EL LENTE GRAVITACIONAL 0957+561 Y LA CONSTANTE COSMOLOGICA

*Libardo Ruz Ruz, **Juan Manuel Tejeiro
*Departamento de Física, Universidad del Atlántico, Km 7 antigua vía a Puerto Colombia, A.A. 1890, Barranquilla, Colombia, jruz@metrotel.net.co
**Observatorio Astronómico Nacional, jtejeiro@ciencias.unal.edu.co

Resumen. En este artículo se estima un valor para el parámetro de densidad de energía del vacío, Ω_v, utilizando los parámetros observacionales del sistema de lente gravitacional 0957+561, como son la magnificación relativa de sus dos imágenes y los corrimientos al rojo de las distribuciones de masa que conforman la lente y la fuente. Para tal fin se modela la masa deflectora como una esfera singular isoterma. En el trabajo se tienen en cuenta las inhomegeneidades locales en la distribución de mas del universo y se utiliza la ecuación de Dyer- Roeder para calcular las distancias diametrales angulares requeridas en el trabajo.
Palabras Claves: lentes gravitacionales, distncias cosmológicas, magnificación, constante cosmológica.

Abstract. In this article we estimate the value for the density of energy parameter of the vacuum $\Omega_{\Lambda,}$ by using the observational parameters of the gravitational lens system 0957$\pm$561, as the relative magnification of its images and the mass distributions redshifts that conform the lens and the source. To this purpose we model the deflector mass as a singular isothermal sphere. In this research we take into account the local inhomogenities in the mass distribution of the universe and we use the Dyer-Roeder ecuation for calculating the angular diameter distance that were required.
Key words: gravitational cosmological distance, magnification, cosmological constant.

1. Introducción

Según la Teoría General de a Relatividad, cuando se aplica la métrica de Friedmann-Lemaître-Robrtson-Walker, la ecuación que gobierna el factor de expansión, $R(t)$, para un universo plano , viene dada por

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m + \frac{\Lambda}{3} \tag{1}$$

donde Λ es la *constante cosmológica,* ρ_m es la *denidad de masa y* H es la *constante de Hubble.* Debe destacarse que estas dos últimos cantidades pueden cambiar con el tiempo. Se definen los parámetros asociados con la densidad de masa y la constante cosmológica, respectivamente como

$$\Omega_m = \frac{8\pi G}{3H_o^2}\rho_{mo} \quad \text{y} \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_o^2} \tag{2}$$

con lo cual la ecuación (1) se puede exoresar así:

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1. \tag{3}$$

El subíndice cero indica los valores de las cantidades en la actualidad. En esta forma puede verse que los dos parámetros así definidos, se constituyen en factores que que contribuyen en gran medida a la descripción de la evolución del universo. Por otra parte, los modelos cosmológicos de Friedmann-Robertson-Walker, suponen que la distribución de materia del universo es homogénea, pero a escalas menores que la de los cúmulos de galaxias, el universo realmente se muestra inhomogéneo y en consecuencia se define el *parámetro de suavidad* α, que mide la fracción de masa del universo que se encuentra distribuida uniformemente, mientras que $(1-\alpha)$ corresponde a la fracción de masa que se encuentra en *clumps,* como galaxias y cúmulos de galaxias.
El sistema de lente gravitacional 0957+561 que se utiliza para acotar el valor de Ω_Λ, [7] comprende un quasar (*fuente*), cuyo corrimiento al rojo es de $z_s = 1{,}41$, del cual se forman dos imágenes A y B por la acción de un cúmulo de galaxias (*lente*) con un corrimiento al rojo $z_d = 0{,}36$. Las posiciones angulares de las dos imágenes A y B de la fuente, respecto del centro de la galaxia, son $\theta_A = 5{,}2$” y $\theta_B = 1{,}03''$, su magnificación relativa observacional [8] es $\mu_{AB} = 0{,}75 \pm 0{,}02$, la velocidad de dispersión observacional de la galaxias respecto del eje óptico [13] es $\sigma_v = (316 \pm 14)Kms^{-1}$ y el tiempo de retardo entre las dos imágenes A y B es [9] $\Delta t = (417 \pm 3)$ días.

2. Magnificación

Si consideramos un haz de luz emanado de un área infininitesimal de una fuente, al interactuar con un campo gravitacional, este haz cambiará continuamente su dirección y su sección transversal se va distorsinando en la medida en que avanza. Sin embargo, si se supone que la deflexión del haz ocurre en un medio donde no se presenta emisión o absorción de radiación, la intensidad luminosa I, del haz se conservará a lo largo de todo su recorrido, para todos los observadores que no registren corrimiento relativo de frecuencia. Esto indica que los cambios que se presentan en el flujo de una imagen, son debidos al cambio del área transversal del haz de luz que de ella emana.
Supongamos ahora una fuente infinitesimal que emite luz con una frecuencia ν y que la intensidad luminosa registrada por un observador, O, en una determinada dirección, es I. En un espacio no perturbado, la fuente tiene una posición angular $\boldsymbol{\beta}$ y estará subtendida por un ángulo sólido $d\omega_o$; entonces el flujo luminoso de esta fuente es

$$S' = I d\omega_o$$

En presencia de un campo gravitacional, una imagen de la fuente tendrá una posición angular $\boldsymbol{\theta}$, y estará subtendida por un angulo sólido, $d\omega$; el flujo luminoso ahora es:

$$S = Id\omega$$

Se define la magnificación μ, como el cociente de estos dos flujos, esto es

$$\mu = \frac{d\omega}{d\omega_o}$$

La relación entre estos dos ángulos sólidos se determina a partir de la relación [2]. o sea, $\frac{d\omega_o}{d\omega} = \left|\det \frac{d\beta}{d\theta}\right|$,
y en consecuencia

$$\mu = \left|\det \frac{d\beta}{d\theta}\right|^{-1}$$

Consideremos una fuente con una posición angular $\boldsymbol{\beta}$ y sean A y B dos imágenes de esta fuente con posiciones angulares θ_A y θ_B respectivamente; entonces debe cumplirse que $d\beta = A_A d\theta_A = A_B d\theta_B$, luego

$$d\boldsymbol{\theta}_B = A_B^{-1} A_A d\theta_A$$

Se define la magnificación relativa como

$$\mu_{BA} = \frac{\mu_A}{\mu_B} = \left|\det(A_B^{-1} A_A)\right|^{-1} = \left|\frac{\det A_B}{\det A_A}\right| \tag{4}$$

Si la lente se modela como una esfera singular isoterma [1], se demuestra que la magnificación relativa de las dos imágenes viene dada por

$$\mu_{BA} = \left|\frac{\theta_A}{\theta_B} \frac{D_s\theta_B \left(\frac{c}{\sigma_v}\right)^2 - 4\pi D_{ds}}{D_s\theta_A \left(\frac{c}{\sigma_v}\right)^2 - 4\pi D_{ds}}\right| \tag{5}$$

donde D_s y D_{ds} son respectivamente las distancias diametrales angulares desde el observador a la fuente y desde la lente hasta la fuente.

3. Distancia Diametral Angular y la Ecuación de Dyer-Roeder

Para calcular la magnificación se requiere del previo conocimiento de las distancias diametrales angulares entre el observador y la fuente y entre ésta y la lente, las cuales se calculan por medio de la ecuación de *Dyer-Roeder*, que relaciona la distancia diametral angular con los parámetros cosmológicos[3] [4]. Para el caso especial de un universo plano del tipo Friedman-Robertson-Walker, teniendo en cuenta las inhomogeneidades en la distribución de materia en el universo, a través del parámetro de suavidad α, la ecuación de propagación es [6]

$$(1+z)\left(\Omega_{mo}z+1-\frac{z(z+2)\Omega_{\Lambda o}}{(1+z)^2}\right)\frac{d^2D}{dz^2}+\left(\frac{\Omega_{mo}(7z+1)}{2}+3+\right.$$
$$\left.+\frac{(3z^2+6z+1)\Omega_{\Lambda o}}{(1+z)^2}\right)\frac{dD}{dz}+\frac{3\alpha\Omega_{mo}D}{2}=0 \qquad (6)$$

donde D es la distancia diametral angular y z es el corrimiento al rojo cosmológico y Ω_m, Ω_Λ y α han sido definidos en la sección 1..
Las condiciones iniciales para resolver (6), respecto de un punto $z = z_o$ para una fuente en $z = z$, con $z > z_o$, son

$$D(z_o, z_o) = 0, \quad \left[\frac{dD}{dz}\right]_{z=z_o} = \frac{(1+z_o)^{-2}}{\sqrt{\Omega_{mo}z_o + 1 - \frac{\Omega_{vo}z_o(z_o+2}{(z_o+1)^2})}}$$

4. Magnificación y el parámetro de suavidad

En la figura 1 se ha graficado la magnificación relativa, μ_{AB}, en función del parámetro de suavidad α, para diferentes valores de la densidad de energía del vacío, Ω_Λ.
Allí se puede observar que para cada valor fijo de Ω_Λ, la magnificación decrece en la medida en que aumenta el parámetro de suavidad, de manera que, puede notarse la gran sensibilidad de la magnificación con relación a los cambios de Ω_Λ.
Los cálculos muestran que únicamente los valores 0.55$\leq$ Ω_Λ $\leq$0.80, permiten una magnificación μ_{AB} en el intervalo 0.75$\pm$0.02.
Obsérvese que cuando la densidad de energía del vacío es 1, la magnificación es de de 0.52 para todos los valores del parámetro de suavidad. Este hecho está en concordancia con la suma cósmica, ya que si la densidad de energía del vacío, es 1, la densidad de materia es cero y en consecuencia la magnificación debe tomar el valor corerspondiente al valor 0.0 del parámetro de suavidad.
La figura 2 muestra la gráfica de la magnificación en función de la densidad de energía del vacío. Se nota en esta figura que la magnificación del sistema de lente en estudio es muy sensible a la variación del parámetro de suavidad, α, para valores de Ω_Λ menores que 1, mientras que para $\Omega_\Lambda = 1$, la magnificación toma el valor de 0.52 para cualquier valor de α, hecho que coincide con los resultados mostrados en la sección anterior.
Por otra parte, el valor central para el intervalo $0.55 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.80$ es de 0.67. Con este valor y el de la magnificación observacional de 0.75 $\pm$ 0.02 se ha calculado el valor correspondiente del parámetro de suavidad de 0.70 $\pm$ 0.21.

5. Conclusiones

En este artículo se ha estimado un conjunto de valores para la densidad de ener-gía del vacío, Ω_Λ, comprendido entre 0.55 y 0.80, a partir de los parámet-

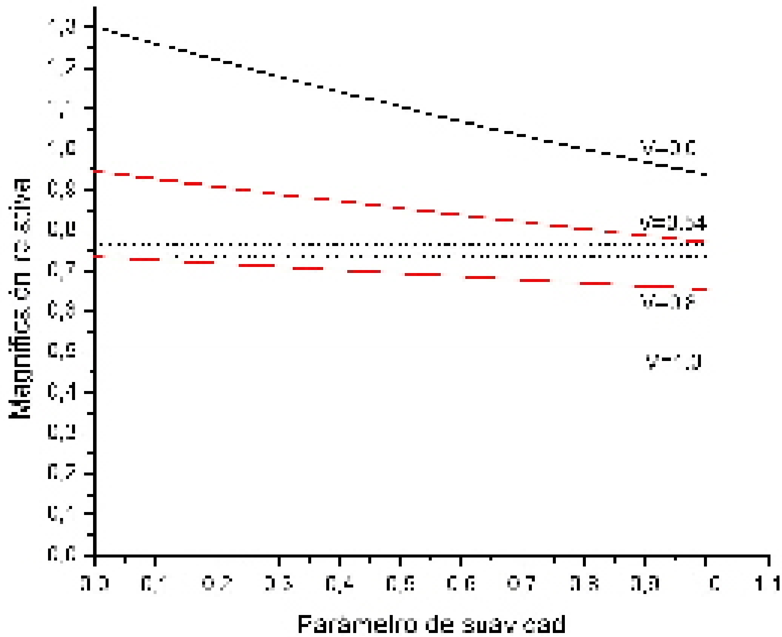

Figura 1: *Magnificación en función del parámetro de suavidad.*

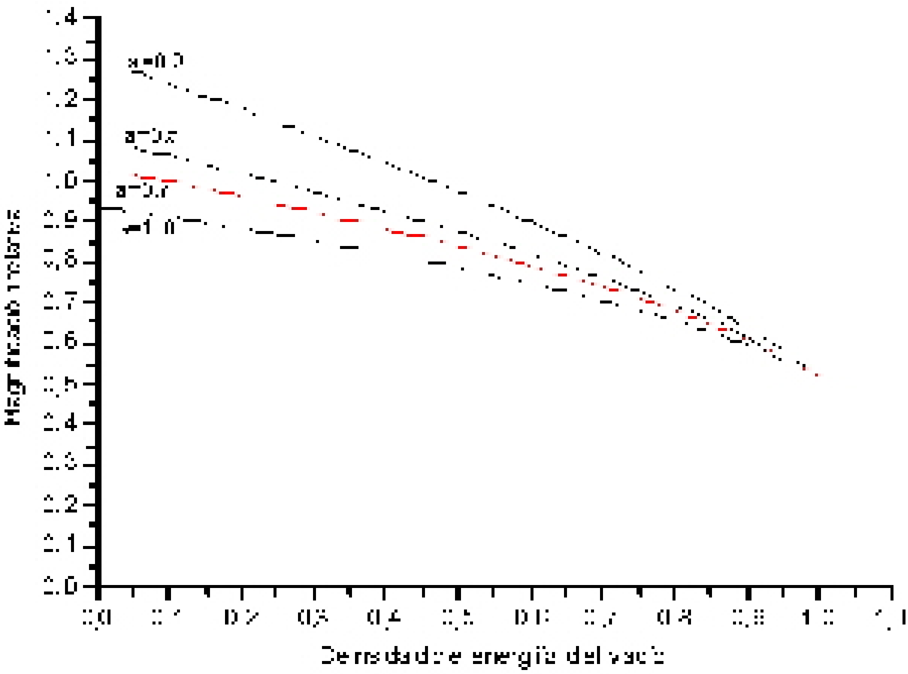

Figura 2: *Magnificación relativa en función de la densidad de energía del vacío, V, para diferentes valores del parámetro de suavidad, a.*

ros observacionales del sistema de lente gravitacional 0957+561. Para el valor central del anterior intervalo, que es de 0.67 y la magnificación observacional de 0.75 ± 0.02, se ha logrado un parámetro de suavidad en el intervalo 0.70 ± 0.21 Es muy recomendable repetir los cálculos realizados en este trabajo, con otros sistemas de lentes gravitacionales, porque puede conllevar a resultados que permitan reducir la incertidumbre en el valor del parámetro cosmològico Ω_v y, con ello, también podría obtenerse una cota superior menor que 1 para el parámetro de suavida α.
Por otra parte, si bien es cierto que en este trabajo los càlculos se han hecho suponiendo un modelo de universo plano ($k = 0$), es posible realizarlos con mode-los de universo abierto ($k = -1$) o cerrado ($k = 1$) y comparar los resultados con lo que se han obtenido en el presente artìculo.

Referencias

[1] Narayan, R. y Bartelmann, M. "Lectures on Gravitational Lensing". Max Planck- Institut für Astrophisik, 1997

[2] Schneider, P., Ehlers, J. y Falco. E. "Gravitational lenses", Ed. Springer-Verlag, NY 1992

[3] Linder, E. V., "Light propagation in geralized Friedmann models". Astron. Astrophys., 206. 190-198 (1988)

[4] Linder, E. V., "Cosmological tests of geralized Friedmann models". Astron. Astrophys., 206. 175-189 (1988)

[5] Carrol, S. M., Press, A. H. and Turner, E. L."The cosmological Constant", Ann.Rev. Astron. Astrophys., 30, 499, 1992

[6] Tejeiro, J. M. y Castañeda, L. "Estadística de lentes gravitacionales en diferentes modelos evolutivos de galaxias", preprint. Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, 2002.

[7] Gorestein, M. V. "VLBI observations of the lens system 0957+561: structure and relativ magnification of the A and B images" ApJ, 334: 42 58, 1988.

[8] Falco, E. F., Gorestein, M. V. and Shapiro, I. "New model for the 0957-561 gravitational lens system"ApJ. 372: 364-379, 199

[9] Garret, M. A. et al " Global VLBI observations of the gravitational lens system 0957+561" Mon. Not. Astron. Soc. 270, 457-464, 1994.

[10] Grogin, N. and Narayan, R."A new model of the 0957-561 gravitational lens system" ApJ. 464: 92-113, 1996 june 10.

[11] Weinberg, S. Gravitation and Cosmology. Jhon Wiley & Sons 1972

[12] Castañeda, L. "Efectos de la Constanste Cosmológica en la Probabilidad de lentes gravitacionales" Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2002.

[13] Falco, E. E., Shapiro, I. I., Moustakas, L. A.& Davis, M. !997 ApJ, 484, 70.