

## Programa de Ecuaciones Diferenciales

### Índice

<b>1. Generalidades.</b>	<b>2</b>
<b>2. Información General</b>	<b>2</b>
<b>3. Descripción General</b>	<b>2</b>
<b>4. Justificación</b>	<b>3</b>
<b>5. Objetivos</b>	<b>3</b>
<b>6. Créditos Académicos</b>	<b>4</b>
<b>7. Competencias a desarrollar</b>	<b>4</b>
<b>8. Contenido Programático</b>	<b>5</b>
8.1. Ecuaciones diferenciales de primer orden . . . . .	5
8.2. Modelos matemáticos que involucran ecuaciones de primer orden . . . . .	5
8.3. Ecuaciones diferenciales de orden superior . . . . .	6
8.4. Modelos matemáticos que involucran ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden . . . . .	6
8.5. La transformada de Laplace . . . . .	6
8.6. Solución de Ecuaciones Diferenciales en series de potencia . . . . .	7
<b>9. Metodología</b>	<b>7</b>
<b>10. Estrategias de Aprendizaje</b>	<b>8</b>
<b>11. Evaluación</b>	<b>8</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>8</b>

# 1. Generalidades.

1. **Asignatura** : Ecuaciones Diferenciales.
2. **Código**: 22247.
3. **Requisitos**: Cálculo II, Álgebra Lineal.
4. **Duración Semanas** : 16
5. **Créditos** : 5
6. **Programa**: Matemáticas.
7. **Facultad**: Ciencias Básicas.

# 2. Información General

Esta asignatura es obligatoria, se imparte en el V semestre de la Carrera de Matemáticas y su docencia está asignada al Departamento de Matemática. Tiene una asignación lectiva de 5 créditos que se impartirán a lo largo del curso con una distribución de 5 horas de clases semanales.

Además de las 5 clases magistrales, los alumnos disponen de 1 hora semanal de consultoría donde podrán indagar aspectos relativos a la asignatura, recibiendo así una atención personalizada por parte del docente del curso.

# 3. Descripción General

En este primer curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) el estudiante podrá apreciar cuan fértil es el campo de las ecuaciones en las aplicaciones de la matemáticas, viendo por ejemplo, como una ecuación diferencial puede describir la dinámica de un proceso, la cual resolviéndose puede dar información sobre dicho proceso, que permita anticipar su comportamiento y ver su variación bajo distintas condiciones iniciales. Con este curso se busca además que un estudiante de la Carrera en Matemáticas desarrolle sus habilidades en las aplicaciones de las matemáticas, y tenga herramientas que le permitan entender el dinamismo de ciertos fenómenos de la naturaleza. Adicionalmente se espera que adquiera habilidades que le permitan desenvolverse en diferentes situaciones que requieren ciertos problemas de la sociedad. En este sentido, se propone en esta asignatura, ofrecer una variedad de métodos y técnicas que permitan tratar con una EDO, para que se pueda coocer y describir el comportamiento de las soluciones. Enfocándose en dar soluciones explícitas de las ecuaciones, lo cual fomente el raciocinio algorítmico, al modelar distintas situaciones en la naturaleza. Se busca también que el estudiante tenga también los fundamentos matemáticos para abordar con éxito, otros cursos posteriores de su carrera, adquiera un lenguaje apropiado que le permitirán comunicarse con claridad y precisión con otros profesionales que esten resolviendo problemas modelen situaciones que involucran una ecuación diferencial ordinaria.

## 4. Justificación

Las ecuaciones diferenciales constituyen una de las ramas de las Matemáticas más importantes para la comprensión de los fenómenos naturales y surgen en diversas áreas del conocimiento, que incluyen no sólo las ciencias físicas, sino también campos diversos tales como la economía, medicina, psicología e investigación de operaciones. Puede afirmarse que constituyen el lenguaje en el cual las leyes de la naturaleza se expresan. Permite estudiar muchos de los fenómenos relacionados con el cambio y permite al estudiante un acercamiento a los modelos matemáticos y a la solución de problemas relacionados con los mismos. En el estudio de las ciencias e ingeniería se desarrollan modelos matemáticos para ayudar a comprender los fenómenos físicos. Estos modelos a menudo dan lugar a una ecuación que contiene ciertas derivadas de una función desconocida, que puede resultar importante hallar. Por ésta razón se hace necesario estudiar teoría y los métodos básicos para resolver ciertas ecuaciones diferenciales, en este caso ordinarias.

## 5. Objetivos

### General

- Resolver problemas relacionados con la variación entre diferentes magnitudes y manejar los métodos estándares de solución de ecuaciones, incluyendo procedimientos analíticos, gráficos y numéricos.
- Estudiar modelos matemáticos y aplicar los principios básicos en ellos establecidos a la solución de problemas de aplicación en diferentes áreas del conocimiento.

### Específicos

Se espera que al finalizar con éxito este curso el estudiante deberá:

- Resolver ecuaciones diferenciales aplicando los métodos estudiados.
- Resolver problemas de aplicación que involucran ecuaciones diferenciales.
- Interpretar la solución de un problema matemático.
- Interpretar la solución de un problema matemático.
- Identificar los modelos matemáticos relacionados con las ecuaciones diferenciales.
- Apropiarse de la terminología y los métodos propios de esta disciplina matemática.
- Explicar el significado de una ecuación diferencial ordinaria, tanto geométrica como analíticamente.
- Plantear una ecuación diferencial que describa una situación en las ciencias o ingeniería, dando una explicación clara de los principios científicos o de ingeniería involucrados.

## 6. Créditos Académicos

Tiempo presencial (en horas al semestre) : 80

Tiempo independiente (en horas al semestre) : 160

**Total de créditos académicos** : 5

## 7. Competencias a desarrollar

Como concierne a un estudiante de un programa de ciencias en la universidad del Atlántico, el estudiante del Programa de Matemáticas debe mostrar una formación científica integral que le ayude a seguir actualizado y pueda desarrollar más conocimiento a lo largo de su carrera profesional. Adicionalmente el estudiante debe estar en la capacidad de aplicar los conocimientos que va adquiriendo, por ende es necesario que tenga una formación sólida y rigurosa en el campo de las ecuaciones diferenciales. Se espera que el estudiante pueda desarrollar las siguientes competencias:

- Comprensión de la Ecuación Diferencial y la relación que existen entre ellas y las operaciones que se efectúan en la búsqueda de su solución.
- Identificación de las propiedades y origen de las Ecuaciones Diferenciales.
- Análisis de la función como solución de la ED, representación y descripción de los fenómenos de variación y cambio.
- Aplicación de la Transformada de Laplace para resolver problemas de valor inicial.
- Hacer un desarrollo cuidadoso no sólo de las técnicas y la teoría, sino también de las aplicaciones y la geometría de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- Que el estudiante a través del conocimiento de una variedad de métodos y técnicas tanto cuantitativos como cualitativos pueda describir el comportamiento de las soluciones de una EDO, y adquiera una visión global del campo de las EDO.
- Dada una EDO, ser capaz de resolverla con rigor cuando sea integrable, es decir, no limitarse a realizar una serie de manipulaciones más o menos mecánicas que conduzcan a la expresión de la presunta solución general, sino ser capaz de discernir con precisión cuáles son realmente todas las soluciones y en que intervalos están definidas.
- Dada una EDO que no sea integrable, ser capaz de derivar la mayor información posible acerca del comportamiento de sus soluciones.
- Preparar al estudiante para que pueda iniciar el estudio de otras técnicas de solución de problemas con los que se enfrentará en breve.
- Posibilitar que el estudiante aprenda a usar eficientemente las herramientas tecnológicas a su alcance, en la solución de los problemas propios de la asignatura.
- Involucrar al estudiante de manera activa en su proceso de aprendizaje mediante lecturas previas de los diferentes temas a tratar y mediante la asignación de problemas que deben ser sustentados en el aula.

- Propiciar que el estudiante aprenda a trabajar adecuadamente tanto de manera individual como en grupo.
- Aumento de la capacidad personal para plantear hipótesis y realizar inferencias retomando elementos de su conocimiento matemático.
- Incremento de la capacidad personal para trabajar en grupo, realizando aportes pertinentes y valorando otras opiniones.
- Aplicar los conceptos y métodos elementos estudiados a la solución de problemas de aplicación.
- Analiza algunas situaciones de contenido matemático relacionado con el campo de la ingeniería, presenta argumentos y relata sus comprensiones personales

## **8. Contenido Programático**

### **8.1. Ecuaciones diferenciales de primer orden**

1. Introducción. Solución por integración directa
2. Existencia y unicidad de soluciones.
3. Ecuaciones separables.
4. Ecuaciones Homogéneas.
5. Ecuaciones Lineales.
6. Ecuación de Bernoulli.
7. Ecuaciones Exactas.
8. Factores de integración
9. Soluciones por sustitución

### **8.2. Modelos matemáticos que involucran ecuaciones de primer orden**

1. Crecimiento y Decaimiento naturales: Crecimiento de poblaciones. Interés Com puesto. Desintegración radiactiva. Eliminación de medicamentos
2. Ley de enfriamiento y calentamiento.
3. Ley de Torricelli.
4. Problemas de mezclas.
5. Trayectorias de vuelo.
6. Modelo de Poblaciones: Poblaciones limitadas. Día del juicio contra extinción.

7. Movimiento con aceleración variable: Resistencia proporcional a la velocidad. Resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad.
8. Curvas de persecución.

### **8.3. Ecuaciones diferenciales de orden superior**

1. Teoría Preliminar: Problemas de valor inicial y valores en la frontera. Ecuaciones Homogéneas. Ecuaciones no homogéneas.
2. Reducción de orden.
3. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes.
4. Coeficientes indeterminados.
5. Ecuación de Cauchy Euler.
6. Ecuaciones no lineales.

### **8.4. Modelos matemáticos que involucran ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden**

1. Sistema resorte-masa: movimiento libre no amortiguado.
2. Sistema resorte-masa: movimiento libre amortiguado
3. Sistema resorte-masa: movimiento forzado.
4. Circuito en serie análogo.
5. Modelos lineales: Problemas de valores en la frontera.
6. Modelos no lineales.

### **8.5. La transformada de Laplace**

1. Transformada de Laplace y sus propiedades básicas.
2. Transformada de funciones definidas por tramos y de la función gamma.
3. Comportamiento de la transformada de Laplace en el infinito.
4. La Transformada de Laplace inversa. Transformadas inversas básicas.
5. Primer Teorema de Traslación y su forma inversa.
6. Transformadas inversas completando el cuadrado.
7. La función escalón. Las funciones definidas a trozos.
8. Segundo Teorema de Traslación y su forma inversa. Transformada de una función escalón unitario.

9. Derivadas de transformadas. Transformadas de derivadas.
10. Convolución de funciones. Propiedades básicas de las convoluciones.
11. Transformada de una convolución, de una integral. Transformada inversa de un producto.
12. Transformada de una función periódica.
13. Solución de problemas de valor inicial por medio de transformadas de Laplace. Casos en los que aparecen ecuaciones con coeficientes variables.
14. Ecuación integro diferencial.
15. La función Delta de Dirac y su transformada de Laplace.
16. Problemas de aplicación que se resuelven con transformada de Laplace.

## 8.6. Solución de Ecuaciones Diferenciales en series de potencia

1. Repaso de serie de potencia.
2. El Método de serie de potencias. Puntos Ordinarios.
3. Puntos Singulares. Método de Frobenius
4. Funciones de Bessel. Propiedades de las funciones de Bessel.
5. Polinomios de Legendre.

## 9. Metodología

Un estudiante del Programa de Matemática debe estar en permanente búsqueda del perfeccionamiento en su formación académica, debe ser un apasionado por el conocimiento, debe buscar constantemente la excelencia y su independencia intelectual. El estudiante entonces debe ser responsable de su propio aprendizaje.

De acuerdo con estas características, la metodología de los cursos del Programa de Matemáticas busca involucrar al estudiante de manera activa en el proceso de aprendizaje mediante lecturas previas a los diferentes temas a tratar y mediante la asignación de problemas que deben ser discutidos en el aula.

Se privilegia una metodología que permita propiciar el logro de un dominio conceptual adecuado de la matemática y potenciar el desarrollo de habilidades de pensamiento y competencias para la resolución de problemas. Así mismo, una metodología que permita incorporar el uso de la tecnología computacional al currículo del Programa de Matemáticas para facilitar los procesos de comprensión y representación de los temas matemáticos y para potenciar el desarrollo de algunas habilidades cognitivas.

## 10. Estrategias de Aprendizaje

- Clases magistrales.
- Talleres asistidos para la resolución de problemas
- Presentación y análisis del tema.
- Discusiones grupales sobre el tema.
- Ejercicios de fijación y aplicación.
- Asignación de tareas.

## 11. Evaluación

La gestión de la Coordinación de Matemática está enmarcada por la evaluación continua de sus actividades y de los resultados.

La evaluación del desempeño de los estudiantes es un proceso permanente que valora el cumplimiento de los objetivos propuestos y los compromisos adquiridos en cada asignatura.

Las calificaciones son la expresión cuantitativa de los resultados de las pruebas académicas. En el Programa de Matemática la calificación definitiva resulta de computar las calificaciones parciales de los dos primeros tercios (con un valor de 30 % y 40 % respectivamente) y el último tercio (con un valor de 30 %)

La calificación definitiva de cada tercio de periodo la establece el profesor, de tal manera que por lo menos el 50 % de ella corresponda a la calificación del examen del tercio (en el tercer tercio este examen corresponde a un examen final de la asignatura) y el porcentaje restante a las calificaciones de las previas, quizzes, trabajos, tareas, talleres, trabajo en clase, entre otros.

Se debe dar a conocer a los estudiantes los resultados de las distintas pruebas en un plazo no mayor a cinco días hábiles siguientes a la realización de las mismas, escuchar los reclamos de los estudiantes y hacer las correcciones requeridas, si las hay.

## Referencias

- [1] NAGLE, SAFF Y SNIDER., *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Tercera edición, Addison Wesley. México, 2001.
- [2] BOYCE DIPRIMA, *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con valores en la frontera*. Cuarta edición. Editorial Limusa. México, 2002.
- [3] DENNIS ZILL, *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones y notas históricas*.7<sup>a</sup>. Edición en español. Editorial Thomson, México. 2002.
- [4] F. SIMMONS, *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado*. McGraw Hill, N. York, 1977.



- [5] BLANCHARD, P., DEVANEY, R. Y HALL, G., *Ecuaciones Diferenciales* 1ra Edición en español, 1999. Editorial Thomson, México.
- [6] MARTIN BRAUN, *Differential equations and their applications*. 4a ed. Springer-Verlag, 1993.