

ESTUDIO DEL EFECTO DOPPLER PRODUCIDO POR UNA FUENTE
EN MCU CON Y SIN REFLEXIONES UTILIZANDO UN Pc

Pedrozo P. E., Rodríguez S. A., Racedo. N. F*.

Grupo GEOEL, Departamento de Física, Universidad del Atlántico,
Barranquilla, Colombia,*fracedo@uniatlantico.edu.co

Resumen. Tradicionalmente el efecto *Doppler* es analizado cuando el movimiento relativo entre la fuente y el observador es de tipo rectilíneo. En este trabajo, se implementó un sistema de bajo costo para el estudio del efecto *Doppler*, cuando la fuente se encuentra en movimiento circular uniforme respecto de un observador fijo, utilizando un software para el análisis del mismo. El sistema consiste de un motor de frecuencia de giro controlada, el cual tiene en su eje principal una barra de $(140,0 \pm 0,1)$ cm de longitud, donde en uno de sus extremos se colocó un *buzzer* que emite con una frecuencia fundamental de $(3941,0 \pm 9,1)$ Hz y el receptor de la señal era un micrófono de electroreto conectado al Pc. La señal captada por el micrófono se procesó en el software utilizado, lo cual permitió determinar parámetros como la velocidad del sonido con precisión, la frecuencia fundamental del *buzzer*, el período de giro de la fuente y a la vez mostrar gráficamente la variación en el tiempo de la frecuencia. También se analizó el efecto *Doppler* para el caso de reflexiones cuando la fuente está en cercanías de una pared.

Palabras Claves: Efecto Doppler, Sonograma, Velocidad del Sonido, Reflexión

Abstract. Traditionally the Doppler effect is analyzed when the relative movement between the source and the observer is straight. In this work, a system of low cost for the study of the Doppler effect was implemented, when the source is in circular movement uniform respect to a fixed observer, using a software for the analysis of its. The system consists of a motor of controlled turn frequency, which has in its main axis a bar of $(140,0 \pm 0,1)$ cm of length, where in one of its extreme it was placed to buzzer that it emits with a base frequency of $(3941,0 \pm 9,1)$ Hz and the receiver of the signal was a microphone of electroreto connected to the Pc. The signal caught by the microphone was processed in used software, which allowed determining parameters us like the sound speed with precision, the base frequency of buzzer, the period of turn of the source and simultaneously showing graphically the variation in the time of the frequency. Also the Doppler effect was analyzed for the case of reflections when the source is in neighborhoods of a wall

Key- Words: Doppler Effect, Sonogram, Sonic speed, Reflection.

1. Introducción

El objeto de este trabajo es mostrar la variación de la frecuencia en el tiempo (Efecto *Doppler*), donde se presentan los sonogramas respectivos, los cuales permiten medir los diferentes parámetros como la velocidad del sonido, período de giro y frecuencia fundamental con la ayuda de novedosos programas como el *Spectrogram*, *Gold Wave* que a un bajo costo e implementación de sistemas electrónicos sencillos permiten analizar este efecto cuando la fuente de sonido se encuentra en MCU y el receptor es un micrófono el cual se conecta a un Pc, donde el sonido captado se procesa en forma de espectro y se puede mostrar la variación de frecuencias con precisión. También se analizó el caso cuando la fuente se coloca en cercanías de una pared, donde se nota el fenómeno de reflexión del sonido.

2. DISCUSION TEORICA

El movimiento relativo entre una fuente sonora y un observador, produce un fenómeno llamado efecto *Doppler*, descrito por primera vez por el científico austriaco *Christian Doppler*, el cual consiste en la variación de la frecuencia del sonido percibida por el oyente debido a dicho movimiento. Se muestra la relación entre el cambio de frecuencia, las velocidades de la fuente y el observador relativas al medio, en este caso el aire. La ecuación que se utilizará para esta experiencia será la siguiente:

$$f_{ob} = \left(1 + \frac{v_f}{c_s}\right) f_o \quad (1)$$

Efecto Doppler para una fuente en movimiento circular.

a) Analizaremos inicialmente el caso sin reflexiones:

Cuando la fuente sonora se encuentra en movimiento circular uniforme, el efecto *Doppler* se analiza considerando la componente de la velocidad v_f paralela a la dirección fuente-observador que llamaremos v_p .

en la figura 1, observamos que:

$$v_p = -v_f \sin(\omega t + \gamma) \quad (2)$$

Donde $v_f = \omega r$ es la magnitud de la velocidad tangencial de la fuente y el signo menos corresponde a que la fuente se está alejando del observador. La ecuación (2) se puede escribir como:

$$v_p = -v_f [\sin(\omega t) \cos(\gamma) + \sin \gamma \cos(\omega t)] \quad (3)$$

reemplazando las relaciones trigonométricas en la ecuación (2) obtenemos:

$$v_p = -v_f \sin(\omega t) \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2 - 2\varphi \cos(\omega t)}} \quad (4)$$

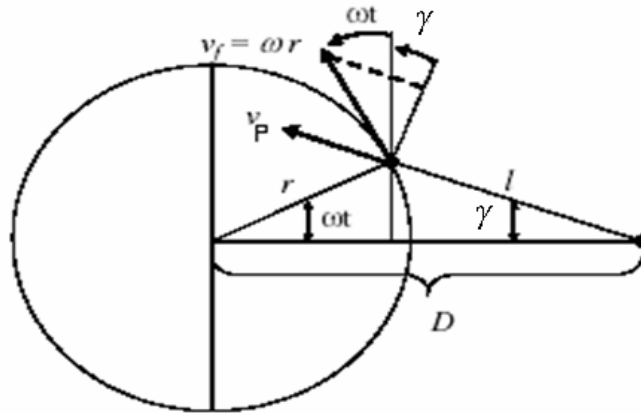


Figura 1: Gráfica correspondiente a la fuente de sonido en movimiento circular uniforme, donde tenemos que notar que trabajamos con la componente de la velocidad paralela a la línea fuente- micrófono.

Vemos de la ecuación (2) que v_p alcanza su valor máximo y mínimo en los puntos donde la dirección fuente-micrófono es tangente a la circunferencia (figura 1), es decir cuando $(\omega t + \gamma) = \pm \frac{\pi}{2}$, lo que significa que r y l son perpendiculares y entonces se cumple que:

$$\cos(\omega t) = \varphi = \frac{r}{D} \tag{5}$$

Utilizando la ecuación (2.1), ya que la velocidad de giro de la fuente es mucho menor que la velocidad del sonido, se encuentra la variación de la frecuencia que percibe el observador; entonces:

$$f_{ob} = \left[1 - \frac{v_f}{c_s} \left(\frac{\sin(\omega t)}{\sqrt{1 + \varphi^2 - 2\varphi \cos(\omega t)}} \right) \right] f_o \tag{6}$$

Cuando es máxima, el observador percibe la máxima frecuencia que es:

$$f_{m\acute{a}x} = \left(1 + \frac{\omega r}{c_s} \right) f_o$$

y la frecuencia mínima es:

$$f_{m\acute{i}n} = \left(1 - \frac{\omega r}{c_s} \right) f_o$$

Entonces la diferencia de frecuencia máxima es:

$$\Delta f = f_{m\acute{a}x} - f_{m\acute{i}n} = 2 \frac{\omega r}{c_s} f_o \tag{7}$$

tenemos:

$$t = \frac{\arccos(\varphi)}{\omega} \tag{8}$$

Este tiempo corresponde al tiempo transcurrido desde $t = 0$, es decir, desde el punto más cercano de la fuente al micrófono, hasta el momento en que la velocidad es mínima, por lo tanto el tiempo buscado es el doble de este valor:

$$\Delta = 2 \frac{\arccos(\varphi)}{\omega} \tag{9}$$

b) Analisis para el caso de reflexiones

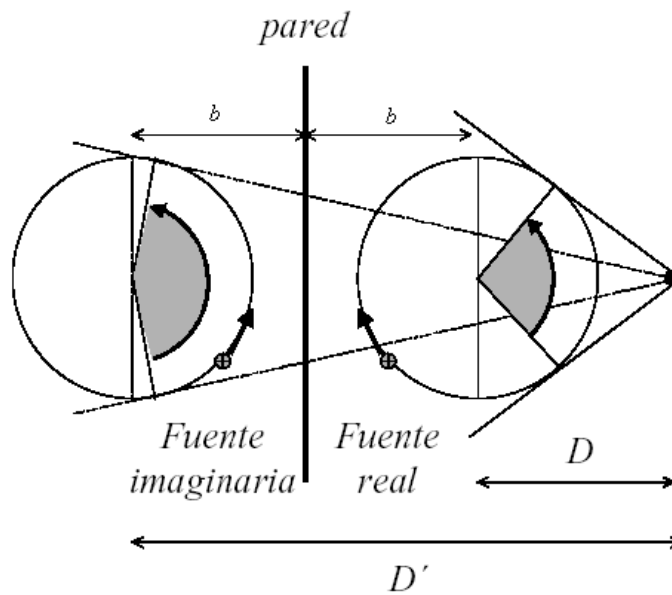


Figura 2: Es posible tratar las reflexiones de una pared con el método de las imágenes. El diagrama muestra la fuente real y una imaginaria ubicada del otro lado de la pared, girando en sentido contrario y ubicada más lejos del micrófono

Para analizar las reflexiones, el experimento se realiza en cercanías de una pared. Se utiliza el método de las imágenes, considerando que las ondas reflejadas son producidas por una fuente que se encuentra detrás de la pared (fuente virtual) y que gira en sentido opuesto a la fuente real; la ecuación es:

$$\varphi' = \frac{r}{D'}$$

donde $D' = 2b + D$, es la distancia entre el centro de la fuente virtual y el micrófono como muestra la figura 2, por lo tanto:

$$\varphi' = \frac{r}{2b + D} \tag{10}$$

Por esta razón una señal de la fuente imaginaria será de menor intensidad y opuesta a la señal de la fuente real. También esperamos para la señal reflejada un Δ' (tiempo que transcurre para que la velocidad pase de su valor máximo a su valor mínimo en la fuente virtual) mayor, debido a que la distancia al micrófono es mayor. Si el modelo de las imágenes es el adecuado para tratar las reflexiones, las mediciones de frecuencias en función del tiempo deberían seguir la relación:

$$f_{ob} = \left[1 + \frac{v_f}{c_s} \left(\frac{\sin(\omega t)}{\sqrt{1 + \varphi'^2 - 2\varphi' \cos(\omega t)}} \right) \right] f_o \quad (11)$$

3. METODOS EXPERIMENTALES

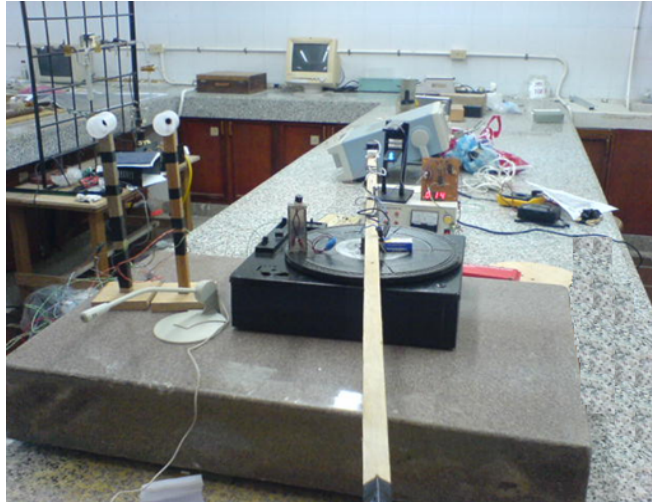


Figura 3: Montage experimental; donde se muestra el sistema que se utilizó para medir la variación de frecuencia.

En este trabajo se utilizó como fuente sonora un *buzzer* de frecuencia fundamental $(3941,0 \pm 9,1)\text{Hz}$ ubicada en el extremo de una barra de madera de $(140,0 \pm 0,1)\text{cm}$ de longitud, la cual llevaba ensamblada en su centro el eje de un motor de frecuencia de giro controlada manualmente, dando éste una velocidad angular constante al *buzzer*. El sonido emitido por el *buzzer* fue recibido por un micrófono de electreto conectado a la placa de un Pc.

Para medir los diferentes parámetros se procedió de la siguiente manera:

- i) La frecuencia del *buzzer* se midió utilizando el programa *Spectrogram*. Para esto se conecta el *buzzer* a una batería de 9v, se deja en reposo y se capta la señal con el micrófono.

ii) Para medir la frecuencia, y por lo tanto el período de giro del *buzzer*, se implementó un contador de eventos de tres *bits*, el cual consta de un diodo de chorro como emisor y una fotocelda como receptor. Cada vez que el *buzzer* pasaba por la posición del diodo, éste cortaba el haz de luz dirigido hacia el receptor registrando una vuelta completa y tomando el tiempo manualmente con un cronómetro. Así se tomó el número de revoluciones ejecutadas en un minuto, obteniéndose así la frecuencia de giro en cada caso.

iii) Para medir la velocidad del sonido se diseñó un sistema que consta de dos micrófonos electretos, conectados al Pc. Para obtener esta velocidad, se coloca uno de los micrófonos a cierta distancia de separación la cual se varía para tener diferentes desfases y medir en los espectros esta diferencia y así obtener un valor preciso de la velocidad del sonido.

4. ANALISIS DE RESULTADO

La señal captada por los micrófonos de 8 *bits* a 22050Hz por canal es almacenada en un archivo .WAV a una frecuencia de resolución temporal del orden de 0,05ms. En el instante de llegada de la señal sonora de cada micrófono el programa *Goldwave* muestra el desfase en tiempo de la señal. Como muestra la figura 4. Realizando un zoom de la imagen encontramos que el desfase es de 5,71ms para llegar de un micrófono a otro, la distancia era de 2,00m entre ellos obteniendo 350m/s para la velocidad del sonido. La temperatura del laboratorio era de 25° C, a esta temperatura la velocidad del sonido se considera 346m/s donde se determinó que el error porcentual es de 1,15%. **Espectros de sonido**

El programa *Spectrogram* muestra el espectro de la señal captada por el micrófono cuando la fuente se encuentra en reposo (fig. 5), el cual permite calcular la frecuencia fundamental del *buzzer*. Se observa que para una frecuencia de $(3941, 0 \pm 9, 1)\text{Hz}$ el nivel de intensidad es mucho mayor que el de los restantes picos, mostrándonos así que ésta es la frecuencia fundamental del *buzzer* y que los demás picos corresponden a los armónicos y subarmónicos respectivamente.

1) Análisis de los resultados al variar la distancia d

Como se detalló en la discusión teórica para la figura 1, se ve que $D=r+d$, y que al incrementar d el intervalo de tiempo Δ entre una frecuencia máxima y otra mínima aumenta debido a que la fuente tiene que hacer un mayor recorrido entre esos dos puntos, y que si d tiende a infinito, entonces Δ es igual a la mitad del período. Este comportamiento se muestra en la Fig (6), para el caso en que la frecuencia de giro del *buzzer* es de 0,55Hz y el radio de giro es de 70cm.

El tiempo transcurrido entre frecuencia máxima-mínima (Δ) es comparable al transcurrido entre frecuencias mínima-máxima. La suma de éstos intervalos da un período de giro.

Al variar la distancia d , a partir de 4cm hasta 94cm a paso 10cm, con frecuencia de giro común a todas de 0,55Hz y radio de giro de 70cm, se obtuvieron los distintos sonogramas.

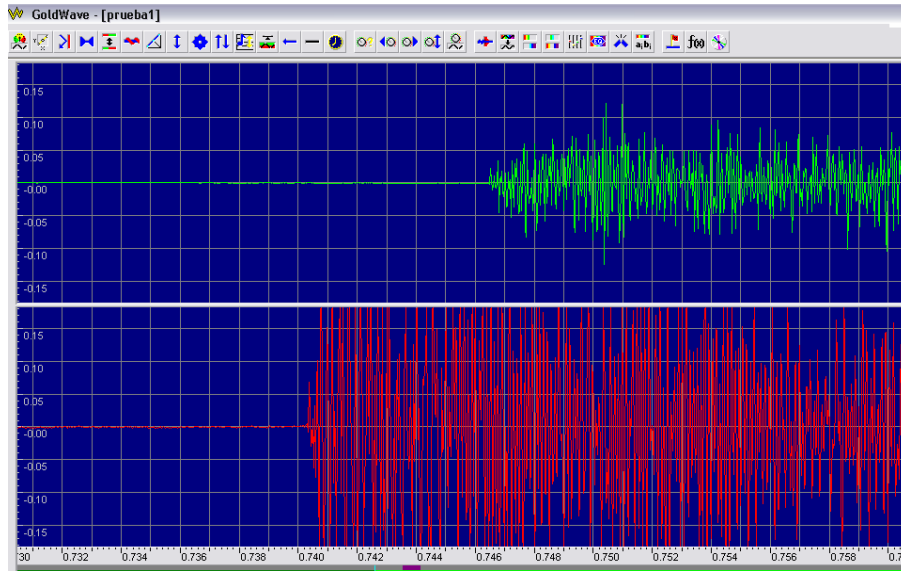


Figura 4: Señales de los dos microfonos, donde se muestra el defase en tiempo de las mismas, para medir la velocidad del sonido.

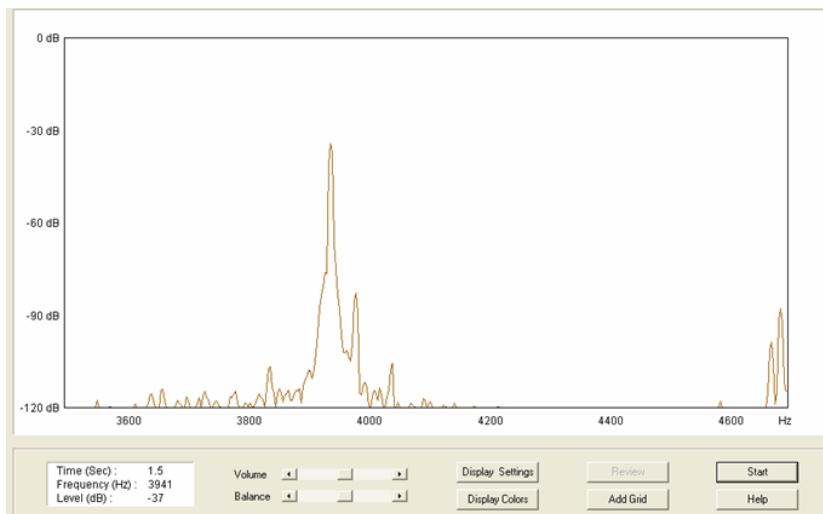


Figura 5: espectro de decibeles contra tiempo donde se muestra la frecuencia fundamental de la señal.

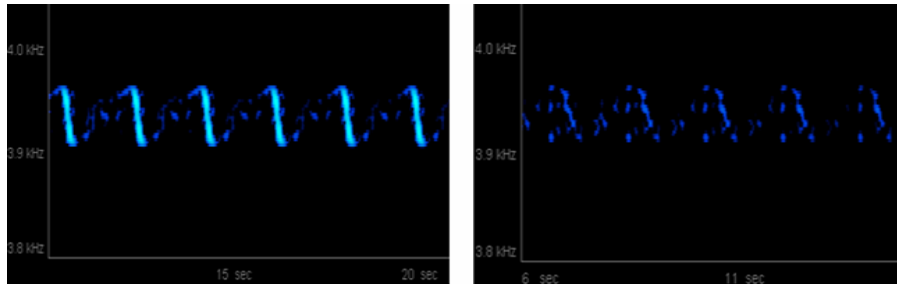


Figura 6: Representación de los sonogramas correspondientes a distancias mínimas fuente-micrófono de 14cm y 64cm respectivamente, donde se nota el cambio en la intensidad de la señal.

Para el sonograma respectivo a cada distancia se tomó el intervalo de tiempo entre un máximo y un mínimo contiguo de frecuencias. Se realizaron 4 medidas de Δ para cada d y se promediaron, siendo este Δ promedio el valor que se tiene en cuenta para realizar la gráfica Δ vs D . La curva teórica se realizó usando la ecuación (9), mientras que la curva experimental se realizó utilizando la opción del programa *SpectroGram* para extraer los puntos del espectro de frecuencias. Se toma como error la desviación estandar simbolizada como χ^2 , la cual aparece en cada una de las gráficas y que muestra la buena concordancia entre las curvas teóricas y los resultados experimentales.

2) Análisis de los resultados al variar la frecuencia de giro ω

La fig (7) a la izquierda, muestra el intervalo de tiempo Δ entre frecuencia máxima-mínima al variar la frecuencia angular de giro ω y al lado derecho la diferencia entre estas frecuencias, la frecuencia angular de giro ω para una distancia d constante. Los valores del intervalo de tiempo con sus errores se obtienen de igual forma que en la seccion anterior.

La diferencia de amplitud es la diferencia entre la frecuencia máxima y la siguiente mínima. Las curvas teóricas se realizaron apartir de la ecuacion (9). La distancia mínima d entre la fuente y el micrófono fue de 4cm y el radio de la fuente de 70cm por lo que la distancia es la suma, $D=74cm$

3) Análisis de los resultados para las curvas de frecuencia en función del tiempo

En este trabajo se realizaron 10 gráficas de frecuencia en función del tiempo tomando distancias mínimas entre fuente y micrófono de 4cm a 64cm, es decir, con un incremento de 10cm. Estas gráficas se compararon con las curva correspondientes predicha por la teoría, dada por la ecuacion (6). La fig.8. muestra un ejemplo de dos curvas de frecuencia en función del tiempo. Los puntos experimentales se obtienen utilizando la opción que nos brinda el programa *SpectoGram* para extraerlos (*log point*) y superponerlos con sus respectivas cur-

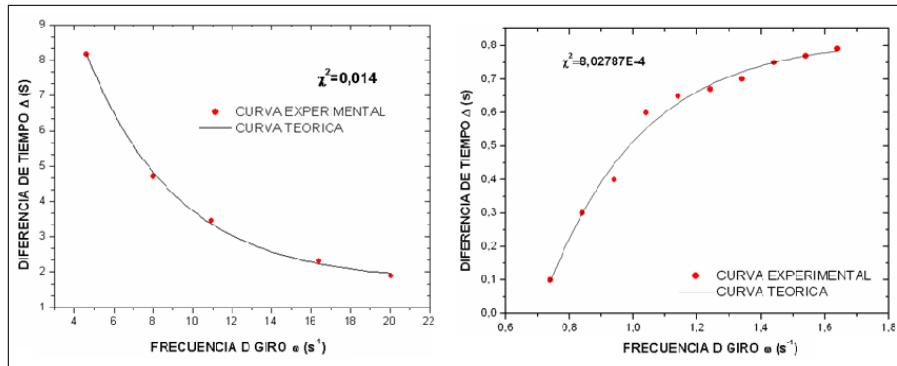


Figura 7: a la izquierda, intervalo de tiempo Δ entre frecuencia máxima-mínima al variar la frecuencia angular de giro ω y al derecha diferencia entre estas frecuencias, la frecuencia angular de giro ω para una distancia d constante.

vas teóricas. Para este caso solo se muestran dos curvas, que corresponden a distancias minimas fuente-micrófono de 44cm y 64cm

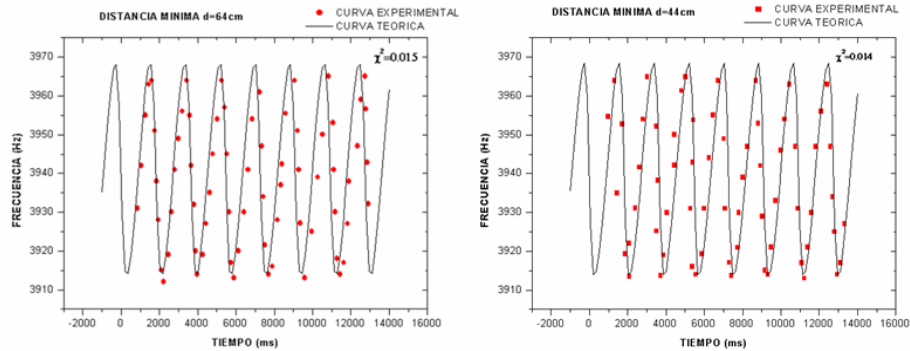


Figura 8: Curvas teóricas y experimentales de la variación de la frecuencia con el tiempo de los sonogramas de 44cm y 64cm respectivamente.

ANALISIS PARA EL CASO DE REFLEXIONES: METODO DE IMAGEN

Para esta parte del trabajo se colocó el sistema cerca de una pared con distancia de 4cm y el micrófono en un punto fijo sobre la fuente. Se utiliza el método de las imágenes para analizar las reflexiones que se producen cuando la fuente esta girando en proximidad de la pared. Cuando acercamos la fuente a la pared es como si tuviéramos otra fuente ubicada a una distancia D' del micrófono y entre radios a $2b$; donde b es la distancia que hay entre el radio de

la fuente real y la pared. Cuando la fuente entra en movimiento en la cercanía de la pared notamos que la fuente virtual gira en sentido contrario creando así un desfase entre la señal virtual y la señal directa como muestra en la Fig. 9.

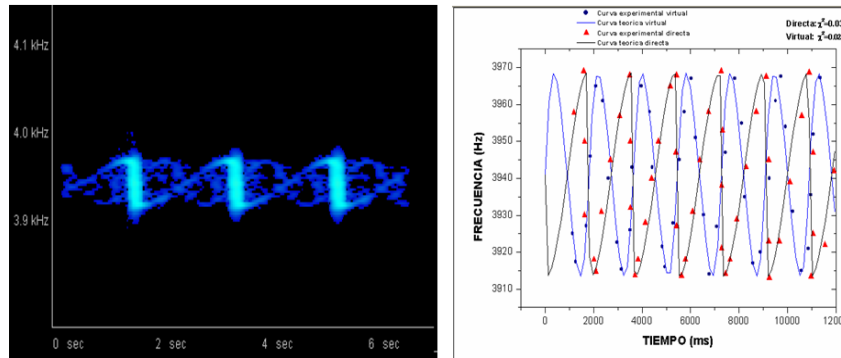


Figura 9: Sonograma correspondiente para el caso de reflexiones, a la izquierda del sonograma y al lado grafico experimental y teorico del mismo.

5. Conclusiones

Los resultados para el estudio del efecto *Doppler* utilizando una fuente sonora en movimiento circular y un micrófono concertado al Pc, que se muestran en este trabajo fueron los esperados ya que concuerdan con la teoría. En este artículo se muestra que la tecnología y los programas que se implementan hoy en día nos facilitan la realización de nuevas propuestas experimentales a nivel científico. Se comprobó gracias a los sonogramas la variación de la frecuencia de una fuente sonora cuando ésta se encuentra en movimiento circular uniforme, además, determinar los diferentes parámetros, tales como la velocidad del sonido (350m/s) a una temperatura de 25° C con un error del 1.15 %, la frecuencia fundamental del *buzzer* de $(3941,0 \pm 9,1)\text{Hz}$ y la frecuencia de giro de la fuente $(0,55 \pm 0,01)\text{Hz}$. Para el caso de reflexiones la superposición muestra la gran concordancia entre los resultados teóricos y experimentales, mostrando así que las ecuaciones predicen correctamente el fenómeno.

6. REFERENCIAS

- [1] F. Sears, M. Zemansky, Física, Addison-Wesley Iberoamericana.
- [2] Gold Wave website: <http://www.goldwave.com>.
- [3] Programas generadores de sonogramas a partir de archivos .WAV "Spectrogram version 14 supprts, by Richard Horne.
- [4] Artículo: Diego Tanoni y Alejandro Krieger, Efecto Doppler de una fuente de sonido en movimiento circular: análisis con y sin reflexiones.