MODOS ACOPLADOS HELICON-SONIDO EN SUPERREDES CONDUCTORAS

R. Vega Monroy*, W. Rosado Mercado
*rvega@uniatlantico.edu.co
Grupo de Física Teórica del estado Sólido, Universidad del Atlántico,
Km 7 antigua vía a Puerto Colombia, A.A. 1890, Barranquilla

Resumen En este trabajo se estudia la propagación de modos acoplados electromagnéticos en superredes conductoras. Se encuentra que en el sistema analizado pueden existir dos modos colectivos electromagnéticos acoplados del tipo helicon-sonido y plasmon-helicon. Ademas se encuentra que la propagación del helicón conlleva a la atenuación del sonido. Para el modo acoplado plasmon-helicon se determina un valor umbral para el vector de onda k, por debajo del cual este modo acoplado no se puede propagar.
Palabras Claves: Helicón, onda sonora, plasmón, superred.

Abstract. In this work the propagation of coupled electromagnetic modes in conducting superlattices is studied. We found that in the considered system two coupled collective electromagnetic modes of helicon-sound and plasmon-helicon type can exist. In addition, we found that the helicon propagation entails to the sound attenuation. For the plasmon-helicon mode we calculated the thereshold value of the wave vector k, below as this coupled mode can not propagate.
Keywords: Helicon, sound wave, plasmon, superlattices.

1. Introducción

Al pasar una onda de sonido por un conductor su atenuación de una u otra manera está condicionada a la transmisión de energía de ésta a los electrones de conducción, que son los encargados en gran parte de las excitaciones colectivas electrónicas en los sólidos. En la mayoría de casos la interacción existente entre el sonido y las ondas electromagnéticas en los conductores es despreciable, debido a que sus velocidades se diferencian grandemente. Sin embargo para el caso ,en que las velocidades de ambas ondas se aproximan, la interacción entre estas llega a ser suficientemente grande y adquiere un caracter resonante. Este es el caso de los helicones en los conductores.

En este trabajo se analiza el ya conocido problema en conductores convencionales de modos acoplados helicon-sonido [1]-[3], pero aplicado al caso de superredes conductoras, las cuales presentan caracteristicas peculiares no encontradas en conductores 3D.

2. Modelo y Ecuaciones Básicas

El modelo a estudiar consiste de planos conductores bidimensionales separados por dielécticos cuya constante es ε y ancho a suficientemente grande, de tal manera que se desprecia el tunelamiento electrónico entre capas. Este modelo, como es conocido, presenta buenos resultados en el estudio de excitaciones colectivas en superredes y estructuras de capas [4]-[7]. Sobre el sistema se aplica un campo electromagnético $E \sim \exp\left[i\left(\vec{q}\cdot\vec{r}_{\|}-\omega t\right)\right]$ y un campo magnético estático $\vec{H}$, orientado a lo largo del eje z perpendicular a los planos conductores.

En este sentido sobre los electrones de conducción actua la fuerza de Lorentz

$$\vec{F}_L = e\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{H}\right) \tag{1}$$

donde $\vec{v},\vec{q},\vec{r}_{\|}$ son la velocidad del electron, el vector de onda y el vector de posición en el plano (x,y) respectivamente. Por otra parte, el movimiento de los iones de la red bajo la acción del campo magnético lleva como consecuencia la inducción de un campo eléctrico, el cual aparece debido al paso del sistema de coordenadas laboratorio al sistema que se mueve con la onda de sonido. El campo inducido genera una fuerza $\vec{F}_i$ que actúa sobre los electrones de conducción así:

$$\vec{F}_i = \frac{e}{c}\left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\times\vec{H}\right). \tag{2}$$

En esta ecuación $\vec{u}$ es el desplazamiento ionico de sus posición de equilibrio. Teniendo en cuenta que la densidad de corriente se define como $\vec{J}=ne\vec{v}$, entonces podemos escribir la ecuación de movimiento de la siguiente manera:

$$\frac{\partial\vec{J}}{\partial t} = \frac{a}{4\pi}\omega_p^2\overrightarrow{E}^* + \omega_c\left(\vec{J}\times\vec{z}\right), \tag{3}$$

donde

$$\overrightarrow{E}^* = \overrightarrow{E} + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\times\vec{H}\right), \qquad \omega_p = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{ma}}, \qquad \omega_c = \frac{eH}{mc}, \tag{4}$$

son el campo eléctrico efectivo, la frecuencia de plasma y la frecuencia ciclotrónica respectivamente y $\vec{z}$ es un vector unitario a lo largo de la dirección del campo magnético.

Por otra parte la ecuación de movimiento de los iones de la red tiene la forma:

$$\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2} - s^2\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial r_{\|}^2} = \frac{1}{c\rho}\left(\vec{J}\times\vec{H}\right), \tag{5}$$

donde ρ, s son la densidad de masa de los iones y la velocidad del sonido respectivamente. El término en la mano derecha de la ecuación anterior refleja la actuación del campo magnético sobre la onda de sonido expresada a través de la densidad de corriente dada por la ecuación (3).

Combinando las ecuaciones (3)-(5) podemos determinar el tensor de conductividad en forma de ley de Ohm

$$\overrightarrow{J}_{\alpha}=\sum_{\beta,n}\sigma_{\alpha\beta}\delta\left(z-an\right)E_{\beta}, \tag{6}$$

donde $\sigma_{\alpha\beta}$ es el tensor de conductividad, el cual tiene la siguientes componentes:

$$\sigma_{xx}=-i\frac{c}{4\pi}\frac{X_p^2X}{X_c}\frac{\left(Q^2-X^2+X_p^2\delta^2\right)\left(Q^2-X^2\right)}{\left[\left(Q^2-X^2\right)^2-X^2\left(Q^2-X^2+X_p^2\delta^2\right)^2\right]}, \tag{7}$$

$$\sigma_{xy}=\frac{c}{4\pi}\frac{X_p^2}{X_c}\frac{\left(Q^2-X^2\right)^2}{\left[\left(Q^2-X^2\right)^2-X^2\left(Q^2-X^2+X_p^2\delta^2\right)^2\right]}, \tag{8}$$

$$\sigma_{xx}=\sigma_{yy},\qquad \sigma_{xy}=-\sigma_{yx}. \tag{9}$$

Es claro como se ve de (6), por la inclusión de las funciones delta de Dirac, que la corriente solo fluye en los planos conductores situados en $z=na$, siendo n un número entero. En estas expresiones fueron introducidas las magnitudes adimensionales:

$$X=\frac{\omega}{\omega_c},\ X_p=\frac{\omega_p a}{c},\ X_c=\frac{\omega_c a}{c},\ Q=\frac{sq}{\omega_c},\ \delta=\sqrt{\frac{H^2}{4\pi\rho\omega_c^2}},$$

donde $\omega_c=eH/mc$ es la frecuencia cicliotrónica y $\omega_p=\left(4\pi ne^2/ma\right)^{1/2}$ es la frecuencia de plasma.

Teniendo en cuenta todo lo anterior podemos escribir la ecuación para las componentes del campo eléctrico de los modos colectivos de la siguiente manera [5]:

$$E_{\alpha}(n)=\frac{4\pi i\omega}{c^2}\sum_{\beta,n}G_{\alpha}\left(n,n'\right)\sigma_{\alpha\beta}E_{\beta}(n')\ . \tag{10}$$

$G_{\alpha}\left(n,n'\right)$ es la función de Green que satisface la ecuación diferencial

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}-q_{\omega}^2(z)\right)G_{\alpha}\left(z,z'\right)=\delta\left(z-z'\right), \tag{11}$$

siendo

$$q_{\omega}^2=q^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon,\quad \alpha=x,y\ . \tag{12}$$

Si cambiamos de representación de coordenadas a la de vectores de onda a través de la transformada de Fourier:

$$E_{\beta}\left(n\right)=\frac{a}{2\pi}\int_{-\pi/a}^{\pi/a}dke^{ikan}E_{\beta}\left(k\right),$$

finalmente, la ecuación (10) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\sum_{\beta}\left[\delta_{\alpha\beta}-\frac{2\pi i\omega}{c^2 q_\omega}\sigma_{\alpha\beta}V_{\alpha\beta}S\left(q,k,\omega\right)\right]E_\beta\left(q,k,\omega\right)=0\ . \tag{13}$$

En esta ecuación $S\left(q,k,\omega\right)$ es una función dependiente tanto del vector de onda como de la frecuencia y resulta al desarrollar la suma en la ecuación (14). La forma del factor de estructura $S\left(q,k,\omega\right)$ en la ecuacion (13) está dada por:

$$S\left(q,k,\omega\right)=\frac{\sinh(q_\omega a)}{\cosh(q_\omega a)-\cos(ka)}\ , \tag{14}$$

los coeficients $V_{\alpha\beta}$ son:

$V_{11}=V_{12}=1$ y $V_{21}=V_{22}=-\frac{c^2 q_\omega^2}{n_0^2\omega^2}$ donde $n_0^2=\varepsilon$.

La igualdad a cero del determinante de la matriz principal de la ecuación (14), teniendo en cuenta las expresiones (7)-(9) del tensor de conductividad y para el caso $\delta \ll X_p^{-1}$, define las leyes de dispersión de los modos colectivos acoplados. Estas leyes de dispersión tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} X_\pm^2 \;=\; & \frac{1}{2}\left\{\left[Q^2+\frac{1}{2}\frac{qaS}{n_o^2X_c^2}\left(\frac{2qa+X_p^4S}{2qa+X_p^2S}\right)\right]\pm\right. \\ & \left.\pm\sqrt{\left[Q^2+\frac{1}{2}\frac{qaS}{n_o^2X_c^2}\left(\frac{2qa+X_p^4S}{2qa+X_p^2S}\right)\right]^2-\frac{8qa}{2qa+X_p^2S}}\right\} \end{aligned} \tag{15}$$

Si despreciamos los efectos de retardo o sea para el caso $qc \gg \omega n_o$, en el límite de longitudes de onda larga, el parámetro de forma $S\left(q,k,\omega\right)$ se puede escribir así:

$$S\left(q,k,\omega\right)=\frac{qa}{2\sin^2\frac{ka}{2}}. \tag{16}$$

y las leyes de dispersión adquieren la siguiente forma:

$$\omega_+^2=s^2q^2+\frac{\omega_c^4\sin^4\frac{ka}{2}}{X_p^4\left(\frac{qc}{4n_o}\right)^2}, \tag{17}$$

$$\omega_-^2=\left(\frac{qa}{2n_o}\right)^2\frac{\omega_p^2}{\sin^2\frac{ka}{2}}-\frac{\omega_c^4\sin^4\frac{ka}{2}}{X_p^4\left(\frac{qc}{4n_o}\right)^2} \tag{18}$$

De las ecuaciones (17) y (18) vemos que en el sistema analizado se propagan dos modos colectivos, el primero de los cuales representa el acople de ondas de sonido con helicones cuya ley de dispersión se presenta en el segundo término de la ecuación (17). Para vectores de onda $q\to 0$, solo puede propagarse si $k\to 0$, teniendo este modo acoplado una frecuencia finita. Con el aumento del vector de onda q la la frecuencia de la excitación electrónica disminuye y para q suficientemente grandes la contribución del helicon es despreciable. Este efecto conlleva a la atenuación del sonido debido a la propagación del helicón.

El segundo modo representa el acople, como puede verse de la ecuación (18), de un plasmón cuya contribución está dada en el primer término de ésta ecuación, y de helicones en el segundo término. Para valores $q \sim k \to 0$ el modo colectivo acoplado con frecuencia ω_- presenta un comportamiento plasmónico con una brecha de frecuencia del orden de ω_p.

La componente k del vector de onda presenta un valor úmbral mínimo

$$k^* = \frac{\omega_p}{\sqrt[6]{2}}\sqrt{\frac{q}{cn_o\omega_c}}.$$

Según lo anterior, solamente es posible la propagación del modo para valores de $k > k^*$.

La velocidad de fase de los modos en el límite $q \sim k \to 0$ está dada por las expresiones:

$$v_+ = \left[s^2 + n_o\left(\frac{\omega_c}{\omega_p}\right)^4 c^2\right]^{1/2},$$

$$v_- = \left[\frac{\omega_p^2}{q^2} - n_o\left(\frac{\omega_c}{\omega_p}\right)^4 c^2\right]^{1/2}.$$

3. Conclusiones

En superredes conductoras la interacción de las oscilaciones de los iones de la red cristalina con excitaciones colectivas electrónicas conlleva a la formación de modos colectivos acoplados, los cuales pueden ser de dos tipos: helicon-sonido y plasmon-helicon. El primero de éstos representa la mixtura de ondas electromagnéticas circularmente polarizadas, que se propagan en la dirección del campo magnético aplicado, con ondas sonoras propiciadas por las excitaciones colectivas de los iones de la superred. El aumento de la frecuencia de excitación del helicon lleva a la atenuación del sonido. El modo acoplado plasmon-helicon presenta una brecha en frecuencia para vectores de onda $q \sim k \to 0$ del orden de la frecuancia de plasma ω_p. Además, k posee un valor umbral mínimo, bajo el cual es imposible la propagación del modo acoplado del modo con frecuencia ω_-.

Los autores agradecen a la Universidad del Atlántico por la financiación de este trabajo a través de la convocatoria "Pensar el Caribe Colombiano II".

Referencias

[1] V.G. Skobov, E.A. Kaner, JETP 19, 189 (1964)

[2] J.J. Quinn, Phys. Rev. Lett. 24, 817 (1970)

[3] Hihun Moon, Phys. Rev B 19, 2980 (1979)

[4] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Supercond. Sci. Technol. 12, 238 (1999)

[5] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Low Temp. Phys. 25, 802 (1999)

[6] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Physica B 266, 217 (1999)

[7] R. Vega Monroy, C Montoya y P. Pacheco, Rev. Col. Fis. 38, 537 (2006)