

RETARDO TEMPORAL EN EL SISTEMA QSO 0218+357 USANDO EL MODELO DE LA ESFERA ISOTERMA CON NÚCLEO

Ubaldo Molina Redondo
ubaldoe40@hotmail.com

Departamento de Física, Universidad del Atlántico, Km 7 antigua vía a Puerto
Colombia, A.A. 1890, Barranquilla, Colombia.

Resumen. En este artículo se encuentra una expresión analítica para el retardo temporal usando el modelo de la Esfera Isoterma con Núcleo (Δt_{EIN}). Esta expresión se puede aplicar a cualquier sistema cuasar de lentes por galaxias y en particular el retardo temporal se aplica al sistema QSO 0218+357, haciendo uso de los valores observacionales medidos en dicho sistema y también fijando los parámetros cosmológicos más aceptados en la literatura. Por lo cual el retardo temporal queda únicamente en función del radio del núcleo. Teóricamente cuando el radio del núcleo sea cero, el retardo temporal con núcleo (Δt_{EIN}), debe coincidir con el retardo temporal del modelo de Esfera Singular Isoterma (Δt_{ESI}) y de hecho debe ser acorde con el valor del retardo temporal medido observacionalmente en dicho sistema (10,1 días). Se trata entonces de analizar qué tan sensible es el retardo temporal con respecto al radio del núcleo de la galaxia deflectora[1].

Palabras Claves: Retardo temporal, Esfera Isoterma, Lentes por Galaxias.

Abstract. In this article, it is found an analytical expression for temporal retard using the isothermal sphere models with nucleus (Δt_{EIN}). This expression is applied or assigned to any quasar system of lensing by galaxies particularly the temporal retard is applied to the QSO 0218+357 system, using the observational values measured in the mentioned system and setting the cosmological parameters more acceptable in the literature. Because of this the temporal retard just remains in function of the nuclear radius. Theoretically when the nuclear radius is zero, the temporal retard with nucleus (Δt_{EIN}), must coincide with the temporal retard of the singular Isothermal Sphere model (Δt_{ESI}) in fact must be accord with the value of the temporal retard measured observationally in the mentioned system (10.1 days). It is about analyzing the sensitivity of the temporal retard with respect to the nuclear radius of the deflector galaxy.

Key- Words: Temporal Retard, Isotherm Sphera, Galaxy Lens.

1. Introducción

De acuerdo con datos observados, el sistema QSO 0218+357 muestra que el retardo temporal entre sus dos imágenes es de $\Delta t_{ob} = 10,1 \text{ días}$. Al aplicarle

a éste sistema la expresión analítica del retardo temporal del modelo de la Esfera Singular Isoterma (Δt_{ESI}), y fijando los parámetros cosmológicos se encuentra que retardo temporal se ajusta con mucha satisfacción al valor del retardo observacional (10,1días). Los parámetros cosmológicos fijados también se ajustan en buena medida a los parámetros cosmológicos más aceptados en la literatura. De tal manera que en la actualidad el quasar QSO 0218+357, se ajusta mucho mejor al modelo de la ESI, que cualquier otro modelo de lentes por galaxias.

Mediante el modelo de la EIN se encuentra la expresión analítica del retardo temporal, el cuál se puede aplicar a cualquier sistema de lentes por galaxias. A manera de ejemplo la expresión del retardo temporal con núcleo (Δt_{EIN}), se aplica al quasar QSO 0218+357, habiendose fijando para ello inicialmente los parámetros comológicos más aceptables en la literatura. Se analiza la validez de la expresión analítica del retardo temporal tomando diferentes valores del radio del núcleo hasta encontrar el intervalo en donde dicho retardo temporal coincida con el valor observacional.

2. Modelo

La distribución de densidad volumétrica de masa para el modelo de la Esfera Isoterma con Núcleo (EIN), es de la forma,

$$\rho(r) = \frac{\sigma_p^2}{2\pi G (r^2 + a^2)} \tag{1}$$

siendo: σ_p la velocidad de dispersión

a el radio del núcleo

G contante de gravitación de Newton

De distribución (1) se observa que cuando el radio del núcleo es cero ($a = 0$) el modelo se reduce al modelo de la Esfera Singular Isoterma[2], es decir,

$$\rho(r) = \frac{\sigma_p^2}{2\pi Gr^2} \tag{2}$$

El modelo propuesto en la ec.1 se puede proyectar sobre un plano, obteniendose una densidad superficial de masa \sum para la lente, usado el operador proyección[4],

$$\sum(R) = 2 \int_R^\infty \frac{\rho(r)r}{\sqrt{r^2 - R^2}} dr \tag{3}$$

donde: R es el parámetro de impacto.

Usando el cambio de variable: $r^2 = R^2 + z^2$ se obtiene,

$$\begin{aligned} \sum(R) &= 2 \int_0^\infty \rho(r) dz \\ &= \frac{\sigma_p^2}{2G\sqrt{R^2 + a^2}} \end{aligned} \tag{4}$$

Se observa que cuando el radio del núcleo es cero ($a = 0$) la densidad superficial de masa \sum se reduce a la del modelo de la ESI,

$$\sum_{ESI}(R) = \frac{\sigma_p^2}{2GR} \tag{5}$$

En la expresión de la densidad superficial de masa con núcleo (ec,4) se puede escribir mejor usando los cambios algebraicos: $R = \xi_0 x$ y $A = \frac{a}{\xi_0}$, lo cuál facilitan los cálculos de los elementos de las Lentes Gravitacionales,

$$\sum(\xi_0 x) = \frac{\sigma_p^2}{2G\xi_0\sqrt{x^2 + A^2}} \tag{6}$$

donde: A, x son cantidades adimensionales y ξ_0 es un factor de escala

3. Ángulo y Potencial de Deflexión

Para obtener las expresiones analíticas del ángulo de desviación y el potencial de deflexión, se debe encontrar el shear,

$$\begin{aligned} k(x) &= \frac{\sum(x)}{\sum_{cr}} \tag{7} \\ &= \frac{4\pi\sigma_p^2 D_L D_{LS}}{2\sqrt{x^2 + A^2}\xi_0 c^2 D_S} \end{aligned}$$

siendo: $\sum_{cr} = \frac{c^2 D_S}{4\pi G D_L D_{LS}}$ la densidad crítica y $R = \xi_0 x$
Escogiendo el factor de escala en la forma,

$$\xi_0 = \frac{4\pi\sigma_p^2 D_L D_{LS}}{c^2 D_S} \tag{8}$$

el shear queda así,

$$k(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + A^2}} \tag{9}$$

Con ésta expresión (ec,9) se obtienen las expresiones analíticas del ángulo de desviación y el potencial de deflexión.

El ángulo de desviación y el potencial de deflexión se obtiene aplicando la ecuaciones 8.3 y 8.7 respectivamente del libro lentes gravitacionales de “P. Schneider, J. Ehlers y E. Falco²” pág231[5], después realizar la integral y de volver a las cantidades originales se tiene:

Ángulo de desviación,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2}{x} \int_0^x x' k(x') dx' \tag{10} \\ &= \sqrt{1 + \frac{a^2}{R^2}} - \frac{a}{R} \end{aligned}$$

El potencial de deflexión,

$$\begin{aligned} \Psi &= 2 \left[\ln x \int_0^x x' k(x') dx' - \int_0^x x' k(x') \ln x' dx' \right] \\ &= \frac{1}{\xi_0} \left[\sqrt{R^2 + a^2} - a \ln \left| a + \sqrt{R^2 + a^2} \right| - a(1 - \ln 2a) \right] \end{aligned} \tag{11}$$

Las expresiones analíticas del cuadrado del ángulo de desviación y el potencial de deflexión se utilizan para hallar el retardo temporal.

4. Retardo Temporal

Aplicando la ecuación 5.44 de la pág170 del libro de “P. Schneider, J. Ehlers y E. Falco²”, el retardo temporal entre dos imágenes es[5],

$$\Delta t = \frac{\xi_0^2 D_S}{c D_L D_{LS}} (1 + z_L) \left| \frac{1}{2} (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) - (\Psi_2 - \Psi_1) \right| \tag{12}$$

donde: D_S es la distancia observador-fuente

D_L es la distancia observador-lente

D_{LS} es la distancia lente-fuente

z_L es el corrimiento hacia el rojo de la lente.

Reemplazando las ecuaciones (10) y (11) en la expresión del retardo temporal (ec.12) se tiene,

$$\Delta t = \frac{(1 + z_L)}{c} \frac{\xi_0^2 D_S}{D_L D_{LS}} \left| \begin{aligned} &a^2 \left(\frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) - a \left(\frac{\sqrt{R_2^2 + a^2}}{R_2^2} - \frac{\sqrt{R_1^2 + a^2}}{R_1^2} \right) \\ &- \frac{1}{\xi_0} \left[\sqrt{R_2^2 + a^2} - \sqrt{R_1^2 + a^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{R_2^2 + a^2}}{a + \sqrt{R_1^2 + a^2}} \right) \right] \end{aligned} \right| \tag{13}$$

siendo: $R_1 = \theta_1 D_L$ y $R_2 = \theta_2 D_L$ los parámetros de impactos de las imágenes θ_1 y θ_2 respectivamente.

Usando el valor del factor de escala ξ_0 (ec.8) y haciendo las operaciones algebraicas necesarias el retardo temporal (ec.13) queda en la forma,

$$\Delta t = \frac{(1 + z_L)}{c} \left| \begin{aligned} &\left(4\pi \left(\frac{\sigma_p}{c} \right)^2 \right)^2 \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \left[\frac{a^2}{R_2^2} - \frac{a^2}{R_1^2} - \left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{R_2^2}} - \sqrt{1 + \frac{a^2}{R_1^2}} \right) a \right] \\ &- 4\pi \left(\frac{\sigma_p}{c} \right)^2 \left[\sqrt{R_2^2 + a^2} - \sqrt{R_1^2 + a^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{R_2^2 + a^2}}{a + \sqrt{R_1^2 + a^2}} \right) \right] \end{aligned} \right| \tag{14}$$

Esta expresión para el retardo temporal es aplicable a cualquier sistema de lentes por galaxias y además se observa que cuando el radio del núcleo es cero ($a = 0$), la ec.14 se reduce a la expresión de la ESI, es decir,

$$\begin{aligned} \Delta t_{ESI} &= 4\pi \frac{(1 + z_L)}{c} \left(\frac{\sigma_p}{c} \right)^2 |R_2 - R_1| \\ &= 4\pi \frac{(1 + z_L)}{c} \left(\frac{\sigma_p}{c} \right)^2 D_L |\theta_2 - \theta_1| \end{aligned} \tag{15}$$

Este resultado particular obtenido a partir de la ec.14, garantiza que al aplicarlo al sistema QSO 0218+357 se tendrán retardos temporales Δt acordes con el observacional Δt_{ob} , cuando el radio del núcleo sea pequeño respecto al parámetro de impacto.

5. Aplicación al Sistema QSO 0218+357

Una de las aplicaciones más satisfactorias del modelo de la ESI se hace sobre el sistema QSO 0218+357 el cuál muestra algunos valores observacionales como: velocidad de dispersión $\sigma_p = 150Km/s$, posición de las dos imágenes $\theta_1 = 290mas$ y $\theta_2 = 40mas$, corrimiento hacia el rojo tanto de la fuente $z_S = 0,94$ como de la lente $z_L = 0,68$, y el retardo temporal $\Delta t_{ob} = 10,1días$. El retardo temporal Δt (ec.14) se aplicará a éste mismo sistema para analizar en qué medida el núcleo afecta los valores en dicho retardo temporal. Fijando los parámetros comológicos más aceptables en la literatura y usando la ecuación de Dyer-Roeder[3], con los valores de z_S y z_L , se obtienen los valores numéricos de la distancia observador-lente $D_L = 1,364 * 10^9 Pc$ y la sección eficaz $\frac{D_L D_{LS}}{D_S} = 2,250 * 10^7 Pc$. Usando la relación $R = \theta D_L$, los valores de los parámetros de impacto de las dos imágenes quedan fijados: $R_1 = 1918,21 Pc$ y $R_2 = 264,58 Pc$. Al reemplazar todos los valores numéricos en la ec.14, el retardo temporal únicamente queda en función del radio del núcleo. Expresado el radio del núcleo de la distribución esférica de masa, en las unidades de parsec ($1Pc=3.08*10^{16}m$) el retardo temporal Δt quedará en las unidades $\frac{Pc}{c}$, es decir,

$$\Delta t = \left| \begin{array}{l} 0,103 \left[1,40 * 10^{-5} a^2 - \left(\sqrt{1 + \left(\frac{a}{264,58} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{1918,21} \right)^2} \right) a \right] \\ -6,27 * 10^{-3} \left[\sqrt{264,58^2 + a^2} - \sqrt{1918,21^2 + a^2} \right] \\ -a * \ln \left(\frac{a + \sqrt{264,58^2 + a^2}}{a + \sqrt{1918,21^2 + a^2}} \right) \end{array} \right| \quad (16)$$

donde el radio del núcleo toma los valores en el intervalo $0 \leq a \leq 264,58Pc$.

Para algunos valores del radio del núcleo se obtiene,

Tabla1
Retardo temporal contra el radio del núcleo

a(Pc)	$\Delta t(días)$
0	10.37
1	10.36
2	10.35
3	10.33
5	10.31
10	10.25
20	10.12
30	9.989

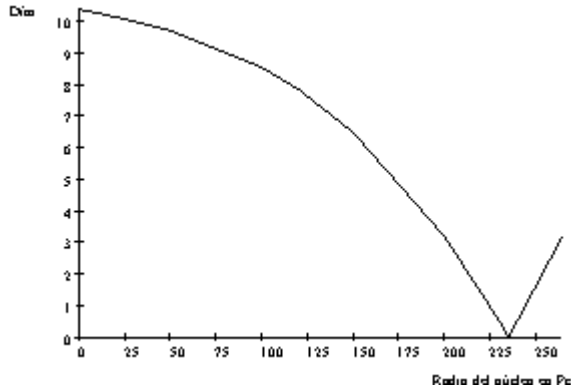


Figura 1: Retardo temporal Δt contra el radio del núcleo en el modelo de la EIN

La tabla 1, muestra el intervalo de valores en el retardo temporal que más se ajusta al valor observacional (10,1días), en el cuál el radio del núcleo se encuentra en el intervalo $0 \leq a < 30Pc$. En la siguiente gráfica se observa la variación del retardo temporal contra el radio del núcleo considerando el intervalo $0 \leq a \leq 264,58Pc$

6. Conclusiones

Se encontró una expresión analítica para el retardo temporal, usando el modelo de la EIN y se aplicó al sistema particular QSO 0218+357. De acuerdo con los resultados obtenidos y que se muestran en la tabla 1 y en la gráfica, el retardo temporal es bastante sensible con el radio del núcleo. Los valores del retardo temporal se encuentran entre, $0 \leq \Delta t \leq 10,4 \text{ días}$, para radios del núcleo en el intervalo $0 \leq a \leq 240Pc$, por lo cuál el radio del núcleo aleja al retardo temporal de la zona de valores observadas. El intervalo de valores en el radio del núcleo en las cuáles se obtienen los mejores retardos temporales es, $0 \leq a \leq 30Pc$, puesto que en ésta zona el retardo temporal es aproximadamente $10,1^{\pm 0,3} \text{ días}$.

Es posible encontrar también la expresión analítica para la densidad superficial de masa con el modelo de la EIN, con lo cuál se estudiaría la distribución de masa de cualquier sistema de lentes por galaxias en función del radio del núcleo y en particular el sistema QSO 0218+354. Es por esto que los rangos de valores en el radio del núcleo obtenidos con el retardo temporal tienen mucha importancia.

Referencias

- [1] Adler, R., Schiffer, M., y Bazin, J. "Introduction to General Relativity". McGraw-Hill co, New York, 1975.
- [2] Castañeda L. "Efecto de la Constante Cosmológica en la Probabilidad de Lentes gravitacionales". Tesis de Maestría. Santafé de Bogotá. U.N 2002
- [3] Dyer, C. C., y Roeder, R. C. "Observations in Locally Inhomogeneous Cosmological Models" *Apj*, 167, 189. 1974
- [4] Narayan, R., y Bartelmann, M. "Lectures on Gravitational Lensing". Max Planck- Institut für Astrophisik, 1997
- [5] Schneider, P., Ehlers, J., y Falco. E. "Gravitational lenses", Ed. Springer-Verlag, NY 1992