

## Programa de Teoría de la Medida

### Índice

1. Generalidades.	2
2. Información General	2
3. Descripción General	2
4. Justificación	2
5. Objetivos	3
6. Créditos Académicos	3
7. Competencias Generales	3
8. Contenido Programático	4
8.1. Espacios de medida . . . . .	4
8.2. La integral en medida . . . . .	4
8.3. Los espacios $L^p$ . . . . .	4
8.4. Medida Producto . . . . .	4
8.5. Topics especiales . . . . .	5
9. Metodología	5
10. Estrategias de Aprendizaje	5
11. Evaluación	5
Bibliografía	6

## 1. Generalidades.

1. **Asignatura** : Teoría de la medida.
2. **Código**: 22241
3. **Requisitos**: Analisis II.
4. **Duración Semanas** : 16
5. **Créditos** : 4
6. **Programa**: Matemáticas.
7. **Facultad**: Ciencias Básicas.

## 2. Información General

Esta asignatura es obligatoria, se imparte en el 8° semestre de Matemáticas y su docencia está asignada al Departamento de Matemática. Tiene una asignación lectiva de 4 créditos que se impartirán a lo largo del curso con una distribución de 4 horas de clase semanales.

Además de las clases de teoría y de prácticas, los alumnos disponen de 1 hora semanal de tutoría donde se podrán consultar aspectos relativos a la asignatura, así como disponer de una atención personalizada por parte de sus profesores.

## 3. Descripción General

Esta es una asignatura de la componente profesional que estudia en términos generales los aspectos principales relacionados con los espacios de medida, en particular, con la medida de Lebesgue. Se consideran especialmente la integral en medida y los principales teoremas asociados a dichas integrales, tales como el de la convergencia dominada, convergencia monotonía, entre otros. Se hace un estudio de los espacios de funciones, especialmente a los espacios de Lebesgue,  $L^p$ .

El estudiante debe incrementar su capacidad de abstracción, generalización e interpretación de los conceptos propios de esta asignatura, se espera de él una suficiente “madurez matemática” que le permita aplicar estos conceptos en teorías más avanzadas.

## 4. Justificación

La teoría de la Medida e Integración se ha convertido en uno de los pilares fundamentales del Análisis no lineal, las ecuaciones Diferenciales en Derivadas parciales y otras más, por lo cual, un matemático, debe conocer los fundamentos de esta, considerada aquí, asignatura; como el inicio de una serie de estudio de profundización y aplicaciones, entre estas aplicaciones podemos encontrar los formalismos de la teoría de la probabilidad entre otros.

## 5. Objetivos

### Generales

- (i) Analizar los conceptos básicos, principios y resultados que fundamentan la Teoría de la Medida y sus aplicaciones.
- (ii) Estudiar, de manera general, los teoremas clásicos de teoría de la medida relacionados con la integral de Lebesgue.

### Específicos

- (i) Reconocer, asignar significados e interpretar los principios de la Teoría de la medida e integración, desde un contexto abierto y multidisciplinar.
- (ii) Combinar axiomas, definiciones, hipótesis, conceptos y relaciones pre-establecidas para realizar demostraciones, refutar o justificar enunciados en concordancia con los métodos enseñados en clase.
- (iii) Formular conjeturas plausibles en el marco de la Teoría de la medida e integración y relacionarlas con otras áreas del saber matemático o de otras disciplinas.

## 6. Créditos Académicos

Tiempo presencial (en horas al semestre)	: 64
Tiempo independiente (en horas al semestre)	: 128
<b>Total de créditos académicos</b>	<b>: 4</b>

## 7. Competencias Generales

Al finalizar este curso, se espera que los estudiantes hallan adquirido habilidades para: Aplicar los conceptos básicos de las Matemáticas relacionados con la teoría de la medida en la solución de problemas de matemáticas y de otras áreas del conocimiento, razonando de manera rigurosa y consistente, dirigida a la construcción de un conocimiento autónomo.

Construir teorías, representaciones y símbolos que ayuden a la comprensión de los distintos temas tratados en la asignatura, reconociendo problemas complejos y adaptándolos a las estructuras lógicas conocidas para poder facilitar la obtención de su solución o su demostración.

Emprender proyectos de investigación de una situación problemática relacionada con la asignatura y a fines que le permitan afianzar los conocimientos y fomentar la cultura de la investigación formativa en matemáticas.

Aportar al conocimiento matemático y a la ciencia mediante la propuesta de nuevas conjeturas y de nuevas teorías mediante el intento de búsqueda de solución de las mismas.

## 8. Contenido Programático

### 8.1. Espacios de medida

1.  $\sigma$ -álgebras y sus propiedades
2. Espacios de medida
3. Medida exterior y medida de Lebesgue
4. Funciones medibles
5. Funciones simples y teorema de la aproximación simple

### 8.2. La integral en medida

1. Funciones simples y su integral
2. Integral de funciones no negativas
3. Teorema de convergencia monótona
4. Lema de Fatou
5. Propiedades de la integral
6. Integral de funciones medibles
7. Teorema de la convergencia dominada
8. La integral de Lebesgue y la integral de Riemann

### 8.3. Los espacios $L^p$

1. Espacios normados
2. Espacios de Banach
3. Espacios  $L^p$  y espacios  $L^\infty$
4. Teorema de representación de Riesz

### 8.4. Medida Producto

1. Medida producto e integrales iteradas
2. Teorema de Tonelli
3. Teorema de Fubini
4. Cambios de coordenadas
5. Fórmulas de cambio de variable en integrales múltiples

## 8.5. Tópicos especiales

1. Modos de convergencia
2. Teorema de Egoroff
3. Teorema de Vitali

## 9. Metodología

Un estudiante del Programa de Matemática debe estar en permanente búsqueda del perfeccionamiento en su formación académica, debe ser un apasionado por el conocimiento, debe buscar constantemente la excelencia y su independencia intelectual. El estudiante entonces debe ser responsable de su propio aprendizaje.

De acuerdo con estas características, la metodología de los cursos del Programa de Matemáticas busca involucrar al estudiante de manera activa en el proceso de aprendizaje mediante lecturas previas a los diferentes temas a tratar y mediante la asignación de problemas que deben ser discutidos en el aula.

Se privilegia una metodología que permita propiciar el logro de un dominio conceptual adecuado de la matemática y potenciar el desarrollo de habilidades de pensamiento y competencias para la resolución de problemas. Así mismo, una metodología que permita incorporar el uso de la tecnología computacional al currículo del Programa de Matemáticas para facilitar los procesos de comprensión y representación de los temas matemáticos y para potenciar el desarrollo de algunas habilidades cognitivas.

## 10. Estrategias de Aprendizaje

- Clases magistrales.
- Talleres asistidos para la resolución de problemas
- Presentación y análisis del tema.
- Discusiones grupales sobre el tema.
- Exposiciones sobre temas asignados.
- Ejercicios de fijación y aplicación.
- Asignación de tareas.

## 11. Evaluación

La gestión de la Coordinación de Matemática está enmarcada por la evaluación continua de sus actividades y de los resultados.

La evaluación del desempeño de los estudiantes es un proceso permanente que valora el cumplimiento de los objetivos propuestos y los compromisos adquiridos en cada asignatura.

Las calificaciones son la expresión cuantitativa de los resultados de las pruebas académicas. En el Programa de Matemática la calificación definitiva resulta de computar las calificaciones parciales de los dos primeros tercios (con un valor de 30 % y 40 % respectivamente) y el último tercio (con un valor de 30 %)

La calificación definitiva de cada tercio de periodo la establece el profesor, de tal manera que por lo menos el 50 % de ella corresponda a la calificación del examen de tercio (en el tercer tercio este examen corresponde a un examen final de la asignatura) y el porcentaje restante a las calificaciones de las previas, quizzes, trabajos, tareas, talleres, trabajo en clase, entre otros.

Se debe dar a conocer a los estudiantes los resultados de las distintas pruebas en un plazo no mayor a cinco días hábiles siguientes a la realización de las mismas, escuchar los reclamos de los estudiantes y hacer las correcciones requeridas, si las hay.

## Referencias

- [1] R. BARTLE *The Element of integration*. John Wiley P Sons, New York. 1989.
- [2] G. FOLLAND, *Real Analysis, Modern Techniques and Their Applications*. John Wiley & Sons, New York. 1999.
- [3] H. L. ROYDEN, *Real Analysis, Fourth Edition*. Pearson Education Asia Limited and china Machine Press, 2010.
- [4] P. R. HALMOS, *Measure Theory*. Springer New York, 1976.
- [5] R. M. DUDLEY, *Real Analysis and Probability*. Cambridge University press, 2004.