOBRE COMPETENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA EN ARGENTINA(2006) XXIX Reunión Plenaria de CONFEDI(Consejo Federal de Decanos de Ingeniería), La Plata, Argentina.
- [3] ANIDO, M. GUZMÁN, M (2006-2009) *Programa: La formación Matemática en Carreras no Matemáticas* Cód.19/212 UNR-FCEIA, Rosario, Argentina.
- [4] CASERIO, M. GUZMÁN, M. VOZZI, A.M.(2005) *Una reflexión sobre la Didáctica de la Matemática en el Nivel Básico Universitario* FCEIA- UNR, Rosario, Argentina.

## 4.7. Cosmovisión Numérica de la Cultura Arhuaca

Ever de la Hoz Molinares

*everdelahoz@unicesar.edu.co*

Omar Trujillo Varilla

*omartrujillo@unicesar.edu.co*

Jesús Valencia Bustamante

*jvalencia@unicesar.edu.co*

Universidad Popular del Cesar, Colombia

### RESUMEN

En esta investigación se muestra como es el sistema de numeración y el conocimiento matemático en la cultura Arahua de la Sierra Nevada de Santa Marta. Su manera de expresar los conceptos de orden, de número, la cohesión lógica, las concepciones del espacio y el entorno. Una visión integral del todo, la organización del sistema, sus partes en la unidad y la multiplicidad de la composición, siguiendo un proceso de abstracción que se desarrolla a partir de su ley de origen del ordenamiento natural. También como la comunidad utiliza su sistema de numeración en algunas de sus actividades cotidianas, su forma de transmitir y de desarrollar sus conocimientos. Por último, se presenta un análisis de las similitudes y diferencias con el sistema decimal.

### REFERENCIAS

- [1] Aroca Araujo, Armando (2009) *Geometría en las mochilas arahuacas. Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*. Programa Editorial Universidad del Valle, Cali-Colombia.
- [2] D'ambrosio, U. (1985). *Socio-Cultural Bases for Mathematics Education*. Campinas, UNICAMP. Brasil.
- [3] Torres, C. Izquierdo, A. Aguilar, C. (s.f.) *Zarinzumaamu'kwianugweterawaikunniwiumukezanu: Semillas, personales y corazones espirituales en arahuaco*. Cartilla arahuaca. Valledupar, Colombia.
- [4] Zalabata Torres, Rubiel. (2000) *Cosmogonía arahuaca, Memorias de la conferencia dictada a la expedición nacional*. Pueblo Bello Cesar.

## 4.8. Construcción De Las Ecuaciones Matemáticas En La Ciencia Física

**Pedro A. León Tejada**

Universidad de la Guajira Riohacha, Colombia

*pedroleon4087@hotmail.com*

### RESUMEN

El lenguaje de la Física requiere de ecuaciones Matemáticas para comprender y construir las leyes Físicas, las cuales traducen relaciones entre conceptos como, proporcionalidad directa o proporcionalidad inversa. El estudio surge de las dificultades presentadas por los estudiantes al momento de resolver los problemas y desarrollar los análisis experimentales en las asignaturas de Matemáticas I, en general y de Física I, en particular. Se escogieron 48 estudiantes, los cuales fueron distribuidos en dos grupos de 24 estudiantes cada uno, denominados grupo Control y grupo Experimental. El grupo Control siguió su proceso curricular y metodológico convencional, mientras que al grupo Experimental se le aplicó la estrategia metodológica fundamentada en la Construcción de Ecuaciones Matemáticas a partir del estudio y análisis de fenómenos físicos; más específicamente el método se considera como: La Matematización de los fenómenos en Física para mirar el comportamiento y la relación entre las variables experimentales de estudio en dicho fenómeno. El estudio comenzó con una valoración previa (Evaluación Experimental de un fenómeno Físico) que determinó el diagnóstico inicial y finalizó con una valoración posterior, que sirvió como referencial para determinar el efecto de la aplicación de la estrategia utilizada. Los resultados fueron satisfactorios, evidencian ventaja en el grupo Experimental sobre el grupo Control y reflejan que es significativa la diferencia observada en el comportamiento de ambos grupos. Es decir el grupo Experimental se destacó y mostró ventajas sobre el grupo Control al momento de

resolver problemas Experimentales, mediante La Matematización de los fenómenos Físicos, y su aplicación para el análisis de los resultados obtenidos.

## REFERENCIAS

- [1] Díaz, L. Carlos (1994) Introducción a la Mecánica, Bogotá D.C-Colombia.
- [2] Arrieta, P. Xiomara (1999) Prácticas de Física, Maracaibo- Venezuela.
- [3] Hewit, Paul (1998) Manual de Laboratorio de Física, New York-EEUU.
- [4] Sears y Zemansky. Freedman Young (2006) Física Universitaria I.
- [5] Lea Susan- Burke John R. (2001) La Naturaleza de las Cosas Física I.
- [6] Cortijo Jacomino, Renè (1996): Didáctica de las ramas Técnicas, La Habana- Cuba.

## 4.9. Plenaria: Educación Matemática y Subjetividad

**Paola Valero**

Universidad de Aalborg, Dinamarca

*paola@learning.aau.dk*

### RESUMEN

En la investigación internacional en educación matemática ha habido una apertura en los paradigmas de investigación, que ha llevado a la comprensión de la educación matemática no sólo como fenómenos cognitivos sino como prácticas sociales, culturales y políticas. En este "viraje" hacia lo social, cultural y político ha habido numerosas investigaciones que discuten no sólo los problemas de cómo los maestros pueden mejorar procesos didácticos que lleven a la mejora del aprendizaje de sus estudiantes. La educación matemática crítica, por ejemplo, ha contribuido a iluminar asuntos como la importancia y el efecto de las matemáticas en la formación de estructuras de riesgo en la sociedad; la organización de las prácticas escolares y su implicación en el mantenimiento de la exclusión de estudiantes de su participación en la educación y a la larga de su acceso a muchos recursos sociales y culturales, e incluso el papel de la investigación en educación matemática misma en la reproducción de inequidades sociales (Paola Valero & Skosvmose, 2012).

Uno de los problemas más recientes de la investigación sociopolítica es el entender la importancia de la educación matemática no en términos de la supuesta relevancia de su contenido (las matemáticas como conjunto de conocimiento), sino en términos de la significancia de las matemáticas escolares como un área del currículo escolar que cumple un papel central en la fabricación de sujetos históricos, sociales, culturales, políticos y económicos (P Valero, García, Camelo, Mancera, & Romero, 2012, in press). Pensar la educación matemática desde la perspectiva de su contribución a la construcción de subjetividad permite pensar de una

manera diferente lo político en la educación matemática y nos invita tanto a profesores como investigadores a preguntarnos por cómo efectuamos poder en los estudiantes a través de la enseñanza de las matemáticas.

## REFERENCIAS

- [1] Valero, P., García, G., Camelo, F., Mancera, G., & Romero, J. (2012, in press). Mathematics education and the dignity of being. *Pythagoras. Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa*.
- [2] Valero, P., & Skosvmose, O. (Eds.). (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

## 4.10. La Teoría de Respuesta al ítem en la Evaluación de Pruebas Estandarizadas

Ramón Antonio Matos Mareño

Universidad del Atlántico

Barranquilla, Colombia

*ramonmatos@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

La teoría de respuesta al ítem es un modelo de medición educativa que permite cuantificar un rasgo latente del evaluado. El objetivo de este trabajo es exponer la lógica y fundamento estadístico que implica el uso de la teoría de respuesta al ítem en la evaluación estandarizada, pruebas Saber 11, aplicadas a los escolares colombianos al culminar sus estudios secundarios. Se ilustran el análisis conceptual a los resultados de las pruebas saber 11 2011.

### REFERENCIAS

- [1] Baker, F. (2001). The basics of ítem response theory. Eric.
- [2] Muñoz Fernandez, J.(1997), Introducción a la teoría de respuesta a los ítems. Ed. Pirámide. Madrid.
- [3] Hambleton, Ronald K.(1991) Fundamentals of Item Response Theory. SAGE Pub. Newbury California.
- [4] Base de datos con resultados pruebas saber11 2011-1. Icfes. <ftp://ftp.icfes.gov.co>

## 4.11. La Evaluación en la Resolución de Problemas Matemáticos. Desde la Perspectiva de Varios Autores

Andrés Armando Hernández Córdova

Universidad Simón Bolívar, Caracas. Venezuela

*anhernan9@gmail.com*

### RESUMEN

A lo largo de los años la resolución de problema se ha convertido en un tema de discusión en las agendas de investigación en educación matemática, como también en las propuestas del currículo matemático y las prácticas instruccionales. Uno de los aspectos más difíciles en las prácticas instruccionales es el cómo evaluar la resolución de problemas como estrategia didáctica. Es por esto que el objetivo general de esta propuesta es hacer una comparación de diferentes autores sobre la evaluación de los procesos de la solución de problemas matemáticos, y además cuales aspectos son necesarios, para utilizar la resolución de problemas como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas. Entre los autores que se va a utilizar tenemos: Barrientos, Clark, Flores, Moya, Schoenfeld y Serres.

### REFERENCIAS

- [1] BARRIENTOS, O. (2010) *La actitud científica ante la resolución de problemas matemáticos*. La Paz: IICAB, Bolivia.
- [2] CLARK, D. (2002) *Evaluación constructiva en matemáticas*. México: Iberoamérica. Traducción Homero Flores.
- [3] FLORES, H. (2009) "Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula". *Educación Matemática*. 21(2). 117-142
- [4] MOYA, A. (2001) *Reflexiones sobre la teoría y la práctica de Evaluación en la Educación Matemática. Retos y Logros*. Caracas: UPEL-IJMSM: Subdirección de Investigación y Postgrado.

## 4.12. El Doblado del Papel Para la Construcción de Triángulos

Andrés Armando Hernández Córdova

Universidad Simón Bolívar, Caracas. Venezuela

*anhernan9@gmail.com*

### RESUMEN

Es frecuente en la educación que los docentes del área de Matemáticas descuiden la enseñanza de la Geometría en los diferentes cursos, porque ésta se deja para las últimas semanas de trabajo del año escolar o porque, por diferentes circunstancias simplemente no se trabaja. Así, no se le da la relevancia que posee; relegándola a un segundo plano de los intereses profesoriales y convirtiéndose entonces en la primera dificultad para el aprendizaje de los estudiantes. El objetivo general de la presente investigación es diseñar una propuesta pedagógica con la intención de generar procesos de construcción e identificación de propiedades y relaciones de figuras geométricas, en este caso el triángulo, que permitan llegar a la generalización y por lo tanto, a desarrollar la capacidad de abstracción. Se utilizará el plegado del papel para estudiar algunos conceptos de las matemáticas, como la definición y propiedades de los triángulos, además de los puntos y líneas notables de estos. Se planificarán actividades para que el estudiante desarrolle ciertas habilidades con el fin de ir construyendo las definiciones y significados de estos tópicos de la geometría. La utilización del plegado le permite al estudiante explorar dentro de sus habilidades; desarrollar una mejor visión de las propiedades y/o características de los objetos geométricos a través de la manipulación directa; permitiéndoles ampliar su proceso cognitivo para luego en común acuerdo llegar a una conclusión.

## REFERENCIAS

- [1] Corberán, Rosa. Didáctica de la geometría : modelo Van Hiele (1 edición). Universidad de Valencia. Servicio de Publicaciones. pp. 100.
- [2] González, N. y Larios, V. (1997) El doblado de papel: Una experiencia en la enseñanza de la geometría, Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- [3] Ausubel, D. (1968). Psicología Educativa.
- [4] Victoria, J. (2006) El Origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría, Perú. (Archivos Internet).

## 4.13. Plenaria: Un Modelo de Formación de Educadores Aplicando Modelaje y Acompañamiento Pedagógico

Claudia María Lara Galo  
*claudialaragalo@gmail.com*

Dinno Zaghi  
*dinnozaghi@gmail.com*

Facultad de Educación  
Universidad Panamericana UPANA  
Jalapa, Guatemala.

### RESUMEN

La propuesta de formación de educadores, que se está implementando en Guatemala en este momento, pretende resolver el problema generado por las capacitaciones dirigidas a docentes en servicio que no tienen el impacto deseado en el aula. Está dirigida a maestros del nivel "elemental" (niños de 7 a 12 años) en las áreas de Comunicación y Lenguaje y de Matemáticas. Incluye modelaje y acompañamiento pedagógico para incidir directamente en las prácticas cotidianas de los maestros, en su actitud y en el cambio de calidad dentro de las aulas. Entre otros, se facilitan talleres lúdicos, se usa material concreto y se promueven actividades en equipo. En el caso de Matemáticas, se usa el diálogo matemático y un enfoque comprensivo en un ambiente sin tensión. Aprovechando un entorno con TICs y con un acompañamiento pedagógico directo, hemos logrado resultados que fortalecen el modelo que podría ser aplicado en otros niveles y áreas.

**Palabras-clave:** formación de educadores, modelaje, acompañamiento pedagógico/coaching educativo.

## REFERENCIAS

- [1] Banco Mundial. (2008) Indicadores de Desarrollo Mundial (IDM). Consulta en <http://datos.bancomundial.org/indice/ios-indicadores-del-desarrollo-mundial>.
- [2] Instituto Nacional de Estadística (INE) (2006) ENCOVI. Consulta en <http://www.ine.gob.gt/index.php?option=com-content&view=article&id=64:encovi2006&catid=42:demografiaypoblacion&Itemid=64>
- [3] Ministerio de Educación de Guatemala (MINEDUC) (2006) Currículo Nacional Base. Consulta en <http://www.mineduc.edu.gt/recursos/images/2/2d/Curriculo-Nacional-Base-Ciclo-I.pdf>
- [4] OCDE (2007), Field, S., M. Kuczera, B. Pont, No More Failures: Ten Steps to Equity in Education, ISBN 978-92-64-03259-0, 24, 155 páginas. Se puede consultar en <http://www.oecd.org/dataoecd/19/6/40043349.pdf>
- [5] Santoyo, C. (2007). ¿Cómo responden las prácticas docentes a las necesidades básicas del alumno y a sus expectativas sociales? Consulta realizada en <http://www.lag.uia.mx/buenaaval/buenaaval4/b04comoresponden.pdf>

## 4.14. Resignificando el Concepto de Derivada

María del Pilar Rosado Ocaña

Universidad Autónoma de Yucatán, México

*rocana@uady.mx*

### RESUMEN

El presente trabajo, contribuye en formular un marco de referencia que permita resignificar la derivada, a través del diseño de la situación de la linealidad del polinomio. El diseño se justifica con la aproximación socioepistemológica, la cual asume que cuando se trata de fenómenos didácticos de la matemática, la construcción de ésta es eminentemente social. Esto significa que el conocimiento se resignifica al paso de la vivencia institucional, donde la actividad humana o las prácticas sociales son los generadores de tal conocimiento. En este marco la socioepistemología de la linealidad del polinomio pone en juego tres momentos para lograr las resignificaciones: a) Traslación de la gráfica; b) Tendencia de la gráfica y c) Argumentación gráfica. La hipótesis de investigación es formulada en términos de que las gráficas son argumentaciones que permiten construir significados. Para analizar dicha hipótesis, se acude al concepto descomposición genética de la teoría APOE que garantiza que el diseño de la situación refleja la hipótesis en cuestión. Sin embargo, la aproximación socioepistemológica obliga ampliar dicho concepto puesto que las construcciones mentales necesariamente son tratadas en el marco de las resignificaciones que se generan en la actividad humana. La investigación, ofrece datos importantes para la construcción del marco de referencia. Estos son sobre la función y forma del conocimiento matemático; sobre el uso y la modelación de lo gráfico; y sobre las epistemologías de prácticas que generan esquemas para el rediseño de situaciones didácticas.

### REFERENCIAS

- [1] CORDERO, F. (1997) *Una base de significados en la enseñanza de la matemática avanzada..* Serie: Antologías, Número 1, pp. 159-170. Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN., México.
- [2] CORDERO, F. Y SOLÍS, M. (1997a). Las gráficas de las funciones como una argumentación del cálculo. *Serie Cuadernos de Didáctica, Grupo Editorial Iberoamérica* 2ª. Edición, pp.79.

## 4.15. Cursillo: La Geometría del Doblado de Papel

María del Pilar Rosado Ocaña

Universidad Autónoma de Yucatán, México

*rocana@uady.mx*

### RESUMEN

Es bien sabido que las matemáticas, no suelen gozar de la simpatía del gran público. Es cierto que se reconoce su valor como herramienta imprescindible en muchos campos de la ciencia; sin embargo, arrastra una fama injusta de materia árida y sólo accesible a las mentes especialmente dotadas. Debido, por una parte, a que los alumnos no logran comprender o visualizar aquellos conceptos que requieren de un alto nivel cognitivo o que deberían ser tangibles como es el caso de la Geometría (Carrillo, 2003) y por otro lado, los docentes (en su mayoría) centran su atención en la parte analítica y/o algorítmica provocando que los alumnos tengan un aprendizaje significativo casi nulo de los conceptos vistos en el aula.

Es por ello, que este cursillo tiene como propósito, que los participantes reflexionen en torno a la enseñanza de la geometría con el uso del doblado de papel (papiroflexia) como recurso didáctico. Por lo cual, se pretende desarrollar actividades específicas, que permitan propiciar la reflexión entre los participantes, sobre los siguientes aspectos:

- (a) Uso del doblado de papel (papiroflexia) en la educación, y en especial, para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría.
- (b) Conocimiento del significado y los distintos tipos de papiroflexia.
- (c) Construcción de figuras geométricas planas y tridimensionales con papiroflexia como un recurso didáctico para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría.
- (d) Propuestas de actividades didácticas con el doblado de papel.

El objetivo es, que los profesores puedan experimentar una manera grata y creativa de reflexionar acerca de los conceptos básicos de la geometría plana y del espacio a través de

la papiroflexia, y buscar elementos que les permitan llevar a sus estudiantes a vivir una experiencia semejante en sus aulas de clase.

## REFERENCIAS

- [1] CAÑADAS, M., DURÁN, F., GALLARDO, S., MARTÍNEZ-SANTAOLALLA, M., MOLINA, M., PEÑAS, M. Y VILLEGAS, J. (EDS.). (2009) *Geometría plana con papel*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada., Granada, España.
- [2] CÁRDENAS, G. (1999) El origami como recurso pedagógico. *Recuperado el 8 de agosto de 2011 a la 1:19pm en <http://gabrielc.galeon.com/myfav3.htm>*
- [3] CARRILLO, C. (2003) El origami en la enseñanza de la geometría. *Monografía de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán.*

## 4.16. Cursillo: Uso de Los Resultados de la Evaluaciones de Saber 11

Svetlana Ivanovna Rudnykh

Universidad del Atlántico

Barranquilla, Colombia

*svetarudn@hotmail.com*

### RESUMEN

El curso tiene como objetivo principal analizar las complejidades metodológicas, y procedimentales de los métodos estadísticos usados en el tratamiento de bases de datos de las pruebas estandarizadas que realiza el ICFES. En particular, el curso mostrará los objetivos, diseño metodológico, características de aplicación y generación de escalas de calificación en las evaluaciones de SABER 11°. Igualmente, las implicaciones de la prueba en la implementación de técnicas estadísticas para realizar cálculos y análisis de puntajes promedios, diferencias significativas entre grupos de referencia (género, sector, nivel socioeconómico y tipo de establecimientos).

### REFERENCIAS

- [1] Baker, F. (2001). The basics of ítem response theory. Eric.
- [2] Muñiz Fernandez, J.(1997), Introducción a la teoría de respuesta a los ítems. Ed. Pirámide. Madrid.
- [3] Base de datos con resultados pruebas saber11 2011-1. Icfes. <ftp://ftp.icfes.gov.co>

## 4.17. Cursillo: ¿Qué Tiene que Ofrecer al Profesor una Perspectiva Política de la Educación Matemática?

Paola Valero

Universidad de Aalborg, Dinamarca

*paola@learning.aau.dk*

### RESUMEN

En este taller mi intención es presentar dos ideas centrales:

- (a) En la práctica educativa, la matemática sociopolítica es una manera de entender las matemáticas escolares que busca promover formas variadas de subjetividad social. El problema de la subjetivación de los estudiantes es el eje central y articulador del currículo escolar, alrededor del cual gira el aporte de todas las áreas de conocimiento escolar, entre ellos la racionalidad matemática.
- (b) El trabajo curricular en matemáticas consiste en descentrar las nociones claves del currículo tradicional de matemáticas a través del establecimiento de redes conceptuales más amplias en otros campos de conocimiento.

A través de una serie de discusiones y ejemplos, el taller involucra a los participantes en una reflexión sobre estas dos ideas centrales

### REFERENCIAS

- [1] Valero, P., García, G., Camelo, F., Mancera, G., & Romero, J. (2012, in press). Mathematics education and the dignity of being. *Pythagoras. Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa*.
- [2] Valero, P., & Skosvmose, O. (Eds.). (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

## 4.18. Cursillo: Resolución de Problemas de Lugares Geométricos Mediante Prácticas de Matemática Experimental Apoyadas en Software de Geometría Dinámica

Martin E. Acosta Gempeler, Cindy N. Morgado Hernandez, David Berrio  
Valbuena

Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga, Colombia

*martin@matematicas.uis.edu.co, cindy.morgado@correo.uis.edu.co*

*jberrio@matematicas.uis.edu.co*

### RESUMEN

Este cursillo ha sido diseñado a partir de problemas planteados en el aula de clase por estudiantes del programa Maestría en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander, quienes cursaron la materia de Fundamentación Epistemológica de la Geometría guiada por el profesor Martin Acosta, estos problemas surgen del estudio de las propiedades del triángulo simétrico lateral. Mediante la práctica de la matemática experimental, utilizando el software geometría dinámica *Cabri Géomètre* enseñaremos a construir el detector automatizado de puntos para obtener datos y emitir conjeturas acerca de la solución de dichos problemas.

### REFERENCIAS

- [1] ACOSTA, E., MEJÍA, C., & RODRÍGUEZ, W (2011) Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido". *Revista Integración* V. 29, (2), 163-174.

- [2] BAILEY, H. & BORWEIN, J. (2005) "Experimental mathematics: Examples, Methods and Implications". *Notices of the AMS* V. 52, (5), 502-514.
- [3] BAILEY, H. & BORWEIN, J. (2003) "Sample Problems of Experimental Mathematics". Recuperado de <http://www.experimentalmath.info/books/expmath-probs.pdf>.
- [4] BANEGAS, J. (2006) "Razonamientos no rigurosos y demostraciones asistidas por ordenador". *Revista contraste* V. 12, (1), 27-50. Recuperado de: [www.uma.es/contrastes/pdfs/012/02jesusalcolea.pdf](http://www.uma.es/contrastes/pdfs/012/02jesusalcolea.pdf).
- [5] BORWEIN J. ET AL. (2004) "Experimental mathematics, computational paths to discovery". A.K. Peters., USA.
- [6] JACOVKIS, P. M. (2005) "Computadoras, modelización matemática y ciencia experimental". *Revista CTS* V. 2, (5), 51-63.

## 4.19. Cursillo: Semejanza de Figuras Geométricas y Teorema de Pitágoras

**Bladismir Ruiz Leal**

Universidad de los Andes, Venezuela

*bladismir@ula.ve*

### RESUMEN

En el estudio de geometría y sobre todo la que va dirigida a estudiantes de educación media e inclusive en la geometría métrica para los estudiantes universitarios, el estudio de semejanza sobre triángulos, ocupa un lugar bien importante. En la mayoría de los libros se da una definición de semejanza para triángulos como aquellos que tiene *ángulos iguales y sus lados homólogos proporcionales*, esta definición se extiende literalmente para cuadriláteros y de hecho para polígonos. El estudio se queda hasta allí.

Hoy en día, las aplicaciones de la semejanza son muy diversas, en la maquinas fotocopadoras cuando queremos reducir o ampliar un documento o cualquier figura plasmada en un papel, la ampliación o reducción de una foto, en el cine las imágenes que vemos en la gran tela es semejante a la película de film que se proyecta.

El concepto de semejanza corresponde al *cambio de escala*, es decir, la ampliación o reducción de una figura alterando su tamaño pero manteniendo sus proporciones. Teniendo esto en cuenta, en este curso, vamos a dar una definición mas amplia de semejanza, de manera que podamos entender como se dan las aplicaciones que dimos arriba (seguiremos las notas de [3] y algunas ideas de [4]), para ello comenzaremos con una definición general de semejanza sobre espacios euclideos y estudiaremos algunas de sus propiedades más importantes. Luego daremos una definición de semejanza de cualquier par de figuras geométricas

que no necesariamente sean polígonos, para este caso también daremos las propiedades más relevantes. Al final de esta primera parte del curso, estudiaremos los casos de semejanza de triángulos, cuadriláteros y círculos. Probaremos que nuestra definición de semejanza es equivalente a la definición clásica que se encuentra en los libros para triángulos.

En la segunda parte, estudiaremos unos de los Teoremas más importantes que ve un estudiante en la educación media, como lo es, el Teorema de Pitágoras. La mayoría de los estudiantes no entienden el significado geométrico y mucho menos tienen una idea de por qué el Teorema es cierto. Para corregir esto, daremos algunas de las más simples y antigua demostraciones, pasando por un pequeño recorrido histórico. Luego daremos algunas generalizaciones usando semejanza y por último mostraremos aplicaciones. En esta parte seguiremos los libros [1] y [2].

## REFERENCIAS

- [1] RUIZ LEAL, BLADISMIR. (2010) *Teorema de Pitágoras*. Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática.
- [2] RUIZ LEAL, BLADISMIR. (2011) *Teorema de Pitágoras y sus Aplicaciones*. Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática.
- [3] RUIZ LEAL, BLADISMIR (2012) *Taller: Semejanza de Figuras Geométricas*. Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática.
- [4] Elon Lages Lima. *Medidas e Forma en Geometria*. Coloeção do Professor de Matemática, SBM. 1991.
- [5] Paulo R. Martins C. *Matemática, uma breve história. Vol. I* Segunda edição. Editora Livraria da Física, 2006.

## 4.20. Cursillo: MuisKanoba Geometría, Cálculo y Construcción de Identidades

**Blanca María Peralta Guachetá**

Secretaría de Educación de Bogotá

Colegio San Bernardino, Colombia.

*bmpguacheta@hotmail.com*

### RESUMEN

Las matemáticas de los pueblos ancestrales de América han sido opacadas por la gran sombra que producen los grandes avances de las matemáticas de occidente. Pretendo con este trabajo mostrar no sólo una posibilidad de enseñanza de la geometría y el cálculo numérico sino una forma de mirarnos y pensarnos como hermanos.

El taller se desarrolla aplicando una metodología aprendida de los ancestros muiscas de Bogotá, Colombia. La cual lleva a la escuela las prácticas ancestrales de aprehendizaje y propicia espacios de diálogo y construcción del aula intercultural de matemáticas.

### REFERENCIAS

- [1] ARDILA B. (2006). Aproximación al concepto de función mediante la modelación de problemas experimentales: movimiento uniformemente variado. Tesis de Grado para obtener el título de Licenciada en Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional.
- [2] BIEMBENGUT, M., HEIN, N.(2004). Modelación Y Los Desafíos Para Enseñar Matemática. Educación matemática agosto, año/vol. 16, número 002. Distrito federal, México. Santillana. P 105 - 125. Disponible en la web en [redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516206.pdf](http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516206.pdf)

## 4.21. Cursillo: Alfabetización Digital de los Matemáticos.

José Manuel Gómez Soto

Universidad Autónoma de Zacatecas, México.

*jmgomezuam@gmail.com*

### RESUMEN

En este cursillo se trata de motivar a los estudiantes de matemáticas a que utilicen las computadora como una herramienta de análisis y estudio de las estructuras matemáticas. Se pone énfasis del poder que adquieren si saben programar una computadora para obtener:

- Obtener pistas e intuición.
- Descubrir nuevos patrones y sus relaciones.
- Encontrar contraejemplos a conjeturas.
- Sugerir enfoques para una prueba formal.

El curso constará de los siguientes temas:

- Día 1. Funciones primitivas y Cálculo lambda
- Día 2. Series, cálculo de Pi
- Día 3. Sistemas dinámicos: diagrama “Cobweb” y de Bifurcación.

El lenguaje de programación que se utiliza es Racket.

### REFERENCIAS

- [1] ABELSON HAROLD, SUSSMAN JERRY Y SUSSMAN JULIE (1984) *Structure and Interpretation of Computer Programs*. MIT Press.
- [2] JONATHAN M BORWEIN; KEITH J DEVLIN (2009) *The computer as crucible : an introduction to experimental mathematics*. A.K. Peters.
- [3] BAILEY DAVID H. (2007) *Experimental Mathematics in Action*. K Peter Ltd.
- [4] [HTTP://RACKET-LANG.ORG/](http://RACKET-LANG.ORG/) (2012) *Manual del lenguaje Racket*.

## 4.22. Cursillo: Razonamiento Aritmético y Razonamiento Algebraico

Rafael E Ahumada Barrios

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

*rafaelahumada@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

Se presenta un problema, el cual se debe realizar razonando aritméticamente y después razonando algebraicamente, al final del cursillo se debe obtener una conclusión sobre la diferencia de ambos razonamientos como también su importancia en la formación del pensamiento matemático.

### REFERENCIAS

- [1] Baldor Aurelio Aritmética Grupo Patria Cultural Méjico,2007.
- [2] Baldor Aurelio Algebra Grupo Patria Cultural Méjico,2007.
- [3] Bruño G. M. Elementos de Algebra Librería de la Vda de CH. Bouret Paris, 1925.
- [4] Campistrous Perez Luiz y Celia Rizo Cabrera Aprende a Resolver Problemas Aritméticos Editorial Pueblo y Educación Ciudad de la Habana,1998.

## Capítulo 5

### MATEMÁTICA APLICADA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Matemática Aplicada.

## 5.1. Aplicación de la Metodología de Box-Jenkins. Propuesta para el Ajuste de un Modelo ARIMA a la Emanación de Gases $CO_2$ del Volcán de San Vicente.

Pedro A. Ramos A

Universidad de El Salvador, El Salvador

pedro\_ramalberto@yahoo.com

### RESUMEN

El trabajo de investigación trata sobre el ajuste de un modelo ARIMA a una serie de datos obtenidos de las emanaciones de gas, dióxido de carbono,  $CO_2$ , que se monitorean en el volcán de San Vicente para obtener una línea base que se utilice para el análisis de datos de otros volcanes, por parte de la Universidad del Salvador y otras instituciones. Se aplica la metodología de Box-Jenkins a una serie de modelos seleccionados y como resultado se tiene que el modelo que más se ajusta a la serie es el modelo ARMA (2,2) y posteriormente se hace una predicción.

### REFERENCIAS

- [1] Vicente Manzano Arrondo (1997) Inferencia Estadística. Aplicaciones con SPSS / PC+. México. GRUPO EDITOR ALFA OMEGA, S.A. de C.V..
- [2] Antonio Aznar, y Francisco Javier Trivez (1993) *Métodos de Predicción en Economía I. 1ª. Edición. Barcelona. España Editorial Ariel, S.A..*
- [3] ANTONIO AZNAR, Y FRANCISCO JAVIER TRIVEZ (1993) “Métodos de Predicción en Economía II. 2ª. Edición. Barcelona. España. Editorial Ariel, S.A.”.
- [4] ANTONIO PARDO, MIGUEL ÁNGEL RUIZ (2002) “SPSS 11 Guía para el análisis de datos. 1ª. Edición. Madrid, España. Editorial Mc GRAW HILL INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S.A.U.”.

## 5.2. Estimación de un Modelo ARIMA para el Análisis de las Remesas en El Salvador

José David Escobar Muñoz

Universidad de El Salvador, El Salvador

*dauidemunhoz@gmail.com*

### RESUMEN

Este trabajo de investigación trata sobre el ajuste de un modelo econométrico para los ingresos familiares en El Salvador, que son recibidos desde el exterior, conocidos como remesas, en el periodo de enero de 1991 hasta diciembre del año 2010. Estos datos fueron obtenidos de la información del Banco Central de Reserva de El Salvador (BCR), disponible en la pagina web (<http://www.bcr.gob.sv>), las cantidades se expresan en millones de dólares, mensualmente. Se ajusta un modelo para el comportamiento de las remesas familiares en función de el Índice del Volumen de la Actividad Económica (IVAE), y la detección de atípicos, aplicando la metodología Box-Jenkins. Se estimaron varios modelos (usando el software SPSS), y el que mejor se ajusta a la información es :

$$y_t = 0,721x_{2,t} + 0,171S_t^{t \geq 109} + \frac{(1-0,666B)(1-0,907B^{12})}{1-0,666B^{12}}a_t; S_t = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 109 \\ 0 & \text{si } t < 109 \end{cases}.$$

Posteriormente se realizan pronósticos para el periodo de enero de 2011 a diciembre de 2013.

### REFERENCIAS

- [1] ANTONIO AZNAR Y FRANCISCO JAVIER TRÍVEZ (1993) *Métodos de Predicción en Economá (II), Análisis de Series Temporales*.
- [2] DANIEL PEÑA (2005) *Análisis de Series Temporales*. Alianza Editorial.
- [3] ESPASA, A. Y CANCELO, J.R. (1993) *Métodos Cuantitativos para el Análisis de la Coyuntura Económica*. Alianza Universidad.

### 5.3. Método para Aproximar la Ecuación de Fokker-Planck para Campos Polinomiales en la Esfera $S_2$

Ludwing Villa

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

*ludwingvilla@mail.uniatlantico.edu.co*

#### RESUMEN

Se habian obtenido aproximaciones analíticas de la solución estacionaria de la ecuación de Fokker-Planck en un campo polinomial sobre la esfera  $S_n$  y una difusión relativamente grande para la intensidad de dicho campo usando la ecuación de Poisson sobre la esfera  $S_n$ . En esta charla se presentan fórmulas que permiten un cálculo exacto de una sucesión de  $f_i$  que verifica que  $\Delta_{S_n}(f) = \text{div}(f_{i-1}X)$  para  $X$  y  $f_{i-1}$ , polinomiales esto nos permite calcular aproximaciones de la ecuacion de Fokker-Planck de la forma  $u = 1 + \sum_{i=1}^p \frac{f_i}{\varepsilon}$  para un campo cuadrático en  $S_2$ , que tienen cierta precisión conocida.

#### REFERENCIAS

- [1] Guíñez J. Rueda A. D(2002) Steady states for a Fokker-Planck Equation on  $S_n$ . Acta Math Hungar, 94(3), 211-221.

## 5.4. Aplicación de un Diseño de Experimentos para el Cultivo de Cuatro Variedades de Frijol (*Vigna Senensis*)

Daniel Alejandro Rivas Rivas

Universidad de El Salvador, El Salvador

*danielrivas023@gmail.com*

### RESUMEN

El presente trabajo de investigación trata sobre el estudio aplicado a cuatro variedades de frijol aplicándole el mismo tratamiento, con el objetivo de maximizar las ganancias a menor coste posible de las cuatro variedades estudiadas.

Este experimento se realizó en la zona rural del pueblo de San Julián, Sonsonate, El Salvador; la información que se obtuvo cumple con las características de un Diseño de Experimentos. Se analizaron los datos usando herramientas y software estadísticos. En el análisis de dichas variedades se compararon los pesos promedios de treinta legumbres, obteniendo que las variedades *KY Bush*, *Kaushinung N 1*, *Kaushinung verde* cumplieron con el criterio propuesto.

### REFERENCIAS

- [1] DOUGLAS, MONTGOMERY. (1996) *Diseño y análisis de experimentos*. Editorial Iberoamérica S.A de C.V., México.
- [2] DANIEL, PEÑA. (2002) *Regresión y diseño de experimento*. Alianza Editorial, Madrid, España.

## 5.5. Invariancia de la Curvaturas $R$ y $\bar{R}$ , Bajo la Acción del Tensor de Weyl, en Estructuras $\Omega - H$ Equivalentes

Richard Malavé

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente

Cumaná, Venezuela

*rmalaveg@gmail.com*

### RESUMEN

Se consideran las estructuras  $\mu = (M, \nabla, g)$  y  $\bar{\mu} = (M, \bar{\nabla}, g)$ , y el tensor de Weyl  $\kappa_{ijk}^l(R) = R_{ijk}^l + \alpha(R_{ij} - R_{ji})\delta_k^l + \beta\{(aR_{ik} + bR_{ki})\delta_j^l - (aR_{jk} + bR_{kj})\delta_i^l\}$ , donde  $R$  es la curvatura,  $\alpha, \beta$  y  $b$  son ciertos parámetros. Se introducen las estructuras de Lyra y se prueba que son  $\Omega - H$  equivalentes. Se propone en base a esto, establecer una invariancia del tipo  $\kappa_{ijk}^l(R) = \kappa(R)_{ijk}^l$ , donde  $R$  y  $\bar{R}$  son estructuras respectivas en  $\mu$  y  $\bar{\mu}$ .

Palabras claves: Invarianza, curvatura,  $\Omega - H$  equivalentes.

### REFERENCIAS

- [1] Chaplignín S.A, Collected word (In Russian), *Gosteyizdat, Moscow*, **1**, (1948).
- [2] Jouskovski, N. E., Contrucción de las fuerzas en bases a una familia de trayectorias dadas, *Colección de trabajos de Jouskovski, N. E. Edit. Gosteyizdat*, **347**, (1948), 227-242.
- [3] Martínez R and Ramírez R, Lyra spaces. Their application to mechanics, *Jadronic, J.*, **12**, (1992), 123-236.
- [4] Siiukov, Geodesic mappings of riemannian spaces (IN Russian), *Nauka, Moscow*, **3**, (1979).

## 5.6. Solución de Problemas Básicos del Algebra Lineal

### Usando MATLAB.

Jorge Robinson Evilla, Larry de la Hoz,  
Henock Venegas, José Soracá, Silvia Rueda.

Universidad del Atlántico-Universidad del Norte.

*jorge.is.robinson@gmail.com*

### RESUMEN

Los contenidos básicos del Álgebra Lineal permiten la solución de un gran número de problemas de Matemáticas, Física e Ingeniería. Todos los estudiantes de Ciencias necesitan conocimientos básicos de Álgebra Lineal, tales como matrices, determinantes, espacios vectoriales y transformaciones lineales.

Un gran número de estudiantes conocen las definiciones y teoremas básicos y son capaces de aplicarlos en un gran número de estas situaciones. El objetivo de este trabajo es potenciar la utilidad del Álgebra Lineal para la solución de problemas usando MATLAB. Se desea aumentar la capacidad y rapidez de cálculo al tiempo que se involucra el computador como generador y facilitador de soluciones a problemas reales de Matemáticas, Física e Ingeniería. Se presentarán problemas que han sido abordados en cursos básicos de Álgebra Lineal para presentarlos desde un enfoque numérico, permitiendo aumentar la rapidez, precisión y capacidad de solución de ellos, al tiempo que se permite ampliar el número de estudiantes que utilizan el MATLAB para la solución de problemas.

### REFERENCIAS

- [1] MARTIN GOLUBITSKY Y MICHAEL DELLNITZ. (2001) *Algebra lineal y ecuaciones diferenciales con uso de MATLAB*. International Thomson Editores, México.
- [2] GRASELLI, M. Y PELINOVSKY, D. (2008) *Numerical mathematics*. Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Mass., EEUU.
- [3] RIZWAN BUTT (2008) *Introduction to numerical analysis using MATLAB*. Infinity Science, Hingham, Mass., EEUU.

## 5.7. Tendencias de Laboratorios Virtuales de Investigación Basados en Tecnologías de Malla Computacional en Colombia

**Claudia Baloco Navarro**

Universidad de Atlántico

Brranquilla, Colombia.

*claudiabaloco@mail.uniatlantico.edu.co*

### RESUMEN

El mundo de la investigación científica donde las herramientas avanzadas que hacen posibles investigaciones modernas inaccesibles para muchas instituciones y grupos de investigación, está hoy muy cercano gracias al concepto de trabajo colaborativo en laboratorios virtuales y al desarrollo de la tecnología de Malla computacional. Esta tecnología permite la interconexión de múltiples dispositivos y el acceso a compartido no sólo a los datos almacenados en ellos, sino a su capacidad de cálculo y procesamiento de los mismos, así como a aplicaciones específicas. En el marco del desarrollo del proyecto Grid Colombia (2009-2011) se adelantó la actividad de levantar un censo nacional de plataformas de computación intensiva e identificar las aplicaciones de computación en grilla de mayor relevancia en el contexto colombiano. En este censo se presentan las tendencias de las herramientas computacionales de investigación basadas en tecnologías de malla computacional en las diferentes disciplinas que actualmente trabajan sobre mallas computacionales o se proyectan trabajar en ellas. El objetivo principal del artículo es mostrar las ventajas que presenta la tecnología de mallas computacional para los grupos de investigación de las universidades Colombianas

### REFERENCIAS

- [1] I. Foster, C. Kesselman (Eds). Elsevier, Morgan Kaufmann. The Grid2: Blueprint for a New Computing Infrastructure. 2nd Edition. 2004.
- [2] C, Baloco N., J, Marquez, J, Serrano C., I. Jimenez Panorama de las Universidades Colombianas en el uso y aplicación de Infraestructura de clúster/grid en proyectos de e-ciencia. Julio 2012.

## 5.8. Producto de Variables Aleatorias Independientes que Involucran Funciones Hipergeométricas Generalizadas

Rafael Melendez Surmay

Universidad de La Guajira-Centro de Investigaciones

Riohacha, Colombia.

*melendez24@hotmail.com*

### RESUMEN

En este trabajo se define una distribución bivariada de probabilidad como el producto de dos variables aleatorias independientes  $Z = X_1 X_2$  que involucra la generalización de la función hipergeométrica de Gauss  ${}_2R_1^{\tau}(x)$  definida por Virchenko (1999). Además se encontraron algunas propiedades para la distribución bivariada como la función generadora de momento, los momentos conjuntos y sus marginales.

**Palabras claves:** Distribución de probabilidad bivariada, los momentos conjuntos, marginales, generalización de la función hipergeométrica.

### REFERENCIAS

- [1] Nagar D. K., and Zarrazola E. (2005) .Distributions of the product and the quotient of independent Kummer-beta variables. *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 61, 109.111.
- [2] Ng K. W., and Kotz S. (1995) .Kummer-gamma and Kummer-beta univariate and multivariate distributions, Research Report, no. 84, Department of Statistics, The University of Hong.Kong, Hong Kong.
- [3] Nagar D. K., and Alvarez J. (2005) .Propierties of hypergeo-metric functions type I distributions. *Advances and Aplications*, 5 (3),341-351.

## 5.9. Aplicación de Modelos Dosis-respuesta un Enfoque con Modelos Lineales Generalizados

Jairo Ángel Guzmán

Universidad Pontificia Bolivariana

Centro de Ciencias Básicas

Montería, Colombia.

*jairo.angel@upb.edu.co*

### RESUMEN

En la actualidad los modelos de regresión dosis-respuesta permiten analizar la respuesta de un ser vivo ante el efecto de una determinada concentración o dosis controlada, en este sentido existen variaciones en la respuesta dependiendo del tipo de estudio. La suma de las respuesta de procesos Bernoulli, hacen posible ajuste de regresiones tipo Binomial, el ajuste de estos modelos lineales generalizados (GLMs) son usados para estimar probabilidades a partir de la curva DR (Dosis-respuesta), la experiencia demuestra la importancia que tiene la función enlace y la estructura de la variable respuesta, para resultados satisfactorios.

Los procedimientos de estimación de los parámetros del modelo en los modelos GLMs no son fáciles dado las ecuaciones no lineales, por ello, se hace necesario el uso de procedimientos iterados tipo Newton-Rapson, en este trabajo se hace una aplicación de modelos de regresión Binomial en forma didáctica y se comparan los ajustes variando la estructura de la familia de distribución exponencial a la que pertenece la respuesta, al final se usan los datos selenium de la librería `drm` de R para ilustrar la aplicación.

### REFERENCIAS

- [1] Murado, M.A, González M. and Vázquez J.A (2002) *Dosis-response relationships: an overview, a generative model and its applications to the verifications of descriptive models*. Enzyme and Microbial Technology 21,439-455, EL SEVIER.
- [2] Hardin James. (2001) *Generalized linear models and Extensions*. second edition. A stata Press, Publications, Texas.
- [3] ANNETE, J. DOBSON (1990) "Introduction to generalized linear models". *Math. Notes* First edition. Chapman and Hall, London.

## 5.10. Programación de Horarios Usando Algoritmos Genéticos

**Jesús Rodríguez Rodríguez**

**Pedro Vásquez Urbano**

Departamento de Ciencias Matemáticas

Universidad de Puerto Rico - Mayaguez

*pedro.vasquez@upr.edu*

### RESUMEN

El Departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez ofrece sobre 210 secciones distribuidas en 13 salones regulares, dos laboratorios y dos anfiteatros. Es un proceso difícil el programar las clases de los cursos en los horarios establecidos debido a las limitaciones físicas, variación en la cantidad de créditos de los cursos, satisfacer los pedidos de los profesores, entre otros. Este es un problema típico de asignación.

El problema se puede formular usando programación lineal que está muy relacionado a un problema de asignación, sin embargo su solución en tiempo real para resolver el problema de asignar las clases a los profesores es computacionalmente imposible debido a que las variables son enteras. Debido a la complejidad para resolver el problema de programación lineal entera, una alternativa para determinar resolver este problema es desarrollar heurísticas, cuyo objetivo es determinar un horario de clases que satisfaga la mayor cantidad de peticiones de los profesores, como: preferencia de clases, bloques de horario y salones, que permitan obtener la mejor solución en un tiempo razonable.

Keywords: programación lineal, problema de asignación, heurísticas

## REFERENCIAS

- [1] Cooper T. and Kingston. (1995) "The Complexity of Timetable Construction Problems. The University of Sydney, Technical Report Number 495.
- [2] Moscato, P. y Cotta, C.. (2003) "Una Introducción a los Algoritmos Meméticos". Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. 19: 131-148".
- [3] Murty, K. (1995) Operations Research Deterministic Optimization Models. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [4] Pacheco, C.(2000) "Distribución Óptima de Horarios de Clases Utilizando la Técnica de Algoritmos Genéticos", Tesis. Universidad Tecnológica de Mixteca, México
- [5] Nakasuwan J., Srithip P. y Komolavanij S. (1999) "Class Scheduling Optimization". Thammasat Int. J. Sc. Tech., Vol.4, No.2.
- [6] Saltzman R.(2009) "An Optimization Model for Scheduling Classes in a Business School Department". California Journal of Operations Management, Volumen 7, Number 1, February 2009. pp 84-92.
- [7] Tallavó, M. Martínez, A. A. "Algoritmo Basado en Tabu Search Para el Problema de Asignación de Horarios de Clase". Departamento de Computación y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia, Estado de Carabobo, Venezuela.

## 5.11. De la Simetría a la Supersimetría: Estatus de un Concepto

Hernando Gonzalez Sierra

Universidad Surcolombiana

*hergosi@usco.edu.co*

### RESUMEN

Referirnos a la palabra simetría es hacer alusión a evolución, y más específicamente en Física, gracias a los desarrollos matemáticos que se han dado a partir del siglo XIX por parte de P. Jordan, H. Poincaré, E. Galois, S. Lie, J. Cartan, E. Noether, entre otros. En esta ponencia se hace un análisis evolutivo del concepto de simetría en la Física, área del conocimiento en donde ha mostrado toda su potencialidad.

El concepto de simetría ha sufrido una serie de cambios, pasando desde las formas inmodificables de los objetos, ante traslaciones, rotaciones, reflexiones e inversiones a la invariancia de las leyes de la Física ante diversas transformaciones. En Física de Partículas Elementales, con el fin de buscar una teoría unificada de las interacciones fundamentales, se ha incluido Supersimetría como una simetría que agrupa partículas al parecer diferentes : Fermiones y Bosones.

### REFERENCIAS

- [1] LANDAU, L.-LIFCHITZ, E. (1982). "*Curso de Física Teórica*". Editorial Mir, Moscu.
- [2] FINZI, BRUNO. (1976). "Mecánica racional". Editorial Urmo. Bilbao, España.
- [3] DIAZ PAZOS, PATRICIO. (2000). "Algo sobre quarks". *Comunicación a la lista de ASTROS, febr, 2000*.
- [4] DIAZ PAZOS, PATRICIO. "A horcajadas en un fotón" (*libro virtual, en <http://www.educar.org/h-foton/h-foton.htm>*)
- [5] PÉREZ MERCADER, JUAN. (1997). "¿Qué sabemos del Universo?". Editorial Temas de Debate.

## 5.12. Algunos Aspectos Algebraicos de las Estimaciones de Máxima Verosimilitud y de la Prueba de Razón de Verosimilitud

Humberto Barrios Escobar

Universidad Popular del Cesar, Colombia

*hbarrios@unicesar.edu.co*

### RESUMEN

En este trabajo se presenta ciertos aspectos algebraicos de las estimaciones de máxima verosimilitud y las pruebas de razón de verosimilitud. Ambas técnicas estadísticas se basan en la maximización de la función de verosimilitud, en la cual se correlacionan los parámetros de la distribución de probabilidad en un modelo estadístico con los resultados de los datos observados. El algebra entra a jugar en este campo de dos maneras. En primer lugar, en los cálculos de las estimaciones de máxima verosimilitud en los cuales a menudo se requieren criterios algebraicos para solucionar este problema. En segundo lugar, muchos de los modelos pueden ser descritos como un subconjunto semi-algebraico en un espacio de parámetros. Por lo tanto, en este ambiente las técnicas algebraicas son útiles para determinar el comportamiento de los procedimientos estadísticos de las estimaciones de parámetros y las pruebas de razón de verosimilitud.

### REFERENCIAS

- [1] Mathias Drton, Bernd Sturmfels, Seth Sullivant. (2009) *Lecture on algebraic statistics*. Birkhäuser.
- [2] S. Sullivant. (1985). *Algebraic Statistics Short Course*. Harvard University.  
<http://www4.ncsu.edu/~smsulli2/Activities/assc.html>.

## 5.13. Soluciones no Lineal al Problema de la Asignación de Tamaño Muestra Óptimo en un Diseño Estratificado en una Encuesta de Múltiples Propósitos

**Humberto Barrios Escobar**

*hbarrios@unicesar.edu.co*

**Liliana Baron**

*lilianabaron@unicesar.edu.co*

Universidad Popular del Cesar, Colombia

### RESUMEN

Es habitual que para efectos prácticos en el muestreo aleatorio estratificado, este sea de múltiples propósitos y por lo tanto se requiera estimar simultáneamente varias características. Por lo tanto, una asignación que es óptima para una característica puede estar lejos de ser óptima para otras. Para resolver este conflicto, muchos autores han formulado el problema de determinar la asignación de compromiso óptima como un problema de programación no lineal (PDPNL). La asignación obtenida es óptima en el sentido de que minimiza la suma ponderada de las varianzas de la población estimada de acuerdo con las características sujeto a una función de coste para un muestreo de tamaño fijo. El PDPNL es formulado como un problema de múltiples etapas de decisión y se resuelve utilizando técnicas de programación no lineal. En este trabajo se discuten varias de las soluciones presentadas a este problema. Con un ejemplo numérico se ilustran algunas de las soluciones ya presentada y se hacen las comparaciones respectivas ente ellos.

### REFERENCIAS

- [1] W. G. COCHRAN (1977) *Técnicas de muestreo*. C.E.C.S.A. México.
- [2] M. G. M. KHAN, T. MAITI, AND M. J. AHSAN (2012) *An Optimal Multivariate Stratified Sampling Design Using Auxiliary Information: An Integer Solution Using Goal Programming Approach*. Journal of Official Statistics, Vol. 26, No. 4, 2010, pp. 695 – 708.
- [3] DES RAJ. (1968). *Sampling Theory*. TMH Edition.

## 5.14. Análisis de las Estimaciones del Modelo de Regresión Lineal usando el Método no Paramétrico Basado en Rango

**Saul Vides**

Universidad Popular del Cesar, Colombia

*saulvides@unicesar.edu.co*

**Humberto Barrios Escobar**

Universidad Popular del Cesar, Colombia

*hbarrios@unicesar.edu.co*

**Jorge Ortega** Universidad del Zulia, Venezuela

*jortegaa@gmail.com*

### RESUMEN

Este trabajo muestra el análisis de las estimaciones del método no paramétrico basado en rango que permite ajustar un modelo lineal a un conjunto de datos que violan el supuesto de normalidad en los residuos o hay presencia de *outliers*, estimaciones que son obtenidas con la implementación de un algoritmo computacional. Finalmente se prueba que el método no paramétrico basado en rango amortigua el efecto de las observaciones, facilitando así la identificación de puntos influyentes, mientras que el método de los mínimos cuadrados tiende a dejar grandes los residuos asociados con los outliers.

### REFERENCIAS

- [1] Sawyer, S. (2003), *Linear Rank Regression*, Robust Estimation of Regression Parameters. \*<http://www.math.wustl.edu/~sawyer/handouts/rankregress.pdf>
- [2] Terpstra, J. & Mackean, J. (2005), *Rank-based. analyses of linear models using R*, Journal of Statistiscal Software 14.

## 5.15. Aplicaciones de la Teoría de Galois Diferencial a la Mecánica Cuántica

**Erick Tuirán**

Universidad del Norte  
Barranquilla, Colombia.  
*etuiran@uninorte.edu.co*

### RESUMEN

En esta charla se hace una revisión histórica de la teoría de Galois diferencial desde las transformaciones de Darboux hasta la actualidad. Se enfatiza en la conexión con el formalismo de la mecánica cuántica relativista y no relativista. Aún cuando la conferencia se basa en las referencias [1, 2, 3, 4], se hablará también de los desarrollos más recientes.

### REFERENCIAS

- [1] ACOSTA-HUMANEZ, P. (2010) *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The integrability analysis of the Schrödinger equation by means of differential Galois theory*. VDM Verlag Dr Müller, Germany.
- [2] ACOSTA-HUMÁNEZ, P., MORALES-RUIZ, J. AND WEIL, J.-A. (2010) “Galoisian Approach to integrability of Schrödinger Equation”. *Report on Mathematical Physics*. V. 67 305–374.
- [3] DARBOUX, G. (1882) “Sur une proposition relative aux équations linéaires”. *Comptes Rendus Acad. Sci*. V. 94 1456–1459.
- [4] WITTEN, E. (1981) “Dynamical breaking of supersymmetry”. *Nuclear Phys. B* V. 188, 513–554.

## 5.16. La Transformada de Fourier Aplicada al Procesamiento de Señales Utilizando Matlab

Carlos Jimenez\*, Rafael Pérez

Grupo de Investigación de Matemática Aplicada (GIMA)

Centro de Investigaciones

Universidad de La Guajira

*cjimenez@uniguajira.edu.co\**, *carlosj114@gmail.com\**

### RESUMEN

En este trabajo se presenta una visión histórica de la Transformada de Fourier (TF), en donde se presentan sus propiedades analítica, práctica y digital. El enfoque proporcionado en el presente artículo es claramente didáctico apoyado por el uso de gráficos variados, la utilización de ejemplos prácticos, desarrollados de forma ordenada y detallada en procesamiento de señales y realizando una simulación bajo la plataforma Matlab 7.1.

**Palabras clave:** Transformada de Fourier, Procesamiento de Señales, Simulación.

### REFERENCIAS

- [1] CARRERAS BÉJAR, CARMEN. CALZADILLA AMAYA, OCTAVIO. (2008) *Introducción a la Óptica de Fourier de Joseph W. Goodman*. Editorial Uned.
- [2] GASKILL, JACK D. (1978) *Linear System, Fourier Transfoms, and Optics*. Wiley.
- [3] ELALI, T.S. AND KARIM, M. (2001) *Continuous Signals and Systems with Matlab*. CRC Press LLC, Boca Raton, FL.

## 5.17. Aritmética Eficiente de Cuerpos Finitos para la Criptografía

**Dorothy Bollman**

**Edusmildo Orozco**

Universidad de Puerto Rico

*bollman@cs.uprm.edu, edusmildo.orozco@gmail.com*

### RESUMEN

La criptografía de curva elíptica (CCE) ha surgido como una alternativa atractiva a otros sistemas de clave pública como RSA a causa de su capacidad de ofrecer más seguridad, pero con un tamaño de clave mucho más corto. Para obtener alto rendimiento de algoritmos de criptografía de curva elíptica, es necesario desarrollar algoritmos eficientes para la aritmética de cuerpos finitos; por ejemplo para la adición, la sustracción, la multiplicación, la división, la exponenciación, las raíces cuadradas, las raíces cúbicas, etc.

Daremos una vista general de la criptografía moderna, inclusive RSA y CCE. Discutiremos algunos algoritmos de cuerpos finitos que se han desarrollados recientemente especialmente para la CCE, inclusive un par de nuestro propio como algoritmos rápidos para la multiplicación y para computar cubos en campos de característica 3.

### REFERENCIAS

- [1] O. AHMADI Y F. RODRÍGUEZ-HENRÍGUEZ, "Low Complexity Cubing and Cube Root Computation over  $F_{3^m}$  in Polynomial Basis", IEEE Trans. Computers, 59(10), 1297-1308 (2010).
- [2] J. Deschamps, J. Imaña, y G. Sutter, Hardware Implementation of Finite-Field Arithmetic, McGraw-Hill (2009)
- [3] E. Ferrer, D. Bollman, y O. Moreno, "A Fast Finite Field Multiplier", Reconfigurable Computing Architectures, Tools and Applications, LNCS 4419, 238-246 (2007).

## 5.18. Bondad de Ajuste en un Modelo Lineal General, una Aplicación con Datos Económicos

Katty Galeano<sup>1†</sup>

Jairo Ángel Guzmán<sup>2†</sup>

<sup>1</sup> Universidad Pontificia Bolivariana

Estudiante Economía

Montería, Córdoba, Colombia

<sup>2</sup> Universidad Pontificia Bolivariana

Docente

Centro de Ciencias Básicas

Montería, Córdoba, Colombia

*katygaleano29@hotmail.com*

*jairo.angel@upb.edu.co*

† Estos autores contribuyeron igualmente en este trabajo.

\* Correspondencia a [jairo.angel@upb.edu.co](mailto:jairo.angel@upb.edu.co)

### RESUMEN

La importancia de los modelos de regresión en la economía hacen que su uso sea cada vez más en la vida cotidiana. Es común ajustar modelos de regresión lineal general, aún como ejercicios de clase, sin embargo la validación, la bondad de ajuste debe ser un elemento esencial en este tipo de estudios. Los modelos parsimoniosos parece ser lo mejor en la búsqueda del modelo más adecuado sin embargo se enfatiza que el modelo estimado debe ser el mejor dentro del conjunto de los modelos estudiados. En este trabajo se ilustra algunas herramientas útiles para realizar la bondad de ajuste en un modelo de regresión lineal múltiple, al final se hace una aplicación con datos económicos del anuario estadístico de Antioquia 2010

### REFERENCIAS

[1] Samprit Chatterjee and Bertran Price (1991) *Regression Analysis By Example* . Second Edition.

## 5.19. Cursillo: Muestreo Doble

**Humberto Barrios Escobar**

Universidad Popular del Cesar

*hbarrios@unicesar.edu.co*

### RESUMEN

En la teoría de muestreo doble se presenta generalmente bajo la suposición de que una de las muestras se anida dentro de la otra. Este tipo de muestreo se denomina muestreo en dos fases. El cual es útil cuando es relativamente caro medir la variable de interés  $y$ , pero es posible medir fácilmente una variable correlacionada  $x$  y usarla para mejorar la precisión del estimador. Los datos de la primera etapa se utilizan de diversas maneras: (a) para estratificar la muestra en la segunda etapa, o (b) para mejorar las estimaciones usando un estimador de diferencia, razón o de regresión. Sin embargo, no es necesario que una de las muestras sea anidada de la muestra de la primera etapa.

La importancia del muestreo doble, es la utilización en estudios de silvicultura.

Este cursillo se estructura de siguiente manera. En la primera parte se describe la notación y en que consiste un diseño de muestreo doble, para el caso anidado, en la segunda se estudia el estimador de regresión y la varianza estimada. Finalmente, se ilustra la teoría con un ejemplo.

### REFERENCIAS

- [1] COCHRAN, W.G. (1977). *Sampling Techniques*. 3° Ed. New York: John & Wiley Sons, Inc.
- [2] DES RAJ. (1968). *Sampling Theory*. TMH Edition.
- [3] M.A. HIDIROGLOU. (2009). *Double Sampling*. Survey Methodology, 143 Vol. 27, No. 2, pp. 143-154 Statistics Canada, Catalogue No.12-001.
- [4] SÄRNDAL, C.E., SWENSSON, B. AND WRETMAN, Y. (1992). *Model assisted survey sampling*. New York, SpringerVerlag.

## 5.20. Cursillo: Introducción al Lenguaje de Programación R y a la Interfaz Gráfica R-Commander

Emilio Berdugo Camacho

Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

*epberdugoc@unal.edu.co*

### RESUMEN

Los desarrollos tecnológicos gestados en la última década hicieron posible la masificación de los computadores personales, lo cual se tradujo en múltiples beneficios para muchas disciplinas como la *matemática*, *estadística* y *física* entre otras. Muchos problemas surgidos en dichas disciplinas desbordan la capacidad de cálculo humana, o requieren soluciones numéricas aproximadas en lugar de las teóricamente exactas.

Uno de los casos más ejemplificantes de como el desarrollo de una disciplina puede ser impulsado por las herramientas computacionales es el de la *Estadística Bayesiana*, un campo que se mantuvo sin ningún atractivo hasta finales de la década de los 90's, debido a que el ajuste de los modelos Bayesianos requería de métodos computacionales extensivos. Actualmente, el paradigma Bayesiano es uno de los más prolíficos dentro de la ciencia Estadística.

El cursillo busca proporcionar a los asistentes un primer contacto con el paquete computacional de uso libre R, el cual, aunque nació con el propósito de proveer una plataforma para el trabajo Estadístico (ya que posee una estructura modular con gran cantidad de subrutinas y procedimientos estadísticos incorporados); también es ampliamente usado por profesionales, académicos y estudiantes de áreas como la ingeniería, la matemática y la física

entre otros \*. El proyecto R nació a comienzos de la década de los 90's en la Universidad de Auckland (Nueva Zelanda), bajo la dirección de Robert Gentleman y Ross Ihaka. A partir de 1995 se comenzó a difundir como un programa de libre distribución y uso, permitiendo el acceso al código de todas sus funciones y paquetes a cualquier usuario.

## Contenido del Cursillo

**Primera sesión:** Se hará un primer acercamiento a la interfaz de R, identificando sus elementos básicos (Consola, Graphic Device, Script); búsqueda de ayuda; creación y manipulación de algunos objetos comunes (escalares, vectores, matrices, listas, data frames, etc).

**Segunda sesión:** Se hará una introducción a la interfaz gráfica R-Commander. Luego se trabajará en la construcción y manipulación de algunas representaciones gráficas. Se trabajarán algunas estructuras básicas de programación (ciclos, condicionales, etc).

**Tercera sesión:** Se continúa con las estructuras de programación, para terminar mostrando algunas ventajas de la interfaz R-Commander en la implementación de procedimientos de análisis estadístico.

## REFERENCIAS

- [1] R DEVELOPMENT CORE TEAM. (2012) *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria.  
<http://www.R-project.org/>.
- [2] JONES, O & MAILLARDET & ROBINSON, A (2009) *Scientific Programming and Simulation using R*. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton (Fl), EEUU.
- [3] CRAWLEY, M, J. (2007) *The R Book*. John Wiley & Sons. London, England.
- [4] MURRELL, P (2006) *R graphics*. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton (Fl), EEUU.
- [5] ARIANZA, A. J. (2008) *Estadística Básica con R y R-Commander*. Servicio de publicaciones Universidad de Cádiz. Cádiz, España.

---

\*En mi experiencia personal como docente de la Universidad Nacional, he impartido cursos de fundamentación para estudiantes de estas áreas, muchos de los cuales después de haber finalizado el curso han seguido usando este software para propósitos diferentes a los estadísticos.

## 5.21. Cursillo: Ajuste de una Curva a un Conjunto de Datos

José Sanabria

Universidad de Oriente, Venezuela

*jesanabri@gmail.com*

### RESUMEN

En este cursillo emplearemos regresión lineal (método de los mínimos cuadrados) y las nociones de gráficos semilogarítmico y doblemente logarítmicos para encontrar una curva que se ajuste a un conjunto de datos obtenidos de un hecho experimental o de la vida cotidiana y que tengan "buen comportamiento gráfico". Por ejemplo, hallaremos una curva de ajuste para los datos obtenidos mediante los censos realizados a una cierta población. Adicionalmente, utilizaremos **Excel** para facilitar los cálculos y las gráficas de las curvas obtenidas. El contenido está dirigido a estudiantes universitarios de cualquier especialidad, que tengan conocimiento de las propiedades básicas de las funciones lineales, polinómicas, exponenciales y logarítmicas.

### REFERENCIAS

- [1] E. Batschelet: *Matemáticas básicas para biocientíficos*, Springer Verlag 1978.
- [2] R. Smith and R. Minton: *Calculus, Early Transcendental Functions*, Third Edition, McGraw-Hill 2007.

## 5.22. Cursillo: Integrales Múltiples y Aplicaciones

Richard Malavé

Departamento de Matemáticas. Universidad de Oriente

Cumaná, Venezuela.

*rmalaveg@gmail.com*

### RESUMEN

En este cursillo haremos un repaso de las nociones de antiderivada, para luego estudiar algunas técnicas de integración y algunas integrales de funciones trascendentes que poseen ciertas manipulaciones del cálculo, los cuales nos ayudaran a ver desde un punto de vista geométrico el análisis de las técnicas de integración comúnmente usadas. Luego introduciremos funciones de varias variables con valores reales y estudiaremos la forma de abordar de forma geométrica las integrales de estas funciones. De esta forma obtendremos una visión diferente a la obtenida en los cursos de cálculo. Finalizaremos con algunas aplicaciones de estas integrales.

**Palabras claves:** Invarianza, curvatura,  $\Omega - H$  equivalentes.

### REFERENCIAS

- [1] Spivak, M., Calculus. *Universite Press, Cambridge*, (2006).
- [2] Leithold, L., El Cálculo, *Oxford University Press-Harla México, Edit. Mexicana, Reg. N.º 723*, (1996).
- [3] Marsden J., Tromba A., Cálculo Vectorial, *EditAddison Wesley Longman de México, S.A. de C.V.* (1998).