IX ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMATICAS (EIMAT)

PROGRAMA DE MATEMÁTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

Barranquilla
Agosto 20 al 24
2013

UNIVERSIDAD DEL ATLANTICO

IX ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS, EIMAT 2013

Barranquilla, Agosto 20-23 de 2013

Universidad del Atlántico
Programa de Matemáticas

IX ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2013

MEMORIAS 2013

Barranquilla, Agosto 20-23 de 2013

Universidad del Atlántico
Programa de Matemáticas

IX ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2013

Resúmenes de Ponencias y Cursillos 2013

Comité Organizador

Jorge Rodríguez C.

Alejandro Urieles G

Oswaldo Dede

Julio Romero

Con la colaboración de los profesores del

Programa de Matemáticas. Universidad del Atlántico

Barranquilla, Agosto 20-23 de 2013

ÍNDICE GENERAL

INFORMACIÓN GENERAL

PRESENTACIÓN

Ha sido política de la Universidad del Atlántico (UA), durante su existencia académica, además de facilitar y generar conocimiento, contribuir con la formación y actualización permanente del talento humano en las áreas científico tecnológica y humanística, con la calidad exigida para garantizar su activa participación e inserción en el modelo socio económico del país, en el cual se busca un equilibrio entre lo que se produce, lo que se comercializa y la preservación del bienestar de sus habitantes, que involucra el medio ambiente que habitamos e incide en la calidad de vida.

Partiendo de estas premisas, la Universidad del Atlántico ha convocado al IX Encuentro Internacional de Matemáticas (EIMAT), organizado por el Programa de Matemáticas de la Universidad de Atlántico, con el fin de compartir con la comunidad científica regional, nacional e internacional el producto del proceso de investigación de los docentes y profesionales en el área de matemáticas, creando espacios de reflexión, discusión y análisis sobre avances de los proyectos de investigación actualmente en desarrollo o aquellos proyectos que han sido concluidos, con la participación de las universidades de varios países, lo que permite, sin lugar a dudas, el enriquecimiento de la reflexión científica.

Convencidos de este logro académico e investigativo, invitamos a toda la comunidad académica, a conocer, visualizar, compartir y socializar esta muestra de madurez académica e investigativa que se refleja en los resúmenes de los trabajos expuestos en estas memorias.

ORGANIZADORES

Universidad del Atlántico. Facultad de Ciencias Básicas. Programa de Matemáticas.

COMITÉ ORGANIZADOR

Presidente Jorge Rodríguez Contreras
Coordinador General Alejandro Urieles Guerrero
Secretario Oswaldo Dede Mejía

COMITÉ DE APOYO

Profesores del Programa de Matemáticas de la Universidad del Atlántico.

- Claudia Baloco
- María José Ortega
- Diana Vargas
- Margarita Barraza
- Leopoldo Turizo
- Ludwing Villa
- Alirio Gerardino
- Gabriel Vergara

COORDINADORES DE ÁREA

- Cristian Rojas
- Julio Romero
- Ramiro Peña
- Sonia Valbuena
- Lesly Salas
- Jorge Robinson
- Ennis Rosas
- Karina García

Charla Inaugural: Una visión crítica de la investigación en Educación Matemática, desde la óptica de la problemática latinoamericana

Dr. WALTER BEYER
Universidad Nacional Abierta-IPC de Venezuela
nowarawb@gmail.com

RESUMEN

La Educación Matemática (EM) es un área de conocimiento relativamente nuevo. En el ámbito latinoamericano es bastante reciente el cultivo de este campo y más aún la investigación de su problemática. Esta conferencia tiene como eje echar una ojeada a algunos elementos presentes en la investigación actual en nuestra región y contrastarla con los de la identidad latinoamericana pregonados por buena parte de nuestros grandes hombres, así como por algunos ilustres visitantes. Haremos una visión retrospectiva para, a grandes rasgos, poder determinar los principales movimientos pedagógicos que nos han arropado, su procedencia, su pertinencia y sus resultados. Aquí aparecen el sistema lancasteriano, el positivismo, la enseñanza objetiva, la Escuela Nueva, la Matemática Moderna, como las corrientes más destacadas. Luego, lo haremos con las tendencias en EM presentes en América Latina y la investigación en EM.

Al efecto de la contrastación nos apoyaremos en los pensamientos e ideas expuestos por Bolívar (1819), Bello (1826), Rodríguez (1842), Humboldt (1991), Mariátegui (2008), Bonfil Batalla (2007), Fals Borda (1990), Freire (1976), Briceño Iragorry (1972), Varsavsky (1975), Mijares (1988), Lumbreras (1991), entre otros, quienes enfatizaban lo propio de estas tierras o hicieron reflexiones críticas sobre nuestra realidad. Escudriñaremos el dilema de cuán

originales hemos sido y cuán originales debemos ser en nuestros planteamientos acerca de la Educación Matemática, en función de nuestras realidades pasadas y presentes, para así abordar cuál podría ser la vía a seguir en el futuro.

REFERENCIAS

[1] Bello, A. (1826). Silva a La agricultura en la zona tórrida. En: L. Pérez Luciani (1952). *Andrés Bello*. Caracas: Fundación Eugenio Mendoza.

[2] Bolívar, S. (1819). Discurso de Angostura. En: S. Bolívar (2006). *Palabras esenciales* (pp. 51-84). Caracas: Ministerio de Comunicación e Información.

[3] Bonfil Batalla, G. (2007). *Lo propio y lo ajeno. Una aproximación al problema del control cultural*. Disponible en:
http://www.uacj.mx/icsa/cys/Actualizacion/Unidad1/U1_3.htm.

[4] Briceño Iragorry, M. (1972). *Mensaje sin destino. Ensayo sobre nuestra crisis de pueblo*. Caracas: Monte Ávila.

[5] Fals Borda, O. (1990). El Tercer Mundo y la reorientación de las ciencias contemporáneas. *Nueva Sociedad*, Ngrados 107, 83-91.

[6] Freire, P. (1976). *La educación como práctica de la libertad*. México: Siglo XXI.

[7] Humboldt, A. de (1991). *Viaje a las regiones equinocciales del Nuevo Continente*. Caracas: Monte Ávila.

[8] Lumbreras, L. G. (1991). Misguided Development. *Report on the Americas, 24(5), 18-22*.

[9] Mariátegui, J. C. (2008). *Temas de educación*. Caracas: Laboratorio Educativo.

[10] Mijares, A. (1988). *Hombres e ideas en América*. Caracas: Ministerio de Educación-Academia Nacional de la Historia.

[11] Rodríguez, S. (1842). Sociedades americanas. En: S. Rodríguez (1992). *Inventamos o erramos* (pp.117-184). Caracas: Monte Ávila.

[12] Varsavsky, O. (1975). *Ciencia, política y cientificismo*. Buenos Aires: Centro Editor de América Latina.

Capítulo I

ANÁLISIS y TOPOLOGÍA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Análisis y Topología. El análisis es una rama de la ciencia matemática que estudia los números reales, los complejos y construcciones derivadas a partir de ellos así como las funciones entre esos conjuntos. Se estudian conceptos como la continuidad, la integración y la diferenciabilidad de diversas formas. Mientras que la topología es la rama de la matemática dedicada al estudio de aquellas propiedades de los cuerpos geométricos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas. La Topología se interesa por conceptos como proximidad, número de agujeros, el tipo de consistencia (o textura) que presenta un objeto, comparar objetos y clasificar, entre otros múltiples atributos donde destacan conectividad, compacidad, metricidad o metrizabilidad, etcétera.

1.1. Plenaria: Sobre algunas clases de conjuntos cerrados en espacios estructurales vía clases hereditarias

JOSÉ SANABRIA

Departamento de Matemáticas, Núcleo de Sucre
Universidad de Oriente, Venezuela
E-mail Address: jesanabri@gmail.com

RESUMEN

En [1], J. Ávila y F. Molina introducen la noción de *estructura débil generalizada*, como colecciones no vacías de subconjuntos de un conjunto X. En este trabajo llamaremos a una estructura débil generalizada simplemente *estructura*. Un conjunto X junto con una estructura $\mathfrak{s}$ lo denominaremos espacio estructural y diremos que un subconjunto A de X es $\mathfrak{s}$-abierto si $A \in \mathfrak{s}$. Por otra parte, Á. Császár [2] introduce la noción de clase hereditaria sobre un conjunto X: Una clase hereditaria $\mathcal{H}$ sobre X es una colección no vacía de subconjuntos de X con la propiedad que si $A \in \mathcal{H}$ y $B \subset A$, entonces $B \in \mathcal{H}$. Empleando las nociones de estructuras y clases hereditarias sobre un conjunto dado, introducimos de manera natural dos nuevas nociones de conjuntos cerrados en un contexto no topológico e investigamos propiedades y caracterizaciones de estos tipos de conjuntos, así como propiedades de separación asociadas a estos, que permiten obtener una teoría unificada sobre conjuntos cerrados generalizados que mejora a la teoría descrita por J. Sanabria, E. Rosas, C. Carpintero y M. Salas-Brown [3].

REFERENCIAS

[1] J. Ávila and F. Molina: *Generalized weak structures,* International Mathematical Forum, **7**(2012), No. 52, 2589-2595.

[2] Á. Császár: *Modificatons of generalized topologies via hereditary classes,* Acta Math. Hungar., **115** (2007), No. 1–2, 29–36.

[3] J. Sanabria, E. Rosas, C. Carpintero and M. Salas-Brown: *On the further unified theory of ideal generalized closed sets,* J. Adv. Math. Stud., **4** (2011), No. 2, 83–96.

1.2. Construcción de marcos finitos a través de un operador lineal en espacios de métrica indefinida

KEVIN ESMERAL -OSMIN FERRER- GERMÁN ESCOBAR

Universidad Surcolombiana-CINVESTAV-IPN México

E-mail Address: kmesmeral@math.cinvestav.mx osmin.ferrer@usco.edu.co - gerfaes@gmail.com

RESUMEN

En esta ponencia se describe la construcción de marcos para espacios de métrica indefinida usando un operador lineal positivo y se acota el conjunto de imágenes del operador mediante los proyectores fundamentales asociados al espacio de métrica indefinida y los valores propios asociados al operador marco. Como aplicación de lo anterior se reconstruyen señales en espacios de Krein.

REFERENCIAS

[1] Esmeral Kevin, Ferrer. Osmin, Wagner Elmar, *Frames in Krein spaces arising from a non-regular W-metric.* Preprint.

[2] P.G. Casazza and M. Leon, *Existence and Construction of Finite Frames with a Given Frame Operator*, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 63, No. 2 (2010), p. 149 - 158.

[3] J. I. Giribet, A. Maestripieri, F. Martínez Pería and P. Massey, On a family of frames for Krein spaces, arXiv:1112.1632v1.

[4] Bognar, J., *Indefinite inner product spaces.* Springer, Berlin, 1974.

[5] Azizov T. Ya. and Iokhvidov I.S, *Linear operator in spaces with an indefinite metric.* Pure & Applied Mathematics, A Wiley-Intersciences, Chichester, 1989.

[6] Christensen O., *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhäuser, Boston, 2003.

[7] Christensen, O., Jensen T. K., *An introduction to the theory of bases, frames, and wavelets*. Technical University of Denmark, Department of Mathemtics, 1999.

1.3. Operadores de Toeplitz angulares en espacios de Bergman sobre el semiplano superior

KEVIN M. ESMERAL GARCIA

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional-(CINVESTAV-IPN)

E-mail Address:kmesmeral@math.cinvestav.mx

RESUMEN

En análisis complejo un espacio de Bergman es un espacio de funciones cuadrado integrables que también son holomorfas sobre un dominio D del plano complejo con frontera suave ∂D, y es denotado $\mathcal{A}^2(D)$. Durante la última década se ha hecho un esfuerzo por entender a los operadores lineales actuando sobre espacios de Bergman (ver [2], [7]). Diferentes técnicas se han desarrollado para el estudio de diferentes tipos de operadores (operadores de Hankel [1], [3], operador composición [4], etc ...), y en algunos casos, se consideran dominios específicos para crear representaciones que ayudan en el entendimiento de algunos de estos tipos de operadores (operadores Toeplitz radiales [6], operadores verticales, [5]).

El propósito principal de esta charla es tratar un tipo especial de operadores de Toeplitz llamados *Operadores de Toeplitz Angulares* definidos en el espacio Bergman sobre el semiplano superior

$$\Pi = \left\{ z \in \mathbb{C} : \, z = re^{i\theta}, \quad r > 0, \quad \theta \in (0, \pi) \right\}.$$

Y basado en una representación de $\mathcal{A}^2(\Pi)$ dada por Vasilevski en [6] podemos caracterizar este tipo de operadores lineales, y algunas de sus propiedades.

REFERENCIAS

[1] ARAZY, J., FISHER, S., PEETRE, J. (1988) "Hankel Operators on Weighted Bergman spaces". *Amer. J. Math* 110,989–1054.

[2] AXLER, S. (1988) "Bergman spaces and their operators". *Survey on some recent results on operator theory*, V. 1, 171, 1–50.

[3] JANSON, S. (1988) Hankel operators Between Weighted Bergman spaces. *Ark. Math.*, 26, 205-219.

[4] MACCLUER, B. D., SHAPIRO, J.H. (1986) "Angular derivatives and compact composition operators on Hardy and Bergman spaces". *Can. J. Math.*, 38, 878–906.

[5] MAXIMENKO, EGOR., HERRERA, C., VASILEVSKI NIKOLAI (2013) *Vertical Toeplitz operators on the upper half-plane and very slowly oscillating functions*. preprint.

[6] VASILEVSKI, N. (2008) *Commutative algebras of Toeplitz operators on the Bergman space*. Operator Theory advances and Applications.

[7] ZHU, K. (1990) *Operator theory in function spaces*. Marcel Dekker, Inc., New York.

1.4. G-contractibilidad en continuos

MICHAEL ALEXÁNDER RINCÓN VILLAMIZAR

Universidad de São Paulo

michaelr@ime.usp.br

RESUMEN

Un *continuo* es un espacio métrico compacto, conexo y diferente del vacío. Diremos que un continuo es *g-contraíble* si existe una función continua y sobreyectiva de él en si mismo, homotópica a una constante. La definición de g-contractibilidad fue dada por el profesor David Bellamy en [1] con el fin de estudiar los continuos que son imagen y preimagen del cono sobre el conjunto de Cantor. Como ejemplo de continuos g-contraíbles tenemos los continuos localmente conexos, los continuos contraíbles y el hiperespacio de subconjuntos cerrados no vacíos de un continuo.

El objetivo de esta charla es exponer algunos de los resultados presentados por el autor que fueron publicados en [2] y [3].

REFERENCIAS

[1] BELLAMY, D.P., "The cone over the Cantor set- continuous maps from both directions", *Topology Conference, Emory University (Proceedings)* (1970), p. 8-24.

[2]Rincón Villamizar, Michael A. "Continuos g-contraíbles". *Integración-UIS*, V.30 (2012), No. 1, pág. 43-55.

[3] Camargo, J., Pellicer-Covarrubias, P., Rincón Villamizar, Michael A. "On g-contractibility of continua". *Topology Appl.* V.160 (2013), p. 461-474.

1.5. Las interacciones fundamentales y el orígen del universo

HERNANDO GONZÁLEZ - RICARDO GAITÁN - OSMIN FERRER

Universidad Surcolombiana

E-mail Address: hergosi@hotmail.com - ricardo.gaitan@usco.edu.co

osmin.ferrer@usco.edu.co

RESUMEN

En esta ponencia se describe el origen de la materia a partir del modelo estándar de la Física de partículas elementales y de sus extensiones, proporcionando una explicación a la carencia de anti-materia en el universo y al origen de la densidad de materia luminosa. El entendimiento del mecanismo que explica la generación de la materia es ocasionado por eventos ocurridos después del big-bang. El elemento más importante que componen estos eventos es la asimetría bariónica, originada posiblemente por las condiciones de Sakharov, lo cual será analizado en el presente trabajo.

REFERENCIAS

[1] SAKHAROV,A.D. (1994) *“ Violation of CP invariance, C Asymmetry and Brion Asymmetry of the universe”*. Journal of Experimental and Theoretical . *Letter 5*

[2] QUIROS, M. (2011) “El origen de la materia: Bariognenesis”. Revista Española de Física.

[3] KUSMILE, V.A. (1969) “CP Non invariance and Barion Asymmetry of the universe”. Journal of Experimental and Theoretical Physics. *Letter 12.*

[4] DINE M., KUSENKO A. (2004) “Origen of the Matter-Antimatter Asymmetry”. Reviews of Modern Physics. V 78, 1-30.

1.6. Problemas de valores iniciales de sistemas de primer orden en el plano con funciones iniciales holomorfas en los números complejos elípticos

JUDITH VANEGAS

Universidad Simón Bolívar

E-mail Address: cvanegas@usb.ve

RESUMEN

En esta charla mostraremos la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden en el plano cuando las funciones iniciales son holomorfas en un sentido más general dado por las álgebras generadas por la estructura polinomial $X^2 + \beta X + \alpha$, donde α y β son números reales. En esas álgebras un número complejo es de la forma $z = x + iy$, donde

$$i^2 = -\beta i - \alpha$$

y dos funciones $u(x, y)$ y $v(x, y)$ satisfacen las ecuaciones de Cauchy-Riemann si

$$\partial_x u - \alpha \partial_y v = 0 \ \text{ and } \ \partial_y u + \partial_x v - \beta \partial_y v = 0.$$

El problema será reducido a un problema de Punto Fijo para un operador integro-diferencial equivalente al sistema dado. En la resolución del problema de Punto Fijo usaremos los llamados estimados interiores de primer orden, que describen el comportamiento de la derivada de la función solución cerca de la frontera del dominio acotado considerado, y los operadores asociados al operador de Cauchy-Riemann.

REFERENCIAS

[1] Alayón-Solarz D., Vanegas C.J. (2012) "Operators associated to the Cauchy-Riemann operator in elliptic complex numbers". *Adv. Appl. Clifford Algebras* 22, 257–270.

[2] Yaglom I.M. (1968) *Complex Numbers in Geometry*. Academic Press Inc., New York, EEUU.

1.7. Construcción de modelos geométricos de hiperespacios conocidos

DÚWAMG A. PRADA M.
Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga

JENNY M. GÓMEZ C.
Universidad Industrial de Santander

RESUMEN

Un espacio métrico compacto, conexo y no vacío, lo definimos como continuo X. Los hiperespacios de un continuo X, son familias de subconjuntos de X que satisfacen algunas propiedades particulares. A estas familias de subconjuntos de X se les dota de una topología mediante la métrica de Hausdorff. Los hiperespacios más estudiados son: 2^x (la familia de subconjuntos cerrados y no vacios de X), $C(X)$ (la colección de todos los subcontinuos de X), $C_n(X)$ (la colección de todos los conjuntos cerrados y no vacíos de X con a lo más n componentes) y $F_n(X)$ (la familia de todos los conjuntos cerrados no vacíos de X que tienen a lo más n puntos). El propósito de esta ponencia es mostrar la construcción geométrica de algunos hiperespacios de espacios continuos conocidos y mostrar algunas de las preguntas relevantes para la construcción de otros modelos. El problema general de nuestro trabajo es el siguiente: Dado un es- pacio continuo, es posible construir geométricamente el modelo de sus hiperespacios 2^x, $C(X)$ y $F_n(X)$? y alguno de estos modelos geométricos son espacios conocidos en topología?

DEFINICIONES BÁSICAS

Definición 1.1. Un espacio métrico es un conjunto no vacío X junto con una función $d : X \times X \longrightarrow [0, \infty)$, la cual satisface las siguientes condiciones:

1. Para cada $x, y \in X$ $d(x, y) \geq 0$ y $d(x, y) = 0$ si y solo si $x = y$

2. Para cada $x, y \in X$, $d(x, y) = d(y, x)$.

3. Para cada $x, y, z \in X$, $d(x; z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

A la función d se le conoce como una métrica de X, y (X, d) se cononce como espacio métrico.

Definición 1.2. Sea X un espacio métrico. Diremos que X es disconexo si existen dos conjuntos abiertos no vacíos U y V de X tales que $X = U \cup V$, $U \cap V = \phi$. Si X no es disconexo entonces diremos que X es conexo.

Los modelos geométricos de hiperespacios de espacios continuos son la parte atractiva del estudios de estos. Por tal razón, es importante encontrar la forma adecuada para representar estos modelos. Dada la definición de los hiperespacios, algunas de las propiedades de los espacios continuos las satisfacen sus hiperespacios, sin embargo, dado que los elementos de los hiperespacios son algunos de los conjuntos del continuo que tienen una característica especial, la métrica no es la misma. No es difícil ver que la métrica utilizada para los hiperespacios es la conocida métrica de Hausdorff.

REFERENCIAS

[1] CURTIS, D., NHU. N. T.,(1985) *Hypersapaces of finite subsets which are homeomorphic to $\aleph_0$-dimensional linear metric spaces*, Topology Appl., Vol 19, 251-260.

[2] ILLANES, A., NADLER Jr, S.,(1999) *Hyperspaces. Fundamentals and Recent advances*, Pure and Applied Mathematics, Vol 216, Marcel Dekker, New York, EEUU.

[3] MACIAS S., (2000) *Hiperespacios y productos simétricos de continuos* Aportaciones Matemáticas, Serie Comunicaciones 27, Sociedad Matemática Mexicana, 211-223.

[4] MACIAS S., (2001) *On the hyperspaces $C_n(X)$ of a continuum X* Topology Appl., Vol 109, 237-256.

[5] MACIAS S., (2005) *Topics on Continua* Pure And Applied Mathematics Series, Vol 275, Chapman and HALL/CRC, Taylor and Francis Group, Boca Ratón, London, New York, Singapore.

[6] NADLER Jr, S., (2006) *Hyperspaces of Sets. A Text whit Research Questions,* Aportaciones Matemáticas, Serie Textos N° 33, Sociedad Matemática Mexicana, México.
[7] NADLER Jr, S., (1978) *Hyperspaces of Sets. A Text whit Research Questions,* Monographs and Textbooks in Pure and Applied Math. Vol 49, Marcel Dekker, New York, Basel.
[8] NADLER Jr, S., (1992) *Continuum Theory, An introduction* Pure And Applied Mathemathics, Vol 158, Marcel Dekker, New York, EEUU.

1.8. Sobre los espacios γ-normales

CARLOS R. CARPINTERO

Universidad de Oriente. Cumaná,Venezuela
Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia
carpintero.carlos@gmail.com

RESUMEN

N. Levine ([7]), introduce la noción de conjunto semi-abierto. Este trabajo de Levine, constituyó fuente de inspiración para que muchísimos matemáticos abordaran el estudio de formas generalizadas de conceptos topológicos clásicos expresados en términos de conjuntos semi-abiertos. S. Kasahara ([6]), formula el concepto de operador asociado a una topología, determinando entonces clases de conjuntos aún más abstractas, en base a las cuales resultan nuevas propiedades generalizadas de separación, continuidad, compacidad, etc. Recientemente, muchos topólogos han continuado investigando en esta linea, es así como B. Ahmad y S. Hussain, introducen ([1]) los espacios γ^s-regulares y los espacios γ^s-normales. También, Basu et al., introducen y caracterizan en [5], los espacios γ-β-normales. En forma similar, Á. Cśasźar introduce, para ciertas clases de aplicacions $\gamma : P(X) \to P(X)$, la noción de conjunto γ-abierto y espacio γ-compacto ([4]). En este trabajo, introducimos la noción de espacio γ-normal y obtenemos diversas caracterizaciones para la γ-normalidad, entre las que destaca una caracterización a través de funciones continuas generalizadas ([2] y [3]). Además, mostramos que la noción de γ-normalidad, permite reducir a un sólo marco conceptual muchas de las nociones generalizadas de normalidad conocidas.

REFERENCIAS

[1] B. Ahmad y S. Hussain.(2006) *γ^s-regular and γ^s-normal spaces. Math. Today*, V. 22 (1), 37-44.

[2] CARPINTERO, C. HUSSAIN, S. ROSAS, E. SALAZAR, Y Y RAMIREZ. N.(2012) *γ-regularity and γ-normality Via Extended Notions of γ-Open sets Due to Cs´asz´ar. Creative Math and Inf* V. 21 (2), 143-150.

[3] CARPINTERO, S. ROSAS, C. HUSSAIN, J. SANABRIA, M. SALAS Y D. CARVAJAL.(2013) *On $\mu\mu'$-continuous functions, $\mu\mu'$-open functions, ideals and some applications.* Enviado a *Kochi Journal of Mathematics.*

[4] Á. CŚASŹAR.(2000) *γ-Compact Spaces. Acta Math. Hungar* V. 87 (1-2),99-107.

[5] C.K. BASU, B.M. UZZAL AFSAN AND M.K. GHOSH. (2009) *A class of functions and separations axioms with respect to an operation. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics* V. 38 (2), 103-118.

[6] S. KASAHARA. (1979) *Operator-compact spaces. Math. Japon* V. 1, 97-105.

[7] N. LEVINE. (1963) *Semi open sets and semi continuity in topological spaces. Amer. Math. Monthly* V. 70, 36-41.

1.9. Multifunciones faintly ω-continuas

ENNIS R. ROSAS R.

Universidad de Oriente. Cumaná,Venezuela

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

ennisrafael@gmail.com

RESUMEN

En la actualidad un gran número de artículos han aparecido donde se estudian funciones continuas generalizadas ([2]). Recientemente, Zurtulina en [**?**], introduce y estudia el concepto de multifunciones ω-continuas en espacios topológicos, así como también Carpintero et al. en [3] y [4]. Es conocido que un subconjunto W en un espacio topológico (X,τ), es ω-abierto si y sólo si para cada $x \in W$ existe $U \in \tau$ tal que $x \in U$ y $U \setminus W$ es contable. Denotaremos por $WO(X,\tau)$, la colección de todos los conjuntos ω-abiertos, la cual es una topología más fina que τ ([**?**]). Una multifunción $F : (X,\tau) \to (Y,\sigma)$, es una correspondencia punto-conjunto de X sobre Y. Conveniremos que $F(x) \neq \emptyset$, para todo $x \in X$. Dada una multifunción $F : (X,\tau) \to (Y,\sigma)$, $F^+(B) = \{x \in X : F(x) \subseteq B\}$ y $F^-(B) = \{x \in X : F(x) \cap B \neq \emptyset\}$, se llaman la inversa superior e inferior de $B \subseteq Y$, respectivemente. También se denota $F(A) = \bigcup_{x\in A} F(x)$, para $A \subseteq X$. Una multifunción $F : (X,\tau) \to (Y,\sigma)$ es llamada superior (resp. inferior) ω-continua, si $F^+(V)$ (resp. $F^-(V)$) pertenece a $WO(X,\tau)$ para todo $V \in \sigma$. En este trabajo se introducen y estudian las multifunciones superior e inferior faintly ω-continua entre espacios topológicos y se obtienen algunas propiedades y caracterizaciones de estas nuevas multifunciones donde $F : (X,\tau) \to (Y,\sigma)$ es una multifunción (resp. inferior) faintly ω-continua en $x \in X$ si para cada conjunto θ-abierta $V \subset Y$ que contenga a $F^+(V)$ (resp. $F(x) \cap V \neq \emptyset$) existe $U \in WO(X,\tau)$ tal que $x \in U$ y $F(U) \subseteq V$ (resp. $F(u) \cap V \neq \emptyset$, para todo $u \in U$).

REFERENCIAS

[1] K. Al-Zoubi and B. Al-Nashef.(2003) *The topology of ω-open subsets Al-Manarah* V. 9, 169-179.

[2] A. Al-omari and M. S. M. Noorani.(2007) *Contra-ω-continuous and almost ω-continuous functions Int. J. Math. Math. Sci.* V. 9, 169-179.

[3] C. Carpintero, N. Rajesh, E. Rosas and S. Saranyasri.(2013) *On upper and lower almost ω-continuous multifunctions* (submitted).

[4] C. Carpintero, N. Rajesh, E. Rosas and S. Saranyasri.(2013) *On upper and lower faintly ω-continuous multifunctions* (submitted).

[5] T. Noiri, V. Popa(1993) *Almost weakly continuous multifunctions Demonstratio Math* V. 26 (2), 363-380.

[6] I. Zorlutuna.(2013) *ω-continuous multifunctions. Filomat* V. 27(1), 155-162.

1.10. Soluciones acotadas de ecuaciones de evolución

CARLOS LIZAMA

Universidad de Santiago de Chile, Chile

carlos.lizama@usach.cl

RESUMEN

En esta conferencia presentamos y analizamos desde un punto de vista histórico una variedad de subespacios del espacio de funciones continuas y acotadas, como por ejemplo los subespacios de funciones casi periódicas y casi automórficas. Luego, presentamos un método para resolver en estos subespacios el problema de regularidad para una amplia clase de ecuaciones de evolución, tanto lineales como semilineales.

REFERENCIAS

[1] D. Araya, C. Lizama, Almost Automorphic Mild Solutions to Fractional Differential Equations, Nonlinear Analysis, Series A: Theory Methods and Applications, 69 (2008),3692-3705.

[2] H. Henriquez, C. Lizama, Compact almost automorphic solutions to integral equations with infinite delay. Nonlinear Analysis, Series A, Theory Methods and Applications, 71 (2009), 6029-6037.

[3] C. Cuevas, C. Lizama, S-asymptotically w-periodic solutions for semilinear Volterra equations. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 33 (13) (2010), 1628-1636.

[4] C. Lizama, G. N'Guérékata, Mild solutions for abstract fractional differential equations. Applicable Analysis, to appear.

1.11. Sobre la categoría de los espacios topológicos totalmente ordenados y algunas de sus subcategorías

FÉLIX A. PÁEZ DÍAZ

Universidad Pontificia Bolivariana
Seccional Bucaramanga
E-mail Address: felix.paez@upb.edu.co

RESUMEN

La noción de espacio ordenado se introduce como una tripla $(X, \leq, \tau)$ donde X es un conjunto no vacío, $\leq$ es una relación de orden sobre X y τ es una topología sobre X.

En principio no se exige ninguna relación entre la topología y el orden. Se construye así una categoría, tomando como morfismos las funciones continuas y monótonas. Al imponer algunas relaciones entre τ y $\leq$ surgen diferentes subcategorías plenas. En este contexto general, el estudio de ciertos límites y co-límites en las subcategorías tiene un alto grado de complejidad. En particular, la construcción de cocientes es inmanejable ([14]). Por esta razón, el estudio de este tipo de espacios ordenados se circumscribe al caso de las relaciones de orden total: la categoría de los espacios totalmente ordenados y las funciones continuas y monótonas permite construcciones adecuadas de subespacios, límites de sistemas inversos y cocientes ([10]).

Al tomar los objetos $(X, \leq, \tau)$ tales que τ tiene una subbase constituída por colas o rayos se obtiene una primer subcategoría en la cual los objetos son llamados espacios Bien-formado. Haciendo una restricción más drástica se obtienen los espacios totalmente ordenados en los cuales la topología es precisamente la topología de los intervalos abiertos, llamados espacios linealmente ordenados (ver [13]). Otros dos tipos de espacios totalmente ordenados que aparecen en la literatura son los espacios ordenados generalizados de ech ([8] y [9]), y los

espacios de tipo cociente ([10]).

En esta charla divulgativa mostramos que la categoría OT de los espacios totalmente ordenados y las funciones continuas que preservan el orden admite una definición natural de subespacios, espacio cociente y en esta categoría cada sistema inverso tiene un límite. Además, mostramos que las subcategorías plenas $BFTS$ de los espacios Bien-formados, $GOTS$ de los espacios ordenados generalizados de ech y $COLOTS$ de los espacios de tipo cociente, pueden ser obtenidas mediante estas tres construcciones, a partir de la subcategoría $LOTS$ de los espacios linealmente ordenados.

REFERENCIAS

[1] Acosta, L., "Topologías consistentes", Bol Mat. (NS) 5 No-1 (1998), 15–26.

[2] Adámek, J., Herrlich, H. & Strecker, G. E., *Abstract and Concrete Categories*, John Wiley & Sons, New York, 1990.

[3] Andina, S.J. & Thron, W.J, "Order-induced Topological Properties", Pacific J. Math. 75 (1978) 297–304.

[4] Bennett, H. & Lutzer, D., "Problems in perfect ordered spaces", in J. van Mill and G. Reed, eds, Open Problems in Topology (North Holland, Amsterdam, 1990), 223–236.

[5] Bennett, H. & Lutzer, D., "Recent progress in the topology of generalized ordered spaces", Topology Atlas Invited Contributions vol. 5 issue 1 (2000) 11–14.

[6] Bennett, H. & Lutzer, D., *Recent Developments in the Topology of Ordered Spaces*, in Recent Progress in General Topology II ed. by M Husek and J. van Mill, Elsevier, Amsterdam, 2002 (MR 1969994).

[7] Borges, C. R., "A study of monotonically normal spaces", Proc. amer. Math. Soc. 38 No-1 (1973), 211–214.

[8] Čech, E., *Topologické Prostory*, (Nakl. ČSAV, Prague 1959).

[9] Čech, E., *Topological Spaces*, John Wiley & Sons, 1966.

[10] Herrlich, H. & Kronheimer, E. H., "Generating ordered topological spaces from LOTS", Topology appl, 105 (2000), 231–235.

[11] Khalimsky, E., Kopperman, R.D. & Meyer, P.R, " Computer graphiscs and connected topologies on finite ordered sets", Topology appl, 36 (1990), 1–17.

[12] Kopperman, R.D., *The Khalimsky line in digital topology*, in Y.-L. O et al., eds., Shape in Picture: Mathematical Description of Shape in Grey-Level Images, Springer-Verlag (1994) 3-20.

[13] Kopperman, R.D., Kronheimer, E.H. & Wilson R.G., "Topologies on totally ordered sets", Topology appl, 90 (1998), 165–185.

[14] Páez, F., *Acerca de la Categoría de los Espacios Topologicos Totalmente Ordenados y Algunas de sus Subcategorías*, Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2009.

[15] Páez, F., "Algunas construcciones en la categoría *OT*", Prepint, 2013.

1.12. Espectro semi B-Fredholm bajo perturbaciones

ORLANDO J. GARCIA M.

Universidad de Oriente

E-mail Address:ogarciam554@gmail.com

RESUMEN

M. Berkani introduce y estudia en [1] una nueva clase de operadores definidos en la forma siguiente; un operador $T \in L(X)$ sobre un espacio de Banach X es llamado semi B-Fredholm, si para algún $n \in \mathbb{N}$ el rango $R(T^n)$ de T^n es cerrado y la restricción $T_n = T/_{R(T^n)}$ es semi Fredholm. Esta clase de operadores es, estrictamente, más general que la clase de los operadores semi Fredholm ya que la restricción $T_0 = T/_{R(T^0)}$ es semi Fredholm si T lo es. En este trabajo se presenta una propiedad de descomposición para esta clase de operadores, la cual permite estudiar con mayor claridad problemas sobre la estabilidad bajo perturbaciones de dicha clase.

REFERENCIAS

[1] Berkani, M and Sarih, M. (2001) “On Semi B-Fredholm Operators”. *Glasgow Math. Journal* V. 5, 457–465.

1.13. Cursillo: El problema de Cauchy fraccionario

CARLOS LIZAMA

Universidade de Santiago de Chile, Chile

carlos.lizama@usach.cl

RESUMEN

En este cursillo, se explorarán los principios de la teoría de conducente a problemas abiertos en el denominado Problema abstracto de Cauchy Fraccionario, que interpola entre los problemas de Cauchy de orden uno y dos. Los tópicos a tratar en tres sesiones son:

- Sesión 1: Introducción, motivaciones y ejemplos.
- Sesión 2: Integración y diferenciación fraccionaria, definición, propiedades y ejemplos.
- Sesión 3: Familias resolventes y el problema de Cauchy fraccionario: sistemas algebraicos de operadores, buen planteo, subordinación, ejemplos y problemas.

REFERENCIAS

[1] F. Mainardi, Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity, Imperial College Press, London, 2010.

[2] C. Lizama and G.M. N'Guerekata, Mild solutions for abstract differential equations. Applicable Analysis, to appear.

[2] C. Lizama and F. Poblete, On a functional equation associated with (a,k)-regularized resolvent families. Abstract and Applied Analysis, vol 2012, Article ID 495487, doi: 10.1155/2012/495487.

1.14. Cursillo: Límite de funciones reales

ORLANDO J. GARCIA M.

Universidad de Oriente

E-mail Address:ogarciam554@gmail.com

RESUMEN

Una de las ramas de las matemáticas más importante es el análisis, el cual consiste en el estudio de las funciones. El concepto base del análisis es la noción de límite de una función. Este concepto está relacionado con la representación gráfica de funciones y la interpretición de las mismas.
A partir del concepto de límite de una función, se construyen los conceptos de continuidad, derivada e integral, que son los pilares del análisis.
En este cursillo se estudiará la noción de límite de una función real y algunas de sus propiedades. Además se presentarán ejemplos en los que será necesario el rigor matamático para abordarlos, es decir; veremos que en ocasiones la interpretación intuitiva de la noción de límite no es suficiente.

REFERENCIAS

[1] Michael, S. (1992) *Calculus infinitesimal.* Universidad de Brandeis.

1.15. Cursillo: Números complejos elípticos

JUDITH VANEGAS

Universidad Simón Bolívar

E-mail Address:cvanegas@usb.ve

RESUMEN

Los números complejos elípticos son números complejos de la forma $z = x + iy$ donde el producto de dos números complejos está caracterizado por la relación

$$i^2 = -\beta i - \alpha,$$

con α y β números reales sujetos a la condición de elipticidad $4\alpha - \beta^2 > 0$. Aunque estos números son isomorfos a los números complejos ordinarios, en Análisis una significativa ganancia se obtiene cuando se considera el operador de Cauchy-Riemann

$$\partial_{\bar{z}} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\Big)$$

actuando sobre una función de valores complejos $f(z) = u + iv$, en el álgebra compleja determinada por α y β y considerando funciones en el kernel de este operador como holomorfas. Como existen funciones diferenciables que no son holomorfas en en el sentido ordinario pero que si lo son para una elección conveniente de números reales α y β, entonces se obtiene un concepto más general de holomorfía.

En este cursillo mostraremos algunos resultados del análisis complejo en el contexto de los números complejos elípticos.

REFERENCIAS

[1] Alayón-Solarz D., Vanegas C.J. (2012) "The Cauchy-Pompeiu representation formula in elliptic complex numbers". *CVEE* V. 57, No. 9, 1025–1033.

[2] Yaglom I.M. (1968) *Complex Numbers in Geometry*. Academic Press Inc., New York, EEUU.

Cursillo: La propiedad de arco aproximación entre contínuos

DÚWAMG ALEXIS PRADA MARÍN

Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga
E-mail Address: duwamg.prada@upb.edu.co

RESUMEN

Un espacio métrico compacto, conexo y no vacío, lo definimos como continuo X. La propiedad de arcoaproximación para un continuo X, fue definida por W.J. Charatonik en el artículo "*Arc approximation property and confluence of induced mappings*", dicha propiedad es una herramienta que permite brindar soluciones parciales a preguntas abiertas de la teoría de continuos y sus hiperespacios. Los hiperespacios de un continuo X, son familias de subconjuntos de X que satisfacen algunas propiedades particulares. A estas familias de subconjuntos de X se les dota de una topología mediante la métrica de Hausdorff. Los hiperespacios más estudiados son: 2^X (la familia de subconjuntos cerrados y no vacios de X), $C(X)$ (la colección de todos los subcontinuos de X), $C_n(X)$ (la colección de todos los conjuntos cerrados y no vacíos de X con a lo más n componentes) y $F_n(X)$ (la familia de todos los conjuntos cerrados no vacíos de X que tienen a lo más n puntos). El propósito de este cursillo es mostrar los aportes a la teoría de continuos, mediante la propiedad de arco aproximación y resultados parciales a preguntas que se han formulado en el artículo "*induced mappings on hyperspaces*" [2], Hiroshi Hosokawa. El profesor Hosokawa estudió una clase especial de funciones continuas entre hiperespacios. Dada una función f continua entre continuos, se definen las funciones 2^f, $C_n(f)$, $F_n(f)$ y $HS_n(f)$, para $n \in \mathbb{N}$, conocidas como las funciones inducidas entre hiperespacios.

El problema general de nuestro trabajo es el siguiente: dada una clase de funciones A entre continuos, analizamos las relaciones que hay entre las siguientes afirmaciones:

1. $f \in A$;

2. $C_n(f) \in A$, para cada $n \in \mathbb{N}$;

3. $2^f \in A$

REFERENCIAS

[1] CHARATONIK, W. J., *Arc approximation property and confluence of induced mappings*, Rocky Mountain J. of Math, Vol 28, N°1, (1998), 107-154.

[2] HOSOKAWA, H., *Induced mappings on hyperspaces*, Tsukuba J. Math., Vol 21, (1997), 239-250.

[3] LÓPEZ M. de J., MACÍAS, S., *Induced maps on n-fold hyperspaces*, Houston J. Math, Vol 33, (2007), 1047-1057.

[4] MAĆKOWIAK, T.,(1979) *Continuous mappings on continua*, Dissetationes Math. (Rozprawy Mat.), 158, , 1-95.

[5] NADLER Jr, S., (1992)*Continuum Theory, An introduction* Pure And Applied Mathemathics, Vol 158, Marcel Dekker, New York, EEUU.

[6] PRADA D., *Funciones inducidas confluentes entre hiperespacios de continuos* Tesis de maestría, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (2012)

1.16. Cursillo: Ideales sobre espacios topológicos

JOSÉ SANABRIA

Departamento de Matemáticas, Núcleo de Sucre
Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela
E-mail Address: jesanabri@gmail.com

RESUMEN

En 1966, Kuratowski [5] utiliza la idea de ideales sobre espacios topológicos para generalizar la noción de clausura de un conjunto, introduciendo el concepto de *función local* de un conjunto con respecto a un ideal y una topología. Posteriormente, en 1990, Jankovic y Hamlett [3] estudian ciertas propiedades locales y globales que involucran la noción de ideal sobre un espacio topológico. En particular, estos autores definen un operador clausura de Kuratowski, $\mathrm{Cl}^\star$, usando la noción de función local y demuestran que la topología generada por $\mathrm{Cl}^\star$ es más fina que la topología original del espacio. En 1992, Jankovic y Hamlett [4] introducen la clase de conjuntos I-abiertos en espacios topológicos vía ideales, la cual es independiente de la clase formada por los conjuntos abiertos. Empleando el operador $\mathrm{Cl}^\star$, Hatir y Noiri [2], en 2002, definen las nociones de conjuntos α-I-abiertos, semi-I-abiertos y β-I-abiertos y utilizan estas nociones para obtener ciertas descomposiciones de continuidad. Las clases de conjuntos α-I-abiertos, semi-I-abiertos y β-I-abiertos están respectivamente contenidas en las clases de conjuntos α-abiertos, semi-abiertos y β-abiertos, introducidas por Njåstad [7] Levine [**?**] y El-Monsef, El-Deeb y Mahmoud [**?**], respectivamente. En este cursillo, se presenta el marco teórico relacionado con el concepto de ideal sobre un espacio topológico y se exponen algunos resultados que involucran a las nociones de conjuntos I-abiertos, α-I-abiertos, semi-I-abiertos y β-I-abiertos.

REFERENCIAS

[1] M. E. Abd El-Monsef, N. El-Deeb y R. A. Mahmoud, *β-open sets and β-continuous mappings*, Bull. Fac. Sci. Assiut Univ., 12(1) (1983), 77-90.

[2] E. Hatir y T. Noiri, *On decompositions of continuity via idealization*, Acta. Math. Hungar., 96(4) (2002), 341-349.

[3] D. S. Jankovic y T.R. Hamlett, *New topologies from old via ideals*, Amer. Math. Monthly, 97 (1990), 295-310.

[4] D. S. Jankovic y T. R. Hamlett, *Compatible extensions of ideals*, Boll. Un. Mat. Ital., 7(6-B) (1992), 453-465.

[5] K. Kuratowski, *Topology*, Vol. I, Academic Press, New York, 1966.

[6] N. Levine, *Semiopen sets and semicontinuity in topological spaces*, Amer. Math. Monthly, 70 (1963), 36-41.

[7] O. Njåstad, *On some classes of nearly open sets*, Pacific J. Math., 15 (1965), 961-970.

1.17. Cursillo: Nociones básicas del cálculo y sus generalizaciones

CARLOS CARPINTERO F.

Universidad de Oriente. Cumaná,Venezuela
Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia
carpintero.carlos@gmail.com

RESUMEN

En este cursillo examinaremos algunas nociones básicas tratadas en los cursos de cálculo elemental, tales como: convergencia de sucesiones y series, límites, integral definida. Detallaremos cada uno de los elementos involucrados en cada una de estas, y exhibiremos como pueden gene ralizarse dichas nociones a contextos más generales y aparentemente disímiles, a los que comúnmente trata el estudiante en sus cursos de cálculo. Aunque no daremos demostraciones formales, haremos breves comentarios de estas, en todo momento trataremos de dar profusas ilustraciones de las nociones estudiadas en diferentes situaciones.

REFERENCIAS

[1] Apostol, Tom M(1976)*Análisis Matemático. Reverté*. 2da. Edición.

[2] Fulks, Watson(1978) *Advanced Calculus: An Introduction to Analysis. John Wiley and Sons, Inc.* Third Edition.

[3] Munkres, James R(1975) *Topology. Prentice Hall, Inc.* Second Edition.

1.18. Cursillo: Caracterización de los conjuntos γ-cerrados generalizados

ENNIS R. ROSAS R

Universidad de Oriente. Cumaná,Venezuela

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

ennisrafael@gmail.com

RESUMEN

En [9], introduce la noción de conjunto γ-abierto como una generalización de los conjuntos abiertos. Primeramente define una operación $\gamma : X \to P(X)$, que satisface la condición $U \subseteq \gamma(U)$ para todo $U \in \tau$; donde (X, τ) es un espacio topológico, $P(X)$ el conjunto de partes de X. Otros matemáticos tomando operadores específicos definieron los conjuntos semi abiertos (resp. pre-abiertos, α-abiertos, β-abiertos, entre otros), como $A \subseteq cl\,int(A)$ [7] (resp. $A \subseteq int\,cl(A)$, $A \subseteq int\,cl\,int(A)$ [13], $A \subseteq cl\,int\,cl(A)$ [3]). Es de observar que estos operadores definidos previamente son monótonos, es decir que si $A \subseteq B$ entonces $\gamma(A) \subseteq \gamma(B)$. Sea Γ la colección de todos los operadores monótonos, para cada $\gamma \in \Gamma$, diremos que $A \subseteq X$ es un conjunto γ-abierto, si $A \subseteq \gamma(A)$. Sobre la clase de los conjuntos γ-abiertos, se define el γ-interior de un conjunto A, denotado por γ-$int(A)$ y la γ-clausura de A, denotada por γ-$cl(A)$. De manera similar, se define que $A \subseteq X$ es un conjunto γ-semi abierto si existe $U \in \Gamma$ tal que $U \subseteq A \subseteq \gamma(A)$. Bajo la hipótesis que $\gamma \in \Gamma$, se puede definir la γ-semi clausura y el γ-semi interior de A. De la misma forma como se muestra que la unión

$$\{x \in X : \{x\} \text{ es nunca denso en } X\} \cup \{x \in X : \{x\} \text{ es preabierto en } X\}$$

resultar ser X. Se puede mostrar, para $\gamma \in \Gamma$, que X se puede escribir como la unión de $\{x \in X : \{x\} \text{ es } \gamma\text{-nunca denso en } X\}$ con $\{x \in X : \{x\} \text{ es } \gamma\text{-preabierto en } X\}$.

Ahora para $A \subseteq X$. Decimos que A es llamado.

1. γ-semi cerrado generalizado (gγ-s cerrado) si γ-$sCl(A) \subseteq U$ siempre que $A \subseteq U$ y U es abierto

2. γ-semi cerrado generalizado (gγ-s cerrado) si γ-$sCl(A) \subseteq U$ siempre que $A \subseteq U$ y U es semi abierto

3. γ-semi cerrado generalizado (gγ-s cerrado) si γ-$sCl(A) \subseteq U$ siempre que $A \subseteq U$ y U es γ-semi abierto

Analizamos y caracterizamos estas clases de conjuntos, como también estudiamos los espacios $g\gamma$-$sT_{1/2}$, $sg\gamma$-$sT_{1/2}$ y $sg\gamma$-$sT_{1/2}$.

REFERENCIAS

[1] M. E. Abd El-Monsef, S. El-Deeb and R. A. Mahmouud. (1983) *β-open sets and β-continuous mappings Bull. Fac. Sci. Assiut Univ.* V. 12, 77-90.

[2] D. Andrijevic.(1986) *Semi preopen sets*, *Mat. Vesnik*, **38** (1986), 24-32.

[3] S.P. Arya and T. Noiri.(1990) *Characterizations of s-normal spaces*, *Indian J. Pure Appl. Math.*, **21** (1990), 717-719.

[4] P. Bhattacharya and B.K. Lahiri.(1987) *Semi generalized closed sets in topology*, **29** (1987),375-382.

[5] J. Cao, M, Ganster and I. Reilly.(1999) *On sg-closedsets and gα-closed sets*, *Mem, Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A. Math.*, **20** (1999), 1-5.

[6] C. Carpintero, E. Rosas, J. Vielma.(1998) *Operadores asociados a una topologia τ sobre un conjunto X y nociones conexas*, *Divulgaciones Matematicas,* Vol **6**, No. 1, (1998),139-148.

[7] R. Devi, K. Bhuvaneswari and H. Maki.(2004) *Weak forms of gp-closed sets, where $p \in \{\alpha, \alpha^*, \alpha^{**}\}$, and digitalplane*, *Mem. fac.Sci, Kochi Univ. Ser. A. Math.*, **25** (2004),37-54.

[8] S. Kasahara.(1979) *Operator-compact spaces*, *Math., Japon.*, (1979), 97-105.

[9] N. Levine.(1970) *Generalized closed setsin topology*, *Rend. Circ. Mat. Palermo* (2), **19** (1970), 89-96.

[10] N. Levine.(1963) *Some remark on the closure operator in topological spaces*, *Amer. Math. Montly*, **70** (1963),36-41

[11] H. Maki, R. Devi and K. Balachandran. (1994) *Associated topologies of Generalized α-closed sets and α-Generalizedclosed sets*, *Mem, Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A. Math.*, **15** (1994), 51-63.

[12] El-Monsef, M. E Abd., El Deeb. S., and Mahaamond R. (1966) *β-open sets and β-continuous mappings*, *Bull. Fac. Sci. Assiut Univ.*, **12** (1966), 77-90.

[13] O. Njastad.(1965) *On some classes of nearly open sets*, *Pacific J. Math.*, **15** (1965), 961-970.

[14] H. Ogata.(1991) *Operations on topological spaces and associated topology*, *Math.,Japon.*,(1),**36** (1991).175-184.

1.19. Cursillo: Una introducción a los espacios topológicos bien-formados

FÉLIX A. PÁEZ DÍAZ

Universidad Pontificia Bolivariana
Seccional Bucaramanga
E-mail Address: felix.paez@upb.edu.co

RESUMEN

Dado un Conjunto X, existen diversos mecanismos de construcción de topologías a partir de relaciones de preorden sobre X y viceversa. Uno de ellos se da al asociar a cada topología sobre un conjunto X la relación de *especialización* definida con base en la adherencia: $x \lhd y$ si $x \in \overline{\{y\}}$. Ésta relación siempre es de preorden sobre X y es de orden si y sólo si la topología tiene la propiedad T_0.

Recíprocamente, dada una relación de preorden $\preceq$ sobre X siempre existe un conjunto de topologías sobre X cuya especialización es precisamente $\preceq$. Estas topologías son llamadas concordantes con $\preceq$ en [12] y equivalentes en [10]. Dichas construcciones han sido estudiados en numerosos trabajos, tanto desde el punto de vista conjuntista como desde el punto de vista categórico (ver por ejemplo [1], [2], [3], [8], [11] y [12]).

Otro mecanismo se da a partir de las relaciones $\leq$ de orden sobre X al tomar las topologías que tienen una subbase constituida por colas o rayos de $\leq$, siendo de mayor relevancia el caso en el que $\leq$ es una relación de orden total sobre X.

En este orden de ideas, podemos introducir la noción de espacio ordenado como una tripla $(X, \leq, \tau)$ donde X es un conjunto no vacío, $\leq$ es una relación de orden sobre X y τ

es una topología sobre X.
Entre los espacios ordenados se encuentran aquellos en los que τ tiene subbase constituida por colas o rayos de $\leq$ los cuales reciben el nombre de espacio Bien-formado ([10]) y han encontrado recientemente importantes aplicaciones en áreas como tratamiento y procesamiento de imágenes ([9]).

Entre la clase de los espacios Bien-formados aparecen los espacios ordenados generalizados de Čech "GO-spaces"([5] y [6]), y los espacios topológicos linealmente ordenados "LOTS" ([10]) los cuales han sido ampliamente estudiados por sus importantes propiedades. Estos últimos se destacan por tener la propiedad de "generar" a los espacios Bien-formados a partir de subespacios cocientes y limites de sistemas inversos ([7] y [13]).

En este curso corto, pretendemos hacer una introducción al estudio de los espacios Bien-formados. Pretendemos mostrar la relación que guardan el orden y la topología al hacer ciertas operaciones sobre puntos e intervalos en general, al igual que algunas propiedades sobre conexidad y axiomas de separación.

REFERENCIAS

[1] Acosta, L., "Topologías consistentes", Bol Mat. (NS) 5 No-1 (1998), 15–26.
[2] Acosta, L. & Lozano, E., "Una Caracterización de las Topologías Compactas T_0", Bol Mat. (NS) VI No-2 (1999), 77–84.
[3] Andina, S.J. & Thron, W.J, "Order-induced Topological Properties", Pacific J. Math. 75 (1978) 297–304.
[4] Bennett, H. & Lutzer, D., *Recent Developments in the Topology of Ordered Spaces*, in Recent Progress in General Topology II ed. by M Husek and J. van Mill, Elsevier, Amsterdam, 2002 (MR 1969994).
[5] Čech, E., *Topologické Prostory*, (Nakl. ČSAV, Prague 1959).
[6] Čech, E., *Topological Spaces*, John Wiley & Sons, 1966.
[7] Herrlich, H. & Kronheimer, E. H., "Generating ordered topological spaces from LOTS",

Topology appl, 105 (2000), 231–235.

[8] Keimel, K., et al., *A Compendium of Continuous Lattices*, Springer-Verlag (1980).

[9] Khalimsky, E., Kopperman, R.D. & Meyer, P.R, " Computer graphiscs and connected topologies on finite ordered sets", Topology appl, 36 (1990), 1–17.

[10] Kopperman, R.D., Kronheimer, E.H. & Wilson R.G., "Topologies on totally ordered sets", Topology appl, 90 (1998), 165–185.

[11] Lorrain, F., *Notes on Topological Spaces with Minimun Neighborhoods*, Amer. Math. Monthly. 76 (1969), 616-627.

[12] Lozano, E., *Sobre Algunas Topologías concordantes*, Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, 2000.

[13] Páez, F., *Acerca de la Categoría de los Espacios Topologicos Totalmente Ordenados y Algunas de sus Subcategorías*, Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2009.

1.20. Plenaria: Funciones de variación acotada generalizada y el operador de composición. Desde C. Jordan hasta nuestros días 1881-2013

NELSON J. MERENTES D.

Universidad Central de Venezuela

E-mail Address: nmerucv@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo presentamos algunos resultados importantes, obtenidos entre los años 1881 hasta 2013, de la noción de variación acotada y sus generalizaciones.

C. Jordan, en 1881, [21] introduce la noción de variación acotada para funciones definidas en un intervalo de $\mathbb{R}$ a valores en $\mathbb{R}$. Demostrando que toda función de variación acotada ($f \in BV[a,b]$) puede descomponerse como diferencia de funciones monótonas; así toda función de variación acotada tiene serie de Fourier puntualmente convergente. Esta noción ha sido generalizada de varias maneras y algunos de los matemáticos que trabajaron con variación acotada generalizada son: G. H. Hardy y G. Vitali (caso bidimensional) (1904-1906) [20]-[52], F. Riesz (1910) [46], De la Vallée Poussin (1915) [14], N. Wiener (1924) [56], L. C. Young (1937) [57], D. Waterman (1972) [53]-[54]-[55], M. Schramm (1985) [48], entre otros. En este trabajo damos un rápido bosquejo sobre este amplio tema.

Introducción

En el siglo XIX, en el año de 1829, P. L. Dirichlet ([15]) demostró que toda función real a valores en $\mathbb{R}$ definida por medio de un número finito de partes monótonas tiene serie de Fourier puntualmente convergente en $\mathbb{R}$. Este resultado es conocido hoy como: **criterio**

de Dirichlet sobre la convergencia de las series de Fourier. Así, por primera vez, y rigurosamente, se obtuvo una demostración de la conjetura, planteada en el año 1807 por Fourier, referente a la representatividad de una función arbitraria por medio de series trigonométricas. El trabajo de Fourier puede consultarse en ([18]). (Según Nagy en [44] la historia del desarrollo de la Teoría de las series de Fourier comienza a partir de una disputa, ocurrida alrededor de la mitad del siglo XVIII, entre D'Alembert, Euler y D. Bernoulli, respecto al problema de la cuerda vibrante).

En el año de 1881, C. Jordan ([21]) realiza un estudio crítico del Trabajo de Dirichlet y descubre en dicho trabajo **la noción de función de variación acotada**, la cual introduce y demuestra que, para esta clase de funciones, es válida la conjetura de Fourier.

Además demuestra que, la función $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tiene variación acotada en $[a, b]$ si, y solamente si, f es diferencia de funciones monótonas (actualmente este hecho es conocido como el **Teorema de Representación de Jordan**). Esta noción ha sido generalizada de varias maneras, dependiendo de su utilidad en el contexto de algunas teorías. Como por ejemplo, en el contexto del Análisis Funcional, F. Riesz ([46]) en 1910 introduce la noción de función de **p-variación acotada en el sentido de Riesz** $(1 < p < \infty)$ y demuestra que una función $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tiene p-variación acotada en el sentido de Riesz $(1 < p < \infty)$ si y sólo si f es absolutamente continua en $[a, b]$ y su derivada $f' \in L_p[a, b]$. (resultado conocido por el **Lema de Representación de Riesz**). Es de mencionar que, en este mismo trabajo ([46]), se establece por primera vez que el dual del espacio $L_p[a,\, b]$ es el espacio $L_q[a, b]$, con $p, q \geq 1$ y $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. En la teoría de Funciones Reales, De La Vallée Poussin ([14]) en el año 1915 definió la clase de funciones con **segunda variación acotada** y demostró que estas funciones se pueden representar como diferencia de funciones convexas. Además es conocido un resultado de F. Riesz del año 1911 [46], donde demuestra que una función F es de segunda variación en el sentido de De la Vallée Poussin si y sólo si es la integral de una función de variación acotada en el sentido de Jordan. En la teoría de las series de Fourier, en 1924, N. Wiener ([56]) introduce la familia de funciones con **p-variación acotada en el sentido de Wiener**, donde $1 < p < \infty$ y también demostró la validez del desarrollo de Fourier para esta clase de funciones. M. T. Popoviciu ([45]), en el año 1934, generalizó los resultados de De La Vallée Poussin a órdenes superiores, por medio de las funciones con **k-ésima variación acotada** ($k \in \mathbb{N}$) y es conocido que una función tiene k-ésima variación acotada en el sentido de Popoviciu si y sólo si es diferencia de funciones k-convexas.

En el año 1937, L. C. Young ([57]) generaliza la noción de p-variación dada por Wiener introduciendo el concepto de **φ-variación acotada en el sentido de Wiener** (en donde φ es una φ-función). También bajo ciertas hipótesis en φ y en su función conjugada vale la conjetura de Fourier.

Yu T. Medvedev ([34]), extiende la noción de variación dada por Riesz a la de función de **φ-variación acotada en el sentido de Riesz**, donde φ es una φ-función. Además, generaliza el Lema de Representación de Riesz, estableciendo que una función real $f;[a,b] \to \mathbb{R}$ tiene φ-variación acotada en el sentido de Riesz si, y sólo si, f es absolutamente continua en $[a,b]$ y $f' \in L_\varphi[a,b]$, donde φ es una φ-función que satisface la condición ∞_1*.

D. Waterman en [9] en el año 1972 introduce el espacio de las funciones de Λ-variación acotada donde Λ es una Λ-sucesión ($\Lambda = \{\lambda_n\}_{n\geq 1}$ es sucesión decreciente de números positivos, tal que $\lambda_n \downarrow 0$ cuando $n \to \infty$ y $\sum\limits_{n\geq 1} \lambda_n$ es divergente). Luego M. Schramm en [48] en el año 1985 generaliza la noción dada por Waterman, el cual introduce el espacio de Φ-variación acotada donde Φ es una Φ-sucesión ($\Phi = \{\phi_n\}_{n\geq 1}$ es una sucesión de φ-funciones convexas, $\phi_{n+1}(t) \leq \phi_n(t)$, $n \geq 1$, $t \in [0,\infty)$ y además $\sum\limits_{n\geq 1} \phi_n(t)$ diverge para todo $t > 0$).

Por otra parte en 1975 B. Korenblum en [23], introduce una nueva clase de funciones denominadas κ-variación acotada, en la cual se introduce una función de distorción κ para medir los intervalos en el dominio de la función y no en el rango.

En los años 1990, el autor introduce la noción de $(\varphi, 2)$-variación acotada en el sentido

---

*φ satisface la condición ∞_1 si $\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{\varphi(t)}{t} = \infty$.

de De La Vallée Poussin-Riesz y obtiene el lema de F. Riesz para esta clase de funciones. Más precisamente demuestra que una función f tiene $(\varphi, 2)$-variación acotada si y sólo si $f' \in AC[a,b]$ y $f'' \in L_{\varphi}([a,b])$; donde φ es una φ-función que satisface la condición ∞_1.

En el año 2012 N. Merentes, S. Rivas y J. L. Sánchez en [41] introducen la clase de funciones de (p,k)-variación acotada en el sentido de Riesz-Popuviciu y obtienen el lema de Riesz para esta clase de funciones. Luego Recientemente N. Merentes, S. Rivas, H. Leiva y J. L. Sánchez extienden esta noción por (φ, k)-variación acotada en el sentido de Riesz-Popuviciu en [24]. Todas estas nociones de variación comentadas anteriormente están definidas para funciones reales de una variable real.

Durante los años 1905-1906, G. Vitali ([52]) y G. H. Hardy ([20]), extienden al caso de funciones reales de dos variables reales el concepto de variación de Jordan. Existen otras formas de extender al plano la noción de variación acotada, las cuales fueron hechas por M. Fréchet, C. Arzelà, Pierpont, Tonelli y Hahn. Para una revisión más extensa y las relaciones existentes entre estas siete definiciones de variación bidimensional se puede consultar C. R. Adams - J. A. Clarkson ([13, 1]).

Otra forma de extender el concepto clásico de variación se obtiene variando el conjunto de llegada de las funciones. Es así como, en el año 1990, G. Zawadzka ([58]) introduce el concepto de **variación acotada**, para funciones *conjunto-valuadas*, definidas en un intervalo. En el año 1991, N. Merentes y K. Nikodem ([43]) extienden la noción de variación de Zawadzka a la de **p-variación acotada en el sentido de Riesz** para funciones conjunto-valuadas, $1 \leq p < \infty$.

Más reciente, en el año 2002, V.V. Chistyakov ([11]), retomando las nociones de variación de Vitali y de Hardy, introduce el concepto de **variación total de Hardy-Vitali** de una función real de dos variables reales y demuestra un Teorema de representación para la clase de funciones reales definidas en un rectángulo con variación total acotada.

Considerando los trabajos de Hardy-Vitaly [20]-[52] y los recientes de Chistya-kov, en el 2009, L. Anzola en [2], W. Aziz en [4], J. Ereú en [16], T. Ereú en [17] y J. Guerrero en [19], extienden las nociones de De la Vallée Poussin, Waterman, Riesz, Schramm y Wiener al caso bidimensional, respectivamente.

Por otra parte, como el **Operador de Nemytskii** u **Operador de Composición** aparece de manera natural en problemas relacionados con la existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales, integrales o funcionales, teoría de control, etc., es importante analizar en otros espacios las propiedades como la continuidad, Lipschitzidad y otras del operador de composición. Según *Appell-Zabrejko* ([3]) poco se conoce del desarrollo del llamado operador de composición entre espacios de variación acotada. En 1981 *M. Josephy* ([22]) demostró que el operador H de composición, asociado a la función generadora $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, actúa en el espacio $BV[a, b]$ sí, y sólo si, h es Localmente Lipschitz en $\mathbb{R}$. Este resultado es válido para otros espacios de funciones, entre los cuales podemos mencionar a: *H. Sh. Muhtarov* en 1967 ([42]), para los espacios $H_\alpha[a, b]$ de las funciones Hölderianas en $[a, b]$, de orden $0 < \alpha < 1$, *M. Z. Berkolajko* en 1969 ([6, 7]) y *M. Z. Berkolajko* y *Ja. Rutitskij* en 1970 ([8]), para los espacios de Hölder. *M. Chaika* y *D. Waterman* en 1974 ([9]) para el espacio de las funciones de Λ-variación acotada en el sentido de Waterman, *J. Ciemnoczolowski* y *W. Orlicz* en 1986 ([12]) para el espacio de las funciones de φ-variación acotada en el sentido de Wiener, *N. Merentes* en 1992 ([35]) para el espacio $AC[a, b]$ de las funciones absolutamente continuas en $[a, b]$, *N. Merentes* y *S. Rivas* en 1994 ([36]) con la actuación del operador H de composición entre los espacios $RV_p[a, b]$ $(1 < p < \infty)$ y $BV[a, b]$, *N. Merentes* en 1995 ([37, 38]) para el espacio de φ-variación acotada en el sentido de Riesz, *S. Rivas* en 1991 ([47]) demostro el resultado de Josephy cuando el operador H de composición actúa entre dos espacios de Banach X e Y tales que: $Lip[a, b] \subset X \subset Y \subset BV[a, b]$ W. Aziz, N. Merentes y J. L. Sánchez en 2012 ([5]), para el espacio de las funciones regulares.

Cuando se desea determinar la existencia de soluciones en espacios de funciones, de ecuaciones diferenciales, integrales o funcionales, muchas veces se intenta aplicar el principio de contracción de Banach-Caccioppoli ([38, 26, 27]) a los operadores asociados a tales ecuaciones. En general uno de estos operadores es el **operador de composición** asociado a una función $h : [a, b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. En este caso la condición de contracción se convierte en una condición de Lipschitzidad global para este operador. J. Matkowski en 1982 ([28, 29]) demostró que el principio de Banach-Caccioppoli no puede ser aplicado en el espacio $Lip[a, b]$, para hallar soluciones a ecuaciones no lineales. Más precisamente, J. Matkowski demostró que el operador H de composición, asociado a $h : [a, b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, actúa y es globalmente Lipschitz en el espacio $Lip[a, b]$ sí, y sólo si, la función h tiene la forma:

$$h(t, x) = h_0(t) + h_1(t)x, \quad \forall\, t \in [a, b],\, x \in X; \tag{1.1}$$

donde las funciones h_0 y $h_1 \in Lip[a, b]$. Matkowski y sus alumnos en los años 1980-1995, demuestran que este resultado es cierto para otros espacios, en particular para espacios de funciones con algún tipo de variación acotada (ver [26], [27], [28] y [29]). Para otros espacios este resultado también es cierto, ver por ejemplo, N. Merentes ([35, 36, 37]).

También es de comentar que existen espacios donde el resultado de Matkowski no es cierto; por ejemplo, en el espacio $C[a, b]$ de las funciones continuas en $[a, b]$ y el espacio $L_p[a, b]$ de las funciones p-integrables en el sentido de Lebesgue. De lo anterior, surge la interrogante *¿Existe una caracterización para los espacios de funciones que satisfacen la condición de Matkowski?*.

Hasta el momento *no* existe una respuesta a esta inquietud, sin embargo, se ha avanzado en el siguiente sentido: *si el espacio de los polinomios está inmerso en un espacio X y este a su vez está inmerso en el espacio $\Phi BV[a, b]$ de las funciones de Φ-variación acotada en el sentido de Schramm, entonces el espacio X satisface la condición de Matkowski* ([39]).

La condición de Lipschitzidad global para el operador H de composición implica que el operador H sea afín en el espacio, es por ello que en algunos problemas es conveniente tener condiciones más débiles, por ejemplo, que el operador H sea localmente Lipschitz. En esta situación, muy poco se conoce respecto al operador de composición. Sin embargo, cabe destacar que para el caso autónomo (es decir, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) *Je. P. Sobolevskij* en 1984 ([50, 51]), demostró que el operador H de composición asociado a h, es Localmente Lipschitz en el espacio $H_\alpha[a,b]$ si, y sólo si, la función h es Localmente Lipschitz en $\mathbb{R}$.

Exceptuando el caso donde se establece condiciones de Lipschitzidad global, poco se conoce sobre condiciones necesarias y suficientes para la función $h : [a,b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de tal manera que el operador H de composición asociado a h actúe entre espacios de funciones con algún tipo de variación acotada. *A. G. Ljamin* en 1986 ([25]), estableció condiciones suficientes para $h : [a,b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de modo que H actúe en el espacio $BV[a,b]$.

En todo lo comentado anteriormente referente al operador de composición, se supone que dicho operador actúa entre espacios de funciones que toman valores en $\mathbb{R}$. En el año 1989, *A. Smajdor* y *W. Smajdor* ([49]) extienden al caso de funciones conjunto-valuadas Lipschitzianas, el resultado dado por Matkowski en ([28]). Posteriormente, *G. Zawadzka*, en 1990 ([58]), extiende el resultado de *Matkowski* y *Mís* en ([33]), al caso de funciones conjunto-valuadas de variación acotada. En 1991 *N. Merentes* y *K. Nikodem* en ([43]), generalizan el resultado de *Zawadzka* al espacio de las funciones conjunto-valuadas de p-variación acotada en el sentido de Riesz.

En el año 2008 *Matkowski* en ([30]) debilita la condición de Lipschitzidad global introduciendo las nociones de operador de composición uniformemente continuo y también de uniformemente acotado demostrando que vale la condición de Matkowski o la condición débil de Matkowski (Ver [31]-[32]).

Concluimos esta breve introducción comentando que hay muchos problemas abiertos en el campo de los espacios de funciones de variación acotada generali-zada y el operador de composición entre espacios de funciones que pueden ser útil para desarrollar algunos trabajos de grados, maestría e incluso doctorado.

Bibliografía

[1] R. Adams and J. A. Clarkson, *Properties of Functions $f(x, y)$ of Bounded Variation*, Trans. Amer. Math. Soc. **36** (1934), 711–730.

[2] L. Anzola, *Algunas extensiones a $\mathbb{R}^2$ de la noción de función con Λ-variación acotada en el sentido de Waterman,* Trabajo de grado de Maestría, Facultad de Ciencias, U.C.V., Venezuela, 2012.

[3] J. Appell and P. P. Zabrejko, *Nonlinear Superposition Operator*, Cambridge University Press, New York, 1990.

[4] W. Aziz, *Algunas extensiones a $\mathbb{R}^2$ de la noción de funciones con φ-variación acotada en el sentido de Riesz y controlabilidad de las RNC,* Tesis doctoral, Facultad de Ciencias, U.C.V., Venezuela, 2009.

[5] W. Aziz, N. Merentes and J. L. Sánchez, *A note on the composition of regular functions.* The Journal for Analysis and its Applications (ZAA). (2012).

[6] M. Z. Berkolajko, *On a Nonlinear Operator Acting in Generalized, Hölder Space*, Voronezh Gos. Univ. Sem. Funk. Anla. **12** (1969), 96–104.

[7] M. Z. Berkolajko, *On the Continuity of the Superposition Operator Acting in Generalized, Hölder Space*, Voronezh. Gos. Univ. Sbornik Trudov Aspir. Mat. Fak. **1** (1971), 16–24.

[8] M. Z. Berkolajko and Ja. B. Rutitskij, *On operator in Hölder Spaces*, Doklady Akad. Nauk. SSSR. **192** (1970), 1199–1201.

[9] M. Chaika and D. Waterman, *On the invariance of certain classes of functions under composition*, Proc. Amer. Math. Soc. **13** (1974), No. 2, 345–348.

[10] V. V. Chistyakov, *Lipschitzian Superposition Operators between Spaces of Functions of Bounded Generalized Variation with Weight*, Journal of Applied Analysis **6** (2000), No. 2, 173–186.

[11] V. V. Chistyakov, *Superposition Operators in the Algebra of Functions of two Variables with Finite Total Variation*, Monatshefte für Mathematik **137** (2002), 99–114.

[12] J. Ciemnoczolowski and W. Orlicz, *Composing Functions of Bounded* Φ*-variation*, Proc. Amer. Math. Soc. **96** (1986), 431–436.

[13] J. A. Clarkson and R. Adams, *On Definitions of Bounded Variation for Functions of two Variables*, Trans. Amer. Math. Soc. **35** (1933), 824–854.

[14] Ch. J. de la Vallé Poussin, *Sur L'intégrale de Lebesgue*, Trans. Amer. Math. Soc. **16** (1915), 435–501.

[15] P. L. Dirichlet, *Sur la Convergence des Sériés Trigonométriques que Servent á Représentr une Fonction Arbitraire entre des Limites Donnés*, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik **4** (1829), 157–159.

[16] J. Ereú, J. Giménez, N. Merentes, *On bidimensional second variation*, Commentationes Mathematicae, 52, 1 (2012) 39-59.

[17] T. Ereú, *Sobre la noción bidimensional de funciones de variación acotada en el sentido de Hardy-Vitali-Schramm,* Tesis doctoral, Facultad de Ciencias, U.C.V., Venezuela, 2012.

[18] J. Fourier, *Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corpes solides (extrait)*, Nouvean Bulletin dies Sciences, par la Société Philomatique de París (1808), No. 1, 112–116.

[19] J. A. Guerrero, N. Merentes, and J. L. Sánchez, *Composition operators in the algebra of functions of two variables with finite total φ-variation*, Enviado a Demonstratio Mathematica (2009).

[20] G. H. Hardy, *On double fourier series, and especially those which represent the double zeta–function width real and inconmesurable parameters*, Quart. J. Math. Oxford. **37** (1905/06), 53–79.

[21] C. Jordan, *Sur la Série de Fourier*, C. R. Acad. Sci. Paris **2** (1881), 228–230.

[22] M. Josephy, *Composing Functions of Bounded Variation*, Proc. Amer. Math. Soc. **83** (1981), No. 2, 354–356.

[23] B. Korenblum, *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math, 135 (1975), 187-219.

[24] H. Leiva, N. Merentes, J. Sánchez, S. Rivas, *On functions of bouded (φ, k)-varaition.* Enviado a publicación.

[25] A. G. Ljamin, *On the acting problem for the nemytskij operator in the space of fucntions of bounded variation (russian)*, 11th School Theory Oper. Function Spaces, Che'jabinsk (1986), 63–64.

[26] A. Matkowska, *On the Characterization of Operators of Substitution in the Class Hölder's Functions*, Zeszyty Nauk. Politech. Tódz. Mat. **17** (1984), 81–85.

[27] A. Matkowska, J. Matkowski and N. Merentes, *Remark on Globally Lipschitzian Composition Operators*, Demonstratio. Math. **4 27** (1995), No. 1, 171–175.

[28] J. Matkowski, *Functional Equations and Nemytskij Operators*, Funkc. Ekvacioj Ser. Int. **25** (1982), 127–132.

[29] J. Matkowski, *Form of Lipschitz Operators of Substitution in Banach Spaces of Differentiable Functions*, Zeszyty Nauk. Politech. Tódz. Mat. **17** (1984), 5–10.

[30] J. Matkowski, *Uniformly continuous superposition operators in the space of differentiable function and absolutely continuous functions*, Internat. Ser. Numer. Math. **157** (2008), 155–166.

[31] J. Matkowski, *Uniformly continuous superposition operators in the space of Hölder functions*, J. Math. Anal. Appl. **359** (2009), 56–61.

[32] J. Matkowski, *Uniformly continuous superposition operators in the space of bounded variation functions*, accepted for Math. Nach. (2009).

[33] J. Matkowski and J. Miś, *On a Characterization of Lipschitzian Operators of Substitution in the Space* $BV\langle a, b\rangle$, Math. Nachr. **117** (1984), 155–159.

[34] Yu. T. Medved'ev, *A Generalization of Certain Theorem of Riesz (en ruso)*, Uspekhi Mat. Nauk. **6** (1953), 115–118.

[35] N. Merentes, *A New Characterization of the Riesz Class* A_p, Annales Univ. Sci. Budapest **32** (1989), 91–95.

[36] N. Merentes, *Composition of Functions of Bounded* Φ*-variation*, P.U.M.A. **Ser 1** (1991), 39–45.

[37] N. Merentes, *On a caracterization of Lipschitzian operators of substitution in the space of bounded Riesz* Φ*-variation*, Ann Univ Sci Budapest Eötvös Sect Math (1991), No. 34, 139–144.

[38] N. Merentes, *On the composition operator in* $RV_\Phi[a, b]$, Collectanea Mathematica **46** (1995), No. 3, 231–238.

[39] N. Merentes and S. Rivas, *A characterization of globally Lipschitzian composition operators between some functions spaces.*

[40] N. Merentes and S. Rivas, *El Operador de Composición en Espacios de Funciones con algún tipo de Variación Acotada*, Facultad Ciencias-ULA, Mérida-Venezuela, 1996.

[41] N. Merentes, S. Rivas, José L. Sánchez, *On functions of bounded* (p, k)*-variation,* J. Funct. Spaces Appl. por aparecer.

[42] H. Sh. Muhtarov, *On the properties of the Operators* $Fu = f(u(x))$ *in the Space* H_Φ, Sbornik Nauchn. Rabot. Mat. Kaf. Dagestan Univ. (1967), 145–150.

[43] K. Nikodem and N. Merentes, *On Nemytskii operator ane set-valued functions of bounded p-variation*, Radovi Matematicki **8** (1992), 139–145.

[44] B. Sz.-Nagy, Introduction to Real Functions and Orthogonal Expansions, Académiai Kiadó, Budapest 1964.

[45] M. T. Popoviciu, *Sur Quelques Propriétés des Fonctions d'une Variable Reélle Convexes d'order Superior*, Mathematica (cluj) **8** (1934), 1–85.

[46] F. Riesz, *Untersuchugen über Systeme Integrierberer Funktionen*, Math. Analen **69** (1910), 449–497.

[47] S. Rivas, *El Operador de Composición entre Espacios de Riesz*, Master's thesis, Facultad de Ciencias-UCV, 1991.

[48] M. Schramm, *Functions of bounded Φ-variation and Riemann-Stieltjes integration*, Trans. Amer. Math. Soc. **267** (1985), No. 1, 49–63.

[49] A. Smajdor and W. Smajdor, *Jensen Equation and Nemytskij Operators for set-valued Functions*, Radovi Mat. **5** (1989), 311–319.

[50] Je. P. Sobolevskij, *The superposition operator in Hölder spaces (russian)*, Voronezh (1984), (VINITI N° 3765–84).

[51] Je. P. Sobolevskij, *On superposition operator (russian)*, Voronezh (1985), (VINITI N° 8802–V).

[52] G. Vitali, *Sulle funzioni integrali*, Atti Accad. Schi. Torino CI Sci. Fis. Mat. Natur. **40** (1904/05), 1021–1034.

[53] D. Waterman, *On the convergence of Fourier series of Functions of generalizad bounded vatiation*, Studia Math. 44 (1972), 107-117.

[54] D. Waterman, *On $\Lambda-$bounded variation*, Studia Math. 52 (1976), 33-45.

[55] D. Waterman, *On the summability of Fourier series of functions of $\Lambda-$bounded variation*, Studia Math. 55 (1976), 87-95.

[56] N. Wiener, *The quadratic variation of function and its Fourier coefficients*, Massachusett J. Math. **3** (1924), 72–94.

[57] L. C. Young, *Sur une généralisation de la notion de variation de Pussance Piéme au Sens de N. Wiener et sur la Convergence des Séries de Fourier*, C. R. Acad. Sci. París, Ser A-B (1937), No. 240, 470–472.

[58] G. Zawadzka, *On Lipschitzian Operators of Substitution in the Space of Set-Valued Functions of Bounded Variation*, Radovi Matematicki **6** (1990), 279–293.

Capítulo 2

ECUACIONES DIFERENCIALES Y SISTEMAS DINÁMICOS

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos. Una ecuación diferencial es una ecuación en la que intervienen derivadas de una o más funciones desconocidas. Dependiendo del número de variables independientes respecto de las que se deriva, las ecuaciones diferenciales se dividen en ecuaciones diferenciales ordinarias, o aquellas que contienen derivadas respecto a una sola variable independiente y ecuaciones en derivadas parciales, o aquellas que contienen derivadas respecto a dos o más variables. Por su parte, un sistema dinámico es un sistema físico cuyo estado evoluciona con el tiempo. El comportamiento en dicho estado se puede caracterizar determinando los límites del sistema, los elementos y sus relaciones; de esta forma se puede elaborar modelos que buscan representar la estructura del mismo sistema.

2.1. Plenaria: La topología de las bolas en superficies Riemannianas

JOSÉ MANUEL RODRÍGUEZ GARCÍA

Universidad Carlos III de Madrid

E-mail Address: jomaro@math.uc3m.es

RESUMEN

Gromov probó en [2] que el grupo fundamental de una variedad Riemanniana compacta n-dimensional M con curvatura seccional verificando $K \geq -k^2$ (para alguna constante k) puede ser generado con a lo sumo C elementos (es decir, M contiene a lo sumo C “obstáculos topológicos"), donde C es una constante que sólo depende de n, k y del diámetro de M.

En esta conferencia expondremos el principal teorema de [1]: es posible eliminar la restrictiva hipótesis de compacidad en el teorema de Gromov si tratamos con superficies Riemannianas (es decir, si $n = 2$). En concreto, probamos que si la métrica de la superficie Riemanniana S es analítica real y satisface $K \geq -k^2$, o si es de clase C^∞ y satisface $0 \geq K \geq -k^2$, entonces para todo $p \in S$ y todo $r > 0$ la bola en S de centro p y radio r contiene menos de e^{kr} “obstáculos topológicos"de S. También tenemos ejemplos de superficies con crecimiento exponencial de la topología de las bolas (con respecto al radio), por lo que la cota exponencial no se puede rebajar.

Usando este resultado, también obtenemos en [1] una caracterización (sencilla de comprobar en la práctica) de la hiperbolicidad de Gromov de una superficie de Riemann S^* (con su métrica de Poincaré) obtenida eliminando de una superficie original S cualquier cantidad de conjuntos compactos conexos uniformemente separados.

REFERENCIAS

[1] Gonzalo, J., Portilla, A., Rodríguez, J. M., Tourís, E. (2013) "The topology of balls, uniformly separated sets in Riemann surfaces and Gromov hyperbolicity". Aceptado en *Math. Z.*

[2] Gromov, M. (1981) "Curvature, diameter and Betti numbers". *Comment Math. Helv.* V. 56, 179–195.

2.2. Plenaria: Puntos de silla y aplicaciones

ALFONSO CASTRO

Harvey Mudd College, Estados Unidos

castro@g.hmc.edu

RESUMEN

Motivados por hallar soluciones a una ecuación de onda cuyas soluciones son puntos críticos de un funcional que es coersivo en un subespacio de dimensión infinita y anticoersivo en un subespacio complementario también de dimensión infinita, hallamos condiciones suficientes para la existencia de puntos de silla o aproximaciones a puntos de silla. El resultado general puede verse como una generalización a puntos de silla del principio variacional de Ekeland para puntos de mínimo. Este principio dice que si un funcional es acotado inferiormente tiene un punto de mínimo a una sucesión minimizante donde la derivada tiende a cero.

2.3. Pegar y reversar en matrices y ecuaciones diferenciales

ADRIANA LORENA CHUQUEN, PRIMITIVO ACOSTA-HUMÁNEZ

Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia

fyluna@gmail.com

RESUMEN

Las operaciones Pegar y Reversar las hemos trabajado sobre números [1], permutaciones simples [5], anillos [3], y recientemente sobre el producto vectorial generalizado [2], además de espacios vectoriales [4], encontrando propiedades y generalidades en dichos campos.

En esta charla corta dichas operaciones serán definidas sobre espacios vectoriales y ecuaciones diferenciales (sistemas de ecuaciones), en particular se estudiaran sobre vectores, matrices y algunas aplicaciones encontradas en el caso de Ecuaciones de primer orden donde $Y' = AY$, como hallar algunas soluciones en ciertos casos y ejemplos. También las soluciones de ecuaciones donde la matriz A esta dada por el reverso definido para una matriz (fila, columna, generalizado).

Finalmente se estudiara las propiedades del reverso como transformación lineal, asimismo de sus propiedades en ecuaciones palíndromas y antipalíndromes. Un ejemplo de palíndromia general viendo un texto como matriz, se puede encontrar en el siguiente poema:

Put in us - sun it up

Put in rubies, I won't be demandable.
Balderdash: sure fire bottle fill-in.
Raw, put in urn action, I'm odd.
Local law: put in ruts. Awareness
elates pure gnawed limekiln. Us:
sunlike, mildew, anger, upset.
A lessen era was: turn it up! Wall,
a cold domino: it can run it up.
Warn: ill I felt to be rife. Rush! Sad.
Red label, bad name, debt nowise.
I burn it up".

REFERENCIAS

[1] P.B. Acosta-Humánez, Pasting operation and the square of natural numbers (Spanish), Civilizar, 4, (2003) 85–97.

[2] P.B. Acosta-Humánez, M. Aranda, R. Núnez, Some Remarks on a Generalized Vector Product. Preprint arxiv:1111.1116.

[3] P. Acosta-Humánez, A. Chuquen & A. Rodríguez, Pasting and Reversing operations over some rings, Boletín de Matemáticas, 17, (2010) 143–164.

[4] P. Acosta-Humánez, A. Chuquen & A. Rodríguez, Pasting and Reversing operations over some vector space. Preprint arxiv:1209.4598.

[5] P.B. Acosta-Humánez, O.E. Martínez, Simple permutations with order $4n + 2$. Part I. Preprint arxiv:1012.2076.

2.4. Deltoides y mapas cuadráticos del plano

NEPTALÍ ROMERO

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela

nromero@ucla.edu.ve

RESUMEN

Entendemos como *deltoide*, también conocido como *hipocicloide de tres cúspides*, a cualquier imagen por biyecciones afines de una curva parametrizada del tipo

$$\Delta_\alpha(\omega) = (\sin(2\omega) + 2\sin(\omega+\alpha), \cos(2\omega) - 2\sin(\omega+\alpha)),\ \omega \in [0, 2\pi),$$

donde α es cualquier parámetro real.

Nuestro objetivo es mostrar el siguiente resultado.

TEOREMA 2.4.1. *Si F es el mapa del plano dado por*

$$F(x,y) = (q_1(x,y) + a_1(x,y), q_2(x,y) + a_2(x,y)),$$

ℓ_i es una forma afín, q_i es una forma cuadrática ($i = 1, 2$), una de las cuales es no nula, y el conjunto de puntos críticos ℓ de F es una elipse, entonces se cumplen:

1. *F tiene al infinito como atractor.*

2. *F restricta a ℓ es inyectiva, $F(\ell)$ es un deltoide que separa $\mathbb{R}^2$, cada punto en la componente acotada de $\mathbb{R}^2 \setminus F(\ell)$ tiene cuatro preimágenes, mientra que en la no acotada cada punto tiene dos preimágenes. Además, $F^{-1}(F(\ell))$ es la unión de ℓ y otro deltoide que es tangente a ℓ es tres puntos (los únicos puntos críticos del tipo cúspide).*

3. *F es geométricamente estable: toda pequeña perturbación suave G de F es equivalente a F; es decir, existen difeomorfismos φ y ψ tales que $F \circ \varphi = \psi \circ G$.*

REFERENCIAS

[1] F. Bofill, J.L. Garrido, N. Romero, A. Rovella, and F. Vilamajó. *On the quadratic Endomorphisms of the Plane.* Advanced Nonlinear Studies. **4** (2004), 37–55.

[2] J. Delgado, J.L. Garrido, N. Romero, A. Rovella and F. Vilamajó. *On the geometry of Quadratic maps of the plane* Por aparecer (2013).

2.5. Aplicaciones de la teoría de punto fijo a problemas de valor inicial difuso

VLADIMIR ANGULO CASTILLO

Universidad Industrial de Santander

vladimir_ angulo01@hotmail.com

RESUMEN

Recientemente se han obtenido resultados de existencia y unicidad de puntos fijos de contracciones f de un espacio parcialmente ordenado $(X, \leq)$ en si mismo, donde $\leq$ es el orden definido sobre X, para el cual existe una métrica d que hace de X un espacio métrico completo, generalizando así, el teorema clásico de punto fijo de Banach. En esta charla, se mostraran algunos resultados recientes obtenidos por el autor sobre la existencia y unicidad de puntos fijos de aplicaciones contractivas $f : X \longrightarrow X$, donde X es un espacio métrico completo parcialmente ordenado, y a partir de ellos, se presentaran resultados de buena colocación de problemas de valor inicial en el contexto del Análisis difuso, usando la noción de derivada generalizada de Hukuhara (o $gH-$derivada).

Estos resultados hacen parte del desarrollo del trabajo de tesis de Maestría en Matemáticas bajo la dirección del profesor Elder Jesús Villamizar Roa.

REFERENCIAS

[1] B. Bede & L. Stefanini, *Generalized differentiability of fuzzy-valued functions*, Fuzzy Sets and Systems, In press (2012).

[2] J. Harjani and K. Sadarangani, *Generalized contractions in partially ordered metric spaces and applications to ordinary differential equations*, Nonlinear Analysis 72 (2010), 1188-1197.

[3] J. J. Nieto and R. Rodríguez-López, *Applications of contractive-like mapping principles to fuzzy equations*, Rev. Mat. Complut. 19 (2006), no. 2, 361-383.

[4] Y. Chalco-Cano, A. Rufián-Lizana, H. Román-Flores and M.D. Jiménez-Gamero, *Calculus for interval-valued functions using generalized Hukuhara derivative and applications*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 219 (2013), Pages 49-67.

2.6. Sobre un problema tipo Burgers

CRISTIAN ROJAS MILLA

Universidad del Atlántico. Barranquilla, Colombia

cristianrojas@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

En esta charla se estudiará un problema tipo Burgers definido por

$$\begin{aligned} \psi_t &= \psi_{xx} + \lambda\psi + \psi\psi_x \\ \psi(0,x) &= \overline{\psi}(x), x \in \Omega, t > 0, \end{aligned}$$

donde $\Omega = [-\pi, \pi], \lambda < 1$ y $\overline{\psi}(x + 2\pi) = \overline{\psi}(x)$.

En está charla se probara que si $\overline{\psi} \in L^2(\Omega)$, entonces existe una única solución

$$\psi(t,x) \in C(0,\infty) : L^2(\Omega) \cap C^{\infty}(0,\infty) \times \mathbb{R}$$

REFERENCIAS

[1] Asymptotics of solutions to the periodic problem for a Burgers type equation .Pavel I. Naumkin, Cristian Jesus Rojas-Milla . Journal of Evolution Equations - J EVOL EQU , vol. 11, no. 1, pp. 107-119, 2011.

2.7. Cursillo: Introducción a la teoría geométrica de funciones

JOSÉ MANUEL RODRÍGUEZ GARCÍA

Universidad Carlos III de Madrid

jomaro@math.uc3m.es

RESUMEN

En este curso presentaremos algunos de los teoremas más complicados y potentes de la teoría clásica de Funciones de Variable Compleja. Sin embargo, en lugar de incluir las demostraciones originales, que son tan técnicas como complicadas, usaremos el enfoque de la moderna Teoría Geométrica de Funciones, que consigue pruebas mucho más sencillas, combinando las técnicas propias de otras disciplinas, como Topología, Algebra y (sobre todo) Geometría. Conviene destacar que no es casual que se produzca esta simplificación en las pruebas: siempre que se establece un "puente" entre diversas áreas de las Matemáticas, todas ellas salen muy beneficiadas. Los conocimientos mínimos para seguir este curso son un primer curso de Variable Compleja y un primer curso de Geometría de Superficies. No obstante, se recordarán al principio del curso los resultados necesarios para poder seguirlo correctamente.

Nota: Los alumnos tienen a su libre disposición en mi página web
http://gama.uc3m.es/index.php/jomaro.html

REFERENCIAS

[1] J. M. Rodríguez, J. M. Sigarreta, E. Tourís. Teoría geométrica de funciones: el punto de encuentro entre la variable compleja y la geometría. XXIII ESCUELA VENEZOLANA DE MATEMÁTICAS, Ediciones IVIC (Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas), Caracas (Venezuela), 2010, ISBN 978-980-261-121-8.

2.8. Cursillo: Controlabilidad de sistemas semilineales en cascada en $H = L^2$

HUGO LEIVA

Universidad de Los Andes Facultad de Ciencias

Departamento de matemática, Venezuela

hleiva@ula.ve

RESUMEN

Modelos de sistemas en cascada se pueden encontrar en todas las áreas del conocimiento, un modelo simple de este tipo de sistemas aparece en los problemas de mezclas: Supongamos que tres tanques conectados contiene cada uno 100 gals de la solución de un determinado producto químico. A partir de un determinado instante una solución de la misma sustancia química, con la concentración de u(t) lb/gal, se permite que fluya en el primer tanque a razón de R gal/mi. La mezcla se drena a la misma velocidad en el segundo tanque; desde el segundo tanque para el tercer tanque el químico fluye a la misma velocidad y la solución fluye hacia fuera de este tanque a la misma velocidad. Este problema se puede formular como un sistema de control en cascada para la cantidad de químico en estos tres tanques en el tiempo t. De hecho, los tres tanques pueden ser denotados respectivamente por T_1, T_2 y T_3 y $u(t)$ la concentración de la sustancia química que fluye en el tanque T_1 actua como el control, $zi(t)$, $i = 1, 2, 3$ la cantidad de químico en T_1 en el tiempo t y $\frac{z_i}{100}$ la concentración del producto químico en T_i en el momento t.

REFERENCIAS

[1] F. AAMMR-KHODJA, A. BENABDALLAH, M. GONZALEZ-BURGOS AND L. DE TERESA, Recent Results on the Controllability of Linear Coupled Parabolic Problems: A Survey"Mathematical Control and Related Fields, Vol. 1, N_o 3, pp. 267-306.(2011).

[2] J. APPELL, H. LEIVA, N. MERENTES ANDA A. VIGNOLI, Un espectro de compresión no lineal con aplicaciones a la controlabilidad aproximada de sistemas semilineales, preprint

[3] S. AXLER, P. BOURDON AND W. RAMEY, Harmonic Fucntion Theory. Graduate Texts in Math., 137. Springer Verlag, New york (1992).

[4] D.BARCENAS, H. LEIVA AND Z. SIVOLI, A Broad Class of Evolution Equations are Approximately Controllable, but Never Exactly Controllable. IMA J. Math. Control Inform. 22, n_o. 3 (2005), 310-320.

[5] D.BARCENAS, H. LEIVA AND W. URBINA, Controllability of the Ornstein-Uhlenbeck Equation. IMA J. Math. Control Inform. 23 n_o. 1, (2006), 1-9.

[6] D. BARCENAS, H. LEIVA, Y. QUINTANA AND W. URBINA, Controllability of Laguerre and Jacobi Equations. International Journal of Control, Vol. 80, N_o. 8, August 2007, 1307-1315.

[7] P. CANNARSA AND L. DE TERESA, Çontrollability of 1-D Coupled Degenerete Parabolic Equations.^{El}ctronic Journal of Differential Equations, Vol. 2009(2009), N_o. 73, pp. 1-21.

[8] A. CARRASCO AND H. LEIVA, "Variation of Constants Formula for Functional Partial Parabolic Equations", Electronic Journal of Differential Equations, Vol.2007(2007), N_o. 130, pp. 1-20.

[9] J.-M. CORON, S. GUERRERO AND L.ROSIER, "Null Controllability of a Parabolic System witha Cubic Coupling Term", SIAM J. Control Optim. 48(2010), 5629-5653.

[10] CURTAIN R.F. AND PRITCHARD A.J., Infinite Dimensional Linear Systems. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 8. Springer Verlag, Berlin (1978).

[11] R.F. CURTAIN AND H.J. ZWART, .^{A}n Introduction o Infinite Dimensional Linear Systems Theory", Tex in Applied Mathematics, Vol. 21. Springer Verlag, New York (1995).

[12] L. CORRIAS, B. PERTHAME AND H. ZAAG, "Global Solutions of Some Chemotaxis and Angiogenesis Systems in High Space Dimensions", Milan J. Math. 72(2004), 1-28.

[13] E. FERNANDEZ-CARA AND L. DE TERESA, "Null Controllability of a Cascade System of Parabolic-Hyperbolic Equations", Discrete and Continuous Dynamical Systems, to appears.

[14] M. GONZALEZ-BURGOS AND L. DE TERESA, Çontrollability for Cascade System of m Coupled Parabolic PDEs by One Control Force", Port.Math. 67 (2010), No. 1, 91-113.

[15] A.S. KALASHINOV, "Some Problems of the Qualitative Theory of Non- Linear Degenerated Second Order Parabolic Equations", Russ. Math. Surveys 42(1987), 169-222.

[16] E.B. LEE and L. MARKUS, "Foundations of Optimal Control Theory",Wiley, New York, 1967.

[17] H. LEIVA AND Y. QUINTANA, Ïnterior controllability of a broad class of reaction diffusion equation", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2009, Article ID 708516, 8 pages, doi:10.1155/2009/708516.

[18] H. LEIVA, .A Lemma on C0-Semigroups and Applications PDEs Systems"Quaestions Mathematicae, Vol. 26, pp. 247-265 (2003).

[19] T. NAGAI, T. SENBA AND T. SUSUKI, Çhemotactic Collapse in Parabolic System of Mathematical Biology", Hiroschima Math. J. 30 (2000), 463-497.

[20] L. ROSIER AND L. DE TERESA, .Exact Controllability of a Cascade System of Conservative Equations", C.R: Acad: Sci. Paris, Ser. I 349(2011) 291-296.

Capítulo 3

MATEMÁTICA EDUCATIVA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Educación Matemática. La educación matemática es un término que se refiere tanto al aprendizaje, como a la práctica y enseñanza de las matemáticas, así como a un campo de la investigación académica sobre esta práctica. Los investigadores en educación matemática en primera instancia cuestionan las herramientas, métodos y enfoques que faciliten la práctica y/o el estudio de la práctica

3.1. Plenaria: As abordagens Êmica, ética e dialética no campo de pesquisa da etnomodelagem

DANIEL C. OREY

Centro de Educação Aberta e a Distância

Universidade Federal de Ouro Preto *oreydc@gmail.com*

RESUMEN

Es importante la búsqueda de enfoques metodológicos alternativos como occidentales prácticas matemáticas son aceptadas a nivel mundial a fin de registrar las formas históricas de las ideas matemáticas que se dan en diferentes contextos culturales. Un enfoque metodológico alternativo etnomodelación, que consideramos como la aplicación práctica de la etnomatemática que agrega el punto de vista cultural a los conceptos de modelado matemático. Estos conceptos están relacionados con las relaciones numéricas que se encuentran en la medición, cálculo, juegos, la adivinación, la navegación, la astronomía, el modelado y una amplia variedad de otros procedimientos matemáticos, así como artefactos culturales. Usando etnomodelación como herramienta para la acción pedagógica del programa Etnomatemáticas, los estudiantes han demostrado que aprender a encontrar y trabajar con situaciones reales de la vida real y problemas.

REFERENCIAS

[1] Bassanezi, B. C. (2002) Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo, SP: Editora Contexto

[2] D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. A Educação Matemática em Revista, v. 1, n. 1, p. 5-11.

[3] Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In SELIN, H. (Ed.). Mathematics across culture: the history of non-western mathematics. Dordrecht, Netherlands: Kulwer Academic Publishers, 2000. pp. 239-252.

[4] Pike, K. L. (1954). Emic and etic standpoints for the description of behaviour. Glendale, IL: Summer Institute of Linguistics, 1954.

[5] Rosa, M; Orey. D.C. (2003) Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! BOLEMA, v. 16, n. 20, p. 1-16.

3.2. Plenaria: Etnomodelagem: Matematizando práticas matemáticas

MILTON ROSA

milton@cead.ufop.br

DANIEL CLARK OREY

oreydc@cead.ufop.br

Centro de Educação Aberta e a Distância
Universidade Federal de Ouro Preto
Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil

RESUMO

A aplicação das técnicas da etnomatemática em conjunto com as ferramentas da modelagem fornece, por meio da etnomodelagem, uma visão holística do conhecimento matemático produzido pelos membros de grupos culturais distintos. Nesse contexto, a etnomodelagem procura conectar os aspectos culturais da matemática com os seus aspectos acadêmicos por meio da matematização das práticas matemáticas produzidas pelos membros desses grupos. Assim, a utilização das abordagens êmica, ética e dialética em pesquisas e investigações na área de estudo da matemática facilita a tradução de situações-problema, presentes nos sistemas retirados da realidade dos membros de grupos culturais distintos, para a matemática acadêmica. O conhecimento êmico é essencial para a compreensão dos procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas nos grupos culturais enquanto que o conhecimento ético é essencial para a comparação das ideias matemáticas desenvolvidas nesses grupos. Por outro lado, a perspectiva dialética utiliza as abordagens êmica e ética para a compreensão ampla e abrangente do conhecimento matemático desenvolvido, acumulado e difundido, de geração em geração, no decorrer da história.

REFERENCIAS

[1] Bassanezi, B. C. (2002) Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo, SP: Editora Contexto

[2] D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. A Educação Matemática em Revista, v. 1, n. 1, p. 5-11.

[3] Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In SELIN, H. (Ed.). Mathematics across culture: the history of non-western mathematics. Dordrecht, Netherlands: Kulwer Academic Publishers, 2000. pp. 239-252.

[4] Pike, K. L. (1954). Emic and etic standpoints for the description of behaviour. Glendale, IL: Summer Institute of Linguistics, 1954.

[5] Rosa, M; Orey. D.C. (2003) Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! BOLEMA, v. 16, n. 20, p. 1-16.

3.3. Plenaria: Historia de las Matemáticas: La asignatura en la formación de profesores y los medios de enseñanza

MARGER DA CONCEIçãO VENTURA VIANA

Centro de Educação Aberta e a Distância

Universidade Federal de Ouro Preto

Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil

conceicao@cead.ufop.br

RESUMO

El origen de este trabajo reside en estudios realizados para la elaboración de la tesis de doctorado titulada: Perfeccionamiento del Currículo para la formación del profesor de Matemáticas en la UFOP (Viana, 2002a), defendida en enero de 2002 en Cuba. Fueron establecidas las exigencias para la formación del profesor a partir de los estudios teóricos realizados y de las condiciones sociales de Brasil.

Para proporcionar al profesor conocimiento matemático sólido, ampliando y profundizando los contenidos ya estudiados en la Enseñanza Fundamental y Media, se abordaron contenidos relacionados con la Matemática superior, permitiendo comprender la esencia de la naturaleza de las Matemáticas. Conocer los obstáculos del proceso de enseñanza/aprendizaje así como el camino posible para la comprensión y construcción de los conocimientos, forma parte de la tarea docente. Así, mí interés por la Historia de las Matemáticas (HM) es consecuencia de la investigación realizada sobre currículos para la formación de profesores de Matemáticas. Como en su práctica el profesor de Matemáticas se depara con múltiples problemas, es preciso, para enfrentarlos con éxito que, en su formación, sean contemplados: teoría (todas las asignaturas que componen la matriz curricular), porque el profesional necesita apropiarse de parte de la cultura de la humanidad; investigación (sistema de actividades

de investigación), porque la investigación científica es instrumento básico para la profesión, y práctica, que es la vía principal para la preparación profesional, ya que el hombre se forma y se transforma por el trabajo (Viana, 2002a, 2002b).

Por otra parte, en general, los programas para la enseñanza de la asignatura HM no hacen declaración de intenciones, tampoco expresan contenidos ni metodologías necesarias para la utilización de la HM en las clases de Matemáticas. En mi opinión, actualizarlos es una tarea para los educadores matemáticos. Esta actualización, aunque no sea simple, podrá ser realizada con investigación y experiencias, pues es importante conocer la evolución de cada concepto, la relación con otros y las dificultades y retos que aparecieron en la trayectoria de su construcción/descubrimiento. Siendo así, la HM tiene que estar presente en la formación de los profesores de Matemáticas. Incluso Mendes (2013) aboga por la importancia de la investigación en la HM en la formación de profesores de matemáticas, pues considera posible la investigación pedagógica histórica para provocar el proceso de creación de las matemáticas en el aula. Se busca en la historia la práctica de elaboraciones matemáticas, en sus niveles experimentales y los aspectos formales y los retos que dieron lugar a la producción del conocimiento matemático.

Es posible que dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje sean obstáculos que aparecieron en el desarrollo de las matemáticas en la historia. Así ciertos problemas de aprendizaje pueden surgir debido a los obstáculos históricos. El profesor tiene que conocerlos. Además es importante conocer diferentes interpretaciones de la historia en la falta de pruebas documentales de los hechos históricos, como los obstáculos encontrados en la construcción de los conceptos matemáticos. Así las dificultades pueden ser resultado de los obstáculos epistemológicos. Estos pueden ser comprobados con ejemplos de situaciones que se alteran a partir de la cultura. Por lo tanto, conocer la historia de las matemáticas, conocer los obstáculos que se han producido en el desarrollo de las matemáticas, además de conocer a los estudiantes pueden contribuir para la producción del aprendizaje de las matemáticas. Con eso se presentan justificaciones para el uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática basándose en una investigación realizada por la autora y por otros investigadores.

Actualmente tengo una experiencia consolidada en la utilización de películas en la HM, pues imparto aula de la asignatura en la Maestría Profesional de Educación Matemática. La sugerencia de utilizar las películas fue hecha por los investigadores brasileños Ubiratan D'Ambrosio e Sérgio Nobre. Así, mi propuesta está basada, principalmente, en investigadores de HM y de Educación Matemática. He realizado investigaciones en el área: Viana (2006), Viana e Teixeira (2009), Viana, Rosa e Orey (2011), Viana (2011); frecuentado Seminarios y Coloquios de HM e Historia y Tecnología en la Enseñanza de Matemáticas, además de participar en los trabajos de la Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), el Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) y otros eventos relacionados. Ya fueron utilizadas películas que retratan épocas como recurso para enseñar el contexto en que los conocimientos matemáticos fueron construidos/descubiertos, con lo que surgían motivos para investigar los hechos en detalle. Con el éxito alcanzado por este medio de enseñanza en el afrontamiento del proceso de enseñanza/aprendizaje, se decidió utilizarlo en otras disciplinas. Al principio en Metodología de la Investigación en Educación Matemática y, después de estudios más profundizados y la práctica fortalecida, se extendió a otras disciplinas para la formación de profesores de Matemáticas. Para compartir el experimento fueron impartidos cursos cortos, proyectos (O cinema como ferramemta educativa), presentados artículos en eventos y orientadas monografías relacionadas a la utilización de películas en el aula, ejemplo (Teixeira, 2008).

Palabras clave: Formación de Profesores de Matemáticas. Historia de las Matemáticas. Asignatura Historia de las Matemáticas. Medios de enseñanza.

REFERENCIAS

[1] Mendes, I. A. (2013). Investigação Histórica como um exercício de criatividade para a Matemática Escolar. In: V Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto. Ouro Preto: UFOP, p. 1-12.

[2] Viana, M. C. V. (2011). A formação de professores vai ao cinema: 51 roteiros de filmes para serem usados na sala de aula. Ouro Preto: UFOP. 209 p.

[3] Viana, M. C. V.; Rosa, M.; Orey, D. C. (2011). O cinema vai à escola: registrando a diversidade cultural na sala de aula. In: VIII SIMPOED- Simpósio de Formação e Profissão Docente, 2011, Mariana-MG. Anais Eletrônicos do VIII SIMPOED-Simpósio de Formação e Profissão Docente. Ouro Preto-MG: UFOP, p. 1-13.
[4] Viana, M. C. V. Teixeira, A. F. (2009). A História da Matemática vai ao cinema In: VIII Seminário Nacional de História da Matemática, 2009, Belém-PA. Anais do VIII Seminário Nacional de História da Matemática. Rio Claro-SP: SBHMat, 2009. 1 cd-rom, p. 1 - 11.
[5] Viana, M. C. V., (2006) Historia de las matemáticas (HM) con cine. In: Actas Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol 20. Editor: Gustavo Martínez Sierra/Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Guerrero-México, p.577-583.
Teixeira, A. F. A. (2008). O cinema na sala de aula de História da Matemática. Monografia de Graduação. Departamento de Matemática. UFOP. Ouro Preto, 68 p.
[6] Viana, M. C. V. (2002a). Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matematica en la UFOP.Tese (Doctorado en Ciencias Pedagógicas)- Tesis no publicada.Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Mined, La Habana, Cuba.
[7] Viana, M. C. V. (2002b). Currículos para a formação de professores -transformações curriculares e currículos para a formação de professores de Matemática no Brasil. História e Tecnologia no Ensino da Matemática, volume 1. Luiz M. Carvalho e Luiz. C. Guimarães (editores). Rio de Janeiro: IME-UERJ, p. 329:340.

3.4. Problemas realistas versus problemas vestidos en textos de matemáticas

WALTER O. BEYER K.

Universidad Nacional Abierta
Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela
nowarawb@gmail.com

RESUMEN

Es usual encontrar en todo tipo de textos de matemáticas ciertas actividades catalogadas bajo el rubro problemas. La primera cuestión que pudiera estudiarse es si éstas corresponden efectivamente a tal denominación o son meras cuestiones de ejercitación, generalmente de aplicación de reglas y/o algoritmos dados previamente. En diversos momentos, y aún hoy en día, no hay entre los autores de obras didácticas un consenso con respecto a qué es un problema. Pero, otro aspecto de la mayor importancia es el de cuán realistas son las situaciones o contextos dentro de los cuales se ubican los enunciados planteados. La presente ponencia refleja parte de los resultados obtenidos del estudio de un conjunto de obras didácticas (Beyer, 2011a, 2011b, 2012), editadas entre 1826 y 1969, en las cuales se analizó entre otros aspectos las actividades que bajo la denominación problemas allí se proponían, especialmente en lo que concierne a su realismo. Luego de un arqueo de la bibliografía didáctica de obras elementales empleadas en Venezuela en el período señalado, se pasó a determinar la existencia de las mismas (en formato físico o digital); posteriormente, se extrajo una muestra criterial de las mismas la cual fue analizada. A efectos del estudio de las situaciones problemas a su vez se hizo una escogencia de éstas basada en criterios. En cada una de estas actividades se analizaron detenidamente los contextos planteados por los autores; éstos fueron contrastados con datos y circunstancias de la vida real a los fines de poder determinar su realismo o su artificialidad. Acá mostraremos algunas de dichas actividades, así como sus respectivos

análisis. Se tomó como punto de referencia la definición de actividad o problema vestido expuesta por el didacta alemán KÃ¼hnel (1929, 1944), idea retomada por otros educadores (Hernández Ruiz, 1950; Greefrath, 2010). Uno de los principales resultados arrojados por nuestro análisis es la presencia permanente y casi exclusiva de problemas vestidos cuando de enunciados con contexto se trata, así como la marcada ausencia de actividades realistas, lo cual contrasta abiertamente con el planteamiento de muchos autores acerca de la utilidad de la matemática en la vida del hombre. Esto conlleva a la reflexión de la necesidad de incluir las aplicaciones y el modelaje matemático en nuestra enseñanza de la disciplina.

REFERENCIAS

[1] Beyer, W. (2011a). El conocimiento matemático, la transposición didáctica y los "problemas vestidos". En: A. Salcedo (Comp.). (2011). *Investigación educativa: Venezuela en Latinoamérica siglo XXI (Parte I) (pp. 11-34).*

[2] Beyer, W. (2011b). Constantes y variables en textos de matemática: un enfoque histórico. *Paradigma, 32(2), 67-82.*

[3] Beyer, W. (2012). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969.* La Paz: III del CAB.

[4] Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe.* Heidelberg: Spektrum.

[5] Hernández Ruiz, Santiago. (1950). *Metodología de la aritmética en la escuela primaria.* México: Editorial Atlante.

[6] Kühnel, J. (1929). *Orientaciones modernas para en la enseñanza de la aritmética.* Santiago de Chile: Dirección General de Educación Primaria.

[7] Kühnel, J. (1944). *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la Escuela Primaria.* Santiago de Chile: Dirección General de Educación Primaria.

3.5. La Matemáticas financieras y el software Geogebra como eje transversal en la enseñabilidad de una tabla de amortización

DIANA GAVIRIA RODRÍGUEZ
JUAN GUILLERMO ARANGO ARANGO

Instituto Tecnológico de Antioquia (TdeA)
Instituto Tecnológico de Medellín (ITM). Colombia

diyagaro@hotmail.com
juanarangoa@itm.edu.co

RESUMEN

Apoyándonos en el Software matemático Geo-Gebra se diseñan Applets, como componentes de Objetos Virtuales de Aprendizaje. Los docentes y estudiantes del área de Matemáticas Financieras que asisten a la ponencia adquieren una gran posibilidad y perspectiva para comenzar a diseñar gráficas para formulas relacionadas con las Matemáticas Financieras "Tabla Amortizaciòn"de manera que los estudiantes en su trabajo presencial y/o independiente logren la comprensión y la interpretación Geométrica de las curvas que se logran realizar con dicho software dinámico teniendo en cuenta lo que estudiaron en el Cálculo Diferencial y poder comprender e interpretar los conceptos de las Matemáticas Financieras a partir de las variaciones de dicha gráfica con el software.

Cuando se adquiere un préstamo en una entidad bancaria y se tienen que pagar unas cuotas fijas en "n"períodos; puedo hallar cuanto sería dicha cuota fija y período por período cuanto se está abonando a capital y cuanto se está pagando por intereses; y todo esto se hace con una Tabla de amortización . Pero con el software dinámico Geogebra se puede diseñar un OVA donde se colocan los valores que queremos en las ventanas mostradas en la figura; y podemos hallar lo que deseamos.

Dimensiones y alcances de la evaluación docente en una facultad de matemáticas

MARÍA ROSADO OCAÑA, BRENDA GAMBOA MARRUFO, MARÍA ORDÁZ ARJONA

Universidad Autónoma de Yucatán, México

rocana@uady.mx, bgamboa@uady.mx, oarjona@uady.mx

RESUMEN

La Evaluación Docente resulta una herramienta útil para el profesor respecto a su práctica en el aula, la principal fuente de información son los alumnos; quienes al responder de forma crítica un instrumento diseñado en años anteriores, pero actualizado y organizado en dimensiones del trabajo docente, ofrecen orientación al profesor a manera de retroalimentación, para mejorar su labor frente a grupo.

La evaluación de la práctica docente es una actividad que se ha realizado de manera continua en la Facultad de Matemáticas desde hace más de 20 años y el proceso de desarrollo del mismo se ha ido modificando y actualizando en muchos aspectos. En septiembre del 2003, se crea de manera formal un comité para el Programa de Desarrollo y Mejoramiento Docente. De enero de 2007 a la fecha actual, el comité se ha reestructurado como Comité de Evaluación, Desarrollo y Mejora de la Docencia (CEDyMD). Y a partir del año 2008, se cuenta con un Sistema de Evaluación Docente (SED) en Línea. Sin embargo, dicho comité a la fecha confiere atención a los dos proyectos establecidos desde sus inicios:

1. Evaluación del desempeño docente
2. Capacitación y actualización de la práctica educativa

El presente trabajo muestra un panorama general del proceso de evaluación de la práctica de los docentes en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, así

como un análisis de los alcances de la misma. Para dicho análisis, se tomaron como base los reportes individuales generados por el SED en Línea, estos son, el reporte por dimensiones y el reporte general por profesor-asignatura. Se consideró una muestra de siete profesores que han impartido, durante dos o tres períodos continuos, la asignatura de Cálculo a estudiantes de los dos primeros semestres de las seis licenciaturas que se imparten en la Facultad de Matemáticas. Los reportes del SED en Línea considerados, se encuentran entre los períodos escolares: Enero-julio 2010 a Agosto-diciembre 2012 y las dimensiones del trabajo docente consideradas en los reportes del SED en Línea, son: planificador, organizador, facilitador, comunicador-expositor, responsable, actitud, dominio de la asignatura, evaluador, calificador y satisfacción de los alumnos.

REFERENCIAS

[1] Rosado, M; Uicab, G; Gamboa, B. (2011) *La Práctica Docente frente a grupo. El caso de la Facultad de Matemáticas de la UADY.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, ALME 25., México.

[2] CEDyMD. (2012) “Programa de Evaluación Docente”. *Facultad de Matemáticas de la UADY. Documento no publicado*

3.6. Dificultades en la interpretación y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria

MARÍA JOSÉ ORTEGA WILCHES

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela

mariajoseow@gmail.com

RESUMEN

En los últimos años la resolución de problemas en matemática ha tomado gran auge, razón por la cuál ha empezado a ser preocupación de docentes el motivar y estimular problemas en el aula.

El presente trabajo, derivado de la práctica pedagógica, da a conocer las dificultades que presentan los estudiantes de secundaria en la interpretación y resolución de problemas que conllevan a ecuaciones lineales con una incógnita y trata de comprender las verdaderas causas de esas falencias, contemplando para ello teorías educativas del aprendizaje significativo y enseñanza cognitiva planteadas por David Ausbel y Jean Piaget y los grandes aportes en la resolución de problemas de los matemáticos George Polya y Alan Schoenfeld.

Esto llevó a detectar que el resolver ecuaciones de manera mecánica, impide en el estudiante el desarrollo de su pensamiento lógico - matemático, el poco manejo del lenguaje matemático genera grandes obstáculos en la comprensión e interpretación de enunciados matemáticos, la carencia de rigurosidad en el proceso de resolución de problemas evita darle sentido y significado a los mismos, y que la falta de motivación en los discentes al resolver problemas matemáticos obstaculiza el aprendizaje y el gusto hacia las matemáticas.

REFERENCIAS

[1] Ausbel, D. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Segunda Edición. México: Trillas.

[2] Ortega, M. y Simonds, L. (2008). *Interpretación y resolución de problemas que conllevan a ecuaciones lineales con una incógnita en estudiantes de séptimo grado del colegio distrital Camilo Torres Tenorio*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad del Atlántico, Barranquilla.

[3] Polya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

[4] Schoenfeld, A. (1985). *Resolviendo problemas matemáticos*. Florida: Prensa académica.

3.7. Costo primo Vs producción requerida. El software Geogebra como herramienta en la enseñabilidad y su interpretación con el cálculo diferencial

DIANA GAVIRIA RODRÍGUEZ
JUAN GUILLERMO ARANGO ARANGO

Instituto Tecnológico de Antioquia (TdeA)
Instituto Tecnológico de Medellín (ITM). Colombia

diyagaro@hotmail.com
juanarangoa@itm.edu.co

RESUMEN

Utilizando el software Geogebra podemos diseñar Objetos Virtuales de Aprendizaje. El maestro y/o estudiante debe ser capaz de entender por medio de ésta ponencia el significado e interpretación geométrica de la fórmula: Costo Primo Vs Producción requerida desde la plataforma del Geo-Gebra 4.0. En el marco de la enseñanza apoyada con TIC la ponencia busca que los docentes logren: Adquirir conciencia de que los Objetos virtuales de Aprendizaje son una herramienta valiosa que permite minimizar las tareas mecánicas de despeje y reemplazo de ciertos datos en una fórmula de Presupuestos.

Inducir a los docentes del área contable al diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje que les permitan a sus estudiantes la apropiación de los conceptos en esta área. Mostrar que los diseños de Objetos Virtuales de Aprendizaje son amigables y llevan al estudiante a realizar su trabajo independiente de una forma agradable.

El costo primo es el resultado de sumar la materia prima y el costo de la mano de obra directa. En las empresas industriales, para determinar el costo de producción es necesario elaborar un estado de costos, en el cual se consideran erogaciones como la materia prima y la mano de obra directa, factores que sumados se conocen como costo primo, que es una de las partes del estado de costos.

3.8. Cursillo: Lo que debemos y lo que no debemos hacer en la enseñanza de las matemáticas

WALTER O. BEYER K.

Universidad Nacional Abierta
Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela
nowarawb@gmail.com

RESUMEN

El proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas que se desarrolla al interior del aula se puede modelar a través del clásico sistema didáctico integrado por los alumnos, el docente y el saber escolar, sistema que es movilizado a través de los medios de enseñanza (Brousseau, 1994, 1998; Godino, 1991). Ocupan papel relevante aquí los textos escolares. Este sistema puede ser perturbado por múltiples factores y originarse en su funcionamiento diversos malentendidos y obstáculos (Brousseau, 1994, 1998; Godino, 1991).

Este cursillo está centrado, por una parte, en el análisis de un conjunto de situaciones, planteamientos y errores presentes en diversos libros de texto, antiguos y actuales, los cuales constituyen indudables obstáculos para la comprensión del conocimiento matemático y además producen innumerables malentendidos y errores en nuestros estudiantes.

Asimismo, se considerarán los errores como un mecanismo de aprendizaje para el alumno y una rica fuente de reflexión para el docente (Astolfi, 1999), sobre la cual es posible diseñar actividades adecuadas para los estudiantes y emplear estrategias acordes con una buena enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

Otro elemento importante lo constituye la falta de interrelación entre diversos contenidos matemáticos, hecho que debe ser superado. En buena parte de lo que se presentará en el cursillo se enfatizará en los múltiples nexos entre objetos y herramientas matemáticas. Por ejemplo, las diversas posibilidades para el cálculo de áreas o los distintos caminos posibles para resolver determinadas situaciones (v. g. problemas de optimización). Entra aquí a jugar un

papel importante la posibilidad de generalizar como un factor deseable para la enculturación matemática (Bishop, 1999).

Por otra parte, la falta de realismo con que son presentadas las actividades matemáticas es un factor potenciador del desdén, y aún del miedo, con que muchos estudiantes miran las matemáticas. Aquí se considerarán diversas posibilidades para la incorporación de actividades vinculadas con la realidad y con la cotidianeidad de los alumnos, mostrando cómo es posible emplear tanto las aplicaciones de las matemáticas así como el modelaje matemático como potentes estrategias para la enseñanza/aprendizaje de la disciplina.

También, y no menos importante, resulta la manera en la cual son representados los objetos matemáticos y las posibilidades de pasar de una a otra representación. Esto nos conducirá al análisis de algunas representaciones prototípicas (Beyer, 2005). Se consideran aquí las representaciones de fracciones, asíntotas, triángulos y otros objetos matemáticos, discutiendo la corrección o incorrección de cómo éstas aparecen en muchas obras de uso frecuente.

El análisis de las obras escolares conduce a reflexionar acerca del proceso de transposición didáctica (Chevallard, 2000; Godino, 1991). En razón de ello es obligante considerar el papel que juegan las creaciones didácticas de las cuales habla Pais (2001). éstas deben considerarse con cuidado para que sean realmente una ayuda y no un estorbo en el desarrollo del proceso de enseñanza/aprendizaje.

Todos los asuntos antes señalados involucran indefectiblemente al currículo y sus diferentes niveles (Gimeno Sacristán, 1998). Podemos (y haremos) conexiones entre lo planteado por Gimeno Sacristán (1998) y las ideas propuestas por Chevallard (2000). Aquí se harán algunos planteamientos acerca de ciertos tópicos que no forman parte usualmente del currículum previo a la universidad y que generalmente tampoco son tema de estudio en el nivel superior, pero que deberían ser incorporados como parte de las matemáticas escolares. Entre los tópicos sugeridos estarían: algunos teoremas como el de Pick, métodos alternativos para el cálculo de áreas, áreas de figuras y volúmenes de cuerpos que no son ordinariamente estudiados pero que aparecen con frecuencia en la vida cotidiana, por sólo mencionar algunos.

REFERENCIAS

[1] Astolfi, J. P. (1999). *El .errorör", un medio para enseñar* . Sevilla: Diada.

[2] Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural* . Barcelona: Paidós Ibérica.

[3] Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En: C. Parra y Sáiz, I. (Comps.) (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, Capítulo IV (pp. 65-94).

[4] Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. París: La Pensée Sauvage.

[5] Chevallard, Y. (2000). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

[6] Gimeno Sacristán, J. (1998). *El currículum: una reflexión sobre su práctica*. Madrid: Morata.

[7] Godino, J. (1991). Hacia una teoría de La Didáctica de La Matemática. En: Gutiérrez Rodríguez (Ed.). (1991). *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática*. Capítulo 3, (pp. 105-148). Madrid: Síntesis.

[8] Pais, L. C. (2001). *Didáctica da matemática. Uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.

3.9. Cursillo: Fundamentos epistemológicos para la enseñanza aprendizaje de las series de Fourier

JULIO ROMERO
GABRIEL VERGARA
ALEJANDRO URIELES G.

Universidad del Atlántico
julioromero@mail.uniatlantico.edu.co
gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co
alejandrourieles@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

El propósito de esta charla es socializar con la comunidad matemática, los resultados de una investigación que hemos realizado con el objetivo de diseñar un modelo didáctico que explique como los estudiantes de ingeniería de la Universidad del Atlántico se apropian y usan los fundamentos epistemológicos de la serie de Fourier.

Desde el punto de vista teórico, esta investigación se sustenta con los aportes de: Bachelard G. (1975), Porlan R (1996), Osorio V. (2003), Pluvinage F. (1996), Flórez R. (1993), Duval (1999), Pinker (2001), Vergnaud (1990, 1987), Ausubel D. (1983), Hunt (1980), Carroll (1993), Alonso C., Gallego D. y Honey P. (1994) entre otros. La investigación fue evaluativa, con diseño longitudinal, experimental y de campo. Se utilizaron tres instrumentos de recolección de información tipo cuestionario, un instrumento para los fundamentos epistemológicos de la Serie de Fourier, otro para determinar los estilos de aprendizaje frente a la Serie de Fourier y el último para identificar los estilos de enseñanza de los docentes cuando afrontan la Serie de Fourier. La validez de estos instrumentos se realizó a través del juicio de ocho (8) doctores expertos reconocidos mundialmente y su confiabilidad fue medida a través de los coeficientes Alfa de Cronbach y Kuder Richardson. La estadística utilizada fue

la descriptiva e inferencial. La población fue de 112 sujetos, tomándose una muestra de 33 estudiantes y 10 docentes del curso de ecuaciones diferenciales. Los resultados revelan que: los fundamentos epistemológicos y los estilos de enseñanza y aprendizaje desempeñan un papel muy importante en la enseñanza y aprendizaje de la Serie de Fourier. La combinación de estas variables generan un modelo didáctico bien fundamentado que integra las reflexiones en torno a los conceptos, lógica y aplicación de la Serie de Fourier, el cual es un tema muy importante en ingeniería por su amplio campo de aplicación, por lo tanto se requiere que sea bien comprendido por parte de los estudiantes y docentes, con el fin de generar escenarios muy significativos para los procesos de aprendizaje de esta. Por eso la universidad del Atlántico deberá comenzar a ofrecer en este contexto, experiencias de aprendizaje que inviten a la refexión y al juicio crítico de las prácticas docentes, con el fin de mejorar los procesos académicos.

Finalmente se recomienda la aplicación del modelo didáctico para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes de ingeniería, con relación a la temática planteada.

REFERENCIAS

[1] Alonso C. y Gallego D., Aprendizaje y Ordenador, Editorial Dykinson. S. L, Madrid, 2000.

[2] Ausubel, Novac y Hanesian, Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo, "2da Edición, Ed. Trillas, México,1983. Camarena, P. (1993)., México: Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del IPN.

[3] Camarena, P, Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del IPN, México, 1993.

[4] Duval R., Argumentar, Demostrar, Explicar: Continuidad o ruptura cognitiva?, Ed. Iberoamericana, México, 1999.

[5] pluvinage F, Diferentes formas de razonamiento matemático, Ed. Investigaciones en matemáatica educativa. México. Grupo Editorial Iberoamericana, México, 1996.

[6] Porlan R., Garcia E. y Ca nal P, Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias, Ed. diada editores, Sevilla, 1996.

3.10. Cursillo: Solución de ecuaciones diferenciales con Wx Máxima

LUDWING J. VILLA

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
ludwingjohannesvilla@gmail.com

RESUMEN

S e expone aquí el uso de WXMAXIMA como ayuda para la solución de ecuaciones de orden uno de manera analítica y de soluciones gráficas, como ayuda tanto a los profesores como los estudiantes de las diferentes clases de ingeniería, además de hacer uso de paquetes de software libre, para su aplicación en el cálculo, el álgebra y la geometría. En este caso wxmaxima está distribuido por GNU Public License.

Se trata de resolver de manera simbólica las ecuaciones diferenciales de orden uno, utilizando la interfaz gráfica propia del wxmaxima, incluyendo condiciones iniciales (o condiciones de fronteras cuando ya se haya aprendido a resolver las de orden uno) y de esa forma, generar a través de la solución general la solución particular correspondiente.

REFERENCIAS

[1] Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniera, Departamento de Matemáticas ,Calculo IV

3.11. Cursillo: Sobre la geometría y su didáctica

OSWALDO DEDE MEJÍA

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

dedemejia@gmail.com

RESUMEN

La geometría es parte del acervo cultural de la humanidad desde edades muy remotas y, al parecer, tiene su origen en las observaciones simples que provienen de la habilidad humana para reconocer las formas y para comparar formas y tamaños. También suele atribuírsele origen ritual en la construcción de altares y origen práctico en la medición de la tierra, de donde proviene su nombre. En nuestro país, siguiendo una tendencia iniciada en los años cincuenta y sesenta, se minimizó el estudio de la geometría hasta el punto en que solo unos cuantos temas aislados y relegados al final de los programas o textos quedaron como piezas de museo en un currículo "moderno"que privilegiaba el razonamiento algebraico ante los métodos constructivos y sintéticos propios de la geometría. Así las cosas, pese a los intentos emprendidos por diversos colectivos para mejorar la enseñanza de la geometría y rescatarla del olvido a que fue sometida, poco es lo que se ha logrado y, en la división tradicional de la matemática enseñada en la escuela: aritmética y geometría, domina la aritmética en tanto que la geometría solo se vislumbra muy vagamente.

Pero, ¿qué es lo que tienen en común la actividad aritmética y la geométrica para que ambas ramas"se alojen en el dominio de la matemática?, ¿qué es la geometría?, o más precisamente, ¿qué es la geometría cuando se trata de un objeto que hay que enseñar en la escuela primaria?

Muchas son las dimensiones desde las cuales puede proyectarse el conocimiento geométrico:

Como una ciencia sobre el espacio y la forma.

Un método para representar visualmente conceptos y procesos de otras áreas de las matemáticas o de otras ciencias y aún de la técnica.

Una forma de modelación de teorías.

Un método para enseñar razonamiento deductivo.

En lo escolar, todos parecen estar de acuerdo que la geometría "trata"del estudio de las propiedades de las figuras y de los cuerpos, lo que es sumamente amplio y abarca todas las dimensiones anteriores.

Cualquiera que sea la visión que se tenga de la geometría, ella es algo dinámico y cambiante por lo que no es posible identificarla con los resultados esquemáticos de los libros de texto ni con el esquema axiomático deductivo de carácter formal basada en definiciones, axiomas y teoremas. Por el contrario, el problema que se debe plantear en la escuela es el de llevar a cabo discusiones acerca de las principales estructuras geométricas de tal forma que se estimule el desarrollo de la imaginación espacial del alumno y que aprenda a pensar en términos y de tal manera que le permitan comprender y realizar sus futuras actividades matemáticas, teniendo en cuenta que la geometría escolar puede ser diferente de la geometría como ciencia. Por tal motivo, lo que debe privilegiarse es la construcción de un conocimiento geométrico sistemático y no la mera acumulación de información desordenada, aislada y caprichosa tanto en contenido como en secuencia.

REFERENCIAS

[1] ALSINA C. et al. (1988): Materiales para construir la Geometria, Síntesis, Madrid.

[2] BROUSSEAU G. (1998): Fundamentos de Didáctica de la Matemáticas, Universidad de Zaragoza, Zaragoza.

[3] CHEVALLARD, Y, JOHSUA, M.A. (1991): "La transposition didactique", La Pensée Savage, Grenoble.

[4] CASTELNUOVO E. (1973): Didáctica de la matemática moderna, Trillas, Méjico.

[5] CHAMORRO, M. C. et al. (2005): Didáctica de lãs Matemáticas para Primaria, Pearson , Madrid.

[6] PIAGET, J. et al. (1978): La enseñanza de lãs matemáticas modernas, Alianza

Editorial, Madrid.
[7] VAN HIELE, P. M. (1980): Levels of thinking, how to meet them, how to avoid them, NCTM Meeting, Seattle.

Capítulo 4

MATEMÁTICA APLICADA

En esta sección presentamos los resúmenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participaron en la línea de investigación de Matemática Aplicada. Esta rama de la matemática busca la solución númerica de los problemas, se apoya en el uso e aplicación de métodos que pueden ser implementados computacionalmente, dichos algoritmos se basan en el análisis numérico.

4.1. Formas diferenciables

ALEXANDER GUTIÉRREZ PUCHE

Universidad Autónoma del Caribe

alexander.gutierrez@uniautonoma.edu.co

RESUMEN

En este trabajo desarrollaremos brevemente la teoría necesaria para precisar el concepto de formas diferenciables, el cual es, a groso modo, una generalización sobre ideas previas como el gradiente, la divergencia, el rotacional, etc.

Daremos algunas propiedades importantes de las formas diferenciables, el producto Producto Wedge y la Derivada Exterior.

REFERENCIAS

[1] Dugundji, James. Topology Allyn and bacon, Inc. 1966

[2] Cartan, Henri. Formas Diferenciables. Ediciones Omega, S.A. 1972

[3] Lugo, Gabriel. Differential Geometry in Physics. Department of Mathematical Sciences and Statistics University of North Carolina at Wilmington. 2006

[4] Spivak, Michael. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Vol. I. Publish or Perish Inc. 1979

4.2. Un Acercamiento a la diferenciabilidad de multifunciones difusas

ALEXÁNDER REÁTIGA VILLAMIZAR

Universidad Pontificia Bolivariana, Bucaramanga.

alexander.reatiga@upb.edu.co

RESUMEN

Teniendo en cuenta las ideas presentadas por L. Stefanini y B. Bede [1] y L. Stefanini [2], sobre la diferencia generalizada de Hukuhara [3] y la diferenciabilidad de multifunciones del tipo $F : T \to \mathcal{F}^1$, siendo $\mathcal{F}^1$ la clase de conjuntos difusos definidos sobre $\mathbb{R}$ que son normales, convexos, semicontinuos superiores y con soporte compacto; se hace un aporte a esta teoria al introducir una nueva definición de diferenciabilidad para multifunciones difusas del tipo $F : T \to \mathcal{F}^n$. La nueva definición de diferenciabilidad se logra gracias a algunas propiedades interesantes que tiene la diferencia generalizada de Hukuhara. De igual forma se demuestra que esta nueva definición de diferenciabilidad de multifunciones difusas, generaliza algunas definiciones existentes en la literatura, como son las definiciones que aparecen en $[4, 5, 6, 7, 8]$.

REFERENCIAS

[1] Stefanini L. and Bede B.(2009) *Generalized Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations*. Nonlinear Analysis, doi: 10.1016/j.na.2008.12.005

[2] Stefanini L.(2008)*A generalization of Hukuhara difference for interval and fuzzy arithmetic, Series on Advances in soft Computing*. 48, Springer. http://econpapers.repec.org/RAS/pst233.thm

[3] Hukuhara M.(1967) *Intégration des applications measurables dont la valeur est un compact convexe.* Funkcialaj Ekvacioj, 10, 205-223.

[4] BEDE B. AND GAL S. G. (2004) *Almost periodic fuzzy-number-valued functions*. Fuzzy Set and System 147, 385-403.

[5] KALEVA O. (1987) *Fuzzy differential equations, Fuzzy Sets and Systems*. 24, 301-317.

[6] KALEVA O.(1990) *The calculus of fuzzy valued functions*. Appli. Math. Lett, 3 n.2, 55-59.

[7] PARK J. AND HAN H.(1999) *Existence and uniqueness theorem for a solutions of fuzzy diferential equations*. Int. Journal Math. Math. Sci. 22, 271-279.

[8] PURI M. AND RALESCU D. *Differential of fuzzy functions*. J. Math. Anal. Appl. 91, 552-558.

4.3. Sobre el análisis multívoco

GILBERTO ARENAS DÍAZ

Universidad Industrial de Santander, UIS, Bucaramanga, Colombia
garenasd@uis.edu.co

ALEXANDER REÁTIGA VILLAMIZAR

Universidad Industrial de Santander, UIS, Bucaramanga, Colombia
alexander.reatiga@upb.edu.co

RESUMEN

El objeto de estudio del análisis multívoco son las multifunciones, que corresponden a aplicaciones que asignan a cada punto de un conjunto X, un único subconjunto no vacío de un conjunto Y. Berge en [5] es el primero en hacer un estudio minucioso de las propiedades de las funciones multívocas, posteriormente Arens, Banks, Jacobs, Blasi, Nikodem entre otros (ver [6, 8, 4, 1]) iniciaron el estudio del cálculo de multifunciones, obteniendo muchos resultados significativos en esta área. Las multifunciones, también denominadas aplicaciones punto a conjunto, o aplicaciones multívocas, aparecen en diversos problemas en matemática aplicada, ingeniería, economía, a través de modelos donde las funciones son reemplazadas por aplicaciones multívocas, las ecuaciones por inclusiones y las ecuaciones diferenciales por inclusiones diferenciales (ver [2, 7, 3] y las referencias en ellas citadas).

El objetivo de esta ponencia es presentar algunos conceptos relativos al análisis multívoco, haciendo énfasis en las multifunciones con valores en los subconjuntos compactos no vacós de $\mathbb{R}^n$.

REFERENCIAS

[1] Arens, R. (1961) Operational calculus of linear relations. Pacific J. Math. 11:9 23.

[2] Aubin, J.P. & Cellina, A. (1984) Differential Inclusions. Springer, Berlin.

[3] Aubin, J.P. & Frankowska, H. (1990) Set-valued analysis, Systems & Control: Foundations & Applications. Birkhauser Boston Inc., Boston, MA.

[4] Banks, H.T. & Jacobs, M.Q. (1970) A differential calculus for multifunctions. J. Math. Anal. Appl. 29:246 272.

[5] Berge, C. (1963) Topological Spaces. Macmillan, New York. English translation by E.M. Patterson of Espaces Topologiques, Fonctions Multivoques, published by Dunod, Paris, 1959.

[6] Blasi, F.S. (1976) On the differentiability of multifunctions. Paciffic J. Math., 66:6781.

[7] Klein, E. & Thompsom, A. (1984) Theory of correspondences. Wiley, New York, 1984.

[8] Nikodem, K. (1988) Additive selections of additive set valued functions. Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. Univ. u Novom Sadu Ser. Mat. 18:143

4.4. Grafos hamiltonianos y vértices independientes

DANIEL BRITO

Universidad de Oriente

danieljosb@gmail.com

RESUMEN

La motivación de este trabajo es su relación con el problema Hamiltoniano; un problema abierto, el cual no ha podido ser caracterizado y que comenzamos buscando garantizar la existencia de conjuntos independientes balanceados en función del mínimo grado para que se intente la generalización del teorema de Moon Moser [1] para grafos bipartitos balanceados, pero usando la condición de vecindades sobre conjuntos de vértices independientes en función del número de vértices.

vspace1.0cm

REFERENCIAS

[1] MOON, J. AND MOSER L. (1963) "On Hamiltonian bipartite graphs". *Israel Journal Mathematics* V. 1, 163–165.

4.5. Comportamiento de los parámetros fisicoquímicos, DBO, turbiedad, oxígeno disuelto y pH para el análisis de la calidad del agua del rio Sinú

HILSYE RUIZ[1], MARÍA PÉREZ[2]
DANIELA NADER[3],ELIANA CALDAS[4], JAIRO ANGEL[5]
[1−2−3]Estudiantes de Ingeniería Sanitaria y Ambiental
Universidad Pontificia Bolivariana,Montería, Córdoba, Colombia.
[1]hcaroruizb@hotmail.com
[4−5]Docentes,Universidad Pontificia Bolivariana,Montería, Córdoba, Colombia.
[4]jairo.angel@upb.edu.co

RESUMEN

Usando técnicas estadísticas paramétricas se estudia la relación entre los parámetros físico-químicos DBO, Turbiedad, Oxígeno disuelto y pH teniendo en cuenta las reglamentaciones colombianas, las cuales establecen el comportamiento de los parámetros fundamentales para analizar la calidad del agua a lo largo del rio Sinú.

Definidas once estaciones de monitoreo, se extraen muestras que son evaluadas por el laboratorio de calidad de agua de la Universidad Pontificia Bolivariana, seccional Montería, para hacer seguimiento a los posibles cambios que se han generado por la construcción de la represa URRA I, a fin de evaluar estadísticamente el recurso hídrico que permita establecer la calidad del agua, dependiendo de su uso. La información para este trabajo se concentra en el año 2012.

REFERENCIAS

[1] Annete, J. Dobson(1990 “Introduction to generalized linear models”. *Math. Notes* First edition. Chapman and Hall, London.

4.6. Acción de grupos y cuasi-isometrías

GABRIEL VERGARA

Universidad del Atlántico

gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

El objetivo principal de esta charla es estudiar el concepto de acción de un grupo en espacios métricos y en espacios topológicos, pues a nivel básico en un curso de teoría de grupos solo se estudia la acción de un grupo sobre un conjunto. También describiremos como construir una presentación para un grupo arbitrario G, el cual actúa por homeomorfismos sobre un espacio topológico simplemente conexo X. Finalmente haremos algunos comentarios respecto al los siguientes resultados:

i) Si X es un espacio de longitud simplemente conexo y G actúa propia y cocompactamente por isometrías en X, entonces G tiene una presentación finita.

ii) Si G_1 y G_2 son grupos con conjuntos generadores finitos A_1 y A_2 y si G_1 es cuasi-isométrico a G_2 y G_2 tiene una presentación finita $\langle A_2|R_2\rangle$, entonces G_1 tiene una presentación finita $\langle A_1|R_1\rangle$.

REFERENCIAS

[1] Bridson M. y Hae iger A., Metrics spaces of non-positive curvature, Springer- Verlag, Berlin, 1999.

[2] De la Harpe P., Topics in geometric group theory, The University of Chicago Press, Chicago 2000.

[3] Johnson D.L., Presentations of Groups, Cambridge University Press, London, 1990.

[4] Geoghegan R., Topological Methods in Group Theory, Springer, New York , 2008.

4.7. Análisis del coeficiente del sensibilidad en la estimación de la incertidumbre de una medición cuando se usa una distribución triangular

JAIRO ANGEL GUZMÁN[1]

[1]**Docente,Universidad Pontificia Bolivariana,Montería, Córdoba, Colombia.**

[1]**jairo.angel@upb.edu.co,jairoarturoangel@gmail.com**

FREDDY HERNÁNDEZ[2]

[2]**fhernanb1@gmail.com**

[2]**Docente,Universidad Pontificia Bolivariana,Medellín,Antioquia, Colombia.**

ELIANA MONTIEL[3]

[3]**Coordinadora de calidad laboratorio de aguas,Universidad Pontificia Bolivariana,Montería,Córdoba, Colombia**

RESUMEN

El valor de una magnitud,mensurando, de una característica del agua de un rio, es descrita cualitativamente y cuantitativamente cuando se pretende establecer las condiciones minimas de calidad de agua de acuerdo a los decretos del gobierno Colombiano. Evaluando y cuantificando el tipo de influencia que tiene el coeficiente de sensibilidad en la estimación de la incertidumbre de una medición cuando es usada la distribución triangular, se puede determinar el grado de precisión del mensurando, por ello, en este trabajo mostrar la metodología estadística para determinar tal efecto,en donde los valores modales y de extremos pueden afectar dichas estimaciones.

En la práctica se desea que los mensurando tengan el mejor resultado con su grado de incertidumbre estimada, los análisis estadísticos formales permiten la cuantificación y los efectos de algunos elementos como lo es la sensibilidad, se presenta una aplicación con datos simulados y se comparan los resultados con datos reales año 2012, observaciones tomadas por

el Laboratorio de calidad de agua,Universidad Pontiticia Bolivariana, seccional, Montería, con la autorización de la central hidroeléctrica Urrá I.

REFERENCIAS

[1] Annete, J. Dobson(1990) “Introduction to generalized linear models”. *Math. Notes* First edition. Chapman and Hall, London.

4.8. Construcción geométrica del producto integral de Weyl y de Bieliavsky

JOHN BEIRO MORENO BARRIOS
Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
johnmoreno@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

La cuantización geométrica es un método desarrollado para proporcionar una construcción geométrica que relacione la mecánica clásica con la cuántica. El primer paso consiste en presentar una forma simplética, ω, sobre una variedad simplética , M, como la forma curvatura del fibrado lineal, L, sobre M. Las funciones sobre M operan como secciones de L. Queremos considerar secciones las cuales son constantes en cierta dirección, y para esto necesitamos el concepto de polarizaciones, estas secciones son llamadas secciones polarizadas. Para obtener una estructura de espacios de Hilbert en estas secciones, necesitamos de ciertos objetos denominados de medias densidades. Además, también tenemos un empareamento sesquilineal entre secciones polarizadas diferentes. En este trabajo, primeramente consideramos este empareamento para secciones polarizadas adaptadas a polarizaciones reales no transversales, como método para obtener aplicaciones integrales entre estos espacios de Hilbert que en combinación con la convolución del par grupoide $M \times \overline{M}$, nos permite definir un producto integral de funciones definidas en la variedad simplética. Este producto, en el caso del plano euclidiano y del plano de Bieliavsky, coincide con el producto integral de Weyl y de Bieliavsky respectivamente.

REFERENCIAS

[1] Bieliavsky, P. (2002) *Stric quantization of solvable spaces.* J. Sympl. Geom. 2, pp. 269-320.

[2] Rios, P. de M. and Tuynman G. M.(2008) *Weyl quantization from geoemtric quantizacion*. A.I.P. Conf. Proc. 1079, 26-38.

[3] Gracia-Bondia, J.M. and Várilly, J.C. (1995) *From geometric quantization to Moyal quantization*. J. Math. Phys. 36, pp. 2691-2701.

4.9. Aplicaciones móviles con realidad aumentada para el cálculo

L. PEDRAZA C., S. VALBUENA D.

Universidad de la Costa Barranquilla, Colombia

lpedraza1@cuc.edu.co, svalbuen1@gmail.com

RESUMEN

Los avances tecnologicos han llevado los dispositivos móviles hoy en día a constituirse en elementos importantes para las personas. Los desarrollos que han presentado estos aparatos en materia de hardware y software permiten desarrollar con ellos aplicaciones muy potentes, lo cual aunado a la inclusión de la realidad aumentada (RA) colocan a estos dispositivos en un nível de alta aplicabilidad para la ejecución de diversos procesos en la actividad academica e investigativa.

La realidad aumentada (RA) es una tecnología que consiste en combinar el mundo real con el virtual mediante la ampliación de la información existente en el entorno, a través de gráficos en dos y tres dimensiones, textos en pantalla, etc.

Teniendo en cuenta que los dispositivos móviles son ampliamente utilizados en los campus universitarios y con las características que brinda la realidad aumentada, en esta presentación se mostrará el desarrollo de aplicaciones móviles con RA con el objeto de potenciar procesos del estudio del cálculo aplicado, considerándose aplicaciones en cálculo diferencial, integral y vectorial.

REFERENCIAS

[1] Boticario, J., O.Santos, R. Fabregat.(2010) *Accessibility and Adaptation for ALL in Higher Education.* II Congreso Internacional CAVA.

[2] R. Fabregat. (2007) Linking educational specifications and standards for dynamic modelling in ADAPTAPlan. *International Workshop on Representation models and Techniques for Improving e-Learning: Bringing Context into Web-based Education, Denmark, Roskilde University.*

[3] Kaufmann H., Schmalstieg D. Schmalstieg D. (2012) Mathematics And Geometry Education With Collaborative Augmented Reality.

[4] Nilsson P., Sollervall H., Spikol D.(2011). Mathematical Learning Processes Supported by Augmented Reality, Linnaeus University, Sweden.

[5] Leitão R., Brito A., Rodrigues J.(2012) A aplicação da Realidade Aumentada no ensino de sólidos geométricos: um projecto em desenvolvimento, 6th International Conference on Digital Arts ARTECH.

4.10. Numerical solutions for two 2D Dam-Break problem by using a new TVD/CBC upwind scheme

MIGUEL ANTONIO CARO CANDEZANO
Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
miguelcaro@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

The 2D dam-break problem [4] is a typical benchmark test for numerical methods used with the aim to evaluate the performance of such methods reproducing transient shocks, discontinuities and rarefaction waves. The upwind schemes, implemented on the convective terms, based on the TVD [3] and CBC [2] limitation criteria are an important tool for modelling the nonlinear terms of these complex problems of fluid dynamics. These schemes reach minimum second order of accuracy on smooth regions and first order on regions with the presence of shocks, sharp gradients and discontinuities. It is presented a numerical implementation of two dam-break problems by using a new TVD/CBC polynomial upwind scheme called TDPUS-C3 [1]. Quantitative and qualitative comparisons are done with some recognized upwind schemes.

REFERENCIAS

[1] Caro Candezano M.A., Ferreira V.G. and De Lima G.A.B. (2012) .ᴬ new type of TVD/CBC polynomial upwind scheme for hyperbolic conservation laws and fluid dynamic problems". XIV Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering-ENCIT

[2] Gaskell P.H and Lau A.K.C. (1988) Çurvature-compensated convective transport:SMART, a new boundednesspreserving transport algorithm". Int. J. Numer. Methods Fluids V. 8, 617-641.

[3] Harten, A. (1983) High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. J. Comput. Phys. V. 49, 357-393.

[4] LeVeque, R. J. (2004) "Finite-volume methods for hyperbolic problems". Cambridge University Press.

4.11. Indice de solubilidad de los grupos solubles de difeomorfismos locales

MITCHAEL MARTELO

Universidad Federal Fluminense (UFF)

mitchaelmartelo@id.uff.br

RESUMEN

Sea G un subgrupo soluble del grupo $Diff(C^n;0)$ de difeomorfismos locales analiticos complejos. Cuando este grupo es lineal puede ser asociado a un subgrupo de matrices $n \times n$, los grupos de matrices tienen el indice de solubilidad acotado por n, como mostro Newman en [2]. Luego es natural preguntarnos al respecto del indice de solubilidad para grupos de difeomorfismos no triviales. En este trabajo vemos que analogamente al caso de los grupos de matrices obtenemos una cota para el indice de solubilidad de G por una funcion de n. Para esto asociamos a G (conexo), una algebra de Lie de campos de vectores analiticos complejos con una singularidad en el origen, tal algebra tiene las mismas propiedades de solubilidad de G. De este modo, nuestro trabajo se resume a resolver el problema equivalente en dicha algebra de Lie. Tambien resaltamos que cuando el grupo es conexo, unipotente o nilpotente, tenemos ejemplos que nos permiten afirmar que nuestra cota es optima.

REFERENCIAS

[1] Etienne Ghys. Sur les groupes engendrés par des difeomorphismes proches de l'identité. Bol. Soc. Brasil. Mat. (N.S.), 24(2): 137-178, 1993.

[2] M. F. Newman. The soluble length of soluble linear groups. Math. Z., 216: 59-70, 1972.

[3] E. Paul. Feuilletages holomorphes singuliers a holonomie résoluble. J. Reine Angew. Math., 514:9 -70, 1999.

[4] Jean-Pierre Serre. Lie algebras and Lie groups, volume 1500 of Lecture Notes in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, second edition, 1992. 1964 lectures given at Harvard University.

4.12. Formulación variacional para el contacto entre dos membranas elásticas

OSWALDO DEDE MEJÍA, JORGE ROBINSON EVILLA

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
jorge.is.robinson@gmail.com, dedemejia@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo estamos interesados en obtener una formulación variacional para el contacto entre dos membranas elásticas.
Para la construcción del modelo consideraremos las leyes fundamentales de la elasticidad. El contacto entre las dos membranas se considerá con los siguientes principios:

1. Las dos membranas conservan las características de su frontera.

2. Cuando están en contacto, debido a la ley de acción y reacción, cada membrana tiene igual acción sobre la otra.

Con base en estos principios, se obtiene un sistema de ecuaciones e inecuaciones diferenciales, que modelará el contacto entre las membranas desde un punto de vista mecánico. Entonces se construirá una formulación variacional equivalente la cuál es de tipo mixto: Las tres variables son la posición de cada membrana y la acción de cada membrana sobre la otra. Este tipo de sistema aparece en un gran número de problemas en elasticidad.

REFERENCIAS

[1] Belgacem, F. Bernardi, C. Blouza, A. Vohralík, M. *A finite element discretization of the contact between two membranes*. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis.

[2] RINCÓN, M. A. RODRIGUES, R. D. *Numerical solution for the model of vibrating elastic membrane with moving boundary*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.

4.13. Teorema de Gauss Markov en el caso de la violación del supuesto de homocedasticidad

LAURA RÚA YÁNEZ; SVETLANA IVANOVNA RUDNYKH

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

lrua@mail.uniatlantico.edu.co; *svetarudn@hotmail.com*

RESUMEN

En este trabajo se formula el teorema de Gauss-Markov sobre las propiedades de los estimadores obtenidos por el Método de Mínimos Cuadrados (MMC), y referido a los parámetros desconocidos del modelo de regresión cuando los errores de las observaciones tienen distintas varianzas, es decir, existe violación del supuesto clásico de homocedasticidad.
Se ilustra la aplicación del teorema presentado en problemas concretos en los que se presenten este tipo de violaciones. Los cálculos computacionales se realizarán con ayuda de R-project.

REFERENCIAS

[1] Del Pino, G (1989), *The Unifying Role of Iterative Generalize Least Squares in Statical Algorithms*. Statistical Science. 4, 394-403.

[2] Draper N.R. & Smith H. (1998), *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons.

[3] Ermakov, S. M. & Zhiglijavsky, A. A (1987), *The Mathematical Theory of Optimum Experiments*. Nauka, Moscow. (In Russian).

[4] Faraway, J.J. (1995), *Linear Models with R*. hapman & Hall/CRC.

[5] Koch, K. (1997, *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. Second, Updated and Enlarged Edition. Springer. Germany.

[6] Rao, C.R. & Toutenburg, H(1999), *Linear models and generalizations: least squares and alternatives*. Second Edition. Springer-Verlag. New York.

[7] Weisberg, S. (2005), *Applied Linear Regression*. John Wiley & Sons.

4.14. Cálculo de ventas necesarias en pesos y en unidades, con base en la fórmula utilidad deseada, con apoyo del software matemático interactivo geogebra

JORGE IVÁN JIMÉNEZ SÁNCHEZ

jijs294@gmail.com

NELSON EDUARDO CASTAÑO GIRALDO

ncastano@tdea.edu.co

FARLEY SARY ROJAS RESTREPO

frojasrestrepo@yahoo.com

Institución Universitaria Tecnológico de Antioquia, TDA. Colombia.

RESUMEN

Este trabajo tiene como fundamento la aplicación de la fórmula matemática “Utilidad deseada” con apoyo del software matemático “Geogebra”, el cual permitirá visualizar gráficamente este concepto, a partir de conocer datos como los costos fijos totales, el costo variable unitario y el precio de venta unitarios. Con base en la gráfica punto de equilibrio podremos calcular el número de unidades que se requiere vender una empresa para lograr la “Utilidad deseada” y se podrá apreciar gráficamente como cambian las variables con diferentes datos, lo que la convierte en una herramienta esencial para la toma de decisiones, en especial en la determinación de necesidades requeridas para producción, el cálculo de las ventas en pesos y en unidades, igualmente es base fundamental para determinar las posibles necesidades de crédito, nos sirve como herramienta de apoyo pedagógico en el aula, para mostrar la aplicación de fórmulas matemáticas de manera interactiva al observar los efectos ante variaciones en los datos.

REFERENCIAS

[1] Burbano Ruiz, Jorge E. Presupuestos: enfoque de gestión, planeación y control de recursos: 3. ed. Bogotá: McGraw-Hill, 2005. 405 p.

[2] Cárdenas y Nápoles, Raúl Andrés. Presupuestos: teoría y práctica. México: McGraw-Hill, 2002. 158 p.

[3] García S., Oscar León. Administración financiera: fundamentos y aplicaciones: 3. ed. amp. Cali: O. García, 1999. 573 p.

[4] Horngren, Charles T;Datar, Srikant M; Foster, Gerge Contabilidad de costos, un enfoque Gerencial. Decima segunda Edición de 2007. Editorial Person Prentice Hall.

[5] Polimeni, Ralph S; Fabozzi, Frank J; Adelberg, Arthur H; Kole, Michael A . Contabilidad de costos: 3. ed. Bogotá: McGraw-Hill, 1994. xvi, 879 p.

4.15. Cálculo de la cuota para préstamo con gradiente aritmético creciente y su aplicación en software matemático iteractivo, como herramienta de apoyo empresarial y pedagógica

JORGE IVÁN JIMÉNEZ SÁNCHEZ
jijs294@gmail.com
JOHN DAIRO RAMÍREZ
jjddradz@hotmail.com
FARLEY SARY ROJAS RESTREPO
frojasrestrepo@yahoo.com

Institución Universitaria Tecnológico de Antioquia, TDA. Colombia.

RESUMEN

Este trabajo tiene como fundamento el diseño de una ova, utilizando el software matemático Geógebra el cual permite realizar construcciones geométricas y complejas operaciones, en este caso la aplicación de la fórmula “Gradiante aritmético” propia de la matemática financiera, en el cálculo del valor de la cuota de un préstamo, el cual consiste en un conjunto de pagos o serie de pagos periódicos, tales que cada pago es igual al anterior aumentando en una cantidad constante en pesos, en este caso cuando se genera el gradiente aritmético creciente. Pueden ser calculados en forma anual, semestral, trimestral, bimensual, mensual, diaria, quincenal, etc. Las matemáticas financieras son una herramienta esencial y dinámica para ser utilizada en la administración de empresas como base para la toma de decisiones, para calcular las necesidades y el comportamiento de un crédito, además se apoya la labor docente ya que es un software matemático interactivo de carácter libre, para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el cual puede ser aplicado en varias disciplinas.

REFERENCIAS

[1] ÁLVAREZ ARANGO, Alberto. Matemáticas Financieras. Segunda edición, editorial McGraw Hill. Bogotá, 1999.

[2] JARAMILLO BETANCUR, Fernando. Matemática Financiera y su uso para las Decisiones en un Entorno Internacional. Libro en Edición. Medellín, 2006.

[3] MOYER, Charles R, McGUIGAN, James R y KRETLOW, William J. Administración financiera contemporánea. Séptima edición.

[4] OCHOA SETZER, Guadalupe. Administración Financiera. Primera Edición. McGraw-Hill. México 2003.

[5] SANTANDREU, Pol. Matemática Financieras con ejercicios. Gestión 2000. Barcelona 2002.

[6] SULLIVAN, William G. WICKS, Elin M. LUXHOJ, James T. Ingeniería Económica de DeGarmo. Duodécima Edición. Editorial Pearson. México 2004.

[7] VÉLEZ PAREJA, Ignacio. Decisiones de inversión: enfocado a la valoración de empresas. Bogota : Centro Editorial Javeriano (Ceja), 2001.

4.16. Cálculo de la cuota de préstamo serie uniforme anualidades con el software matemático de geometría Geogebra

FARLEY SARY ROJAS RESTREPO
frojasrestrepo@yahoo.com
NELSON EDUARDO CASTAÑO GIRALDO
ncastano@tdea.edu.co
JORGE IVÁN JIMÉNEZ SÁNCHEZ
jijs294@gmail.com

Institución Universitaria Tecnológico de Antioquia, TDA. Colombia.

RESUMEN

Este trabajo tiene como fundamento el diseño de una OVA donde los asistentes entenderán la interpretación geométrica en la aplicación de la fórmula Anualidades propia de la matemática financiera en el cálculo del valor de la cuota de un préstamo, el cual es un conjunto de pagos periódicos, para su cálculo se utilizara el software matemático de geometría dinámica Geogebra, Anualidad significa pagos hechos a intervalos iguales de tiempo, pueden ser anuales, semestrales, trimestrales, bimensuales, mensuales, diarios, quincenales, etc. Las matemáticas financieras son una herramienta esencial del administrador de empresas ideal en la toma de decisiones sobre de necesidades y condiciones de créditos, el software nos permite observar gráficamente el comportamiento de las cuota ante cambios en las condiciones del de tiempo, interés, capital , igualmente como apoyo pedagógico se ha convertido en un referente en la didáctica de las matemáticas incluso en la educación universitaria, así como en otras disciplinas que precisan del apoyo matemático, en este caso las finanzas.

REFERENCIAS

[1] LEÓN V., César Augusto. Análisis Financiero Integral. Leam editores, 1998

[2] ALVAREZ A., Alberto. Matemáticas financieras.3 ed. Bogotá: McGraw Hill, 2005.488 p. ISBN 9584103628.

[3] BLANK, Leland y TARQUIN, Anthony. Ingeniería económica. 6 ed. México: McGraw-Hill Higher Education, 2007. 818 p. ISBN 0-07-320382-3.

[4] ÁVALOS SEPTIÉN, Mauricio. Matemáticas financieras. 1 ed. México: CCESA, 2004. 207p. ISBN 970-24-0683-8.

[5] BACA URBINA, Gabriel. Fundamentos de ingeniería económica. 4 ed. México: McGraw-Hill, 2007. 593 p. ISBN 9789701061138.

[6] BLANK, Leland y TARQUIN, Anthony (2004). Engineering Economy. 6 ed. USA: McGraw-Hill, 2004. 818p.

[7] DEGARMO, E. Paúl et al. Ingeniería Económica. 11 ed. México: Prentice Hall Hispanoamérica, 2004. 720 p. ISBN 970-26-0529-6.

4.17. Transformaciones holomórficamente proyectiva tipo Killing sobre variedades de Einstein

RICHARD MALAVÉ GUZMÁN

Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian

malave_ r@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo consideramos transformaciones tipo Killing entre espacios complejos Einstenianos y espacios Kaehlerianos M, con estructura casi compleja J y curvatura constante. Probamos que entre estos espacios existe una transformación holomórficamente proyectiva cuando se considera la curvatura escalar, la curvatura armónica y los espacios Einstenianos

REFERENCIAS

[1] Izumi, H. (1994) *A remark on infinitesimal holomorphically proyective transformations.* Mat. Japonica.

[2] Izumi, H. and Kazanari Y (1970) *A remark on infinitesimal holomorphically proyective transformations.* Hokkaido Mathematical Jounal

[3] Martínez, R. and Ramírez, R (1992) *Lyra spaces. Their application to mechanics.* Jadronic, J.

4.18. Cursillo: Introducción al diseño óptimo de experimentos

SVETLANA IVANOVNA RUDNYKH Y RAMÓN MATOS MAREÑO

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

svetarudn@hotmail.com; ramonmatos@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

El experimento es una parte importante de la investigación científica. Se examinan en este curso solo modelos matemáticos de experimentos. La posibilidad de diseñar un experimento aparece en los casos cuando a priori es conocido que la respuesta, que le interesa al investigador, puede ser obtenida a partir de la realización de experimentos. En otras palabras, se tiene un conjunto de condiciones $c_1, c_2, ..., c_n, ...$, donde en cada condición c_i se puede obtener una respuesta de la pregunta que nos interesa. Si se supone que cada c_i queda definida con los valores de gastos $s(c_i) = s_i, c_i \in J, (i \in I)$, donde J e I son conjuntos conocidos, entonces el problema a resolver en el diseño de experimentos es escoger un, i , tal que s_i sea mínima. En el curso se tratan los siguientes temas:

SESIÓN 1. MEJOR ESTIMADOR EN EL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL. En esta sesión se presentan los modelos de regresión lineal con matriz dispersión proporcional a la matriz de identidad. Se define el estimador de mínimo cuadrado y se formula el teorema de Gauss-Markov para estos modelos, al final se plantea el esquema de pesaje en balanza de dos platos de objetos.

SESIÓN 2. CONCEPTOS BÁSICOS DEL DISEÑO ÓPTIMO DE EXPERIMENTOS. El objetivo de esta sesión es presentar algunas definiciones básicas de la teoría del diseño óptimo que permitan formular los problemas de investigación que se trabaja en esta teoría. Se formulan los criterios de optimización, D-Criterio, G-Criterio, E-Criterio y el teorema de equivalencia. Se ilustran las propiedades deseables de los diseños con ejemplos.

SESIÓN 3. CONSTRUCCIÓN DE DISEÑOS ÓPTIMOS DE EXPERIMENTOS. Se muestra un algoritmo codificado en R que posibilita la construcción de diseños D-óptimos, para estimar los parámetros desconocidos en los modelos de regresión lineal. Se usa este algoritmo construir diseños de casos concretos.

REFERENCIAS

[1] ATKINSON, A.C. & DONEV, A.N. (1992), *Optimum Experimental Designs.* Oxford: Oxford University Press.

[2] ATKINSON, A.C., DONEV, A.N. & TOBIAS, R.D. (2007), *Optimum experimental designs, with SAS*. Oxford University Press, Oxford.

[3] ATKINSON, A.C. & FEDEROV, V.V. (1975a),"The design of experiments for discriminating between two rival models ". *Biometrika* **62**, 57-70.

[4] ATKINSON, A.C. & FEDEROV, V.V. (1975b), "Optimal design experiments for discriminating between several models". *Biometrika* **62**, 289-303.

[5] ERMAKOV, S.M. & ZHIGLIJAVSKY, A.A. (1987), *The mathematical theory of optimum experiments*. Nauka, Moscow. (In Russian).

[6] FEDEROV, V.V Y HACKL. (1997), "Model-Oriented Design of Experiments". *New York.*

[7] PUKELSHEIM, F. (1993), "Optimal Design of Experiments,". *New York, Wiley.*

[8] LOPEZ-FIDALGO. (2007), "Diseños Óptimos de experimentos". *Universidad de castilla la mancha.*

4.19. Cursillo: Geometría de curvas y superficies

RICHARD MALAVÉ GUZMÁN

Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian

E-mail: malave_r@hotmail.com

RESUMEN

La geometría diferencial surgió y se desarrolló estrechamente ligada al análisis que, a su vez nació en gran medida de problemas geométricos. Muchos conceptos geométricos precedieron a los conceptos respectivos del análisis: El concepto de tangente precedió al de derivada, el concepto de área y volúmen precedieron al de integral. El avance de esta rama de la matemática, se remonta a la primera mitad del siglo XVIII, reconociéndose los nombres de L. Euler y G. Monge. La primera exposición sinóptica de la teoría de superficies se debe a Monge (1795), Gauss (1827) el cual en su obra Estudio sobre superficies y curvas sentó las bases de la teoría de superficie actual, Riemann (1845) en su conferencia Sobre las hipótesis en las que se funda la geometría formalizó las bases para lo que conocemos hoy como la geometría de Riemann. Este cursillo esta orientado al estudio de geometría diferencial de curvas y superficies, con énfasis en los espacios bi-dimensional y tri-dimensional. Se darán aplicaciones de los espacios tangente y cotangente, en particular se estudiará la torsion y curvatura de una curva en el espacio.

REFERENCIAS

[1] Barret, O. (1972) "Elementos de Geometría diferencial". *Limusa-Wiley.* Mexico.

[2] Do Carmo, M (1979) "Geometría Riemanniana". *Hamburg ltda.* Brazil.

[3] Malavé, R. and Martínez R. (2010) "Fundamentos de geometría diferencial". *Asociación venezolana de matemáticas, Venezuela.*

Capítulo 5

POSTERS 2013

En esta sección se encuentran los posters de los reportes de investigación realizados por docentes y estudiantes de Matemática o áreas a fines, con el propósito de socializar y dar a conocer a la comunidad en general los resultados de las investigaciones obtenidos en dichos proyectos.

Polinomios de Jacobi - Algunas propiedades

PEDRO L. HERNÁNDEZ LlANOS[1]
ALEJANDRO URIELES GUERRERO[2]

[1]Departamento de Matemáticas, Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
[2]Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas, Universidad Simón Bolivar Caracas, Venezuela
E-mail Address:
[1]phernandezllanos@gmail.com
[2]aurielesg@gmail.com

RESUMEN

Los polinomios ortogonales son conjuntos de polinomios que forman una base ortogonal en un espacio de Hilbert, dentro de estos se encuentra la familia de polinomios de Jacobi y su importancia se deriva de que estos últimos satisfacen muchas propiedades diferenciales. Los polinomios de Jacobi están inmersos en la Teoría de las Ecuaciones diferenciales, la Teoría de los Espacios de Hilbert, la Teoría de la aproximación de funciones y la Mecánica Cuántica. El objetivo de esta ponencia es mostrar algunas de las propiedades diferenciales más importantes de estos polinomios.

REFERENCIAS

[1] Chiara, T. S. (1978) *An Introducción to Orthogonal Polynomials*. Gordon and Breach,Science Publisher Inc., New York, EEUU.

[2] Lopez Lagomasino, G. and Pijeira, H. (2001) *Polinomios Ortogonales*. XIV Escuela Venezolana de Matemáticas, Mérida, Venezuela.

[3] MARCELLÁN, F. ,QUINTANA, Y. AND URIELES, A. (2013) *On the Pollard decomposition method applied to some Jacobi - Sobolev expansions.*Tübitak, Turkish Journal of Mathematics, Turquía.[fecha de consulta: 26 Junio 2013]. Disponible en: http://journals.tubitak.gov.tr/math/, doi:10.3906/mat-1208-29.

[4] SZEGÖ, G. (2001) *Orthogonal Polynomials.* American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, EEUU.

5.1. Ambientes de aprendizaje para favorecer el desarrollo de una cultura matemática

H. MINA V., S. VALBUENA D.

ONG Nurani, - Universidad del Atlántico, Barranquilla Colombia
mheidy46@gmail.com, soniavalbuena@hotmail.com

RESUMEN

Este trabajo se presentará un diseño e implementación de estrategias didácticas con el objetivo de propiciar ambientes de aprendizaje que favorezcan el desarrollo de una cultura matemática en donde los conceptos matemáticos se expresen a través de los hechos cotidianos.

El objetivo se materializa a través de la elaboración de un módulo, el cual presenta los conceptos matemáticos discriminados a traves de secciones con lecturas y aplicaciones. Las lecturas siguen una secuencia de ideas que exploran conceptos como el de precisión, correspondencia uno a uno, conjuntos, sistemas numéricos entre otros, con aplicaciones de estos en la vida diaria. El módulo explora y pretende fortalecer en el lector no sólo conocimientos de matemática, sino al mismo tiempo el significado de la justicia, disciplina, servicio, progreso entre otros. De esta manera el texto busca ayudar a los jóvenes a pensar también en la dimensión social.

Este trabajo, además se explora en la presentación de conceptos matemáticos vinculados a temas relativos de la formación integral de la persona, para ayudar a los participantes de la practica educativa al fortalecimiento de sus cualidades espirituales como parte de la educación integral que se necesita en los jóvenes y contribuir al mejoramiento de algunas actitudes hacia el área de las matemáticas.

REFERENCIAS

[1] ROLDAN, JAIRO, GUSTAVO CORREA.(2010) *Conjuntos y numeros*

[2] JACOB, BRONOWSKI(2010) *El Ascenso del Hombre escrito Editorial, Nuran*

[3] EDMUNDO GUTIERREZ (2007) *Desarrollo de conceptos y capacidades, Editorial Nurani*

Solución por MDF de la ecuación diferencial que modela el flujo de contaminantes de un acuífero

D. C. ROCA A., S. VALBUENA, D. D. URIELES M.

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
Universidad de la Costa Barranquilla, Colombia
dcroca@mail.uniatlantico.edu.co, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co
diegouri @hotmail.com

RESUMEN

Mediante el método de diferencias finitas, MDF, daremos una buena aproximación numérica de la solución de la ecuación diferencial parcial que modela el flujo de contaminantes de un acuífero. Para esto, discretizamos el dominio y usando las aproximaciones adecuadas a las derivadas parciales de la ecuación reescribiremos el problema como un sistema algebraico de ecuaciones.

Examinaremos la efectividad de esquemas de diferencias finitas como: Método explícito, Método implícito y Método de Crank-Nicolson para resolver el problema, analizando su consistencia, estabilidad y convergencia. El problema se implementa computacionalmente haciendo uso de software científico.

REFERENCIAS

[1] Alfonso Romero Baylón, Daniel Lovera Dávila.*Application of finite differences for pollutants flow in the Ayamonte Water Bearer*, Universidad Nacional Mayor de San Marcos (2005).

[2] Moysey Brio, Aramais Zakharian & Gary M. Webb. *Numerical Time-Dependent Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, C.K Chui, Stanford University, 2010.

[3] Richard A. Bernatz. *Fourier Series and Numerical Methods for Differential Equation*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2010.

[4] Zuazua, Enrique, *Métodos númericos de resolución de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Universidad Autonoma de Madrid, Spain, 2007.

5.2. El taller y los mapas conceptuales como estrategias metodológicas para posibilitar el aprendizaje significativo en la resolución de problemas en 9º

ELVIS GREGORIO SOLER MÁRQUEZ, JOHANA CARDONA DE ÁVILA, ALEX ALFONSO PARDO JIMENEZ

Universidad de la Costa CUC, Colombia

esoler1@cuc.edu.co, egsolerm@gmail.com

RESUMEN

Los problemas de aprendizaje en los estudiantes, específicamente, cuando se trata de plantear, a partir de un enunciado, ecuaciones para su posterior solución que concierne a ?problemas que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones simultáneas (2X2)? y que muy a pesar de tener un conocimiento acerca de los métodos de solución de dichos sistemas; se les dificulta plantear las ecuaciones, luego de leer una situación problema. Esto indica que hay un marcado distanciamiento entre la comprensión de lectura y la matematización de los enunciados. El estudiante no logra reconocer variables y las operaciones implícitas en el enunciado; por ende se le imposibilita plantear las ecuaciones respectivas, Entonces, ¿cómo se logrará un cambio conceptual en los dicentes que conlleve a la comprensión significativa y planteo de situaciones problémicas que se soluciones mediante sistemas de ecuaciones simultáneas (2X2)?. Al abordarse la problemática, la fundamentación pedagógica fue indispensable para presentar una alternativa de solución al problema evidenciado. Por ende, el constructivismo y, en especifico, la teoría del aprendizaje significativo expuesta por David Ausubel, sirvieron como soporte teórico ? conceptual a la propuesta pedagógica planteada. EXPRESANDOME COMPRENDO MI ENTORNO Y RESUELVO PROBLEMAS es una propuesta pedagógica fundamentada en los talleres como herramienta metodológica posibilitadora de aprendizajes significativos en los discentes. De igual forma se hace uso de los mapas

conceptuales como medio productor de procesos cognitivos. Se denota también la intención de reconocer en las matemáticas un lenguaje capaz de permitir al educando comprender y explicar mejor su entorno y las relaciones que este se desarrollan. Entre las conclusiones obtenidas luego de la implementación de la propuesta pedagógica se puede destacar que La utilización de talleres que propician la actividad del educando y centren el proceso de enseñanza, favorecen el aprendizaje significativo, la implementación de mapas conceptuales permite que el estudiante interiorice, comprenda y exprese sus ideas a partir de un enunciado o situación problémica

REFERENCIAS

[1] AUSUBEL D. F. (1973) *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo.* México. Trillas.

[2] AZCÁRATE, C. y DEULOFEU, J. (1990) *Funciones y Gráficas*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Ed. Síntesis. Madrid.

5.3. Estudio numérico de la propagación de ondas electromagnéticas 2-D por FDTD

THERAN S. L[1], ALVAREZ D. R.[1], VALBUENA D. S.[2], RACEDO N. F.[3]

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

fran@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

En este trabajo se presenta una simulación en Matlab de la propagación de ondas electromagnéticas en un dominio bidimensional. Para esto se tomaron las ecuaciones rotacionales de Maxwell, que describen la evolución en el tiempo y en el espacio de los campos eléctricos y magnéticos. Estas ecuaciones fueron discretizadas usando la celda elemental de Yee para el espacio y el algoritmo Leapfrog para el tiempo, con esto se obtuvo un sistema de ecuaciones en diferencias finitas de las cuales es necesario analizar los criterios de convergencia, consistencia y estabilidad que surgen de aproximar la ecuación diferencial, así se logra una mayor precisión que con otros métodos numéricos. Como se trabaja con un problema de evolución en el tiempo con dominios no acotados se introdujo las Absorbing Boundary Condition (ABC) para evitar reflexiones en la frontera del dominio debido a las limitaciones computacionales. De esta manera se permite analizar situaciones de difícil estudio.

REFERENCIAS

[1] A. Taflove, S. Hagness (2005) *Computational Electrodynamic the finite-difference time-domain method.* Artech House,Boston, London.

[2] Dennis M. Sullivan (2000) "Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method". *IEEE PRESS.*

5.4. Problema parabólico con coeficiente de difusión discontinuo

L. DEL VALLE N, S. VALBUENA D.

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

luja97@hotmail.com, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

El presente trabajo soluciona de manera numérica un módelo de una ecuación de difusión, el cual es un problema de tipo parabólico con coeficiente de difusión discontinuo de la forma:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - div(k(x)\nabla u) = f(x,t), & \text{en} \quad \Omega_1 \cup \Omega_2 \times (0,T), \\ u(x,t) = 0 & \text{en} \quad \partial\Omega \times (0,T) \\ u(x,0) = u^0(x) & \text{en} \quad \Omega, \\ u_1 = u_2 & \text{en} \quad \Gamma \times (0,T), \\ -k_1 \nabla u_1 \cdot n_1 = k_2 \nabla u_2 \cdot n_2 & \text{en} \quad \Gamma \times (0,T) \end{cases}$$

En el que se considera un dominio abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ Lipschitz, poligonal y acotado con borde $\partial\Omega$ y $[0,T]$ un intervalo de tiempo dado, siendo la interfaz Γ la curva poligonal que separa Ω_1 de Ω_2, definida por $\Gamma = \overline{\Omega}_1 \cap \overline{\Omega}_2$ y cuya solución al problema es una función $u : \overline{\Omega} \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$.

Dado que los coeficientes de difusión son de diferente orden de magnitud , se crea dificultades para resolver este módelo en forma analítica, es por ello que se aplica el método de elementos finítos para resolverlo.

REFERENCIAS

[1] Claes Johnson, R. (1987) *Numerical solution of partial differential equations by the finite element method.* Cambrige University Press, EEUU.

[2] D.Braess (2001)*Finite Elements.*Cambrige University Press, EEUU.

[3] P.g. Ciarlet (1978)*The Finite Element method for elliptic problems.*North-Holland Publidhing Company, AmsterdamCambrige University Press, EEUU.

5.5. Reorientación del currículo de matemáticas con el objeto de incrementar la calidad en el área en el departamento del Atlántico

M. MADURO S., E. OROZCO B., S. VALBUENA D.

Institución Fernando Hoyos Ripoll (Sabanalarga),
Esp.Didáctica de la Matemática- Universidad del Atlántico
marguydejesus@hotmail.com,
soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

En 1968 el estado colombiano crea el ICFES y con él, el Servicio Nacional de Prueba (SNP) con el objetivo de servir de instrumento a las universidades nacionales, para seleccionar a los estudiantes que aspiraban a ingresar a ellas. A partir del año 2005, amplió su propósito y se convierte en un INDICADOR DE CALIDAD, en la medida que el análisis de sus resultados es utilizado para apoyar los procesos de autoevaluación y mejoramiento de las instituciones escolares.

Los resultados obtenidos por los estudiantes entre los años 2000 y 2012 en estas pruebas, muestran un panorama desalentador, lo que es reafirmado en pruebas internacionales para Colombia (Timss, Pisa, Serse). Divulgandose por diferentes medios la lamentable conclusión: LA EDUCACIÓN EN COLOMBIA ESTÁ EN CRISIS. Los resultados obtenidos por los estudiantes desde el año 2005 al 2012, en el Área de Matemáticas en el Departamento del Atlántico se encuentran promedios oscilando entre 40 y 44 puntos, los que se concentran por debajo de la media nacional. Resaltandose que éstos son más bajos en los colegios oficiales. Este trabajo propondrá una REORIENTACIÓN DEL CURRÍCULO DEL ÁREA MATEMÁTICAS EN EL DEPARTAMENTO DEL ATLÁNTICO, en aspectos como plan de estudio, cualificación docente y evaluación, con el objetivo de mejorar las competencias

matemáticas de los estudiantes y por consiguiente sus resultados en las pruebas nacionales e internacionales. Con este trabajo también se generará un curso de formación para docentes con el fin de cualificarlos en cuanto a la elaboración de este tipo de pruebas, tanto nacionales e internacionales, además de banco de preguntas de apoyo a las instituciones educativas del Departamento

REFERENCIAS

[1] ICFES (2012) *http://www.icfes.gov.co/resultados/saber-11-resultados/13-saber-11/26-resultados-historicos-saber-11.*

[2] ICFES (2012) http://www.icfes.gov.co/investigacion/ evaluaciones-internacionales.

[3] REV.DINERO(2012) http://www.dinero.com/edicion-impresa/caratula/articulo/ranking-completo/16513.

[4] MEN(2012)Periódico Altablero N°55. Febrero?Marzo de 2010 MEN http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-241789.html

5.6. Optimización de parámetros para el modeladode un problema de difusión del calor

BABILONIA P. O.[1], ALVAREZ D. R.[1], VALBUENA D. S.[2], RACEDO N. F.[3]

[1] *Est. de Física - Universidad del Atlántico.* [2] *Universidad del Atlantico, Universidad de la Costa.* [3] *Grupo GEOEL, Universidad del Atlántico.*

E-mail Address:fran@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

En este trabajo se propone un método de optimización basado en el método de Newton, el cual consiste en reducir el error de ajuste entre un modelo planteado y los datos experimentales de cierto fenómeno descrito por una ecuación diferencial parcial (EDP). El método se aplicó para estimar el cambio de distribución de temperatura en un cuerpo a partir de datos sintéticos, el modelo ideal de este fenómeno está dado por la ecuación de difusión del calor, a esta ecuación se le introducen un conjunto de parámetros los cuales se fueron cambiando con ayuda del método de tal manera que se encontraran los parámetros óptimos. Para solucionar la EDP se hizo uso del esquema de Crank-Nicholson del método de diferencias finitas, se tuvo en cuenta los criterios de convergencia, estabilidad, consistencia y exactitud. Finalmente se realizó un análisis de los resultados obtenidos.

REFERENCIAS

[1] Strikwerda, J. (2007) *Finite difference schemes and partial differential equations.* Society for Industrial and Applied Mathematics.

[2] Dennis, J. E., Schnabel, R. B. (1987). *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations.* Society for Industrial and Applied Mathematics.

[3] Brodkey, Robert S., and Harry C. Hershey. (2003). *Transport Phenomena, Volume 2: A Unified Aprroach.* Vol. 2. Brodkey publishing.

5.7. Bifurcaciones en el metro metálico

BORIS REYES CASIANNI, JOHAN OSORIO ROMERO, JORGE ROBINSON EVILLA

Universidad del Atlántico.

b-reye@hotmail.com, jmanuelosorio@mail.uniatlantico.edu.co,

jorge.is.robinson@gmail.com

RESUMEN

Se tomará un metro metálico asiéndolo por la cinta con los dedos. Si la porción entre los dedos es pequeña, este permanece en posición vertical independientemente que sea fuertemente sacudido. Luego se empieza a desenrrollar el metro, dejando que se deslice lentamente entre los dedos. En un cierto punto, el metro de repente se desvía hacia un lado, por lo general, por la parte cóncava, formando un ángulo con la vertical. Esto significa que la posición vertical ya no es estable y se ha cruzado un punto de bifurcación. Si se continúa desenrrollando el metro, únicamente se puede observar un incremento en la deflexión.
Después, muy lentamente, se tratará de regresar a la posición original, en la cuál el metro estaba inicialmente. El ángulo disminuye lentamente y en cierto punto, repentinamente vuelve a su posición vertical. Esta posición mas o menos corresponde a un punto crítico.

Para entender completamente el fenómeno, se desenrrolla de nuevo el metro y se gira hacia el lado convexo para verificar que hay otra configuración estable. Si se enrolla lentamente el metro, se puede identificar el otro punto crítico, el cuál debido a la asimetría del metro metálico, está caracterizado por diferentes valores de ángulo y longitud desenrrollada.
Se desea construir un sistema de ecuaciones diferenciales que modele este sistema mecánico y se obtendrán soluciones aproximadas del sistema.

REFERENCIAS

[1] Bellomo, N. Preziosi, L. Romano, A. *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica*. Birkhauser.

[2] Stephen Lynch. *Dynamical Systems with applications using Matlab*. Birkhauser.

[3] Jordan, D. W. Smith, P. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Oxford University Press..

5.8. Sobre conjuntos S_h de vectores binarios y códigos lineales

ESTEFANNY RUIZ GONZÁLEZ, KARINA GARCÍA A.

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia
tefypaoruiz@hotmail.com, karguelles@uninorte.edu.co

RESUMEN

Un subconjunto $\mathcal{A}$ de un grupo conmutativo G notado aditivamente, es un conjunto S_h en G si todas las sumas de h elementos distintos de $\mathcal{A}$, omitiendo las permutaciones de los sumandos, determinan elementos diferentes de G.
En este trabajo se mostrará una relación entre conjuntos S_h en F_2^r y códigos binarios lineales y se utilizará el programa SAGE para la implementación de los resultados.

REFERENCIAS

[1] R. Hill. (1986). *A First Course in Coding Theory*. Clarendon Press.
[1] Carlos Gomez - Carlos Trujillo. (2011). " Sobre Conjuntos S_h de Vectores Binarios y Códigos Lineales ".
[1] Shannon C. E.. (1948). *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Tech. J. 27. 379-423, 623-656.
[1] E. R. Berlekamp . (1984). *Algebraic Coding Theory* . Aegean Park Press.
[1] J. Justeson And T. Hoholdt. (2004). *A Course in Error- Correcting Codes*. European Mathematical Society.
[1] S. Lin And D.J. Costello JR. (2004). *Error Control Coding*. Pearson Education International.

5.9. Modelado del movimiento de un aeroplano como un cuerpo rígido

MARÍA ANGÉLICA SERGE, JORGE RODRÍGUEZ CONTRERAS

Universidad del Atlántico Barranquilla, colombia
mariangel3123@hotmail.com,
jorgelrodriguezc@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

Los aeroplanos se han convertido en una respuesta rápida, segura y económica a las necesidades de transporte del mundo. El movimiento de un aeroplano está sujeto a principios aerodinámicos y a movimientos de ondulación, cabeceo y rotación. Se construirá un sistema de ecuaciones diferenciales cuya solución describa el movimiento del avión y se hallará y modelará un conjunto de soluciones.

En alguna situaciones los aeroplanos pueden ser modelados como cuerpos rígidos, o en otras palabras, pueden someterse a movimiento de cuerpo rígido. Se considerará un sistema de coordenadas para cada partícula del aeroplano de acuerdo a la geometría del sistema pero no a su distribución de masas.
Cuando nos referimos al aeroplano teniendo en cuenta el sistema de coordenadas construido sobre él, debemos considerar la rotación alrededor del eje X, que se llamará el movimiento ondulante; también debemos considerar el movimiento de rotación alrededor del eje Y, que describe el movimiento de cabeceo, y por último, la rotación alrededor del eje Z, que describe el movimiento de rotación. La velocidad de cada punto P del aeroplano está descrita en función de un vector compuesto por las velocidades del movimiento ondulante, el movimiento de cabeceo y el movimiento de rotación. Se considerarán además los efectos aerodinámicos tales como presión, área de contacto y los coeficientes aerodinámicos de los componentes

axial, normal y lateral de la fuerza. Se sabe que el aeroplano está sujeto a los empujes del motor, los cuáles están relacionados con su localización geométrica y las características del motor. Se obtendrá un sistema dinámico cuyas soluciones describen el comportamiento del aeroplano. Se obtendrán aproximaciones a su solución usando métodos numéricos. También se construirá un modelo numérico, a partir de los sistemas dinámicos y soluciones obtenidas, que describa el movimiento del aeroplano.

REFERENCIAS

[1] Bellomo, N. Preziosi, L. Romano, A. *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica*. Birkhauser.

[2] Jordan, D. W. Smith, P. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Oxford University Press..

5.10. El péndulo compuesto

LUIS SIADO, JESÚS DE LA VEGA, JORGE ROBINSON EVILLA

Universidad del Atlántico Barranquilla, Colombia

siadoluis88@hotmail.com, jesusdavid0722@hotmail.com,

jorge.is.robinson@gmail.com

RESUMEN

Un péndulo compuesto es un cuerpo rígido pesado forzado a rotar alrededor de un eje horizontal Z, el cuál se denomina eje de suspensión. Sea O la proyeción ortogonal del centro de masa G de S sobre Z. Sea h la distancia de G a O, y sea ϕ el ángulo entre OG y la línea vertical hacia abajo que parte de O, la cuál se elige como el eje X.
En el caso sin fricción y bajo el supuesto de que la única fuerza efectiva que actúa sobre S es su peso, es posible calcular el momento de las fuerzas activas M_0 y el momento de inercia I_Z de S con respecto al eje Z.

Para construir las ecuaciones que determinan el comportamiento del sistema no es necesario introducir ningún sistema de rotación para el cuerpo. En este caso, el movimiento del péndulo compuesto es similar al del péndulo simple. El péndulo se sujetará por dos bisagras esfrícas y en el caso sin fricción, estas no ejercerán ningún momento de reacción, solo ejercerán fuerzas.

Se busca obtener la solución del sistema dinámico que modela el movimiento del péndulo compuesto y usando métodos numéricos describir el movimiento en tiempo real para un péndulo con masa, momentos de inercia y momentos angulares dados.

REFERENCIAS

[1] Bellomo, N. Preziosi, L. Romano, A. *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica*. Birkhauser.

[2] Stephen Lynch. *Dynamical Systems with applications using Matlab*. Birkhauser.

[3] Jordan, D. W. Smith, P. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Oxford University Press..

5.11. Fortalecimiento del pensamiento lógico matemático a través de resolución de problemas

I.P. SANTIAGO H., K.J. VÁZQUEZ S., E. C. GAMARRA G., S. VALBUENA D.

Esp.Didáctica de la Matemática- Universidad del Atlántico

karol.vasquez@gmail.com,

soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

Con el objetivo de contribuir en potencializar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de primer semestre de carreras universitarias de programas de no- matemáticos y por consiguiente en el mejoramiento de la calidad de la educación superior. Este trabajo plantea estrategias didácticas que buscan desarrollar y potenciar este pensamiento a través de la resolución de problemas, para ello se seleccionó el tema de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. En este trabajo también se muestran y analizan aspectos relevantes que muestran una relación importante entre el alto índice de reprobación de los estudiantes en cursos de matemáticas y las razones de ello. Además se analiza el poco interés que tienen un número considerable de estudiantes por el estudio de esta rama de las ciencias, detectándose que no ven su aplicación, ni el objetivo de tener que cursarla; y como una consecuencia de esto tienden a desvincularse de ésta, orientándose por carreras profesionales lejanas al área.

Este trabajo tomó en consideración elementos importantes para explorar y aprovechar el potencial para trabajar situaciones problemas haciendo uso de recursos visuales y objetos físicos, pretendiendo desarrollar habilidades cognitivas del discente y mejorar la interpretación matemática de las diversas situaciones problema, buscando además contribuir en la

superación de dificultades en la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje algebráico.

REFERENCIAS

[1] POLYA, G (1972) *Como Plantear y Resolver Problemas. México. Editorial Trillas. POZO, J.l. .*

[2] PSICO (2012) http://www.psicothema.com/pdf/1029.pdf

[3] CIMM(2012)
http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiiiciaem/xiiiciaem/paper/viewFile/790/120

[4] EL TIEMPO(2012)http://m.eltiempo.com/vida-de-hoy/educacion/resultados-de-los-estudiantes-universitarios-en-las-pruebas-saber-pro/11361241