UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

Programa de Matemáticas

Programa de Análisis Matemático

Índice

1. Generalidades.

1. **Asignatura** : Análisis I.
2. **Código**: 22236
3. **Requisitos**: Toplogía General.
4. **Duración Semanas** : 16
5. **Créditos** : 5
6. **Programa**: Matemáticas.
7. **Facultad**: Ciencias Básicas.

2. Información General

Esta asignatura es obligatoria, se imparte en el sexto semestre de Matemáticas y su docencia está asignada al Departamento de Matemática. Tiene una asignación lectiva de 5 créditos que se desarrollarán a lo largo del curso con una distribución de 5 horas de clase semanales.

Además de las clases de teoría y de prácticas, los alumnos disponen de 16 horas semestrales de tutoría donde se podrán consultar aspectos relativos a la asignatura, así como disponer de una atención personalizada por parte de sus profesores.

3. Descripción General

Análisis I es una asignatura específica disciplinar del programa de Matemáticas. Comprende el estudio de las funciones reales de una variable real teniendo como marco la topología de espacios métricos. El núcleo alrededor del cual se genera la temática de la asignatura es el concepto de función continua. Se estudia también la representación de las funciones mediante series funcionales, en particular series de potencias. Los cursantes deben poseer conocimientos de álgebra elemental, Geometría Euclidiana, Teoría de Conjuntos, Cálculo (I, II y III) y Álgebra Lineal. Deben, además, tener la capacidad de comprender y desarrollar razonamientos demostrativos propios de este nivel de estudios universitarios.

El estudiante debe incrementar su capacidad de abstracción, generalización e interpretación de los conceptos propios de esta asignatura, se espera de él una suficiente “madurez matemática” que le permita aplicar estos conceptos en teorías más avanzadas.

4. Justificación

El Análisis es la formalización de los conceptos impartidos en Cálculo. Es por tanto la base para otras ramas de la matemática, como Ecuaciones diferenciales, Análisis Funcional, Teoría de las Probabilidades, Estadística matemática, sistemas dinámicos, entre otras muchas más. También sirve de fundamento a áreas aplicadas, como la física, la biomatemática, etc. Los temas estudiados en esta asignatura son de tal amplitud de aplicaciones que es difícil encontrar área del saber humano donde éstos no se utilicen. En Análisis I se consideran esencialmente los conceptos de continuidad y derivación de funciones de una variable real.

5. Objetivos

General

Dominar los conceptos propios del An'alisis I de tal forma que los pueda aplicar adecuadamente donde los necesite.

Específicos

- Estudiar el concepto de continuidad de funciones reales de una variable real y sus principales propiedades.
- Estudiar el concepto de diferenciabilidad, sus propiedades y algunas de sus múltiples aplicaciones.
- Estudiar el concepto de integral de funciones reales de variable real y su relación con los conceptos de continuidad y diferenciabilidad entre otras propiedades.
- Comprender las series como otra forma de representación de funciones y estudiar los tipos de convergencia y sus implicaciones.
- Adquirir un léxico suficiente para expresar de forma clara y precisa los conceptos estudiados así como las argumentaciones demostrativas que necesite sustentarr.

6. Créditos Académicos

Tiempo presencial (en horas al semestre)	:	80
Tiempo independiente (en horas al semestre)	:	160
Total de créditos académicos	:	5

7. Contenido Programático

7.1. Continuidad

1. Definiciones de función continua: entre espacios métricos.
   - Según Heine (mediante sucesiones). Como ejemplo considerar caso de una variable real.
   - Según Cauchy (lenguaje $\epsilon - \delta$). Como ejemplo considerar caso de una variable real.
   - Topológica (mediante vecindades y/o bolas abiertas). Como ejemplo considerar caso de una variable real.
   - Equivalencia de las definiciones.
2. Familia de funciones continuas reales de variable real.
   - Adición de funciones continuas.
   - Producto de funciones continuas
   - Cociente de funciones continuas.
   - Composición de funciones continuas.
   - La inversa de una función continua.

7.2. Continuidad en conjuntos de espacios métricos

1. Continuidad en abiertos: imagen directa e imagen inversa de abiertos bajo funciones continuas.
2. Continuidad en cerrados: imagen directa e imagen inversa de cerrados bajo funciones continuas.
3. Continuidad en compactos: imagen directa e imagen inversa de compactos bajo funciones continuas.
4. Continuidad en conexos: imagen directa e imagen inversa de conexos bajo funciones continuas.
5. Consecuencias de los items anteriores en el caso de funciones reales continuas de una variable real y otros teoremas
   - Teorema de Bolzano
   - Teorema de Bolzano-Weierstrass.
   - Teorema de los valores extremos en intervalo cerrado.
   - Teorema de acotación local.
   - Teorema de conservación del signo.
   - Teorema sobre la inversa de una función monótona
6. Continuidad uniforme: definición y propiedades básicas.

7.3. Derivación

1. Derivada de una función real de variable real en un punto.
2. Derivación y continuidad
3. interpretaciones geométricas de la diferenciabilidad, interpetación física de la derivada
4. Familia de funciones diferenciables: suma, producto y cociente de derivadas, derivaci 'on de funciones compuestas, derivada y función inversa.
5. Teoremas de Rolle y de Lagrange.
6. Funciones monótonas y derivadas.
7. Teorema de Fermat.
8. Derivadas de orden superior al primero: definición y ejemplos.
9. concavidad y derivación. Puntos de inflexión.
10. Extremos de una función (ubicación mediante derivadas).
11. Polinomios de Taylor y Teorema de Taylor.

7.4. Integración

1. Sumas integrales de Darboux y de Riemann. Diferencias y semejanzas.
2. Propiedades de las sumas de Darboux.
3. Defínción de integral mediante sumas de Darboux.
4. Defínción de integral mediante sumas de Riemann.
5. Equivalencia de las dos definiciones.
6. Propiedades básicas de la integral: linealidad por argumento, aditividad por dominio, valor absoluto de la integral comparado con la integral del valor absoluto del integrando.
7. Teorema del valor medio para integrales.
8. La integral como función y su continuidad.
9. Teorema de Lebesgue.

7.5. Series y Sucesiones de funciones

1. Convergencia puntual vs. Convergencia uniforme.
2. Convergencia uniforme y continuidad, derivada e integral.
3. Series de Potencias: definiciones, intervalo de convergencia.
4. Continuidad, derivación e integración de series de potencia.

8. Metodología

Un estudiante del Programa de Matemática debe estar en permanente búsqueda del perfeccionamiento en su formación académica, debe ser un apasionado por el conocimiento, debe buscar constantemente la excelencia y su independencia intelectual. El estudiante entonces debe ser responsable de su propio aprendizaje.

De acuerdo con estas características, la metodología de los cursos del Programa de Matemáticas busca involucrar al estudiante de manera activa en el proceso de aprendizaje mediante lecturas previas a los diferentes temas a tratar y mediante la asignación de problemas que deben ser discutidos en el aula.

Se privilegia una metodología que permita propiciar el logro de un dominio conceptual adecuado de la matemática y potenciar el desarrollo de habilidades de pensamiento y competencias para la resolución de problemas. Así mismo, una metodología que permita incorporar el uso de la tecnología computacional al currículo del Programa de Matemáticas para facilitar los procesos de comprensión y representación de los temas matemáticos y para potenciar el desarrollo de algunas habilidades cognitivas.

9. Estrategias de Aprendizaje

- Clases magistrales.
- Talleres asistidos para la resolución de problemas
- Presentación y análisis del tema.
- Discusiones grupales sobre el tema.
- Exposiciones sobre temas asignados.
- Ejercicios de fijación y aplicación.
- Asignación de tareas.

10. Evaluación

La gestión de la Coordinación de Matemática está enmarcada por la evaluación continua de sus actividades y de los resultados.

La evaluación del desempeño de los estudiantes es un proceso permanente que valora el cumplimiento de los objetivos propuestos y los compromisos adquiridos en cada asignatura.

Las calificaciones son la expresión cuantitativa de los resultados de las pruebas académicas. En el Programa de Matemática la calificación definitiva resulta de computar las calificaciones parciales de los dos primeros tercios (con un valor de 30 % y 40 % respectivamente) y el último tercio (con un valor de 30 %)

La calificación definitiva de cada tercio de periodo la establece el profesor, de tal manera que por lo menos el 50 % de ella corresponda a la calificación del examen de tercio (en el tercer tercio este examen corresponde a un examen final de la asignatura) y el porcentaje restante a las calificaciones de las previas, quizzes, trabajos, tareas, talleres, trabajo en clase, entre otros.

Se debe dar a conocer a los estudiantes los resultados de las distintas pruebas en un plazo no mayor a cinco días hábiles siguientes a la realización de las mismas, escuchar los reclamos de los estudiantes y hacer las correcciones requeridas, si las hay.

Referencias

[1] Lima Elon, *Análisis Real Vol.1.* , IMCA. Brasil, 1997.

[2] Apostol, Tom,*Análisis Matemático.* Reverte, N. Y. 1976.

[3] Kudriatsev, L.D. *Curso de Análisis Matemático*, Vol. 1. Editorial Mir, Moscú, 1983.

[4] Spivak, M,*Calculus*, Mc Graw HIll, 1989.

[5] Borden, R.S.*A course in advanced calculus,* North Holland, Amsterdam. 1983.