

Programa de Geometría Diferencial

Índice

1. Generalidades.	2
2. Información General	2
3. Descripción General	2
4. Justificación	2
5. Objetivos	3
6. Créditos Académicos	3
7. Competencias a desarrollar	4
8. Contenido Programático	4
8.1. Curvas en \mathbb{R}^n	4
8.2. Superficies en \mathbb{R}^n	4
8.3. Introducción a las variedades diferenciables	5
9. Metodología	5
10. Estrategias de Aprendizaje	6
11. Evaluación	6
Bibliografía	6

1. Generalidades.

1. **Asignatura** : Geometría diferencial.
2. **Código**: 22245
3. **Requisitos**: 130 creditos acumulados.
4. **Duración Semanas** : 16
5. **Créditos** : 4
6. **Programa**: Matemáticas.
7. **Facultad**: Ciencias Básicas.

2. Información General

Esta asignatura es obligatoria, se imparte en el 9º semestre de Matemáticas y su docencia está asignada al Departamento de Matemática. Tiene una asignación lectiva de 4 créditos que se impartirán a lo largo del curso con una distribución de 5 horas de clase semanales.

Además de las clases de teoría y de prácticas, los alumnos disponen de 1 hora semanal de tutoría donde se podrán consultar aspectos relativos a la asignatura, así como disponer de una atención personalizada por parte de sus profesores.

3. Descripción General

Esta es una asignatura de la componente profesional que estudia en términos generales los conceptos básicos de la teoría local de curvas en \mathbb{R}^n , haciendo énfasis sobre las curvas en \mathbb{R}^3 . Se estudia además las superficies parametrizadas en \mathbb{R}^n , haciendo énfasis en las superficies parametrizadas regulares en \mathbb{R}^3 y se hace un estudio de la aplicación de Gauss.

El estudiante debe incrementar su capacidad de abstracción, generalización e interpretación de los conceptos propios de esta asignatura, se espera de él una suficiente “madurez matemática” que le permita aplicar estos conceptos en teorías más avanzadas.

4. Justificación

La Geometría diferencial forma parte de la base de las principales estructuras geométricas sobre las cuales se desarrollan algunas de las teorías más avanzadas, tales como análisis funcional, ecuaciones en derivadas parciales, topología algebraica y otras. Por si sola ella constituye un campo de estudio necesario para el matemático, puesto que propicia el desarrollo de nuevas ideas y se

constituye en un campo de investigación activo como lo testimonia la gran cantidad de publicaciones científicas en esta área.

5. Objetivos

Generales

- Interpretar, analizar y aplicar la teoría relacionada con las curvas diferenciales en \mathbb{R}^n y \mathbb{R}^3 , y las superficies parametrizadas en \mathbb{R}^n y \mathbb{R}^3 , en la solución de problemas en un contexto propio de la geometría diferencial, bajo un enfoque analítico y cualitativo.
- Estudiar modelos matemáticos y aplicar los principios básicos en ellos establecidos a la solución de problemas de aplicación en diferentes áreas del conocimiento.

Específicos

- Apropiarse de la terminología, principios y métodos propios de la geometría diferencial.
- Interpretar el concepto de curva diferencial en \mathbb{R}^n .
- Analizar las propiedades locales de una curva en \mathbb{R}^n y \mathbb{R}^3 .
- Resolver problemas relacionados con curvas en \mathbb{R}^3 .
- Interpretar los conceptos de vector tangente a \mathbb{R}^n y campo vectorial sobre \mathbb{R}^n .
- Interpretar el concepto de derivada direccional desde los vectores tangentes.
- Interpretar el concepto de superficie parametrizada en \mathbb{R}^n .
- Analizar las propiedades locales de una superficie parametrizada en \mathbb{R}^3 .
- Resolver problemas relacionados con superficies parametrizadas en \mathbb{R}^3 .

6. Créditos Académicos

Tiempo presencial (en horas al semestre) : 64

Tiempo independiente (en horas al semestre) : 128

Total de créditos académicos : 4

7. Competencias a desarrollar

- Reconocer, asignar significados e interpretar los principios de la geometría diferencial, desde un contexto abierto y multidisciplinar.
- Combinar axiomas, definiciones, hipótesis, conceptos y relaciones pre-establecidas para realizar demostraciones, refutar o justificar enunciados en concordancia con los métodos de la geometría diferencial.
- Formular conjeturas plausibles en el marco de la geometría diferencial y relacionarlas con otras áreas del saber matemático.
- Resolver, mediante argumentaciones coherentes, problemas relacionados con la geometría diferencial de curvas y superficies.
- Redactar informes de lecturas acerca del tema y justificar sus apreciaciones mediante la exposición verbal.

8. Contenido Programático

8.1. Curvas en \mathbb{R}^n

1. Curvas en \mathbb{R}^3 .
2. Reparametrización de una curva.
3. Longitud de arco y la función longitud de arco.
4. Curvas de rapidez unitaria.
5. Campos vectoriales a lo largo de una curva.
6. Movimientos rígidos.
7. Curvas en \mathbb{R}^3 .
8. Campo de vectores de Frenet
9. Curvatura y torsión de una curva
10. Teorema fundamental de la teoría local de curvas

8.2. Superficies en \mathbb{R}^n

1. Superficies parametrizadas en \mathbb{R}^n
2. Superficies parametrizadas regulares en \mathbb{R}^n
3. Vector tangente y espacio tangente a una superficie parametrizada regular en \mathbb{R}^n
4. Aplicaciones diferenciables entre superficies regulares en \mathbb{R}^n

5. Primera forma fundamental de una superficie regular en \mathbb{R}^3
6. Distancia sobre una superficie.
7. Isometria entre superficies.
8. Areas en una superficie.
9. Superficies orientables.
10. El operador segunda forma fundamental de una superficie regular en \mathbb{R}^3
11. Curvatura normal, Curvatura media y Curvatura de Gauss.
12. Teorema Egrrgium de Gauss.

8.3. Introducción a las variedades diferenciables

1. Definición de variedades diferenciables.
2. Algunos ejemplos importantes de variedades diferenciables.
3. relación entre las variedades diferenciables y las superficies.
4. Plano tangente a una variedad diferenciable.

9. Metodología

Un estudiante del Programa de Matemática debe estar en permanente búsqueda del perfeccionamiento en su formación académica, debe ser un apasionado por el conocimiento, debe buscar constantemente la excelencia y su independencia intelectual. El estudiante entonces debe ser responsable de su propio aprendizaje.

De acuerdo con estas características, la metodología de los cursos del Programa de Matemáticas busca involucrar al estudiante de manera activa en el proceso de aprendizaje mediante lecturas previas a los diferentes temas a tratar y mediante la asignación de problemas que deben ser discutidos en el aula.

Se privilegia una metodología que permita propiciar el logro de un dominio conceptual adecuado de la matemática y potenciar el desarrollo de habilidades de pensamiento y competencias para la resolución de problemas. Así mismo, una metodología que permita incorporar el uso de la tecnología computacional al currículo del Programa de Matemáticas para facilitar los procesos de comprensión y representación de los temas matemáticos y para potenciar el desarrollo de algunas habilidades cognitivas.

10. Estrategias de Aprendizaje

- Clases magistrales.
- Talleres asistidos para la resolución de problemas
- Presentación y análisis del tema.
- Discusiones grupales sobre el tema.
- Exposiciones sobre temas asignados.
- Ejercicios de fijación y aplicación.
- Asignación de tareas.

11. Evaluación

La gestión de la Coordinación de Matemática está enmarcada por la evaluación continua de sus actividades y de los resultados.

La evaluación del desempeño de los estudiantes es un proceso permanente que valora el cumplimiento de los objetivos propuestos y los compromisos adquiridos en cada asignatura.

Las calificaciones son la expresión cuantitativa de los resultados de las pruebas académicas. En el Programa de Matemática la calificación definitiva resulta de computar las calificaciones parciales de los dos primeros tercios (con un valor de 30 % y 40 % respectivamente) y el último tercio (con un valor de 30 %)

La calificación definitiva de cada tercio de periodo la establece el profesor, de tal manera que por lo menos el 50 % de ella corresponda a la calificación del examen de tercio (en el tercer tercio este examen corresponde a un examen final de la asignatura) y el porcentaje restante a las calificaciones de las previas, quizzes, trabajos, tareas, talleres, trabajo en clase, entre otros.

Se debe dar a conocer a los estudiantes los resultados de las distintas pruebas en un plazo no mayor a cinco días hábiles siguientes a la realización de las mismas, escuchar los reclamos de los estudiantes y hacer las correcciones requeridas, si las hay.

Referencias

- [1] M. P. DO CARMO, *Geometria diferencial das curvas e superficies*. 2012.
- [2] LUIS A. CORDERO, MARIA FERNANDEZ, ALFREDO GRAY, *Geometria diferencial de curvas y superficies*. Addison-Wesley.
- [3] M. M. LIPSCHUTZ, *Theory and Problems of Differential Geometry*.. McGraw-Hill.
- [4] D. SOMASUNDARAM, *Differential Geometry A First Course*. Alpha Science International Ltd. 2005 .

- [5] CHUAN-CHIH HSIUNG, *A first course in differential geometry*. A Wiley interscience Publication. 1981.