MODOS ELECTROMANÉTICOS COLECTIVOS EN SUPERCONDUCTORES DE CAPAS EN ESTADO DE VORTICES

R. Vega Monroy*, C. Montoya Morrón, P. Pacheco Martínez
Grupo de Física Teorica del Estado Sólido, Departamento de Física,
Universidad del Atlántico, Km 7 antigua vía a Puerto Colombia, A.A. 1890,
Barranquilla, Colombia,*rvega@uniatlantico.edu.co

Resumen. En este trabajo son estudiados diferentes tipos de modos colectivos electromagnéticos que se pueden propagar en superconductores de capas en estado de vórtices. Son obtenidas expresiones analíticas para modos del tipo helicón. Además son estudiados modos electromagneticos que representan una mixtura entre magnetoplasmón y plasmón, así como ondas que representan una combinación entre helicón y plasmón. Es encontrado que la ley de dispersión de este tipo de modos presenta un corrimiento en frecuencia a diferencia de excitaciones similares en conductores normales y superconductores convencionales.
Palabras Claves: Suprconductores de capas, modos colectivos electromagnéticos, estado de vórtices, helicón, plasmón, magnetoplasmón.

Abstract. Collective electromagnetic modes in layered superconductors in the vortex state are studied. Some analytic expressions for helicon-like, a mixture of helicon-plasmon-like and also plasmon-magnetoplasmon-like modes are obtained. The dispersion laws for these collective excitations present a frequency-shift in contrast with similar modes in layered conductors and conventional superconductors.
Key-Words: Layered superconductors, collective electromagnetic modes, vortex state, helicon, plasmon, magnetoplasmon.

1. Introducción

En la actualidad la gran importancia del estudio de la propagación de ondas electromagnéticas radica en la posibilidad que presentan este tipo de trabajos en el desarrollo y la caracterización de nuevos tipos de materiales, los cuales están ligados al avance de la tecnología.
La historia de estudios teóricos dedicados al análisis del espectro de modos colectivos en superconductores se remonta a los trabajos clásicos de De Gennes y Matricon [1]. En los años noventa, con el descubrimiento de los superconductores de altas temperaturas, los estudios de excitaciones colectivas electromagnéticas en superconductores de capas toman un nuevo auge y la literatura encontrada es sumamente extensa.
En los trabajos [2] y [3] se analiza el espectro de modos colectivos electromagnéticos en superconductores de capas y el acoplamiento entre estas excitaciones.

En [4] se determina el espectro de plasmones en conductores de capas vía interacción columbiana y cómo el efecto de éstos plasmones puede determinar el valor de la brecha energética en los superconductores. En el trabajo [5] son estudiadas, en el formalismo de la Transfer-Matriz, ondas superficiales en superconductores de capas, así como en [6] y [7] son analizados los llamados modos de plasma de Josephson en estos mismos sistemas. En [8] son analizados modos electromagnéticos localizados en capas defectuasas en superconductores de capas.
El presente trabajo continua los estudios realizados en [9], pero ampliados a sistemas superconductores de capas en presencia de vortices.

2. Modelo

El modelo estudiado representa un arreglo infinito de planos superconductores bidimensionales en estado de vortices embebidos en una matriz dieléctrica con constante ε. La separación a entre los planos es suficientemente grande, así que se desprecia el tunelamiento de electrones superconductores a través del dieléctrico, de manera que la interacción entre planos se realiza a través del campo electromagnético. Un campo magnético externo es aplicado en dirección z perpendicular a los planos superconductores, además el sistema es excitado por medio de un campo electromagnético $E_l = E_l\left(\vec{q}, z, \omega\right) \exp\left[i\left(\vec{q}\vec{\rho} - \omega t\right)\right],$ donde $\vec{q}$ es el vector de onda en el plano y $\vec{\rho}$ es el vector de posición bidimensional, $l = x, y, z$.
Bajo estas condiciones el campo electromagnético induce corriente eléctrica $J_\alpha = \sum_{\beta,n} \sigma_{\alpha\beta}\left(\vec{q}, \omega, H\right) \delta\left(z - an\right) E_\beta\left(\vec{q}, \omega, z\right)$ en los planos superconductores los cuales generan un campo electromagnético que polariza la matriz dieléctrica. Dicho proceso es repetitivo a lo largo de toda la estructura, dando como resultado la excitación de modos colectivos electromagnéticos. $\sigma_{\alpha\beta}$ es el tensor bidimensional de conductividad, $\delta\left(z - an\right)$ es la función delta de Dirac, $\alpha, \beta = x, y$ y n es un índice que númera el plano superconductor.
Teniendo en cuenta todo lo anterior podemos escribir las ecuaciónes Maxwell de la siguiente manera:

$$grad\left(div\vec{E}\right) - \Delta\vec{E} = -\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{J}. \tag{1}$$

Asumiendo que $\vec{q}$ es paralelo al eje y podemos escribir esta ecuación para las componentes del campo eléctrico en el plano como sigue:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - q_\omega^2\right) E_x = \frac{4\pi i\omega}{c^2} J_x \tag{2}$$

y

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - q_\omega^2\right) E_y = -\frac{4\pi i q_\omega^2}{\omega\varepsilon} J_y, \tag{3}$$

donde

$$q_\omega^2\left(z\right) = q^2 - \frac{\omega^2\varepsilon}{c^2}. \tag{4}$$

Teniendo en cuenta la expresión para la corriente podemos escribir las ecuaciones anteriores de la siguiente forma matricial:

$$E_\alpha(n) = \sum_{\beta,n'} U_{\alpha\beta} G^{\beta}_{q_\omega}(n,n')\,\sigma_{\alpha\beta} E_\beta(n'), \tag{5}$$

donde la función de Green $G^{\alpha}_{q_\omega}(n,n') = -\frac{1}{2q_\omega}\exp(-q_\omega|z-z'|)$ satisface la ecuación

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2_\omega(z)\right) G^{\alpha}_{q_\omega}(z,z') = \delta(z-z'), \tag{6}$$

Los coeficientes $U_{\alpha\beta}$ tienen la siguiente forma:

$$U_{xx} = U_{xy} = \frac{4\pi i\omega}{c^2}, \qquad U_{yy} = U_{yx} = -\frac{4\pi i q^2_\omega}{\omega}. \tag{7}$$

Cambiando de representación a través de la transformada de Fourier

$$E_\beta(n) = \frac{a}{2\pi}\int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk e^{ikan} E_\beta(k) \tag{8}$$

obtenemos la siguiente ecuación:

$$\sum_\beta \left[\delta_{\alpha\beta} - \sigma_{\alpha\beta}(q,\omega,H)\,U_{\alpha\beta} S(\vec{q},k,\omega)\right] E_\beta(q,k,\omega) = 0, \tag{9}$$

donde

$$S(\vec{q},k,\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-q_\omega a|n| + ikn} = \frac{\sinh q_\omega a}{\cosh q_\omega a - \cos ka}. \tag{10}$$

La solución a la ecuación (9) expresa las leyes de dispersión de modos colectivos electromagnéticos. Esta ecuación tendrá soluciones diferentes de cero sí el determinante de la matriz principal es igual a cero.
Como se puede ver claramente de (9), la forma y el tipo de ley de dispersión de las ondas electromagnéticas depende enteramente de la forma que posea el tensor de conductividad, el cual obtendremos seguidamente.
Para describir la dinamíca del sistema electrónico en los planos superconductores en estado de vortices, haremos uso del modelo de Drude, en el cual los electrónes superconductores de carga e y masa m poseen una aceleración:

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} = \frac{e}{m}\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\vec{v}_s \times \vec{H}\right)\right] + \frac{\vec{F}}{\rho_s}\sum_i \delta(\rho_i), \tag{11}$$

donde $\vec{E}, \vec{H}$ son el campo eléctrico y magnético respectivamente, y $\vec{v}_s$y $\rho_s = n_s e$ es la velocidad y la densidad de los superelectrones. $\vec{F}$ representa la fuerza de Magnus propiciada por la acción de los vórtices en el sistema electrónico ubicados en la posición ρ_i. La fuerza de Magnus tiene la siguiente forma [10]:

$$\vec{F} = \rho_s\left[(\vec{v}_l - \vec{v}_s) \times \vec{\kappa}\right], \tag{12}$$

donde $\kappa = h/2m$ es el cuanta de circualación y $\vec{v}_l$ es la velocidad con que se mueve el vórtice. Al colocar la expresión (12) en (11) y en el límite $\vec{v}_l \ll \vec{v}_s$ tenemos

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} = \frac{e}{m}\left\{\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}_s \times \left(\vec{H} - \vec{B}\right)\right]\right\}, \tag{13}$$

donde $\vec{B} = n_l \Phi_o$ es la inducción magnética. n_l es el número de vórtices y $\Phi_o = ch/2m$ es el cuanta magnético. Finalmente expresesando (13) en forma de ley de Ohm $J_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta$ y teniendo en cuenta que $\vec{J} = n_s e \vec{v}_s$, obtenemos las componentes del tensor de conductividad del sistema electrónico superconductor bidimensional:

$$\sigma_{xx} = \frac{ia}{2\pi}\frac{\omega_p^2 \omega}{\left(\omega_c - \omega_l\right)^2 - \omega^2}, \qquad \sigma_{xy} = \frac{a}{\pi}\frac{\omega_p^2\left(\omega_c - \omega_l\right)}{\left(\omega_c - \omega_l\right)^2 - \omega^2}, \tag{14}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy}, \qquad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx}, \tag{15}$$

donde $\omega_p^2 = 2\pi n_s e^2/ma$ es la frecuencia de plasma, $\omega_c = eH/mc$ es la frecuencia ciclotrónica y $\omega_l = eB/mc$.

3. Modos colectivos electromagnéticos

En esta sección obtendremos expresiones analíticas para leyes de dispersión de modos colectivos electromagnéticos excitados en el sistema analizado.

Si escribimos de manera explicita el determinante de la ecuación (9), teniendo en cuenta (14) y (15) obtenemos:

$$1 - \frac{2\pi a \omega_p^2 \omega}{\Omega^2 - \omega^2} S(q,k)\left(\frac{\omega}{c^2 q_\omega} - \frac{q_\omega}{n_o^2 \omega}\right) + \frac{\omega_p^4}{c^2 n_o^2\left(\Omega^2 - \omega^2\right)} S^2(q,k), \tag{16}$$

donde $\Omega = \omega_c - \omega_l$.

Inicialmente comenzaremos nuestro análisis con ondas cuya dispersión es a lo largo de la orientación del campo magnético externo, o sea cuando $q = 0$. En este sentido $q_\omega = (in_o/c)\omega$ y el parametro $S(q,k)$ adquiere la siguiente forma:

$$S(0,k) = \frac{\frac{in_o}{c}\omega}{2\sin\frac{ka}{2}}. \tag{17}$$

Colocando esta expresión en (16) obtenemos la siguiente ecuación

$$\omega = \frac{\Omega \sin^2\frac{ka}{2}}{\sin^2\frac{ka}{2} + \left(\frac{\tilde{\omega}_p}{2}\right)^2} \tag{18}$$

donde $\tilde{\omega}_p = \omega_p a/c$.
La ecuación (18) representa la ley de dispersión de ondas circularmente polarizadas, orientadas a lo largo del vector de intensidad del campo magnético y

conocidas como helicones. La caracteristica principal de estas ondas es la dependencia cuadrática de la frecuencia con respecto al vector de onda. Este tipo de modos ha sido estudiado en diferentes sistemas tanto superconductores convensionales [1], como en conductores normales de capas [9]. La diferencia de la ecuación (18) a la obtenida en conductores normales [8] radica en el corrimiento de la frecuencia $\Omega = \omega_c - \omega_l$ debido a la presencia de los vortices en el sistema electrónico. Este corrimiento conlleva a que en el límite cuando $\omega_l \to \omega_c$, que coincide con la completa penetracíon del campo en el superconductor, el modo (18) desaparece.
En el límite $ka \to 0$ obtenemos el siguiente resultado:

$$\omega = \frac{\Omega}{\omega_p^2} c^2 k^2 \tag{19}$$

que coincide con el resultado clásico estudiado por De Gennes y Matricon [1] en superconductores convesionales.
Analizemos ahora el límite $q \gg n_o \omega / c$. En este caso $q_\omega \simeq q$ y de la ecuación (9) obtenemos la siguiente ley de dispersión:

$$\omega^2 = \frac{\Omega^2 qa}{qa + \tilde{\omega}_p^2 S(q,k)} + \frac{qaS(q,k)\omega_p^2}{n_o^2}. \tag{20}$$

Esta ecuación está formada por dos términos, el primero para el caso $qa \ll 1$ toma la siguiente forma:

$$\omega_1^2 = \frac{\Omega^2 \sin^2 \frac{ka}{2}}{\sin^2 \frac{ka}{2} + \frac{\tilde{\omega}_p^2}{2}} \tag{21}$$

y representa un modo colectivo cuya ley de dispersión se asemeja a (18). El segundo término se puede escribir de la siguiente manera:

$$\omega_2^2 = \left(\frac{\omega_p}{n_o}\right)^2 \frac{qa \sinh qa}{\cosh qa - \cos ka}, \tag{22}$$

que es la expresión para una onda de plasma tridimensional. De esta ecuación podemos ver que para valores de ka multiplos de $\pi/2$ esta expresión se convierte en la ley de dispersión de un plasmon en superconductores convencionales. De lo anterior podemos concluir que (20) representa la ley de dispersión de un modo colectivo que es la combinación de un plasmón y un helicón.
Finalmente, para el caso en que ka es multiplo de 2π y $q_\omega \simeq q$ tenemos que $S \simeq 2/qa$ y

$$\omega^2 = \frac{q^2a^2}{q^2a^2 + \tilde{\omega}_p^2} \left[\Omega^2 + \frac{2\omega_p^2}{n_o^2} \left(1 + \frac{2\tilde{\omega}_p^2}{q^2a^2} \right) \right]. \tag{23}$$

Este modo pose una brecha del orden de ω_p, lo que claramente se ve en el límite cuando $qa \to 0$. Este excitación colectiva es la combinación de un magnetoplasmón el cual se encuentra expresado a través del primer término de esta ecuación, y de un plasmón representado en el segundo término.

4. Conclusión

En este trabajo es analizada la propagación de diferentes tipos de modos colectivos electromagnéticos que pueden existir en superconductores de capas en estado de vórtices. Son obtenidas expresiones analíticas para modos electrómagnéticos sin tener en cuenta la contribución de las excitaciones internas en los vortices, sinó desde el punto de vista fenomenológico, en el modelo de Drude, es analizado el efecto del vórtice sobre el movimiento mismo de los electrones.
Inicialmente es obtenida una expresión general en la ecuación (9) para la ley de dispersión de modos electromagnéticos para estructuras de capas en completa analogía con [9]. La particularidad en el presente analisis consiste en la contribución de la fuerza, proporcional a la inducción magnetica, en el tensor de conductividad como consecuensia de la aparición de vórtices en el sistema superconductor.
En este sentido se obtiene una expresión analítica concreta en la ecuación (18), para modos electromagnéticos polarizados circulalarmente que se propagan en la dirección del campo magnético externo conocidos como helicones. La ley de dispersión de estos helicones presenta un corrimiento de frecuencia con respecto a los helicones en conductores normales de capas analizados en el trabajo [9]. Para el límite $k \to 0$ la ecuación (19) coincide exactamente con el tipo de helicones en superconductores convencionales analizados en el trabajo de De Gennes y Matricon [1].
En el límite $q \gg n_o\omega/c$ es obtenida una expresión para un tipo de onda que representa una combinación entre helicón y plasmón, dependiendo de los valores para la componente z del vector de onda.
Para el caso en que ka es multiplo de 2π es obtenida la ley de dispersión para modos electromagneticos que representan una mixtura entre magnetoplasmón y plasmón (ver Ec.(23)).
Todos los resultados aquí resumidos representan un primer paso para una mejor descripción del espectro de ondas en superconductores de capas en estado de vórtices. La siguiente etapa de estos estudios deberán tener presente las excitaciones excitentes en el vórtice mismo y como estas influyen en la dinámica del sistema electrónico superconductor, así como otros efectos propios de estos sistemas como son el pinning, etc.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad del Atlántico por la financiación de este trabajo a través de la convocatoria "Pensar el Caribe Colombiano".

Referencias

[1] P.G. De Gennes and J. Matricon, Rev. Mod. Phys. 36, 45 (1964).

[2] H.A. Fertig and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. 65, 1482 (1990).

[3] H.A. Fertig and S. Das Sarma, Phys. Rev. B 44, 4480 (1991).

[4] R. Cote and A. Griffin, Phys. Rev. B 48, 10404 (1993).

[5] V.M. Gvozdikov, Physica C 224, 293 (1994).

[6] L.N. Bulaevskii *et. al.*, Phys. Rev B 53, 14601 (1996).

[7] E.B. Sonin, Phys. Rev. Lett. 79, 3732 (1997)

[8] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Supercond. Sci. Technol. 12, 238 (1999).

[9] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Low Temp. Phys. 25, 802 (1999).

[10] E.B. Sonin, cond-mat/9606099 (1996).