ONDAS ESPIRALES EN SUPERCONDUCTORES DE CAPAS DEL TIPO II

R. Vega Monroy*, J. Mendoza, W. Torné
*rvega@uniatlantico.edu.co
Grupo de Física Teórica del estado Sólido, Universidad del Atlántico,
Km 7 antigua vía a Puerto Colombia, A.A. 1890, Barranquilla

Resumen. En este trabajo se determina la ley de dispersión de helicones en superconductores de capas del tipo II. Se encontró, en el modelo de dos fluidos, que la dinámica de vórtices en el sistema superelectrónico lleva al corrimiento de la frecuencia de saturación de los helicones, pudiendo encontrarse ésta en una franja de valores por debajo o por encima de la frecuencia ciclotrónica. Tambien se determinó la atenuación de éste modo.
Palabras Claves: Superconductores de capas, estado de vórtices, helicon.

Abstract. In this work the dispersion law for helicons in type-II layered superconductors is determined. We found in the two-fluid model that the vortex dynamics in the superelectronic system leads to the shift of the helicon saturation frequency, which may be located in a frequency band below or over the cyclotronic frequency. In addition, we calculated the mode attenuation.
Keywords: Layered superconductors, vortex state, helicon.

1. Introducción

Es conocido que objetos en movimiento en un medio, por el cual se propagan ondas, puede conllevar al efecto de amplificación o generación de ondas. Este es el caso de la dinámica de vórtices en superconductores. El estudio de ondas electromagnéticas en superconductores en estado de vórtices inicia con los trabajos de de Gennes [1] en sistemas superconductores 3D. Sin embargo, hasta hace poco tiempo se pensaba que éste tema estaba agotado debido a las grandes perdidas que se presentan en los superconductores por la dinámica de vórtices. En este sentido, recientes observaciones [2] de absorsiones magnéticas resonantes en compuestos superconductores de altas temperaturas a dase de Bi, ha generado un nuevo impetu en estudios experimentales que han conllevado a explicaciones teóricas sobre el papel de la dinámica de vórtices en los superconductores [3-5].

En el presente trabajo, se estudia la propagación de modos electromagnéticos circularmente polarizados conocidos como helicones y se determina las condiciones de propagación de estos modos. A diferencia del trabajo [6], donde fueron obtenidas expresiones para los helicones en superconductores de capas en presencia de vórtices, en este informe se tiene en cuenta la dinámica del vórtice debida a sus interaciones.

2. Modelo y Ecuaciones Básicas

El modelo a estudiar consiste de planos superconductores del tipo II bidimensionales separados por dielécticos cuya constante es ε y ancho a suficientemente grande, de tal manera que se desprecia el efecto Josephson entre capas. Este modelo, como es conocido, presenta buenos resultados en el estudio de excitaciones colectivas en superredes y estructuras de capas [7, 8]. Sobre el sistema se aplica un campo electromagnético $E \sim e^{i(q\rho-\omega t)}$ y un campo magnético estático $\vec{H}$ (mayor que el primer campo crítico H_{c1}), orientado a lo largo del eje z perpendicular a los planos superconductores.

Para describir la dinámica del sistema electrónico en los planos superconductores en estado de vórtices, utilizaremos el modelo de dos fluidos, el cual resulta de la ecuación hidrodinámica de Euler en el cual el líquido de electrones superconductores de carga e y masa m poseen una aceleración:

$$\begin{aligned} &\left(\nu+\frac{\partial}{\partial t}\right)\vec{v}_s+\left(\vec{v}_s\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}_s= \\ &=\frac{e}{m}\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\left[\vec{v}_s\times\vec{H}\right]\right)+\frac{\vec{F}}{\rho_s}\sum\delta\left(\rho-\rho_i\right) \end{aligned} \tag{1}$$

donde $\overrightarrow{E}$, $\overrightarrow{H}$ son el campo eléctrico y magnético respectivamente, y $\overrightarrow{v}_s$, $\rho_s = n_s e, \nu$ es la velocidad, la densidad y la frecuencia de colición de los superelectrones. La fuerza $\overrightarrow{F}$, la cual actua alrededor de los vórtices ubicados en la posición ρ_i , es balanceada por la fuerza de Magnus que tiene en cuanta todas las intracciones del vórtice y tiene la siguiente forma:

$$\overrightarrow{F}=\rho_s\left[\left(\vec{v}_L-\vec{v}_s\right)\times\vec{\kappa}\right], \tag{2}$$

donde $(\vec{v}_L-\vec{v}_s)$ es la velocidad relativa del vórtice con respecto a los superelectrones. $\vec{\kappa}$ es el cuanta de ciculación.

La segunda componente en este modelo, se determina a través de la ecuación que describe la dinámica de los vórtices en el superconductor. Asumiendo la simetría axial en el plano superconductor, tenemos la siguiente ecuación de movimiento de los vórtices [9]:

$$\rho_s\left[\left(\vec{v}_L-\vec{v}_s\right)\times\vec{\kappa}\right]=-D(\vec{v}_L-\vec{v}_n)-D'[\hat{z}\times(\vec{v}_L-\vec{v}_n)]-d\vec{v}_L-d'\left[\hat{z}\times\vec{v}_L\right] \tag{3}$$

En ésta expresión el término en la mano izquierda es la fuerza de Magnus, en tanto que las fuerzas proporcionales a D y D' son debidas a la dispersión de la cuasipartículas libres en el vórtice, o sea debidas a la diferencia entre la velocidad $\vec{v}_n$ de los electrones normales dentro del vórtice y la propia velocidad de los vórtices. Las fuerzas proporcionales a d y d' son debidas a la interacción de los vórtices con las impurezas fijas al cristal.

A continuación, despreciaremos las interacciones en el vórtice proporcionales a $\vec{v}_n$, D y D', así que en éste límite podemos escribir la ecuación de moviiento del vórtice de la siguiente manera:

$$\rho_m\left[\vec{v}_L\times\vec{\kappa}\right]+\eta\vec{v}_L=\rho_s\left[\vec{v}_s\times\vec{\kappa}\right] \tag{4}$$

donde

$$\rho_m = \rho_s - \frac{d'}{k}, \qquad \eta = d \tag{5}$$

y junto con la ecuación (1), para el caso en que $\operatorname{div} v_s = 0$, obtenemos el tensor de conductividad de un superconductor 2D en estado de vórtices cuyas componentes son:

$$\sigma_{xx} = \frac{\left[(\upsilon - i\omega) + B\omega_L\right] \frac{a}{4\pi}\omega_p^2}{\left[(\upsilon - i\omega) + B\omega_L\right]^2 + \left[\omega_c + \omega_L\left(A-1\right)\right]^2}, \tag{6}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\left[\omega_c + \omega_L\left(A-1\right)\right] \frac{a}{4\pi}\omega_p^2}{\left[(\upsilon - i\omega) + B\omega_L\right]^2 + \left[\omega_c + \omega_L\left(A-1\right)\right]^2}, \tag{7}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy}, \qquad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx}. \tag{8}$$

donde $\omega_c = eH/mc$ es la frecuencia cicliotrónica, $\omega_p = \left(4\pi ne^2/ma\right)^{1/2}$ es la frecuencia de plasma, $\omega_L = n_L\kappa$ siendo $n_L = \sum\delta\left(\rho - \rho_i\right)$ la densidad de vórtices por unidad de superficie. En estas expresiones además se introdujeron los parámetros:

$$A = \frac{\rho_s\rho_m\kappa^2}{\left(\kappa\rho_m\right)^2 + d^2},\ B = \frac{d\rho_s\kappa}{\left(\kappa\rho_m\right)^2 + d^2},\ A = B\frac{\rho_m\kappa}{d}. \tag{9}$$

Teniendo en cuenta todo lo anterior podemos escribir la ecuación para las componentes del campo eléctrico de los modos colectivos de la siguiente manera [8]:

$$E_\alpha(n) = \frac{4\pi i\omega}{c^2}\sum_{\beta,n} G_\alpha\left(n,n'\right)\sigma_{\alpha\beta}E_\beta(n')\ . \tag{10}$$

$G_\alpha\left(n,n'\right)$ es la función de Green que satisface la ecuación diferencial

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - q_\omega^2(z)\right)G_\alpha\left(z,z'\right) = \delta\left(z - z'\right), \tag{11}$$

siendo

$$q_\omega^2 = q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon, \quad \alpha = x, y\ . \tag{12}$$

Si cambiamos de representación de coordenadas a la de vectores de onda a través de la transformada de Fourier:

$$E_\beta\left(n\right) = \frac{a}{2\pi}\int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk e^{ikan} E_\beta\left(k\right),$$

finalmente, la ecuación (10) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\sum_\beta\left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{2\pi i\omega}{c^2 q_\omega}\sigma_{\alpha\beta}V_{\alpha\beta}S\left(q,k,\omega\right)\right]E_\beta\left(q,k,\omega\right) = 0\ . \tag{13}$$

En esta ecuación $S(q,k,\omega)$ es una función dependiente tanto del vector de onda como de la frecuencia y resulta al desarrollar la suma en la ecuación (10). La forma del factor de estructura $S(q,k,\omega)$ en la ecuacion (13) está dada por:

$$S(q,k,\omega) = \frac{\sinh(q_\omega a)}{\cosh(q_\omega a) - \cos(ka)} \ , \tag{14}$$

los coeficients $V_{\alpha\beta}$ son:

$$V_{11} = V_{12} = 1 \ \text{ y } \ V_{21} = V_{22} = -\frac{c^2 q_\omega^2}{n_0^2 \omega^2} \text{ donde } n_0^2 = \varepsilon.$$

La igualdad a cero del determinante de la matriz principal de la ecuación (13), teniendo en cuenta las expresiones (6)-(8) del tensor de conductividad, determina las leyes de dispersión de los modos colectivos en la superred superconductora en estado de vórtices. Despues de algunos cálculos elementales sencillos, obtenemos la dependencia de la frecuencia del único modo colectivo con respecto al vector de onda y la dependencia de su atenuación:

$$\mathrm{Re}\,\tilde{\omega} = \frac{\tilde{\Omega}\sin^2\frac{ka}{2}}{\left(\frac{\tilde{\omega}_p}{2}\right)^2 + \sin^2\frac{ka}{2}} \tag{15}$$

$$\mathrm{Im}\,\tilde{\omega} = \frac{\tilde{\phi}\sin^2\frac{ka}{2}}{\left(\frac{\tilde{\omega}_p}{2}\right)^2 + \sin^2\frac{ka}{2}} \tag{16}$$

en éstas expresiones los parámetros $\tilde{\omega}, \tilde{\Omega}, \tilde{\phi}, \tilde{\omega}_p$ son adimensionales y se definen así:

$$\tilde{\omega} = \omega\frac{a}{c}, \ \tilde{\Omega} = \Omega\frac{a}{c}, \ \tilde{\phi} = \phi\frac{a}{c}, \ \tilde{\omega}_p = \omega_p\frac{a}{c}, \tag{17}$$

donde

$$\Omega = \omega_c + \omega_L(A-1), \ \phi = \nu + B\omega_L, \tag{18}$$

Como puede verse de la ecuación (15), la ley de dispersión de los helicones en el sistema estudiado se presenta de la forma estandar de los modos helicones en estructuras de capas [8]. La gran diferencia radica en la definición del parámetro Ω, el cual representa un corrimiento en la frecuencia de saturación de los helicones, que para el caso de superredes normales coincide con la frecuencia ciclotrónica. Para el caso de superconductores de capas, en el trabajo [6] se mostro que ésta frecuencia de saturación sufre un corrimiento debido a la presencia de los vórtices en el sistema. Para el caso analizado en este trabajo, en el cual se tiene en cuenta la dinámica del vórtice, a diferencia de [6] donde se desprecio la velocidad del vórtice con respecto a la de los superelectrones, este corrimiento puede encontrarse en una franja de valores, los cuales dependen del valor del parámetro A como puede verse de (18). Este parámetro puede suministrar una valiosa información desde el punto de vista experimental sobre los coeficientes proporcionales a las diferentes fuerzas que intervienen en la dinámica de vórtices. De la ecuación (18), vemos que si el parámetro $A > 1$, el cual está definido por la ecuación (9), el corrimiento de la frecuencia de saturación de los helicones será por arriba de la frecuencia ciclotrónica, en tanto que si $A < 1$, el corrimiento será por debajo.

La razón entre la parte imaginaria y la parte real de la frecuencia de las ondas espirales es:

$$\frac{\operatorname{Im}\tilde{\omega}}{\operatorname{Re}\tilde{\omega}} = \frac{\tilde{\phi}}{\tilde{\Omega}} = \frac{B\omega_L}{\omega_L\,(1-A)} \ll 1.$$

Como vemos de ésta ecuación, ésta expresión es independiente del vector de onda y debe ser mucho menor que la unidad para que sea posible la propagación de este modo.

3. Conclusiones

En superconductores de capas del tipo II, se pueden propagar modos colectivos polarizados circularmente que reciben el nombre de helicones. La acción de la dinámica de vórtices sobre el sistema superelectrónico lleva al corrimiento de la frecuencia de saturación de los helicones, pudiendo encontrarse ésta en una franja de valores por debajo o por encima de la frecuencia ciclotrónica, dependiendo este corrimiento directamente de los parámetros intrinsecos de la estructura. La condición para la propagación de estos modos es

$$1 \gg B + A = B\left(1 + \frac{\rho_m\kappa}{d}\right).$$

$$A = \frac{\rho_s\rho_m\kappa^2}{\left(\kappa\rho_m\right)^2 + d^2},\ B = \frac{d\rho_s\kappa}{\left(\kappa\rho_m\right)^2 + d^2},\ A = B\frac{\rho_m\kappa}{d}$$

Los autores agradecen a la Universidad del Atlántico por la financiación de este trabajo a través de la convocatoria "Pensar el Caribe Colombiano II".

Referencias

[1] P.G. De Gennes and J. Matricon, Rev. Mod. Phys. 36, 45 (1964).

[2] Y. Matsuda et al., Phys. Rev. Lett. 78, 1972 (1997).

[3] L.N. Bulaevskii et al., Phys. Rev. B 54, 7221 (1996).

[4] E.B. Sonin, Phys. Rev. Lett. 79, 3732 (1997).

[5] R. Vega Monroy, Rev. Col. Fis. 34, 21 (2002).

[6] R. Vega Monroy, C Montoya y P. Pacheco, Rev. Col. Fis. 38, 537 (2006).

[7] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Supercond. Sci. Technol. 12, 238 (1999).

[8] V.M. Gvozdikov and R. Vega Monroy, Low Temp. Phys. 25, 802 (1999).

[9] E.B. Sonin, cond-mat/9606099 (1996).