# UNIVERSIDAD DEL ATLANTICO

Universidad del Atlántico

# XV ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS EIMAT 2019

# Resúmenes de ponencias 2019


## Comité Organizador

Programa de Matemáticas.



**Barranquilla, Noviembre 12 al 15 de 2019**

MEMORIAS XV ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS

EIMAT-2019

Volumen 9 Nro. 1 Año 2019

ISSN: 2346-1594

DECANO FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

ALBERTO MORENO ROSSI

COORD DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS UAC

ALEJANDRO VILLARREAL DAZA

GESTOR DEPARTAMENTO DE CIANCIAS BÁSICAS UAC

JAVIER JARAMILLO.

**ÍNDICE GENERAL**

# INFORMACIÓN GENERAL

## PRESENTACIÓN

El Encuentro Internacional de Matemáticas, EIMAT es un evento académico que se ha realizado desde 2004, teniendo como sede la Universidad del Atlántico. Este encuentro tiene un sentido amplio y está dirigido a la comunidad de docentes de Matemáticas, desde la educación básica, media y universitaria, con la participación de investigadores regionales, nacionales e internacionales.

## OBJETIVOS

($i$) Divulgar los trabajos matemáticos de los investigadores nacionales e internacionales participantes.

($ii$) Contribuir a la actualización de matemáticos, físicos, Ingenieros y profesores de matemática tanto universitarios como de básica y media.

($iii$) Abrir un espacio para el diálogo entre profesores universitarios y docentes de educación básica y media.

## ORGANIZADORES

Universidad del Atlántico, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Matemáticas.

## COMITÉ ORGANIZADOR

Presidente: Jorge Rodríguez Contreras

Coordinador General: Alejandro Villareal & Gabriel Vergara

## COMITÉ DE APOYO

Personal Departamento de Matemáticas, Universidad del Atlántico

- Margarita Gary
- Adolfo Pimienta
- Alberto Reyes
- Juliana Vargas
- Jorge Robinson Evilla
- Harold Gamero
- Yesneri Zuleta
- Tovias Castro
- Gabriel Vergara
- Kenedy Hurtado
- Edwin Bolaño
- Boris Lora
- Angélica Arroyo
- Lesly Salas
- Julio Romero
- Alfredo Roa
- Isaias Beleño

Profesores del facultad de ciencias básicas universidad Autónoma del Caribe

- Javier Jaramillo

## Introducción a la dualidad de Grupos

**Francisco Javier Trigos Arrieta**
California State University, Bakersfield
Department of Mathematics *jtrigos@csub.edu*

# Resumen

Presentamos una introducción al teorema de Pontryagin-Van Kampen sobre la dualidad de grupos localmente compactos y abelianos. Presentamos algunos ejemplos.

# Capítulo I

## ANÁLISIS Y TOPOLOGÍA

En esta sección presentamos los títulos y resumenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participarón en la línea de investigación de Análisis y Topología.

## 1.1. BASES DE RIESZ EN ESPACIOS DE MÉTRICAS INDEFINIDA

**Osmin Ferrer V**

**Diego Carrillo C**

**Arnaldo De La Barrera C**

Universidad de Sucre

Corporación Universitaria del Caribe

Universidad de Pamplona.

*osmin.ferrer@unisucre.edu.co*

*diego.carrillo@cecar.edu.co*

*abarrera1994@gmail.com*

## Resumen

Investigamos y garantizamos la existencia de Bases de Riesz para los espacios de Krein con respecto a una descomposición fundamental. Se estudian algunas propiedades de Bases de Riesz para los espacios de Krein teniendo en cuenta la invarianza de un operador asociado a la Base de Riesz y su adjunto en el espacio definido positivo de la descomposición. También a partir de dos bases de Riesz correspondientes a dos subespacios de Hilbert, se construye una Base de Riesz para un espacio de Krein que los contiene.

### Referencias

[1] T. Azizov, I. Iokhvidov, Linear operators in spaces with an indefinite metric, Pure and Applied Mathematics, John Wiley and Sons Ltd, Chichester, (1989).

[2] J. Bognar, Indefinite inner product spaces, Ergebnisse der Mathematik und Ihrer Grenzgebiete, Band 78, Springer-Verlag, New York, (1974).

[3] R. Young, *An introduction to nonharmonic Fourier series.* Academic Press, Nueva York, 1980.

[4] A. Berlinet, C. Thomas-Agnan, Reproducing Kernel Hilbert Spaces in Probability ans Statistics, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, (2004).

[5] H. Dym, J Contractive Matrix Functions, Reproducing Kernel Hilbert Spaces and Interpolation, Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC, (1989).

[6] K. Yao, Applications of reproducing kernel Hilbert spaces, bandlimited signal models, Inf. Control 11 (1967) 429-444.

[7] S. Bergman *The Kernel Function and Conformal Mapping*, American Mathematical Society, (1950, 1970).

[8] K. Esmeral, O. Ferrer, E. Wagner, Frames in Krein spaces arising from a non-regular W-metric, Banach J. Math. Anal. 9 (2015), 1-16.

[9] C. Heil, *A basis theory primer.* Expanded Edition, Birkhauser, Boston, 2011.

[10] Escobar, G., Esmeral, K. y Ferrer O. *Construction, and coupling of frames in Hilbert spaces with W-metrics*, Revista Integración, Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, 2015.

[11] Esmeral, K., Ferrer, O. y Lora, B. *Dual and Similar Frames in Krein Spaces*, I. J. Math. Anal.10(2016), no. 19, 932?952.

## 1.2. ACCIONES PARCIALES Y $C^*$-ÁLGEBRAS

**Edwar Ramírez**

**Héctor Pinedo**

Universidad Industrial de Santander.

*edwar2188186@correo.uis.edu.co*

# Resumen

Sea $X$ un espacio topológico localmente compacto Hausdorff (LCH), es posible dotar de manera natural a $C_0(X)$ una estructura de $C^*$-Álgebra conmutativa. Recíprocamente, dada una $C^*$-Álgebra conmutativa $A$, es posible definir un espacio topológico localmente compacto Hausdorff $\Omega(A)$ de tal manera que $\Omega(C_0(X)) \cong X$ como espacios topológicos y $C_0(\Omega(A)) \cong A$ como $C^*$-Álgebras. Además tenemos los siguientes funtores

| | | |
|---|---|---|
| Espacios topológicos LCH con funciones continuas propias. | $\xleftarrow{\Omega}$ $\xrightarrow{C_0}$ | $C^*$-Álgebras conmutativas con $*$-homomorfismos no-degenerados. |

El par $(C_0, \Omega)$ es de hecho una dualidad categórica, es decir, la teoría de los espacios topológicos LCH se puede "traducir" en la teoría de las $C^*$-Álgebras conmutativas y viceversa. Las $C^*$-Álgebras conmutativas son análogos de los espacios topológicos LCH, entre estos espacios se encuentran por ejemplo los espacios Euclideos $n$-dimensionales, la esfera de Riemann, etc. Entonces, a modo de extender el concepto de espacio, las $C^*$-Álgebras no conmutativas pueden ser vistas como una generalización de los espacios topológicos localmente compactos Hausdorff, la forma de proceder en el estudio de tales objetos es a través de la traducción presentada anteriormente. Por ejemplo, los abiertos se traducen en ideales cerrados, las funciones continuas propias se traducen en $*$-homomorfismos no-degenerados. En particular, los puntos se traducen en caracteres, por lo tanto, definimos punto en la $C^*$-Álgebra, o mas bien, sus objeto dual (*topología no conmutativa*) como un carácter de $A$, naturalmente existen $C^*$-Álgebras

sin caracteres, de ahí, el objeto asociado podría no tener puntos, tales objetos también son llamados *topologías sin puntos* o *espacios cuánticos*,ç esta es la principal propuesta de la geometría no conmutativa.

En esta charla veremos que es posible traducir un sistema dinámico parcial LCH a un $C^*$-sistema dinámico parcial, esto con el fin de obtener productos cruzados [1] y [2].

$$(X, G, \{U_g\}_{g\in G}, \{\alpha_g\}_{g\in G})[r]C_0(X) \rtimes_\theta G$$

En este sentido se podría pensar en un sistema dinámico parcial LCH como un caso particular de una topología no conmutativa cuando el producto cruzado "subyacente" sea no conmutativo.

## Referencias

[1] Fernando Abadie. *Sobre ecuaciones Parciais, Fibrados de Fell, e Grupóides. PhD thesis*, Universidade de Sao Paulo, September 1999.

[2] Fernando Abadie. *On partial actions and groupoids*, Proc. Amer. Math. Soc.

[3] R. Exel. *Partial Dynamical Systems, Fell Bundles and Applications*, volume 224 of Mathematical Surveys and Monographs Series. American Mathematical Society, Providence, R.I., 2017.

## 1.3. SOBRE COPIAS DE $c_0(\Gamma)$ EN UN ESPACIO DE MEDIDAS VECTORIALES

**Jesus Fernando Carreño Díaz**

Universidad Industrial de Santander.

*jesuscarreno1994@gmail.com*

### Resumen

En esta charla estudiaremos copias de $c_0(\Gamma)$ en un espacio de Banach de medidas vectoriales.

Para $\Gamma$ un conjunto, denotaremos por $\ell_\infty$ el espacio de Banach de todas las familias $(a_\gamma)_{\gamma\in\Gamma}$ acotadas, dotados con la norma del supremo. Además, $c_0(\Gamma)$ representa el subespacio cerrado de $\ell_\infty(\Gamma)$ que consta de todas las familias $(a_\gamma)_{\gamma\in\Gamma}$ tal que para cada $\varepsilon > 0$ el conjunto $\{\gamma \in \Gamma : |a_\gamma| \geq \varepsilon\}$ es finito. En el caso donde $\Gamma$ sea contable, estos espacios se denotan por $\ell_\infty$ y $c_0$, respectivamente. Si $X$ e $Y$ son espacios de Banach, escribimos $X \hookrightarrow Y$ si $Y$ contiene copia de $X$, es decir, $Y$ tiene un subespacio isomorfo a $X$. Otras definiciones y notaciones usadas pueden ser encontradas en [1],[2],[3].

Sean $(\Omega, \Sigma)$ un espacio de medida y $(X, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach. Si $\mu\colon \Sigma \to X$ es una medida vectorial y $E \in \Sigma$, definimos la variación de $\mu$ sobre $E$ por

$$|\mu|(E) = \sup\left\{\sum_{A\in\Pi} \|\mu(A)\| \,:\, \Pi \text{ es una } \Sigma\text{-partición de } E\right\}.$$

Diremos que $\mu$ es de variación acotada si $|\mu|(E) < \infty$ para todo $E \in \Sigma$. El conjunto $ba(\Sigma, X)$ denota el espacio de Banach de todas las medidas vectoriales con valores en $X$ de variación acotada, dotado con la norma de variación que se define por $\|\mu\|_{ba} = |\mu|(\Omega)$ para $\mu \in ba(\Sigma, X)$.

Si $\Omega$ es un espacio localmente compacto Hausdorff, la $\sigma$-álgebra de Borel de $\Omega$ es denotada por $\mathcal{B}_\Omega$. Una medida vectorial $\mu\colon \mathcal{B}_\Omega \to X$ es llamada regular si para cada $E \in \mathcal{B}_\Omega$ y $\varepsilon > 0$, existen un conjunto compacto $C$ y un conjunto abierto $U$ en $\Omega$ tal que $C \subset E \subset U$ y $|\mu|(U \setminus C) < \varepsilon$.

Denotaremos por $M(\Omega, X)$ el espacio de todas las medidas $\sigma$-aditivas, regulares y de variación acotada con valores en $X$, definidas sobre $\mathcal{B}_\Omega$, dotado con la norma de variación $\|\cdot\|_{ba} := \|\cdot\|_M$.

En esta presentación nosotros consideraremos el problema de determinar cuando $M(\Omega, X)$ contiene un copia de $c_0(\Gamma)$. En [?] se probó que si $X$ no contiene copia de $c_0$, entonces

$$c_0 \hookrightarrow M(\Omega, X) \iff \ell_\infty \hookrightarrow M(\Omega, X).$$

El objetivo de la charla es demostrar que el teorema anterior también es válido para $c_0(\Gamma)$. Para ello, nos proponemos presentar los siguientes resultados:

**Proposición 1.** Sea $X$ un espacio de Banach que no contiene copia de $c_0(\Gamma)$. Si $T\colon c_0(\Gamma) \to M(\Omega, X)$ es un operador lineal acotado, entonces existe un operador lineal $\tilde{T}\colon \ell_\infty \to M(\Omega, X)$ tal que $\tilde{T}|_{c_0(\Gamma)} = T$ y $\|\tilde{T}\| = \|T\|$.

**Corolario 2.** Sea $X$ un espacio de Banach que no contiene copia de $c_0(\Gamma)$. Tenemos que

$$c_0(\Gamma) \hookrightarrow M(\Omega, X) \iff \ell_\infty(\Gamma) \hookrightarrow M(\Omega, X).$$

**Corolario 3.** Sea $X$ un espacio de Banach. Entonces $M(\Omega, X)$ contiene copia de $c_0(\Gamma)$ si, y solo si, se satisface una de las siguientes dos condiciones:

1. $X$ contiene copia de $c_0(\Gamma)$, o
2. $M(\Omega, X)$ contiene copia de $\ell_\infty(\Gamma)$.

## Referencias

[1] ALBIAC, F. AND KALTON, N. J. - *Topics in Banach space theory. Graduate Texts in Mathematics*, 233. Springer, New York, 2006.

[2] BANACH, S. - *Théorie des opérations linéaires,* Monografie Matematyczne, Warsaw, 1933.

[3] LACEY, H. E. - *The isometrical theory of classical Banach spaces*, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1974.

[4] PICÓN, A. AND PIÑERO, C. *Vector measure Banach spaces containing a complemented copy of* $c_0$. Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), 2893-2898.

[5] ROSENTHAL, H. P. On relatively disjoint families of measures, with some applications to Banach space theory, *Studia Math.* **37** (1970), 13-36.

## 1.4. REGULARITY AND STRONG STABILITY OF A THERMOELASTIC PLATE-MEMBRANE TRANSMISSION PROBLEM

**Jonathan González Ospino**

**Bienvenido Barraza Martínez**

**Jairo Hernández Monzón**

Universidad del Norte.

*gjonathan@uninorte.edu.co*

*bbarraza@uninorte.edu.co*

*jahernan@uninorte.edu.co*

### Resumen

In this talk we will consider a transmission problem for a system of a damped or undamped thermoelastic plate, with (or without) rotational inertia term, coupled with a damped or undamped membrane. We will prove the well-posedness of the problem and that the solution is regular enough in the space variables such that the boundary and transmission conditions in the problem hold in the strong sense of the traces. Moreover, we will show the strong stability of the system if the membrane is damped. These results complement those obtained in [1]. The Kirchhoff model for the thermoelastic plate was taked from [2].

**Referencias**

[1] Barraza Martínez, B., Denk, R., Hernández Monzón, J., Kammerlander, F. and Nendel, M. (2019) “Regularity and asymptotic behavior for a damped plate-membrane transmission problem”. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* V. 474, 1082–1103.

[2] LAGNESE, J. E. AND LIONS, J. L. (1988) *Modelling analysis and control of thin plates.* Recherches en mathématiques appliquées, Masson.

## 1.5. ESTUDIO DE NOCIONES TOPOLÓGICAS A TRAVÉS DE FUNCIONES $\Lambda_I^s$-CONTRA-CONTINUAS

**Carlos Granados**

**José Sanabria**

Universidad del Atlántico

Universidad de Sucre.

*carlosgranadosortiz@outlook.es*

*jesanabri@gmail.com*

## Resumen

La noción de conjunto $\Lambda_I^s$-cerrado fue introducida por Sanabria, Rosas y Carpintero en [1]. Este trabajo está motivado por un estudio realizado en 2015, en el que se establecieron las propiedades de variantes de continuidad descritas mediante complementos de los conjuntos $\Lambda_I^s$-cerrados [2]. Nuestro objetivo es formular variantes de funciones contra-continuas descritas en términos de conjuntos $\Lambda_I^s$-cerrados y analizar el comportamiento de algunas modificaciones de conexidad y axiomas de separación bajo imágenes directas e inversas de dichas funciones [3].

### Referencias

[1] J. Sanabria, E. Rosas y C. Carpintero, *On $\Lambda_I^s$-sets and the related notions in ideal topological spaces*, Math. Slovaca, 63(6) (2013), 1403–1411.

[2] J. Sanabria, E. Acosta, E. Rosas y C. Carpintero, *Continuity via $\Lambda_I^s$-open sets*, Cubo, 16(1) (2015), 75–84.

[3] J. Sanabria, C. Granados, E. Rosas y C. Carpintero, *On contra-continuity using $\Lambda_I^s$-closed sets*, Preprint (2019).

## 1.6. $S$-$\mathcal{I}$-CONVERGENCIA DE REDES

**Andrés Guevara**

**José Sanabria**

Universidad del Atlántico

Universidad de Sucre.

*adguevara35@misena.edu.com*

*jesanabri@gmail.com*

## Resumen

La teoría de ideales sobre un espacio topológico [2] ha sido utilizada para generalizar muchas propiedades en Topología General. En particular, Lahiri y Das [1] emplearon ideales sobre el conjunto $\mathbb{N}$ de los enteros positivos para introducir la noción de $\mathcal{I}$-convergencia de redes, como una generalización de la convergencia de redes. En este trabajo, usamos la noción de conjunto semi-abierto debida a Levine [3] y la teoría de ideales sobre un espacio topológico para introducir y estudiar la noción de $S$-$\mathcal{I}$-convergencia de redes. Dado un conjunto dirigido $(D, \geq)$ y un ideal $\mathcal{I}$ no trivial de subconjuntos de $D$, decimos que una red $\{x_\alpha : \alpha \in D\}$ en un espacio topológico $(X, \tau)$ es $S$-$\mathcal{I}$-convergente a un punto $x_0 \in X$ si para cualquier conjunto semi-abierto $U$ que contiene a $x_0$, $\{\alpha \in D : x_\alpha \notin U\} \in \mathcal{I}$. Especificamente, examinamos cuales son las propiedades básicas de esta noción.

### Referencias

[1] Kuratowski K. (1933) "Topologie I". *Monografie Matematyczne tom 3, PWN-Polish Scientific Publishers, Warszawa.*

[2] Lahiri B. K. and Das P. (2007/2008) "$\mathcal{I}$ and $\mathcal{I}^*$-convergence of nets". *Real Anal. Exchange* Vol. 33, 431–442.

[3] Levine N. (1963) “Semi-open sets and semi-continuity in topological spaces”. *Amer. Math. Monthly* Vol. 70, 36–41.

## 1.7. MULTIPLICADORES Y OPERADOR MULTIPLICACIÓN EN ALGUNOS ESPACIOS DE FUNCIONES

**Héctor Camilo Chaparro Gutiérrez**

Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá.

*hector.chaparro@unimilitar.edu.co*

## Resumen

El operador multiplicación, definido de manera informal como la multiplicación por una función medible, es una transformación muy estudiada. Este operador recibió considerable atención en las últimas décadas. Los operadores de multiplicación generalizan la noción de operador dado por una matriz diagonal. Más precisamente, uno de los resultados de la teoría de operadores es un teorema espectral, que establece que cada operador autoadjunto en un espacio de Hilbert es equivalente unitariamente a un operador de multiplicación en un espacio $L_2$ (ver p.ej. [9]). Existen varios artículos en los cuales se ha estudiado este operador,

- en espacios $L_p$ [10], [12],
- en espacios de Lorentz [1],
- en espacios de Orlicz-Lorentz [6],
- en espacios de Lebesgue de normas mixtas [8]

- es espacios de variación acotada [2], [3],

entre otros.

Un problema relacionado consiste en hallar el conjunto de multiplicadores entre dos espacios de funciones. Una función $g$ se dice que es un multiplicador de $X$ a $Y$, si el producto $fg$ pertenece a $Y$ para cada $f \in X$. Se ha estudiado el conjunto de multiplicadores

- en diversos espacios de funciones [11],
- en espacios de funciones acotadas, contínuas y de Darboux [4],
- en espacios de variación acotada [5], [7],

En esta charla, estudiaremos el operador multiplicación y el conjunto de multiplicadores de los espacios mencionados anteriormente, exponiendo algunos problemas abiertos.

### Referencias

[1] S.C. Arora, G. Datt, and S. Verma, *Multiplication operators on Lorentz spaces*, Indian J. Math. **48** (2006), no. 3, 317–329.

[2] F.R. Astudillo-Villalba and J.C. Ramos-Fernández, *Multiplication operators on the space of functions of bounded variation*, Demonstr. Math. **50** (2017), no. 1, 105–115.

[3] F.R. Astudillo-Villalba, R.E. Castillo and J.C. Ramos-Fernández, *Multiplication Operators on the Spaces of Functions of Bounded $p$-Variation in Wiener's Sense*, Real Anal. Exchange **42** (2017), no. 2, 329–344.

[4] D. Bugajewska and S. Reinwand, *Some remarks on multiplier spaces I: classical spaces*, Z. Anal. Anwend. **38** (2019), no. 2, 125–142.

[5] D. Bugajewska and S. Reinwand, *Some remarks on multiplier spaces II: BV-type spaces*, Z. Anal. Anwend. **38** (2019), no. 3, 309–327.

[6] R.E. Castillo, H.C. Chaparro, and J.C. Ramos-Fernández, *Orlicz-Lorentz spaces and their multiplication operators*, Hacet. J. Math. Stat. **44** (2015), no. 5, 991–1009.

[7] H.C. Chaparro, *On multipliers between bounded variation spaces*, Ann. Funct. Anal. **9** (2018), no. 3, 376–383.

[8] H.C. Chaparro, *Multiplication operators between mixed norm Lebesgue spaces*, Hacet. J. Math. Stat. **48** (2019), no. 3, 771–778.

[9] P. R. Halmos, *What does the spectral theorem say?*, Amer. Math. Monthly **70** (1963), 241–247.

[10] H. Hudzik, R. Kumar, and R. Kumar, *Matrix multiplication operators on Banach function spaces*, Proc. Indian Acad. Sci. Math. Sci. **116** (2006), no. 1, 71–81.

[11] E. Nakai, *Pointwise multipliers on several functions spaces-a survey*, Linear Nonlinear Anal. **3** (2017), no. 1, 27–59.

[12] H. Takagi and K. Yokouchi, *Multiplication and composition operators between two $L^p$-spaces*, Function spaces (Edwardsville, IL, 1998), Contemp. Math., vol. 232, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999, pp. 321–338. polynomials". *Math. Notes* V. 5, 174–179.

## 1.8. ESTRUCTURAS TOPOLÓGICAS MÁXIMAS CON RESPECTO A ALGUNAS FAMILIAS DE SUBCONJUNTOS

**Henry Jose Gullo Mercado**

**Leandro Fiorini Aurichi**

Universidad Autónoma del Caribe (uac).

*henry.gullo@uac.edu.co*

*henrygullo@gmail.com*

### Resumen

Sea $(X, \tau)$ un espacio topológico y sea F la familia de todos los subconjuntos de $X$ que satisfacen una propiedad topológica dada $P$ (invariante bajo homeomorfismos). Si agregamos nuevos conjuntos abiertos a la topología entonces la familia $F^*$ de todos los subconjuntos de X que satisfacen la propiedad $P$ en el nuevo espacio topológico $(X, \tau^*)$ puede ser diferente a la familia inicial $F$ ($F \neq F^*$). Si este es siempre el caso, decimos que $(X, \tau)$ es máximo con respecto a la familia F. Mostramos aquí algunas caracterizaciones de espacios máximos con respecto a la familia de todos sus subconjuntos discretos y densos. Dado un conjunto $X$ y $D$, una familia de subconjuntos de $X$, construimos una topología $\tau_D$ en $X$, de modo que $D$ sea la familia de todos los subconjuntos discretos de $(X, \tau_D)$.

#### Referencias

[1] A. Bella and P. Simon (2004), *Spaces which are generated by discretes sets*, *Topology Appl.*, **135** 87-99.

[2] A. Dow, M.G. Tkachenko, V. V. Tkachuk and R. G. Wilson (2002), *Topologies generated by discrete subspaces*, *Glasnik Math. J.* 37 53-75.

[3] A. S. Parhomenko (1939), *Über eineindeutige stetige Abbildungen*, *Math. Sb.*, **5 (47)** 197-210. (Russian) **MR 1**, 221.

[4] A. V. Arhangel'skii and R. Z. Buzyakova (1999), *On linearly lindelöf and strongly discretely lindelöf spaces*, *Proc. Amer. Math. Soc.*, **127:8** 2449-2458.

[5] B. Clark and V. Schneider (1988), *A characterization of maximal connected spaces and maximal arcwise connected spaces*, *Proc. Amer. Math. Soc.*, **104** (4) 1256-1260.

[6] Carlson, Nathan A and Porter, Jack R (2009), *On open ultrafilters and maximal points*, *Topology Appl.*, **156 (14)** , 2317-2325.

[7] Constantini, Camilo (2008), *On some questions about posets of topologies on a fixed set*, *Topology Proc.*, **32** , 187-225.

[8] E. Hewitt (1943), *A problem of set theoretic topology*, *Duke Math. J.*, **10** 309-333.

[9] E. K. van Douwen (1993), *Applications of maximal topologies*, *Topology Appl.*, **51** (1993), 125-139.

[10] Künzi, Hans-Peter A and Zypen, Dominic Van Der (2004), *Maximal (sequentially) compact topologies*, *Categorical Structures And Their Applications* 173-187.

[11] Kuratowski, K. (1966), *Topology, vol. I*, *Academic Press, New York-London; Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warsaw.*

[12] N. Carlson (2007), *Lower and upper topologies in the Hausdorff partial order on a fixed set*, *Topology Appl.*, **154** , 619-624.

[13] O. Alas, R Wilson (2004), *Which topologies can have immediate successsors in the lattice of $T_1$-topologies? Appl. Gen. Topol.*, **5** , 231-242.

[14] V. V. Tkachuk (1988), *Spaces that are projective with respect to classes of mappings*, *Trans. Moscow Math. Soc.*, **50** 139-156.

## 1.9. ALGUNAS SOLUCIONES EXACTAS Y CANTIDADES QUE SE CONSERVAN PARA LA KDV Y NLS

**Tovias Castro**

**Carlos Manosalva**

Universidad del Atlántico.

*toviascastro@mail.uniatlantico.edu.co*

*carlos.d.10@hotmail.com*

## Resumen

A lo largo de esta charla hablaremos sobre las ecuaciones Kdv y NLS. Particularmente nos centraremos en mostrar algunas soluciones exactas para estas dos ecuaciones, las cuales son llamadas también ecuaciones modulativas y posteriormente, mostraremos algunas cantidades que se conservan en cada una de las ecuaciones mencionadas.

**Referencias**

[1] Adams, R. (1978) *Sobolev spaces.* Academic Press Inc., New York, EEUU.

[2] Schneider Guido and Uecker Hannes (2017) " Nonlinear PDEs A Dynamical Systems Approach". *American Mathematical Soc.* V. 182, 249–294.

## 1.10. NUCLEOS REPRODUCTORES EN ESPACIO DE MÉTRICA INDEFINIDA

**Osmin Ferrer V**

**Diego Carrillo C**

**Jorge Rodriguez C**

Universidad de Sucre

Corporación Universitaria del Caribe

Universidad del Atlántico

*osmin.ferrer@unisucre.edu.co*

*diego.carrillo@cecar.edu.co*

*dlrodriguez@uniatlantico.edu.co*

### Resumen

We investigate the reproduction nuclei for Krein spaces, which are seen as a class of functions that uniquely determine these spaces with indefinite metric and study some properties through orthogonal projectors. Having a reproduction nucleus for a Hilbert space, we construct a reproduction nucleus for the respective Krein space, verifying in this way the existence of such nuclei for these spaces and their projections from one space to another.

#### Referencias

[1] A. Berlinet, C. Thomas-Agnan, Reproducing Kernel Hilbert Spaces in Probability ans Statistics, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, (2004).

[2] H. Dym, J Contractive Matrix Functions, Reproducing Kernel Hilbert Spaces and Interpolation, Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC, (1989).

[3] K. Yao, Applications of reproducing kernel Hilbert spaces, bandlimited signal models, Inf. Control 11 (1967) 429-444.

[4] S. Zaremba, Zarys pierwszych zasad teoryi liczb calkowitych (in polish), Kraków: Akademia Umiejetnosci, (1907).

[5] J. Mercer, Functions of positive and negative type and their connection with the theory of integral equations, Philosophical Transactions of the Royal Society A 209 (441-458): 415-446, (1909).

[6] S. Bergman *The Kernel Function and Conformal Mapping*, American Mathematical Society, (1950, 1970).

[7] S. Bochner, R. Gunning, Collected papers. Parts 1, 2, 3, 4. Providence, R.I.: American Mathematical Society, (1992).

[8] G. Szego, G. Pólya, Problems and theorems in analysis, 2 Vols, Springer-Verlag, (1925, 1972).

[9] K. Esmeral, O. Ferrer, E. Wagner, Frames in Krein spaces arising from a non-regular W-metric, Banach J. Math. Anal. 9 (2015), 1-16.

[10] T. Azizov, I. Iokhvidov, Linear operators in spaces with an indefinite metric, Pure and Applied Mathematics, John Wiley and Sons Ltd, Chichester, (1989).

[11] J. Bognar, Indefinite inner product spaces, Ergebnisse der Mathematik und Ihrer Grenzgebiete, Band 78, Springer-Verlag, New York, (1974).

## 1.11. Unicidad global de soluciones para una ecuación tipo Yamabe

**Elkin Cárdenas D.**

**Willy Sierra A.**

Universidad del Cauca.

*ecardenas@unicauca.edu.co*

*wsierra@unicauca.edu.co*

## Resumen

En esta ponencia combinamos un criterio de unicidad local con resultados de compacidad para obtener un criterio de unicidad global para una ecuación tipo Yamabe sobre variedades compactas con frontera.

**Referencias**

[1] Cárdenas, E. and Sierra, W. (2019) " Uniqueness of solutions of the Yamabe problem on manifolds with boundary". *Nonlinear Analysis* V. 187, 125-133.

[2] De Lima, L. L., Piccione, P. and Zedda, M. (2012) "A note on the uniqueness of solutions for the Yamabe problem". *Proc. Amer. Math. Soc.* V. 140, 4351-4357.

[3] Almaraz, S. (2011) "Blow-up phenomena for scalar-flat at metrics on manifolds with boundary". *J. Differ. Equat.* V. 251, 1813-1840.

## 1.12. OPERADORES CUASI-FREDHOLM BAJO PERTURBACIONES POR OPERADORES QUE POSEEN UNA POTENCIA DE RANGO FINITO

**Orlando J. Garcia M.**

Corporación Universitaria del Caribe.(CECAR)

*orlando.garciam@cecar.edu.co*,ogarciam554@gmail.com

### Resumen

En [1] se demuestra que un operador $T \in L(X)$ es cuasi Fredholm si y sólo si existen subespacios $M$ y $N$ de $X$, $T$ invariantes tales que $M$ es cerrado, $T\mid_M$ es semi regular, $T\mid_N$ es nilpotente y $X = M \oplus N$. Usamos esta propiedad de descomposición para demostrar la estabilidad de la clase de los operadores casi Fredholm bajo perturbaciones por operadores que poseen una potencia de rango finito y conmuten. Además, se presenta una nueva propiedad de descomposición para la clase de los operadores semi B-Weyl, y a través de esta propiedad, demostramos que T es un operador semi B-Weyl si y sólo si $T = S + K$ donde $S$ es un operador semi B-Browder y $\dim K^n(X) < \infty$ para algún $n \in \mathbb{N}$. Los resultados que se presentarán en este trabajo están contenidos en [2], y mejoran considerablemente gran parte de los resultados publicados en [1].

#### Referencias

[1] García, O. Causil, D. Carpintero, C. and Sanabria, J. (2018) “New decompositions for the classes of quasi-Fredholm and semi B-Weyl operators”, to apper in Linear and Multilinear Algebra.

[2] García, O. Carpintero, C. Sanabria, J. and Ferrer, O. (2019) "Operadores Cuasi Fredholm bajo perturbaciones por operadores que poseen una potencia de rango finito", preprint.

## 1.13. SOBRE LAS FUNCIONES $\eta$-CONVEXAS GENERALIZADAS

**Zaroni Robles**

**José Sanabria**

Universidad del Atlántico.

*zrobles@uniatlantico.edu.co*

## Resumen

El concepto de función $\eta$-convexa fue recientemente introducido por Gordji et al. [1]. Una función $f : I = [a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se dice $\eta$-convexa con respecto a una función $\eta : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, si

$$f(tx + (1 - t)y) \leq f(y) + t\eta(f(x), f(y)),$$

for all $x, y \in I$ and $t \in [0, 1]$. En este trabajo, introducimos y estudiamos una generalización de las funciones $\eta$-convexas usando el cálculo fractal que ha sido ampliamente desarrollado por Yang [2]. Entre otros resultados, mostramos que este tipo de funciones satisfacen algunas desigualdades del tipo Hermite-Hadamard y del tipo Fejér.

**Referencias**

[1] Gordji M. E., Delavar M. R., Sen M. D. L. (2016) “On $\varphi$-convex functions”. *J. Math. Inequal.* Vol. 10, No. 1,173–183.

[2] Yang X.-J. (2012) “Advanced Local Fractional Calculus and Its Applications”. *World Science, New York, NY, USA*.

## 1.14. CARACTERIZACIONES ADICIONALES DE LA PROPIEDAD $(V_\Pi)$ Y ALGUNAS APLICACIONES

**José Sanabria**

**Elvis Aponte**

Universidad de Sucre

Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), Guayaquil.

*jesanabri@gmail.com*

*ecaponte@espol.edu.ec*

## Resumen

La propiedad $(V_\Pi)$ es una variante fuerte del clásico teorema de Browder y su versión generalizada, que fue recientemente introducida y caracterizada por Sanabria et al. [3]. Exsisten otras variantes fuertes del teorema de Browder que son equivalentes a la propiedad $(V_\Pi)$, tal es el caso de las propiedades $(Sb)$, $(Sab)$, and $(V_{\Pi_a})$ introducidas en [1], [2] y [3], respectivamente. En este trabajo investigamos nuevas caracterizaciones de la propiedad $(V_\Pi)$ usando la versión localizada de la propiedad de la extensión univaluada (abreviada SVEP por sus siglas en inglés) y algunas condiciones topológicas que satisfacen los subconjuntos espectrales originados de la Teoría de Fredholm y la Teoría de $B$-Fredholm. También estudiamos la propiedad $(V_\Pi)$ para operadores $T + K$ definidos sobre un espacio de Banach $X$, donde $K$ es un operador compacto sobre $X$ (que no necesariamente conmuta con $T$).Además, investigamos cuando la propiedad $(V_\Pi)$ se transmite de un operador $T$ a $S^*$, donde $S$ es el operador Drazin inverso de $T$. En la última parte del trabajo damos varios ejemplos de operadores a los cuales pueden aplicarse algunos de los resultados obtenidos.

**Referencias**

[1] Rashid, M. H. M. and Prasad, T. (2015) "Property ($Sw$) for bounded linear operators". *Asia-European J. Math.* Vol. 8, [14 pages] DOI: 10.1142/S1793557115500126.

[2] Sanabria, J.; Carpintero, C.; Rosas, E. and García, O. (2017) "On property ($Saw$) and others spectral properties type Weyl-Browder theorems". *Rev. Colombiana Mat.* Vol. 51, 153–171.

[3] Sanabria, J.; Carpintero, C.; Rodríguez, J.; Rosas, E. and García, O. (2018) "On new strong versions of Browder type theorems". *Open Math.* Vol. 16, 289–297.

## 1.15. UN MARCO TEÓRICO UNIFICADO SOBRE EL KERNEL TOPOLÓGICO VÍA CLASES HEREDITARIAS

**José Sanabria**

**Laura Maza.**

Universidad de Sucre

Universidad del Atlántico.

*jesanabri@gmail.com*

*lamar_ 91-10@hotmail.com*

## Resumen

En el contexto de espacios topológicos, se define la noción del kernel de un conjunto $A$ como la intersección de todos los conjuntos abiertos que contienen a $A$. Esta noción obtuvo relevancia a partir de 1986, cuando fue utilizada por Maki [4] para introducir el concepto de $\Lambda$-conjunto en un espacio topológico, como un conjunto que coincide con su kernel. La clase de los $\Lambda$-conjuntos y la de sus complementos, denominados $V$-conjuntos, resultaron apropiadas para caracterizar el axioma $T_1$ (véase [4]). Por otra parte, en 1933, Kuratowski [3] utilizó la noción de ideal sobre un espacio topológico para generalizar el concepto de la clausura de un conjunto, introduciendo la *función local* de un conjunto con respecto a un ideal y una topología. Basandose en lo anterior, en 1990, Jankovic y Hamlett [2] estudiaron ciertas propiedades locales y globales que involucran la noción de ideal sobre un espacio topológico. En particular, estos autores definieron un operador clausura de Kuratowski, $\mathrm{Cl}^{\star}$, el cual induce una topología $\tau^{\star}$ que es más fina que la topología $\tau$ originalmente dada sobre el espacio. El concepto de función local también ha sido extendido por Ozbakir y Yildirim [5]

a los contextos de espacios minimales dotados de un ideal y por Császár [1] a los contextos de espacios topológicos generalizados dotados de una clase hereditaria. El hecho de que el kernel de un conjunto tenga una caracterización puntual similar a la caracterización de la clausura de un conjunto, da lugar a pensar de que esta noción se puede extender a espacios topológicos dotados de un ideal o a espacios topológicos generalizados dotados de una clase hereditaria. Motivados por lo antes expuesto, en este trabajo se introducen y estudian nuevas unificaciones del concepto del kernel de un conjunto, en analogía con las unificaciones del concepto de la clausura de un conjunto dadas en [2] y [1], respectivamente. Este hecho permite unificar en un sólo concepto a una gama de modificaciones del kernel de un conjunto que han sido definidos en contextos tanto topológicos, como no topológicos. Además, aplicando las unificaciones introducidas se definen nuevas generalizaciones de conjuntos cerrados que permiten estudiar ciertas propiedades de separación en un marco teórico bastante amplio. Cabe destacar que todos los resultados que presentaremos forman parte de la referencia [6].

## Referencias

[1] Császár, Á. (2007) “Modifications of generalized topologies via hereditary classes”. *Acta Math. Hungar.* Vol. 115, 29–36.

[2] Jankovic, D. S. and Hamlett, T. R. (1990) “New topologies from old via ideals”. *Amer. Math. Monthly* Vol. 97, 295–310.

[3] Kuratowski, K. (1933) *Topologie I.* Monografie Matematyczne tom 3, PWN-Polish Scientific Publishers, Warszawa, Poland.

[4] Maki, H. (1986) “Generalized Λ-sets and the associated closure operator”. *The Special Issue in Commemoration of Prof. Kazusada IKEDA's Retirement*, 139–146.

[5] Ozbakir, O. B. and Yildirim, E. D. (2009) “On some closed sets in ideal minimal spaces”. *Acta Math. Hungar.* Vol. 125, 227–235.

[6] Sanabria, J.; Maza, L.; Rosas, E. and Carpintero, C. (2019) “The fhurther unified theory of topological kernel via hereditary classes”. *Preprint*,1–12.

## 1.16. UN RESULTADO DE ESTABILIZACIÓN PARA LA ECUACIÓN BENNEY-LUKE GENERALIZADA

**Alex M. Montes**

Universidad del Cauca.

*amontes@unicauca.edu.co*

### Resumen

En este trabajo establecemos un resultado de estabilidad asintótica para la ecuación Benney-Luke generalizada,

$$u_{tt} - u_{xx} + au_{xxxx} - bu_{xxtt} + pu_t u_x^{p-1} u_{xx} + 2u_x^p u_{xt} = 0,$$

que describe la evolución de ondas de agua de gran elongación y pequeña amplitud en presencia de tensión superficial, donde $p \geq 1$ y los parámetros $a, b > 0$ son tales que $a - b = \sigma - \frac{1}{3}$, con $\sigma$ asociado con la tensión superficial.

En particular, establecemos condiciones que garantizan la existencia de un operador $\Gamma$ de modo que el sistema forzado,

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} & +au_{xxxx} - bu_{xxtt} + pu_t u_x^{p-1} u_{xx} + 2u_x^p u_{xt} + \Gamma(u_x, u_t) = 0, \\ u_x(x,0) & = u_0(x), \quad u_t(x,0) = v_0(x), \end{cases}$$

tiene una única solución con un decaimiento exponencial uniforme.

#### Referencias

[1]Benney, D. J. and Luke, J. C. (1964) "Interactions of permanent waves of finite amplitude". *J. Math. Phys.* V. 43, 309–313.

[2] Montes, A. M. and Quintero J. R. (2019) "On the exact controllability and stabilization for the Benney-Luke equation". *Aceptado en Mathematical Control and Related Fields*.

[3] Russell, D. and Zhang, B. (1996) "Exact controllability and stabilizability of the Korteweg-de Vries equation". *Trans. AMS.* V. 348-9, 3643–3672.

## 1.17. DE LOS VECTORES DE JONES A LAS MATRICES DE SPIN DE PAULI

**Osmin Ferrer V**

**Hernando González Sierra**

Universidad de Sucre

Universidad Surcolombiana.

***Email:*** *osmin.ferrer@unisucre.edu.co*

*hergosi@usco.edu.co*

## Resumen

Los vectores de Jones describen los estados de polarizacion de la luz, mientras las matrices de spin de Pauli son matrices complejas $2x2$ y están relacionadas con la simetría de isospín.

En esta contribución determinamos una conexión que permite obtener las matrices de spin de Pauli haciendo uso de construcciones diádicas, con vectores de Jones, y relaciones de conmutación de estas formas tensoriales.

**Referencias**

[1]R. Penrose, El camino a la realidad. Una guía completa de las leyes del universo. Random house Mandadori, México (2007).

[2] B.E Saleh, M.C Teich. Fundamentals of Photonics. John Wiley & Sons (1991).

[3] E. Hecht. Óptica. Tercera edición en espanol.: F.L Pedrotti, México (1993).

[5] J. Peatross, M. Ware Physics of Light and Optics, Brighan Young University. (2015).

[6] R. Resnick, Conceptos de Relatividad y Teoría a Cuántica, Limusa México (2008).

# Capítulo 2

## MATEMÁTICA EDUCATIVA

En esta sección presentamos los títulos y resumenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participarón en la línea de investigación de Matemática Educativa.

## 2.1. LA BIYECCIÓN COMO HERRAMIENTA PARA CONTAR EN EL INFINITO

**Yasmin Johanna Garcia**
Universidad del Valle
*yasmin.garcia@correounivalle.edu.co*

## Resumen

El estudio histórico y epistemológico de la noción de biyección lleva consigo un profundo análisis de su ontogénesis y los primeros atisbos en la historia de las matemáticas, además de nociones que la anteceden a pero que aportan elementos importantes para su formación. Una de sus primeras apariciones se da cuando se trata de entender la noción de infinito actual, la cual tuvo muchas dificultades; históricamente el infinito no ha sido un objeto fácil de entender, incluso desde el mismo lenguaje y la etimología del concepto. La cultura griega dedicó grandes esfuerzos a mostrar la imposibilidad de contar, medir u ordenar el infinito actual. Estas actividades humanas solo parecían ser posibles en lo finito. Sin embargo, esta postura sería puesta en discusión por Galileo y Bolzano, quienes logran mostrar que podría ser posible un trabajo con el infinito actual en matemáticas a través de la noción de biyección. Estos antecedentes sirven a Cantor para investigar y mostrar una serie de resultados que permiten formalizar el infinito actual y fundamentar una teoría de conjuntos infinitos a través los números transfinitos, Por esta razón la pregunta que moviliza nuestra investigación es ¿Cómo la biyección fue un elemento dinamizador de la teoría de conjuntos y cómo supera las paradojas que están relacionadas con el infinito? El objetivo que direcciona nuestro trabajo es demostrar que la biyección constituye la herramienta conceptual para la incorporación del infinito actual en las matemáticas. En la antigüedad griega no se

aceptaba la biyección, dado que aceptarla llevaba a contradicciones, las cuales estaban estrechamente relacionadas con el infinito y resultaban en situaciones paradójicas. Aristóteles, es un exponente de este pensamiento. En su libro la Física, trata de superar estas paradojas definiendo el infinito potencial y negando el infinito actual. Sin embargo, algunas situaciones se quedan sin considerar hasta que en la edad media el físico Galileo Galilei las retoma y expone, dejando entrever las múltiples paradojas de no aceptar el infinito actual. En forma de diálogos, Galileo presenta 3 paradojas que tienen que ver con el infinito y la biyección entre conjuntos y donde se concluye que, dado dos conjuntos infinitos, no es posible determinar si alguno es mayor o menor, solo son infinitos. En el siglo XIX, Bernard Bolzano exhibe un estudio sobre las paradojas que se presentan con el infinito, evidenciando biyecciones en la mayoría de ellas, lo que permite llegar a la conclusión que los conjuntos infinitos pueden ser puestos en correspondencia biunívoca con subconjuntos propios. Incluso, esta es la propiedad que actualmente, caracteriza los conjuntos infinitos. George Cantor logra finalmente recoger estos aportes y trabajar alrededor de los conjuntos infinitos. Su trabajo se consolida cuando logra demostrar que existen conjuntos más grandes que otros y en particular que el infinito de los números reales es mayor que el de los números naturales. A partir de este resultado, Cantor enfoca sus trabajos en demostrar qué conjuntos tienen la potencia de $\mathbb{R}$ y qué conjuntos la potencia de $\mathbb{N}$. En una serie de resultados matemáticos, Cantor cimienta las bases de la teoría de conjuntos. Hay un cambio importante en el pensamiento de Cantor cuando logra demostrar que hay infinitos más grandes que otros, particularmente aquella donde demuestra la no numerabilidad de $\mathbb{R}$. Contar en lo finito es sinónimo de biyectar y se mostrará que en el significado del número y los sistemas de numeración ha estado implícita la biyección entre elementos. Además, se muestra cómo los matemáticos Galileo y Bolzano hacen uso de biyecciones para llevar a cabo algunos de sus resultados, fragmentando las barreras del axioma parte-todo y superando algunas paradojas que se derivan de este. Galileo, al igual que Bolzano presentan en sus demostraciones, uso de biyecciones entre conjuntos con subconjuntos propios. Bolzano muestra que es posible establecer relaciones biunívocas entre conjuntos infinitos, incluso si uno de ellos es un subconjunto propio del otro. Estos resultados son revoluciones matemáticas que sirven a Cantor para proponer su teoría. Cantor establece que existen distintos niveles de infinitos, al demostrar que no existe una función biyectiva entre los números naturales y los números reales. Este es el inicio de lo que se convertiría en una de las ramas más importantes y que impulsaría grandes investigaciones en el siglo XX. Finalmente, se presentan las conclusiones. En ellas mostramos de manera sintética los resultados obtenidos a partir del estudio propuesto, donde la principal es la importancia que tiene la biyección en el quehacer matemático.

# Referencias

[1] Bolzano, B. (1991). Las paradojas del infinito. (S. E. UNAM, Trad.) Mexico: UNAM.

[2] Cantor, G. (1874). On a property of the class of all Real Algebraic Number. Crelle's Journal for Mathematics, 77, 258-262.

[3] Cantor, G. (1882). Fundamentos para una teoria de Conjuntos. (J. Ferreiros, Trad.) Barcelona : Crítica.

[4] Cantor, G. (1883). Sur les ensembles infinis et linéaires de points. Acta math, 2, 349-380.

[5] Cantor, G. (1895). Contribuciones a la fundamentacion a una teoria de los conjuntos trasnfinitos. Math. Annalen, 481-512.

[6] Dauben, J. W. (1977). Georg Cantor and Pope Leo XIII: Mathematics, Theology, and the Infinite. Journal of the History of Ideas, 85-108.

[7] Dedekind, R. (1998). ¿Qué son y para qué sirven los números? (J. Ferreiros, Ed.) Madrid: Alianza Editorial.

[8] Ferreiros, J. (1991). El Nacimiento de la teoria de conjuntos. Madrid: Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.

[9] Ferreiros, J. (2000). Labyrinth of Thought. A history of set theory and its role in modern Matematics. Berlin : Birkhâuser.

## 2.2. LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA EN LOS COLEGIOS PÚBLICOS DEL MUNICIPIO DE VALLEDUPAR

**Marlon de Jesús Rondón Meza**

**Lacides Baleta Palomino**

**Roberto Caballero Florez**

Universidad Popular del Cesar

*marlonrondonm@unicesar.edu.co*

*lacidesbaleta@unicesar.edu.co*

*rccaballero@unicesar.edu.co*

### Resumen

El presente proyecto tiene como objetivo Implementar la modelación matemática como propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje en las instituciones educativas de educación básica en Valledupar, nos apoyamos de las líneas teóricas de Bassanezi (2002) y Biembengut y Hein (2003), quienes plantean la modelación matemática como la mejor forma de investigar dentro y fuera del aula para mejorar los aprendizajes de los estudiantes y reformular la práctica docente con situaciones del mundo real; despertar en los estudiantes el interés por temas, de igual forma aspectos generales y específicos que desconocen, los cuales muestran muchas debilidades en las pruebas que se vienen aplicando durante los últimos años en los diferentes niveles de nuestro municipio. Además queremos llevar la matemática a los niños con una estrategia pertinente e innovadora que evite ese constante desinterés por la

asignatura y que ocasiona en gran porcentaje los malos resultados en pruebas aplicadas. Apoyados de estudiantes de licenciatura que están en las prácticas, además de los estudiante que pertenecen al semillero de investigación en modelación matemática SEINLICMAT quienes tiene investigaciones en curso, abordaremos a los docentes del área de matemáticas de las instituciones educativas del municipio para socializar la estrategia y propiciar unos mejores ambientes de aprendizaje de una renovada practica educativa que vincule elementos del contexto, situaciones cotidianas y expectativas positivas que generen una mejor comprensión e interpretación de las matemáticas en nuestra cotidianidad.

# Referencias

[1] BASSANEZI, R. C. & BIEMBENGUT, M. S. (1997) Modelación Matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *NÚMEROS Revista de didáctica de las matemáticas* 32, 13–25.

[2] BASSANEZI, R. C (2002) *Enseñanza aprendizaje con modelación matemática.* Sao paula. (Contexto, Ed)

[3] BIEMBENGUT, M.S & HEIN, N. (2003) *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática*, 16, 105–125.

[4] BIEMBENGUT, M. S, HEIN, N. (1997) *Modelo, modelación y modelaje: Métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas.*

[5] BLUM, W. (1993). *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education: Discussion Document. Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.

## 2.3. ARGUMENTACIÓN COLECTIVA Y MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO MEDIADOR DEL APRENDIZAJE DE SITUACIONES DE VARIACIÓN CUADRÁTICA

**Wilmer Ríos Cuesta**

Institución Educativa Corazón de María, Universidad del Valle

*wilmer.rios@correounivalle.edu.co*

### Resumen

Las dificultades en el desarrollo de pensamiento matemático han derivado un sinnúmero de investigaciones en el campo de la didáctica y la educación matemática. En la Institución Educativa Corazón de María, ubicada en el departamento de Chocó, históricamente los estudiantes han presentado un bajo porcentaje de preguntas correctas en pruebas estandarizadas como la prueba SABER. De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional de Colombia –MEN–, en la Institución se ha llegado a tener un 62.7 % de respuestas fallidas en la competencia de resolución, 53.8 % en razonamiento y 60.6 % en comunicación [1].

Diversos enfoques y teorías han tratado de dar cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes ofreciendo alternativas de solución. Sin embargo, se observa que a los estudiantes les cuesta argumentar el resultado de una operación o la elección de un método para la resolución de un problema. De igual modo, el repertorio de heurísticas usadas al momento de abordar un problema se limita a la aplicación deliberada de algoritmos, en muchas ocasiones descontextualizados, y que no siempre logran resolver el problema. También se observa que los problemas usados para la clase de matemáticas obedecen a situaciones en

contextos matemáticos hipotéticos y puros, sacados de libros de textos proporcionados por el MEN denominados «Vamos a aprender matemáticas» y algunos programas que apoyan la educación en Chocó como son la Unión de Colegios Internacionales –UNCOLI– mediante la serie de textos y videos del programa «Aulas Sin Fronteras». En ese sentido, el propósito de la investigación reside en ofrecer una trayectoria hipotética de aprendizaje que basada en la modelación matemática y en la argumentación colectiva para el aprendizaje de la variación cuadrática. La investigación tendrá un enfoque cualitativo con un diseño empírico–experimental, mediante un estudio de casos longitudinal.

### REFERENTES TEÓRICOS

Modelación Matemática De acuerdo con el Ministerio de Educación [2], la modelación es la detección de patrones o esquemas que se repiten en situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente. En la comunidad internacional, diversos autores han comentado la importancia de la modelación en el aprendizaje de las matemáticas escolares y la alta demanda cognitiva que conlleva, siendo este un proceso bidireccional en el que se traduce el mundo real y las matemáticas ([3]; [4]; [5]). De acuerdo con Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona [6] la modelación matemática ofrece la posibilidad de promover la participación de los estudiantes en la clase y en las actividades propuestas para el desarrollo de pensamiento matemático y del discurso matemático escolar. Esto ayuda al proposito de la investigación tal como lo menciona Solar [7] haciendo referencia a que la competencia de modelación y argumentación son clave para el aprendizaje de las matemáticas escolares. En consecuencia, la investigación no tiene como propósito que los estudiantes aprendan a modelar, sino que mediante las actividades propuestas en la trayectoria de aprendizaje los estudiantes transiten por los diferentes pasos del ciclo de modelación propuesto por Blum y Leiss [8].

### METODOLOGÍA

La investigación de diseño permite investigar las posibilidades de mejora de la educación y el análisis de nuevas formas de enseñanza. La IBD permite evaluar una intervención educativa que en nuestro caso aputa al diseño de una trayectoria de aprendizaje para la enseñanza de la variación cuadrática. La Trayectoria Hipotética de Aprendizaje representa una ruta flexible que define la dirección del aprendizaje, las tareas y el proceso hipotético de aprendizaje [9]. Se toman como elementos fundamentales en la construcción de la trayectoria de aprendizaje la argumentación colectiva y la modelación matemática. Como marco de análisis de la argumentacion colectiva en el aula se propone el modelo de Krummheuer [10] el cual contempla la interacción de varios participantes y por ello, no pude analizarse mediante la interpretación de una sola secuencia de enunciados sino por las interacciones de los participantes, por las justificaciones que ofrecen, garantías y refutaciones lo cual se evidencia en la actividad matemática que desarrollan en el aula [11].

**Palabras Claves:** trayectoria de aprendizaje, experimento de enseñanza, argumentación colectiva, modelación matemática, investigación de diseño.

## Referencias

[1] MEN. (2018). Informe por colegio del cuatrienio, análisis histórico y comparativo. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

[2] MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

[3] Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project. In A. Gagatsis, & S. Papastavridis, (Eds), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (115-124). Atenas: The Hellenic Mathematical Society.

[4] Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling a theory for practice. International perspectives on learning and teaching mathematics. Suecia: National Center for

Mathematics Education.

[5] Blum, W. Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.

[6] Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A. y Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. Espaço Plural, 36, 219-251.

[7] Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. Revista Colombiana de Educación, 1(74), 155-176.

[8 Blum, W. Leiss D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems?. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum S, Khan (Eds.), Mathematical modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics (pp. 222-231). Chichester UK: Horwood Publishing.

[9] Carcamo, A. (2017). Una innovación docente basada en los modelos emergentes y la modelización matemática para conjunto generador y espacio generado. (tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona, España.

[10] Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), Emergence of mathematical meaning (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

[11] Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. Journal for Research In Mathematical Education, 27(4), 458-477.

## 2.4. LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA EN LOS COLEGIOS PÚBLICOS DEL MUNICIPIO DE VALLEDUPAR

**Marlon de Jesús Rondón Meza**

**Lacides Baleta Palomino**

**Roberto Caballero Florez**

Universidad Popular del Cesar

*marlonrondonm@unicesar.edu.co*

*lacidesbaleta@unicesar.edu.co*

*rccaballero@unicesar.edu.co*

### Resumen

El presente proyecto tiene como objetivo Implementar la modelación matemática como propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje en las instituciones educativas de educación básica en Valledupar, nos apoyamos de las líneas teóricas de Bassanezi (2002) y Biembengut y Hein (2003), quienes plantean la modelación matemática como la mejor forma de investigar dentro y fuera del aula para mejorar los aprendizajes de los estudiantes y reformular la práctica docente con situaciones del mundo real; despertar en los estudiantes el interés por temas, de igual forma aspectos generales y específicos que desconocen, los cuales muestran muchas debilidades en las pruebas que se vienen aplicando durante los últimos años en los diferentes niveles de nuestro municipio. Además queremos llevar la matemática a los niños con una estrategia pertinente e innovadora que evite ese constante desinterés por la

asignatura y que ocasiona en gran porcentaje los malos resultados en pruebas aplicadas. Apoyados de estudiantes de licenciatura que están en las prácticas, además de los estudiante que pertenecen al semillero de investigación en modelación matemática SEINLICMAT quienes tiene investigaciones en curso, abordaremos a los docentes del área de matemáticas de las instituciones educativas del municipio para socializar la estrategia y propiciar unos mejores ambientes de aprendizaje de una renovada practica educativa que vincule elementos del contexto, situaciones cotidianas y expectativas positivas que generen una mejor comprensión e interpretación de las matemáticas en nuestra cotidianidad.

# Referencias

[1] Bassanezi, R. C. & Biembengut, M. S. (1997) Modelación Matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *NÚMEROS Revista de didáctica de las matemáticas* 32, 13–25.

[2] Bassanezi, R. C (2002) *Enseñanza aprendizaje con modelación matemática.* Sao paula. (Contexto, Ed)

[3] Biembengut, M.S & Hein, N. (2003) *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática*, 16, 105–125.

[4] Biembengut, M. S, Hein, N. (1997) *Modelo, modelación y modelaje: Métodos de enseǹanza-aprendizaje de matemáticas.*

[5] Blum, W. (1993). *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education: Discussion Document. Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.

## 2.5. IDENTIFICACIÓN DE SUBPROBLEMAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN EN FUNCIONES DE UNA VARIABLE

**Jorge Jobinson Evilla**
Universidad del Atlántico
*jorgerobinson@mail.uniatlantico.edu.co*

## Resumen

La solución de problemas de optimización en funciones de una variable exige la solución de problemas de Geometría, Álgebra, Trigonometría y otras áreas de la Matemática Básica. Identificar estos problemas, que denominaremos subproblemas, plantearlos y solucionarlos de manera independiente contribuye notoriamente a la comprensión de la solución del problema inicial, al que denominaremos problema principal. Se sugiere además una caracterización de la complejidad en problemas de optimización por el número de subproblemas identificados en un problema principal.

## Referencias

[1] Armando Sepúlveda, Cynthia Medina y Diana Sepúlveda. (2009) *La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática*, Vol. 21. no. 2. México.

[2] Yenny Pérez, Raquel Ramirez. (2011) *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.. Fundamentos teóricos y metodológicos. Revista de Investigación*, Vol. 35. no. 73. Caracas.

[3] Yuleidis Pérez Gómez y Carlos Beltrán Pozo. (2011) *"Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo". EduSol*, vol. 11, núm. 34

# Capítulo 3

## MATEMÁTICA APLICADA

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de las ponencias de los investigadores que participarón en diversas líneas de investigación, algunas de éstas nos muestran la aplicabilidad de las matemáticas en algunos fenómenos naturales.

## 3.1. CÓDIGOS BINARIOS DE REED-MULLER

**Jorge Jobinson Evilla**
Universidad del Atlántico
*jorgerobinson@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

Se definirá la construcción de Plotkin. A partir de la construcción de Plotkin se definirán los códigos binarios de Reed-Muller de orden $r$. Se encontrarán los parámetros de los códigos binarios de Reed-Muller. Se estudiarán matrices generadores para códigos binarios de Reed-Muller. Se mostrarán las propiedades del código $RM(1, 5)$, utilizado por la expedición Mariner 6, 7 y 9 hacia Marte para enviar fotografias a la tierra.

### Referencias

[1] W. Cary Huffman, Vera Pless. *Fundamentals of Error Correcting Codes. Cambridge University Press.*

[2] San Ling, Chaoping Xing. *Coding Theory. A First Course. Cambridge University Press.*

[3] Cunsheng Ding, Chunlei Li, Yongbo Xia. (2018) *"Another generalisation of the binary Reed-Muller codes and its applications". Finite Fields and Their Applications*, 144–174.

## 3.2. EXISTENCIA Y UNICIDAD DE SOLUCIONES PARA PROBLEMAS DEL TIPO $p(x)$-LAPLACIANO

**Jonnny Cuadro Molina**
Universidad de Cartagena
*jcuadrom1@unicartagena.edu.co*


# Resumen

Sea $\Omega$ un dominio acotado de $\mathbb{R}^N$, se mostrará que bajo ciertas condiciones sobre el exponente $p(x)$, la existencia y unicidad de soluciones débiles de un problema tipo $p(x)$-Laplaciano,

$$\begin{cases} -\mathrm{div}(|\nabla u|^{p(x)-2}\nabla u) = f(x,u), & \text{x en } \Omega \\ u = 0, & \text{x en } \partial\Omega. \end{cases}$$

Este resultado es consecuencia del teorema clásico de Browder.


# Referencias

[1] G. Afrouzi, S. Mahdavi. (2009) *Existence and Uniqueness for p-laplacian Dirichlet Problem. International Jornal of Nonlinear Science*, V. 3,2009:274-278.

[2] A.Amrouss, F. Moradi. (2014) *Neumann problem in divergence for modeled on the $p(x)$-Laplacian equation. Bol. Soc. Paran. Mat.(3s)* V. 32 2(2014):109-117.

[3] X. L Fan, J.S Shen, D Z Zhao. (2001) *Imbedding theorem for spaces $W^{k,p(x)}(\Omega)$. J. Math.Anal.Appl.* 262(2001):749-760.

## 3.3. ALGORÍTMOS GENÉTICOS PARA LA OPTIMIZACIÓN DE FUNCIONES

**Jorge Mario García Usuga**

**Valentina Zuluaga Zuluaga**

**Mónica Jhoana Mesa Mazo**

**Cesar Augusto Acosta Minóli**

Universidad del Quindío

*jmgarcia@uniquindio.edu.co*

*vzuluagaz@uqvirtual.edu.co*

*mjmesa@uniquindio.edu.co*

*cminoli@uniquindio.edu.co*

### Resumen

Los Algoritmos Genéticos fueron desarrollados por John Holland en los años 60 [13, 9, 5]. Son algoritmos basados en la selección natural y las leyes naturales de la genética, que tiene como objetivo solucionar problemas de optimización. Estos algoritmos tienen el siguiente proceso iterativo para encontrar la solución optima [4]:

1. Representar adecuadamente la codificación del problema. Con frecuencia se utiliza la codificación binaria.

2. Evaluar cada individuo con una fitness function o función objetivo, la cual determina el valor o desempeño de cada solución.

3. Escoger una estrategia de selección de configuraciones, la cual será la encargada de la construcción de la nueva población (nueva generación).

4. Escoger un mecanismo que permita implementar el operador genético de cruzamiento (Crossover).

5. Construir un mecanismo que permita implementar el operador genético de mutación.

Ahora bien, en los problemas cotidianos de las matemáticas y la ingeniería, es muy probable encontrar problemas que por su complejidad no puedan ser resueltos por un método directo. Es aquí donde entran en juego los AG, los cuales, con la codificación adecuada pueden llegar a varias soluciones muy cercana a la óptima.

Actualmente los AG se utilizan en problemas de optimización en las diferentes ramas de la ingeniería como lo muestran Bhoskar [3], Khan [7] y Shi [14], pero en los últimos años, los AG se han convertido en una herramienta para solucionar problemas matemáticos de búsqueda y optimización de alta complejidad. Autores como Kiyoumarsi [8], McCall [11] y de Assis [2] ha utilizado esta técnica para solucionar problemas matemáticos. Por esta razón, en este trabajo, se mostrará como se resuelve uno de los problemas más comunes en matemáticas, la búsqueda de valores máximos y mínimos en funciones de una o más variables usando Algoritmos Genéticos.

# Referencias

[1] Aguirre J. (2002) *Curvas Fractales. Sigma*, 20, 79-92.

[2] de Assis L S, Junior J R D P, Tarrataca L, Fontoura A R, & Haddad D B. (2019) *Efficient Volterra systems identification using hierarchical genetic algorithms. Applied Soft Computing*, 105745.

[3] Bhoskar T, Kulkarni O K, Kulkarni N K, Patekar S L, Kakandikar G M, Nandedkar V M. (2015) *Genetic Algorithm and its Applications to Mechanical*

*Engineering: A Review, Materials Today. Proceedings*, Vol 2, Issues 4?5, Pages 2624-2630, ISSN 2214-7853.

[4] García J M, Acosta C A, Hoyos E A. (2006) *Librería de funciones abstractas para la construcción de algoritmos genéticos con programación funcional. Revista De Investigaciones De La Universidad Del Quindio ISSN: 1794-631X*, vol: fasc: 16 págs: 123 - 135.

[5] Goldberg, D. E. (2014) *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. addison-wesley, reading, ma, 1989. NN Schraudolph and J*, 3(1).

[6] Goldberg, D. E. (1986) *Simple genetic algorithms and the minimal deceptive problem (TCGA Report No. 86003). Tuscaloosa: University of Alabama, The Clearinghouse for Genetic Algorithms.*

[7] Khan M Z R, & Bajpai A K. (2013) *Genetic algorithm and its application in mechanical engineering. International Journal of Engineering Research & Technology*, 2(5), 677-683.

[8] Kiyoumarsi, F. (2015) *Mathematics programming based on genetic algorithms education. Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 192, 70-76.

[9] Koza, J. R. (1994) *Genetic programming II (Vol. 17). Cambridge: MIT press.*

[10] Leithold L. (1998) *El cálculo (Vol. 7). Harla.(México): Oxford University Press.*

[11] McCall, J. (2005) *Genetic algorithms for modelling and optimisation. Journal of Computational and Applied Mathematics*, 184(1), 205-222.

[12] Michalewicz, Z. (2013) *Genetic algorithms+ data structures= evolution programs. Springer Science & Business Media.*

[13] Mitchell, M. (1998) *An introduction to genetic algorithms. MIT press.*

[14] Shi L., Da L., Fu H. (2005) *An Application of Genetic Algorithm in Engineering Optimization. In: Zhang W., Tong W., Chen Z., Glowinski R. (eds) Current Trends in High Performance Computing and Its Applications. Springer, Berlin, Heidelberg.*

## 3.4. MODELADO DE COLIFORMES TOTALES EN UNA RED HIDROLÓGICA USANDO TEORÍA DE REDES Y ECUACIONES DIFERENCIALES

**Jorge Mario García Usuga**

**Gerard Olivar Tost**

**Mónica Jhoana Mesa Mazo**

Universidad del Quindío

*jmgarcia@uniquindio.edu.co*

*golivart@unal.edu.co*

*mjmesa@uniquindio.edu.co*

## Resumen

Uno de los mayores problemas que afronta la humanidad es el abastecimiento de agua potable. La Organización Mundial de la Salud (OMS) estima que cerca de 2100 millones de personas (cerca de un cuarto de la población mundial) no tienen agua potable en el hogar y el doble no dispone de un saneamiento seguro [8]. Por lo general, el agua para consumo humano se toma en su gran mayoría de los ríos, y en menor medida de lagos, aguas subterráneas y el mar, este último solo aporta entre el 1 y 3 % de la necesidad de agua potable a nivel mundial [1]. El gran problema radica en que los ríos usados para tomar el agua, también son usados para eliminar desechos residenciales e industriales; esto provoca que la salud de la población al rededor de las cuencas se vea comprometida. Por lo anterior, se ha propuesto el modelamiento de los Coliformes totales usando la teoría de redes [5], esta teoría permite relacionar lugares en la red hidrológica y representarlos por medio de nodos y aristas. Ademas, se usaran dos modelos: el primero de ellos con ecuaciones diferenciales ordinarias, basados

Merchan [6], Chekabad [3] y el modelo propuesto por Chapra [2], el segundo modelo basado en ecuaciones diferenciales parciales.

El primer modelo se basa en una función de decaimiento bacteriano [7]:

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = -kC \\ \\ C(0) = C_0 \end{cases} \tag{3.1}$$

Donde $C$ es la concentración de coliformes dada en NMP/100ml en cada nodo, $C_0$ es la cantidad de coliformes inicial, $k$ el coeficiente mortalidad de las bacterias y $t$ el tiempo. Ahora bien, la solución al problema de valor inicial 7.1 es una función exponencial negativa que refleja el comportamiento de los coliformes:

$$C(t) = C_0 e^{-kt} \tag{3.2}$$

Para el segundo modelo su usó una *ecuación diferencial parcial de difusión-reacción en una dimensión*, donde el término dispersión se usará en lugar de difusión [4].

Para este modelo, se va a utilizar

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC \\ \\ C(0,t) = A \\ C(L,t) = B \\ C(x,0) = U_0(x) \end{cases} \tag{3.3}$$

- $\frac{\partial C}{\partial t}$ es el cambio de la concentración de coliformes con respecto al tiempo.
- $\alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ representa la dispersión de la especie, donde $\alpha$ es el coeficiente constante de dispersión poblacional de las coliformes.

- $-kC$ es el término de reacción, donde $k$ es el coeficiente de reacción, obtenido de los trabajos [6] y [2].
- $A$ y $B$ son las condiciones de frontera.
- $C(x, 0) = U_0(x)$ condición inicial.

Donde $x$ es la variable espacial y $x \in [0, L]$, $t \in [0, t_f]$, siendo $L$ la longitud entre dos nodos y $t_f$ es el tiempo que tardan las coliformes en recorrer $L$. Como conclusión, ambos modelos muestran resultados similares, donde la parte media y final de la cuenca, es la más afectada, observando valores de hasta $2{,}0 \times 10^6$ NPM. Lo que muestra que el agua de esta zona no es apta para el consumo humano ni para cultivos (según el decreto 0631 del 2015), debido a que el agua contaminada puede transmitir enfermedades como el cólera, la disentería, la fiebre tifoidea, la poliomielitis, hepatitis A y en general las enfermedades diarreicas agudas (EDA).

# Referencias

[1] BBC News *¿Puede la desalinización ser la solución para la crisis mundial del agua?. [online] disponible en* `http://www.bbc.com/mundo/noticias-39332148`.

[2] Chapra, S. C. (2008) *Surface water-quality modeling. Waveland press.*

[3] S. Chekabab, J. Paquin-Veillette, C. M. Dozois, J. Harel. (2013) *The ecological habitat and transmission of escherichia coli o157: H7. FEMS microbiology letters*, 341 (1) 1 - 12.

[4] L. Edelstein-Keshet. (2005) *Mathematical models in biology (classics in applied mathematics). Society for Industrial and Applied Mathematics, New York.*

[5] Estrada, E. (2012) *The structure of complex networks: theory and applications. Oxford University Press.*

[6] B. E. D. MERCHÁN. (2004) *Modelación de la calidad del agua en el interceptor río Bogotá en los tramos fucha-tunjuelo-canoas. Ph.D. thesis, Uniandes.*

[7] SIERRA RAMÍREZ, C. A. (2016) *Calidad del agua. Evaluación y diagnóstico. Sello Editorial de la Universidad de Medellín.*

[8] *Organización mundial de la salud, 2100 millones de personas carecen de agua potable en el hogar y más del doble no disponen de saneamiento seguro. [online] disponible en* `https://bit.ly/2TUFFB9`.

[9] WU, X. W., LI, L., & QU, Y. G. (2013) *Modelling and analysis of river networks based on complex networks theory. In Advanced Materials Research (Vol. 756, pp. 2728-2733). Trans Tech Publications.*

## 3.5. USO DE LA TEORÍA DE REDES Y ECUACIONES DIFERENCIALES PARA MODELAR PARÁMETROS DE CALIDAD DEL AGUA DBO Y OD EN UNA RED HIDROLÓGICA

**Valentina Zuluaga Zuluaga**
**Jorge Mario García Usuga**
**Mónica Jhoana Mesa Mazo**
**César Augusto Acosta Minoli**
Universidad del Quindío
*vzuluagaz@uqvirtual.edu.co*
*jmgarcia@uniquindio.edu.co*
*mjmesa@uniquindio.edu.co*
*cminoli@uniquindio.edu.co*

## Resumen

Este trabajo tiene como objetivo principal mostrar que la teoría de redes es una herramienta idónea para la simulación de parámetros de calidad del agua. Para la simulación se construyó la red hidrológica del río Quindío, usando la metodología planteada por Wu et al [4], el software Gephi para la construcción de la red, los mapas del Instituto Geográfico Agustin Codazzi, los informes de la Corporación Autónoma Regional del Quindío CRQ y Python para hacer los cálculos. Para la Demanda Bioquímica de Oxígeno DBO y el Oxígeno Disuelto OD

se uso una sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP):

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial t} &= -v\frac{\partial L}{\partial x} - K_r L \\ \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= -v\frac{\partial C}{\partial x} - K_d L + K_a C_s - K_a C \end{cases} \tag{3.4}$$

Donde:

- $v$: velocidad media de flujo,
- $L$: cantidad total de materia orgánica remanente en $t$ (siendo $t$ el tiempo),
- $K_r$: tasa total de remoción de DBO,
- $C$: concentración resultante de OD en el agua,
- $K_d$: constante de desoxigenación (1/día),
- $L$: cantidad total de materia orgánica remanente en $t$,
- $K_a$: coeficiente de reaireación,
- $C_s$: oxígeno de saturación.

Para resolver el sistema se usaron condiciones iniciales constantes con $L(x,0) = \alpha$ y $C(x,0) = \beta$, el cual fue resuelto analíticamente por el método de las características [1, 3]. Los resultados de dichas simulaciones mostraron que la zona media baja de la cuenca, en especial la zona donde hay presencia de asentamientos humanos y algunas industrias procesadoras de pieles, presentan niveles altos de contaminación, viéndose reflejada en la superación de valores del DBO asignados por la ley 0631 del 2015 y en contraparte la disminución significativa de los valores de OD. Por otra parte, la zona baja de la cuenca presenta niveles óptimos de DBO, pero a pesar de ello los niveles de OD, no logran satisfacer las necesidades de mucha fauna presente en este sector del río, lo que conlleva a que el agua que va en dirección al río la Vieja no tenga las mejores condiciones y deba ser tratada antes de ser consumida. Además, los dos parámetros estudiados muestran una posible relación con otros parámetros como los Coliformes (fecales y totales), debido a que estos tienen concentraciones altas en la misma zona de la cuenca. En conclusión, la representación de la red hidrográfica de la cuenca del río Quindío usando la teoría de redes planteada y el modelo propuesto con el sistema de ecuaciones diferenciales (3.4), permitió determinar los sitios en la cuenca que están más expuestos a niveles relativamente altos de contaminación. Además, muestra otros sitios de la red que son potencialmente vulnerables.

# Referencias

[1] Chapra, S. C. (2008) *Surface water-quality modeling. Waveland press.*

[2] Estrada, E. (2012) *The structure of complex networks: theory and applications. Oxford University Press.*

[3] Sierra Ramírez, C. A. (2016) *Calidad del agua. Evaluación y diagnóstico. Sello Editorial de la Universidad de Medellín.*

[4] Wu, X. W., Li, L., & Qu, Y. G. (2013) *Modelling and analysis of river networks based on complex networks theory. In Advanced Materials Research (Vol. 756, pp. 2728-2733). Trans Tech Publications.*

## 3.6. NIVEL DE COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL SEGÚN EL MODELO DE PIRIE Y KIEREN

**Jorge Hernán Aristizábal Zapata**

**Julián Marín González**

Universidad del Quindío

*jhaz@uniquindio.edu.co*

*jmarin@uniquindio.edu.co*

### Resumen

Las ecuaciones diferenciales son esenciales para la comprensión de diversos fenomenos presentes en la naturaleza, debido a que permiten modelarlos y explicarlos, lo que conlleva que, como asignatura este presente en los currículos de diferentes programas académicos. Por esta razón es importante medir el nivel de comprensión que alcanzan estudiantes sobre el concepto de Ecuación diferencial.

El presente estudio identificar el nivel de comprensión según el modelo de comprensión propuesto por Susan Pirie y Thomas Kieren [1] que alcanzan cuatro estudiantes del programa ingeniería de alimentos de la universidad del Quindío sobre el concepto de ecuación diferencial lineal de primer orden [2] [3]. Para lograr este propósito, se definieron indicadores para los tres primeros niveles del modelo, conocimiento primitivo, la construcción de la imagen y la comprensión de la imagen, con ello, se diseñó tres pruebas escritas asociadas a funciones, derivadas, antiderivadas y solución de una ecuación diferencial (una para cada uno de los tres primeros niveles) y se realizó un estudio de caso [4] [5] para cada uno de

los estudiantes. Después de analizar las respuestas de las pruebas escritas para cada nivel y de las respuestas verbales en la entrevista se procedió a ubicar cada estudiante en el nivel correspondiente teniendo en cuenta su desempeño.

Desde el punto de vista del aprendizaje se encontró que los estudiantes el estudiante requieren los conceptos que han aprendido en cálculo diferencial y en cálculo integral para resuelver muchos problemas, pero lo hacen de manera mecánica y no reflexionan sobre la naturaleza de la respuesta, además de encontrarse que los estudiantes presentan muchas dificultades en el sistema de representación gráfico tanto para interpretar como para construir las gráficas de funciones sencillas, lo que indica que se deben fomentar actividades en donde se articulen todos los sistemas de representación y no solamente el procedimental.

# Referencias

[1] Pirie, S., y Kieren, T. (1994) "Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?. In Learning Mathematics". *Springer, Dordrecht.* pp. 61-86.

[2] Nagle, R., Saff, E., y Snider, A. D. (2005) "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera". *Pearson Education.* Mexico.

[3] Gracia Rivas, I., y Roman-Roy, N. (2008) "Ecuaciones diferenciales". *Universidad Politecnica de Cataluña.* Barcelona.

[4] Stake, R. E. (2007) "Investigación con estudio de casos". *Ediciones Morata.* Madrid.

[5] González, W. O. L. (2013) "El estudio de casos: una vertiente para la investigación educativa". *Educere.* 17(56), 139-144.

## 3.7. LÓGICA DIFUSA: APLICACIÓN A LA REGRESIÓN LINEAL

**Sergio Nieves Vanegas**

**Wilfrido Ferreira Haddad**

**Alexander Gutiérrez Puche**

Universidad Autónoma de Caribe.

*sergio.nieves@uac.edu.co*

*wilfrido.ferreira@uac.edu.co*

*alex.gutierrez@uac.edu.co*

## Resumen

La Lógica Difusa o Borrosa nació en 1965 cuando el Dr. Lofti Zadeh, publicó un artículo titulado Çonjuntos Difusos.en la revista Ïnformation and Control"[1]. La teoría de los conjuntos borrosos es un acercamiento entre la precision de las matemáticas clásicas y la imprecisión del mundo real, al que se le ha intentado ajustar a modelos matemáticos que no permiten lo borroso o lo impreciso y como consecuencias nos lleva a resultados indeseables. El objetivo de esta ponencia es exponer el modelo de regresión lineal usando la teoría de conjuntos borrosos. El problema consiste en encontrar los parámetros $a_1, a_2, ...a_n$ tal que nos permitan ajustar de la mejor manera posible la función lineal

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + ...a_nX_n$$

donde tanto los valores de entrada como los de salida son números difusos (triangulares y simétricos) y $a_1, a_2, ...a_n$ son valores reales, utilizando los criterios que sugiere Bo Yuan y Klir [2].

**Referencias**

[1] Zadeh, L. A. (1965) Ïnformation and Control: Fuzzy Subsets". 8. pp.338-353.

[2] J. Klir, George.Yuan Bo, V. M. (1995) "Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Aplications". Ed. Prentice Hall, USA.

## 3.8. MODELACIÓN MATEMÁTICA DE SÓLIDOS SUSPENDIDOS TOTALES Y PH EN UN TRAMO DEL RÍO QUINDÍO

**César Augusto Acosta Minoli**

**Paulo César Carmona Tabares**

Universidad del Quindío.

*cminoli@uniquindio.edu.co*

### Resumen

El cuidado del agua es una de las prioridades a nivel mundial. Desde los países más ricos en agua hasta los más pobres hacen enormes esfuerzos y gastan grandes cantidades de recursos en la conservación y monitoreo de las fuentes hídricas; el motivo de estos cuidados se debe a que la calidad del agua está estrechamente relacionada con la calidad de vida de las personas que habitan una determinada zona.

Colombia es un país que gracias a su topografía, posee una gran cantidad de ríos; es por eso que entidades como el Instituto Colombiano Agropecuario ICA, Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible de la República de Colombia y el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales IDEAM, tienen el objetivo de proteger y vigilar nuestras fuentes hídricas dada su importancia para la sociedad, además que gran parte del territorio colombiano suple sus necesidades de agua tomándola directamente de los ríos.

En el Departamento del Quindío, la Corporación Autónoma Regional del Quindío CRQ, es la encargada de vigilar las fuentes hídricas del departamento. Esta entidad, hace control y

vigilancia sobre las cinco microcuencas; poniendo especial atención a la contaminación de los ríos por parte de las empresas y ejecutando políticas y planes para la conservación del medio ambiente.

Ahora bien, gran parte de estos controles y planes de vigilancia son ejecutados en colaboracón con otras entidades como la Universidad del Quindío. La mayoría de las veces, se utilizan herramientas tecnológicas que permiten ver cómo afectan las cuencas hídricas y en especial, cómo se alteran sus parámetros fisicoquímicos con la aparición de sustancias contaminantes, bien sea de origen artificial como agentes químicos externos (mercurio, cloro, cromo, etc.) o debido a los vertimientos de alcantarillados de las diferentes ciudades (coliformes fecales y totales).

Los parámetros fisicoquímicos del agua nos dicen simplemente si el agua es potable o no, si es buena o mala. El estudio de estos parámetros permite describir concretamente qué factores externos están afectando el agua y sobre todo, posibilita encontrar y evaluar su origen. Teniendo en cuenta que la descontaminación de las aguas residuales es un proceso muy costoso, se hace necesario la correcta evaluación de los planes de mitigación y de descontaminación de los ríos, para una correcta optimización de los recursos.

Teniendo en cuenta lo anterior, es importante determinar con exactitud como es la dinámica de la evolución de los parámetro físico químicos del agua; estos parámetros ayudarían entre otras cosas a:

- Saber qué tipo contaminantes están vertiéndose en los ríos.
- Cuáles son los sitios más vulnerables a la contaminación y donde se deben tomar acciones correctivas.
- Optimizar los recursos de tal forma que se pueda maximizar los procesos de descontaminación.

Este trabajo tiene como objetivo presentar un modelo matemático para los sólidos suspendidos totales y un modelo matemático para el ph en un tramo del río Quindío a partir de datos experimentales y el uso de fuentes secundarias. El estudio se realizó a partir de la construcción de modelos basados en ecuaciones diferenciales y la estimación de sus respectivos parámetros con información obtenida en un tramo de dos kilómetros del río Quindío en la temporadas de lluvia y de verano.

**Referencias**

[1] Black, K. (1999) *A conservative spectral element method for the approximation of compressible fluid flow.* Kybernetika, 35(1):133-146.

[2] Calvo-Brenes, G. (2012) *Nueva metodología para valorar la calidad de las aguas superficiales para su uso como clase 2 en Costa Rica.* Tecnología en marcha, pp. 9-19.

[3] Corporación Autónoma Regional Del Cauca. (2012) *Estudio de actualización del modelo de calidad del agua del río palo 2011 tramo puente de guachené Ð bocas del palo. Popayán: convenio marco de cooperación entre la corporación autónoma regional del cauca - crc, carvajal pulpa y papel, ingenio la cabaña s.a., zona franca del cauca y fundesinpa.* Recuperado el 07 de junio de 2017.

[4] Hasadsri, S. y Maleewonga, M. (2012) *Finite Element Method for Dissolved Oxygen and Biochemical Oxygen Demand in an Open Channel. Procedia Environmental Sciences* pp. 1019-1029.

[5] Huertas, M. A. (2015) *Aplicación del qual2kw en la modelación de la calidad del agua del río guacaica, Departamento de Caldas, Colombia. Tesis de Maestría en Ingeniería Ambiental, Universidad Nacional de Colombia, Grupo de Trabajo Académico en Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Manizales.* Recuperado el 07 de junio de 2017.

[6] Nadal A. F., Fortunato, P., Aguirre, S., Zamar, J, y Larrosa, N. (2017) *Modelación de oxígeno disuelto y DBO5 con tasas cinéticas determinadas experimentalmente: Un aporte para la gestión del arroyo Chicamtoltina.* Revista Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Vol. 4 (1), pp. 23-30.

[7] Okubo, A., (1980) *Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models.* Springer, Berlin.

[8] Pérez, J (2015) *Modelación de la Calidad del Agua Quebrada la Florida, Municipio de Armenia Departamento del Quindío.* Corporación Autónoma Regional del Quindío CRQ.

## 3.9. EFECTO SOBRE LAS PROPIEDADES DE TEXTURA DE TIERRAS DIATOMÁCEAS POR TRATAMIENTO CON HCI

**David Vila, Alexamery Acosta**

**Grey Castellar-Ortega**

**Beatriz Cardozo-Arrieta**

**María M. Cely-Bautista**

Universidad Autónoma del Caribe.

Universidad del Atlántico .

*davidvila19@hotmail.com*

## Resumen

La sortometría de gases se usa ampliamente en la caracterización de sólidos porosos, específicamente la fisisorción con $N_2$ a 77 K, para la determinación de las propiedades de textura de materiales empleados en la preparación de catalizadores, adsorbentes y pigmentos entre otros. Dentro de estos materiales de uso industrial se encuentran las tierras diatomáceas, constituidas principalmente por $SiO_2$, que le imprime alta estabilidad química y térmica y, en menor proporción alúmina, óxidos metálicos e impurezas. En esta investigación se modificó químicamente una muestra de tierra diatomácea procedente del departamento de Boyacá (Colombia), con el fin de eliminar las impurezas y evaluar su efecto en las propiedades de textura. El procedimiento experimental consistió en tratarla con HCl 2 y 4 M durante 12 horas, bajo reflujo a la temperatura de ebullición de la mezcla. Por último, se lavó y secó a $105°C$. De los resultados se observa que todas las muestras tratadas presentan isotermas de adsorción-desorción Tipo IV característica de materiales mesoporosos con anillo de histéresis Tipo H3; en el tratamiento con HCl 4 M, se desarrolló mayor área superficial con un aumento

del 192 % con respecto a la tierra diatomácea natural y, para todas las condiciones evaluadas se incrementó la mesoporosidad. De esta investigación se puede concluir que el tratamiento de la tierra diatomácea con HCl mejora sus propiedades de textura.

**Referencias**

[1] M. Thommes and K. A. Cychosz. (2014). “Physical adsorption characterization of nanoporous materials: Progress and challenges”. *Adsorption* V. 20, 233–250.

[2] L. M. Anovitz and D. R. Cole. (2015). “Characterization and analysis of porosity and pore structures”. *Rev. Mineral. Geochemistry* V. 80, 61–164.

[3] F. R. Lamastra, S. Mori, V. Cherubini, M. Scarselli, and F. Nanni. (2017). “A new green methodology for surface modification of diatomite filler in elastomers”. *Mater. Chem. Phys.* V. 194, 253–260.

[4] D. Zhang and R. Luo. (2018). “Modifying the BET model for accurately determining specific surface area and surface energy components of aggregates”. *Constr. Build. Mater* V. 175, 653–663.

[5] G. Garcia, E. Cardenas, S. Cabrera, J. Hedlund, and J. Mouzon. (2016). “Synthesis of zeolite y from diatomite as silica source”. *Microporous Mesoporous Mater* V. 219, 29–37.

## 3.10. CENTROS DE MASA EN ESPACIOS CON CURVATURA GAUSSIANA CONSTANTE Y NO NULA.

**Pedro Ortega Palenciaa**

Universidad de Cartagena

*portegap@unicartagena.edu.co*

## Resumen

En la presente charla se obtienen fórmulas analíticas que permiten calcular centros de masa, para un sistema de partículas con masas positivas situadas sobre una superficie con curvatura gaussiana constante y no nula.

**Referencias**

[1] Diacu, F., The non-existence of Centre-of-mass and Linear-Momentum Integrals in the Curved N-Body Problem. Libertas Math, New series 1, 25-37, (2012).

[2] Galperin, G.A., A Concept of the mass Center of a System of Material Points in the Constant Curvature Spaces. Communication in Mathematical Physics, 154,63-84 Springer-Verlag, 1993.

[3] García-Naranjo, L., Marrero, J.C, Perez-Chavela, E, Rodriguez-Olmos, M., Classification and stability of relative equilibria for the two-body problem in the hyperbolic space of dimension 2, Journal of Differential Equations, 260, 6375-6404,(2016).

## 3.11. ACERCA DE LOS POTENCIALES PARA EL PROBLEMA CURVADO DE LOS n-CUERPOS

**Pedro Ortega Palencia**

Universidad de Cartagena

*portegap@unicartagena.edu.co*

### Resumen

En la presente charla se presenta una variante del potencial cotangente de la Mecánica Celeste sobre espacios con curvatura gaussiana constante y no nula que exhibe mejores propiedades que el potencial que tradicionalmente se ha usado.

#### Referencias

[1] Diacu, F., Relative Equilibria of the curved $n$-body problem. Atlantis Press; 2012. Series Volume 1.

[2] Lobachevsky, N. I., The new foundations of geometry with full theory of parallels [in Russian], 1835-1838, In Collected Works, V. 2, GITTL, Moscow, 1949, p. 159.

[3] Pérez-Chavela, E. and Reyes-Victoria, J.G., An intrinsic approach in the curved $n$–body problem. The positive curvature case. Transactions of the American Math Society, **364**, 3805-3827, (2012).

## 3.12. BUFURCACIÓN TRANSCRITICA EN UN SISTEMA CUADRÁTICO TIPO LIÈNARD

**Jorge Rodríguez Contreras**

**Alberto Reyes Linero,**

**Bladimir Blanco Montes**

Universidad del Atlántico .

*jorgelrodriguezc@mail.uniatlantico.edu.co, areyeslinero@mail.uniatlantico.edu.co,*

*bablanco@mail.uniatlantico.edu.co*

## Resumen

This article reveals an analysis of the quadratic systems that hold multiparametric families therefore, in the first instance the quadratic systems are identified and classified in order to facilitate their study and then the stability of the critical points in the finite plane, its bifurcations, stable manifold and lastly, the stability of the critical points in the infinite plane, afterwards the phase portraits resulting from the analysis of these families are graphed. To properly perform this study it was necessary to use some results of the non-linear systems theory, for this reason vital definitions and theorems were included because of their importance during the study of the multiparametric families.

**Referencias**

[1] P.B. Acosta-Humánez, J.T Lazaro, J.J. Morales-Ruiz, Ch. Pantazi , *On the integrability of polynomial fields in the plane by means of Picard-Vessiot theory*, (2015). Available at arXiv:1012.4796.

[2] Perko,L., *Differential Equations and Dynamical Systems (New York: Springer Verlag)*, 2001.

[3] GUCKEINHEIMER, J., Y HOLMES, P. 1983, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields ( New York: Springer Verlag).*

[4] P. B. ACOSTA-HUMÁNEZ, A. REYES-LINERO AND J. RODRÍGUEZ-CONTRERAS, *Algebraic and qualitative remarks about the family* $yy' = (\alpha x^{m+k-1} + \beta x^{m-k-1})y + \gamma x^{2m-2k-1}$, preprint 2014. Available at arXiv:1807.03551.

[5] P. B. ACOSTA-HUMÁNEZ, A. REYES-LINERO AND J. RODRÍGUEZ-CONTRERAS,*Galoisian and Qualitative Approaches to Linear Polyanin-Zaitsev Vector Fields*, preprint 2018. Available at arXiv:1807.05272..

## 3.13. DIAGRAMAS DE BIFURCACIÓN DE UNA FAMILIA DE FORMA $(4ax^2+b)y-a^2x^5-abx^3+cx$.

**Jorge Rodríguez Contreras**

**Alberto Reyes Linero,**

**Harold Acosta Pineda**

Universidad del Atlántico .

*jorgelrodriguezc@mail.uniatlantico.edu.co, areyeslinero@mail.uniatlantico.edu.co,*

*hjpineda@hotmail.com*

## Resumen

En este trabajo de investigación, en primer lugar presentamos las superficies parametricas, las cuales constituyen a $\mathbb{R}^3$. En segundo lugar, clacificamos las singularidades en el plano finito teniendo en cuenta los parametros $(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$ para las regiones donde aparece el origen como único punto crítico. Seguidamente, usando la teoría de bifurcación de Hopf para la existencias de estas, tambien posee ciclos límites. Por ultimo concluimos con la variedad estable e inestable, singularidades en el plano infinito y sus retratos globales.

**Referencias**

[1] P.B. Acosta-Humánez, J.T Lazaro, J.J. Morales-Ruiz, Ch. Pantazi , *On the integrability of polynomial fields in the plane by means of Picard-Vessiot theory*, (2015). Available at arXiv:1012.4796.

[2] Perko,L., *Differential Equations and Dynamical Systems (New York: Springer Verlag)*, 2001.

[3] Guckeinheimer, J., y Holmes, P. 1983, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields ( New York: Springer Verlag).*

[4] P. B. Acosta-Humánez, A. Reyes-Linero and J. Rodríguez-Contreras, *Algebraic and qualitative remarks about the family* $yy' = (\alpha x^{m+k-1} + \beta x^{m-k-1})y + \gamma x^{2m-2k-1}$, preprint 2014. Available at arXiv:1807.03551.

[5] P. B. Acosta-Humánez, A. Reyes-Linero and J. Rodríguez-Contreras,*Galoisian and Qualitative Approaches to Linear Polyanin-Zaitsev Vector Fields*, preprint 2018. Available at arXiv:1807.05272..

## 3.14. DIAGRAMA DE BIFURCACIÓN PARA UN SISTEMA LINEAL.

**Jorge Rodríguez Contreras**

**Alberto Reyes Linero,**

**Juliana Vargas Sánchez**

Universidad del Atlántico .

*jorgelrodriguezc@mail.uniatlantico.edu.co, areyeslinero@mail.uniatlantico.edu.co, hjpineda@hotmail.com, jvargas@mail.uniatlantico.edu.co*

## Resumen

En el presente trabajo estudiamos la dinámica global de un sistema lineal multiparamétrico, para ello tenemos en cuenta los diferentes cambios que presentan estos parámetros. Primero encontramos la diferentes superficies paramétricas en las que se divide el espacio, en las cuales se define la estabilidad del punto crítico, luego creamos el diagrama de bifurcación, para clasificar las diferentes bifurcaciones que se presentan en el sistema. Por último determinamos y clasificamos los puntos críticos en el infinito, teniendo en cuenta la forma canónica de la esfera de Poincaré y así obtenemos el retrato de fase global del sistema lineal multiparamétrico.

**Referencias**

[1] PERKO,L., *Differential Equations and Dynamical Systems (New York: Springer Verlag)*, 2001.

[2] GUCKEINHEIMER, J., Y HOLMES, P. 1983, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields ( New York: Springer Verlag).*

[3] P. B. Acosta-Humánez, A. Reyes-Linero and J. Rodríguez-Contreras, *Algebraic and qualitative remarks about the family* $yy' = (\alpha x^{m+k-1} + \beta x^{m-k-1})y + \gamma x^{2m-2k-1}$, preprint 2014. Available at arXiv:1807.03551.

[4] P. B. Acosta-Humánez, A. Reyes-Linero and J. Rodríguez-Contreras,*Galoisian and Qualitative Approaches to Linear Polyanin-Zaitsev Vector Fields*, preprint 2018. Available at arXiv:1807.05272..

# Capítulo 4

# ÁLGEBRA

En esta sección presentamos los títulos y resúmenes de los trabajos de los investigadores que participarón en la sección de Álgebra.

## 4.1. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE $R$-MÓDULOS

**Gustavo Guzmán**

**Gabriel Vergara**

**Julio Romero**

Universidad del Atlántico.

*gmguzman@mail.uniatlantico.edu.co*

*gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co*

*julioromero@mail.uniatlantico.edu.co*

## Resumen

Mediante esta corta charla, se hará una breve introducción a la teoría de $R$- Módulos y, para lograrlo, inicialmente exhibiremos los conceptos de $R$-módulo, submódulos, morfismos, modulo cociente y los teoremas de isomorfismos para $R$-módulos, iniciando por la definición de $R$-módulo y resaltando algunas propiedades que se siguen de la misma; mostrando como los $R$-módulos poseen estructura de $R$-espacio vectorial cuando $R$ es un campo, es decir espacios vectoriales sobre el campo escalar $R$. Posteriormente se enuncian teoremas que recogen resultados fundamentales asociados a estos conceptos, exhibiendo además ejemplos con el animo de facilitar la comprensión de los mismos.

## Referencias

[1] Dummit, D. And Richard F. (2004) *Abstrac Algebra.* Jhon Wiley And Sons, Inc., University of Vermont, EEUU.

[2] Keating, M. E. (1998) *A First Course in Module Theory.* Imperial College, London., University of Vermont, London, United Kingdom.

# Capítulo 5

# ESTADÍSTICA

En esta sección presentamos los títulos y resumenes de las ponencias y/o cursillos de los investigadores que participarón en la línea de investigación de estadística.

## 5.1. ALCANCES DE LA REGRESIÓN EN EL ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE EL VIRUS DEL PAPILOMA HUMANO CON EL CÁNCER DE CUELLO UTERINO

**M.Sc José V. Barraza Angarita**

**Universidade Estadual Paulista**

### Resumen

El cancer de cuello uterino(CCU), es uno de los de mayor frecuencia a nivel mundial [1]. Aproximadamente se están diagnosticando mas de medio millón de casos nuevos.
El virus del papiloma humano (VPH), representa la infección de transmisión sexual mas frecuente, detectándose VPH de alto riesgo en casi el 100 % de los casos de carcinoma de cérvix. Las mujeres que tienen mayores riesgos son: las que fuman, las que han tenido varios hijos, las que han usado pastillas anticonceptivas por largo tiempo.
En las investigaciones desarrolladas en el campo de Ciencias de la Salud, se utiliza con mucha frecuencia la regresión logística [2].
Las características de las variables incluidas en el estudio son cualitativas,la prueba de Papanicolau(PAP), debe ser realizada a todas las mujeres con vida sexual activa, con el propósito de observar si hay alguna área del cuello uterino con alteraciones sospechosas.
Esta situación nos orienta a usar un modelo de regresión logística binaria, que permitirá calcular la probabilidad de que haya presencia de cáncer en el cuello uterino, cuando una paciente en su diagnóstico manifiesta algunas características especiales anómalas en las variables explicativas, consideradas significativas despues de aplicar la técnica del método de selección hacia atrás con el software SPSS [3].

# Referencias

[1] PARDO, C; CENDALES, R. Incidencia estimada y mortalidad por cáncer en Colombia, 2000-2006. Instituto Nacional de Cancerología, 2010.

[2]LOWY, D.R; HOWLEY, P.M. Fields virology. In: Knipe, D.M; Howley. P.M Editors Papillomavirus, Philadelphia, USA(2001).

[3] SILVA, A. L.C. Excursion a la regresion logistica en ciencias de la salud. Editorial Diaz de Santos, Madrid, 1995.

## 5.2. PREDICCIÓN EN EL CRECIMIENTO DE LA OREOCHROMIS NILOTICUS EN AMBIENTES MARINOS

**José V. Barraza A.**
Universidad del Atlántico
*josebarraza@mail.uniatlantico.edu.co*

### Resumen

La Oreochromis niloticus o tilapia roja también conocida como mojarra roja es un pez que taxonomicamente no responde a un solo nombre científico, es un cruce de cuatro especies de tilapia. Esta especie se considera como una solución de proteina animal de alimentación en seres humanos.

Es un pez fácilmente adaptable en ambientes marinos. La harina de soya es utilizada como una alternativa de alimentación como remplazo parcial de la harina de pescado para su cría en cautiverio. En este estudio se analizan tres dietas con diferentes niveles de harina de soya, 35 %, 45 % y 55 %, midiendo los pesos y longitud después de un número determinado de días de estar recibiendo esas dietas.

### Referencias

[1] Adams, R. (1978) *Sobolev spaces*. Academic Press Inc., New York, EEUU.

[2] Badkov, V. M. (1969) "The uniform convergence of Fourier series in orthogonal polynomials". *Math. Notes* V. 5, 174–179.

## 5.3. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN LA DINÁMICA POBLACIONAL DE ABEJAS (*APIS MELLIFERA*) Y EFECTOS DE LA VITELOGENINA Y EL POLEN EN EL POLIETISMO

**Alejandra M. Pulgarin**

**Jhoana P. Romero**

Universidad del Quindío

Universidad Yachay Tech

*ampulgarin@uniquindio.edu.co*

*jromero@yachaytech.edu.ec.edu.co*

### Resumen

Las abejas acumulan alimentos en forma de néctar (miel) y pan de abeja (polen). El polen almacenado y procesado por las abejas nodrizas (obreras jóvenes) difiere en su forma nutricional del polen floral, en el sentido que los lípidos y proteinas contenidos en el primero son menores que en el polen floral. El polen es la única fuente de aminoácidos esenciales (proteinas) requeridos por las abejas, de hecho, algunos autores han afirmado que existe una conexión entre el comportamiento del forrajeo y el consumo de dichas proteinas [1]. Por lo tanto, el consumo de polen es evidencia de altos niveles de proteina en la hemolinfa (sangre de las abejas), lo cual implica altos niveles de proteina almacenada, como la vitelogenina [2]. En las abejas reinas se ha encontrado gran cantidad de esta hormona y se ha propuesto que es responsable de la fertilidad y longevidad de estos insectos [3].

En este trabajo se pretende hacer esimación Bayesiana de algunos parámetros importantes en la dinámica poblacional de abejas, permitiendo indentificar como influye las cantidades de la proteina de vitalogenina y polen en dicha dinámica.

Teniendo en cuenta la información anterior, en este problema se formula un modelo con ecuaciones diferenciales no lineales. Este modelo nos permitirá investigar cómo influyen las cantidades de vitelogenina y polen en la dinámica de crecimiento de la colonia de abejas y en la división de labores en la colmena (polietismo). El análisis del modelo propuesto nos permitirá comprender, en cierta medida, el fenómeno de colapsos de colonia desde el punto de vista de la escacez (o estres) nutricional. Teniendo en cuenta el trabajo de Rodriguez y otros en [5] y Khoury y otros en [4], definimos : $B(t)$ la población de las crías (huevos y larvas) en el tiempo $t$, $H(t)$ y $F(t)$ la población de abejas obreras en sus dos grupos (nodrizas y forrajeras, respectivamente) en el tiempo $t$ y sea $f(t)$ la densidad de proteinas almacenado en la colonia incluyendo pan de abeja y vitelogenina.

Las siguientes ecuaciones describen la dinámica poblacional:

$$\begin{aligned}
\dot{B}(t) &= L\frac{H+F}{H+F+\omega}f - \beta_{bh}B \\
\dot{H}(t) &= \beta_{bh}B - \left(\frac{\beta_{hf}^{max}}{1+\theta\frac{H}{f}} - \sigma\frac{F}{F+H}\right)H \\
\dot{F}(t) &= \left(\frac{\beta_{hf}^{max}}{1+\theta\frac{H}{f}} - \sigma\frac{F}{F+H}\right)H - \mu F \\
\dot{f}(t) &= cf - \frac{\beta_{hf}^{max}}{1+\theta\frac{H}{f}}f - (\gamma_h+\gamma_b)f,
\end{aligned}$$

donde los parámetros involucrados en el sistema son números reales.

# Referencias

[1] R. Brodschneider and K. Crailsheim. (2010). Nutrition and health in honey bees. Apidologie, 41, pp. 278-294.

[2] B. E. D. Frias, C. D. Barbosa and A. P. Lourengo. (2016). Pollen nutrition in honey bees (apis mellifera): impact on adult health. Apidologie, 41, pp.15-25.

[3] U. Glavinic, B. stankovic, V. Draskovic, J. Stevanovic, T. Petrovic, N. Lakic and Z. Stanimirovic. (2017). Dietary amino acid and vitamin complex protects honey bee from immunosuppression caused by nosema cerranae. PloS one 12. p. e0187726.

[4] S. Khoury, A. B. Barbon and M. R. Myerscough. (2013). Modelling food and population dynamics in honey bee colonies. PloS one 8. p. e59084.

[5] M. R. Messan, R. E. Page Jr, and Y. Kang. (2018). Effects of vitellogenin in age polyethism and population dynamics of honey bees. Ecological Modelling, 338. pp. 88-107.

## 5.4. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA GEOESTADÍSTICA KRIGING PARA MODELAR LOS PARÁMETROS DE CALIDAD DEL AGUA SST Y PH EN UNA SECCIÓN DEL RÍO QUINDÍO COLOMBIA

**Mónica J. Mesa**
**Alejandra M. Pulgarin**
**Carlos Cubides**
Universidad del Quindío
*mjmesa@uniquindio.edu.co*
*ampulgarin@uniquindio.edu.co*
*carloscubides22@gmail.com*

### Resumen

El río Quindío es el principal cuerpo de agua del Departamento del Quindío, siendo la fuente de abastecimiento de agua potable para sus habitantes. Este río se ha visto afectado por la contaminación que recibe, especialmente la proveniente de los vertimientos domésticos, producciones agrícolas e industriales. Una de las zonas más afectadas de los 65.35 kilómetros de longitud del río Quindío se encuentra ubicada en el sector de la María, debido a los asentamientos humanos en sus riveras y los residuos generados por las curtiembres y la planta de sacrificio que caen a las aguas del río.

Por lo anterior, se realizó un trabajo de campo en época de invierno para recolectar datos de vertimientos directos del sector de la María (Calarcá - Armenia) para estudiar los

parámetros de calidad de agua pH y sólidos suspendidos totales. Éstos se tomaron en diferentes puntos de monitoreo (estaciones) a lo largo del río y en diferentes momentos de tiempo. Para analizar los datos obtenidos se empleo la técnica de Kriging [1], [2], [4] (palabra anglosajona, que procede del geólogo Sudafricano D. G. Krige) útil en el caso del tratamiento de datos funcionales con dependencia espacial y temporal.

## Referencias

[1] ANDERSON, E. S., THOMPSON, J. A., AUSTIN, R. E. (2005). LIDAR density and linear interpolator effects on elevation estimates E. (T. . Francis, Ed.) International Journal of Remote Sensing, Vol. 26(No. 18), 3889-3900.

[2] Caballero Guardo, W. D. (2011). Kriging Universal para Datos Funcionales. Cartagena de Indias, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Departamento de Estadística.

[3] E.S., ANDERSON., J.A., THOMPSON., R.E., AUSTIN. (2005). LIDAR density and linear interpolator effects on elevation estimates. International Journal of Remote Sensing, 3889-3900.

[4] Eldrandaly, K. A., AbdelMouty, A. M. (June 2017). Spatio-temporal interpolation: Current Practices and Future Prospects 1Khalid. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 13.

[5] Giraldo Henao, R. (2011). Estadística Espacial. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

# Capítulo 6

# CURSILLOS

En esta sección presentamos los títulos y resumenes de los cursillos presentados por los investigadores durante el evento EIMAT 2019.

## 6.1. ¿QUÉ ES LA TEORÍA GEOMÉTRICA DE GRUPOS?

**Olga Patricia Salazar Díaz**
Universidad Nacional de Colombia
*opsalazard@unal.edu.co*

## Resumen

La teoría geométrica de grupos permite estudiar grupos finitamente generados, explorando la conexión entre propiedades algebraicas y propiedades geométricas de los espacios sobre los cuales estos grupos actúan. Para el estudio de estos grupos, se asocia a ellos un grafo de Cayley, el cual se puede dotar con estructura de espacio métrico, usando la métrica de la palabra.

A mediados del siglo XX, Dhen, Nielsen, Reidemeister y Schreier, Whitehead y Van Kampen entre otros, introdujeron algunas ideas geométricas y topológicas para el estudio de grupos discretos. Más tarde, en la década de los 80's M. Gromov hizo otros aporte que le dieron resurgimiento a estas ideas y surgió la Teoría Geométrica de grupos como área de estudio.

En este cursillo pretendemos presentar las ideas básicas introducción de esta teoría. La discusión se centra en construir, a partir de un grupo finitamente presentado, su grafo de Cayley y visto este como espacio topológico estudiar propiedades que pueden ser traducidas en propiedades algebraicas del grupo. También discutiremos el concepto de cuasi-isometría el cual permite relacionar grafos de Cayley asociados a diferentes presentaciones de un mismo grupo.

Describimos entonces conceptos básicos de la teoría, algunas construcciones, resultados que reflejan la importancia de estas relaciones algebraico-geométricas.

## Referencias

[1] M. Bridson, A. Haefliger. (1999) *Metrics spaces of non-positive curvature. Springer, Berlin.*

[2] R. Geoghegan. (2008) *Topological Methods in Group Theory. Springer, NY.*

[3] A. Hatcher. (2002) *Algebraic Topology. Cambridge University Press, Cambridge.*

[4] D.L, Johnson. (1990) *Presentations of Groups. Cambridge University Press, London.*

[5] P. De la Harpe. (2000) *Topics in geometric group theory. The University of Chicago Press, Chicago.*

[6] E. Lages. (2003) *Espacos Metricos. IMPA.Br, Rio de Janeiro.*

# 6.2. LA TEORÍA DE CONJUNTOS BLANDOS Y ALGUNAS APLICACIONES

**José Sanabria**

Universidad de Sucre

*jesanabri@gmail.com*

## Resumen

La *teoría de conjuntos blandos* fue introducida en 1999 por Molodtsov [3], como una nueva herramienta matemática para tratar las incertidumbres cuando se modelan los problemas de ingeniería, física, computación, economía, sociología y médicina. Esta teoría es más general que la teoría de conjuntos difusos, por ser una estructura matemática que proporciona una mejor forma para procesar la incertidumbre debido a su parametrización no restrictiva y a la fácilidad con que puede aplicarse a varios problemas de la vida real. Siguiendo esta línea de investigación, Maji et al. [2] introdujeron varias operaciones sobre

conjuntos blandos y aplicaron la teoría de conjuntos blandos en problemas de toma de decisiones. Actualmente se conocen muchas trabajos relacionados con la teoría de conjuntos blandos, entre los cuales se puedes mencionar el trabajo de Babitha y Sunil [1], en el cual se extienden las nociones de relaciones de equivalencias, composición de relaciones, particiones y funciones a el contexto de conjuntos blandos. En este cursillo, se presenta el marco teórico relacionado con el concepto de conjuntos blandos y se discuten algunos resultados fundamentales que han sido establecidos a partir del trabajo de Maji et al. [2]. El contenido está dirigido a estudiantes y profesores universitarios de cualquier especialidad, que tengan conocimiento de nociones básicas de la clásica teoría de conjuntos.

## Referencias

[1] K. V. Babitha, J. J. Sunil, *Soft set relations and functions*, Computers and Mathematics with Applications, **60** (2010) 840-1849.

[2] P. K. Maji, R. Biswas and R. Roy, *Soft set theory*, Computers and Mathematics with Applications, **45** (2003) 555-562.

[3] D. Molodtsov, *Soft set theory-first results*, Computers and Mathematics with Applications, **37** (1999) 19-31.

## 6.3. USO DE DG-PAD CON ACTIVIDADES DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS PARA DARLE SENTIDO AL SABER POR MEDIO DEL RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

**Jesús David Mejía Viana**

**Mikel Vincent De Castro Franco**

**Jesús David Berrío Valbuena**

Universidad del Atlántico

*mvdecastro@est.uniatlantico.edu.co*

*jesusdmejia@est.uniatlantico.edu.co*

*jberriovalbuena@mail.uniatlantico.edu.co*

## Resumen

Actualmente se busca que la enseñanza de la geometría sea basada en metodologías que faciliten la actividad de exploración y descubrimientos por parte de los estudiantes (Gutiérrez & Jaime, 2012). Se asume que la geometría es el área de las matemáticas que se ocupa de razonar con figuras. Por lo tanto, se dice que esta comprende dos aspectos fundamentales: los procesos de percepción de las figuras, en los que actúa la intuición y, los procesos de razonamientos teóricos utilizando las figuras, en donde actúa la deducción (Acosta & Fiallo, 2017). A partir de esto, buscamos que los estudiantes se introduzcan en la teoría, pero a través de la percepción en las figuras, y así lograr un equilibrio entre la percepción y la teoría. Por lo tanto, el objetivo de esta presentación es ofrecer una propuesta para la enseñanza de la geometría, que favorece el proceso de la exploración de

las figuras mediante los procesos de percepción e intuición y como esto lleva a la necesidad de explicar relaciones o propiedades geométricas.

Con base en lo anterior, se busca introducir a nuestros estudiantes en el mundo de la teoría, pero a partir del mundo de la percepción y a su vez lograr el equilibrio entre los dos aspectos de la actividad geométrica. Para ello se diseñan actividades que involucren una constante ida y vuelta entre el aspecto perceptivo y el aspecto teórico (Arsac, 1992). Este tipo de actividades promueven el cambio de la estructura usual (el profesor no escribe teoremas, definiciones, propiedades de manera explícita o implícita, sino que permite la construcción de los conceptos mediante la experiencia) de una clase, se favorecen los procesos de experimentación, observación, planteamiento de conjeturas y permite que los estudiantes tengan otras herramientas para solucionar problemas, donde entra en juego su razonamiento deductivo.

Asimismo, el software permite que el estudiante interactúe directamente con la representación de los objetos geométricos que hacen parte de la construcción. Se fomenta la comunicación entre los estudiantes donde intercambian ideas sobre sus estrategias a la hora de resolver problemas, las construcciones que elaboraron y las propiedades que observaron.

A lápiz y papel solo podemos declarar propiedades, sobre el dibujo. Es más, una herramienta de representación de conceptos. Con el software podemos verificar propiedades que no han sido declaradas, lo usamos como una herramienta de construcción de nuevas propiedades.

Conclusión, se espera que esta metodología sirva como apalancamiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, apoyándose en la percepción de las figuras y teniendo un razonamiento deductivo.

## Referencias

[1] Acosta, M., y Fiallo, J. (2017). *Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

[2] ARSAC, G. (1992). *Iniciación al razonamiento deductivo en la universidad. Presses* Universitaires de Lyon.

[3] GUTIÉRREZ Á., Y JAIME, A. (2012). *Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria.* Tecné, Episteme y Didaxis, 55-70.

## 6.4. POLIEDROS, PAPIROFLEXIA MODULAR Y TEORÍA DE GRÁFICAS

**José Luís Cosme Álvarez**
Universidad Autónoma Metropolitana
*coal@xanum.uam.mx*

## Resumen

Los poliedros han sido estudiados ampliamente a lo largo del tiempo y podemos encontrar caracterizaciones de ellos en función de sus representaciones como gráficas. En este cursillo-taller hablaremos sobre estos objetos con la ayuda de la Teoría de Gráficas (o grafos). El taller está pensado para que los participantes conozcan la teoría que hay detrás de este tema y puedan construir un poliedro con papiroflexia modular. .

## Referencias

[1] J. A. Bondy y U. S. R. Murty,*Graph Theory*, Graduate Texts in Mathematics 244, Berlin: Springer, 2008

[2] Chartrand G. and Zhang P., *Chromatic graph theory*. Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton). CRC Press, Boca Raton, FL, 2009. xiv+483 pp. ISBN: 978-1-58488-800-0 (Reviewer: D. de Werra) 05-01

[3] S.V. Matveev, Euler characteristic, Encyclopedia of Mathematics.
`URL: http://www.encyclopediaofmath.org/`
`index.php?title=Euler_characteristic&oldid=16333`

# Capítulo 7

# PÓSTERES

## 7.1. USO DE LA TEORÍA DE REDES PARA MODELAR LA CONTAMINACIÓN TÉRMICA DE LA SUBCUENCA DEL RÍO QUINDÍO

**Manuel Alejandro Chaucanes Lopez**

**Jorge Mario García Usuga**

Universidad del Quindío

*machaucanesl@uqvirtual.edu.co*

*jmgarcia@uniquindio.edu.co*

### Resumen

El agua es un elemento esencial para la vida, sin ella el hombre no podría existir. Toda población o comunidad ha buscado asentamiento cerca a una fuente de agua [5], según la Organización Mundial de la Salud (OMS), aun un pequeño aumento de temperatura puede causar un cambio dramático en los ecosistemas debido a eventos de temperaturas extremas [1]. La IPCC lo plantea así: "El cambio climático con certeza conllevará una significativa pérdida de vidas" (Dunn, 1997). El cambio térmico en los ríos tiene un papel importante en la salud general de los ecosistemas acuáticos (seres vivos y elementos abióticos) [2], Las descargas de aguas a altas temperaturas pueden causar daños a la fauna y flora de las agua receptoras al intervenir con la reproducción de especies, incrementar el crecimiento de bacterias y otros organismos no alóctonos, de igual forma la solubilidad del oxígeno en el agua esta afectada tambien por la temperatura. Además de la calidad del agua y la distribución de las especies acuáticas en el entorno de un rio; hay diversos factores que están implicados en el cambio de temperatura de un cuerpo de agua ya sean naturales o humanos [5].

Estudios de campo y laboratorio han demostrado que las fluctuaciones en la temperatura de un río influyen en la magnitud y el carácter de transporte de sedimentos, y quizás ha sido la falta de disponibilidad de datos sobre la temperatura de los ríos, tanto en espacio como en tiempo lo que ha limitado el estudio de los cambios de los cuerpos de agua a causa de la contaminación térmica [3]. Se desarrollara un modelo unidimensional de advección de calor el cual describe un sistema en la naturaleza por medio de la utilización de teoría de redes y ecuaciones diferenciales.

El modelo de advención de calor unidimencional del agua que fluye esta dado por:

$$A\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial QT}{\partial x} = \frac{WS_f}{\rho_f C_p} \tag{7.1}$$

Donde $T$ es la temperatura a través de un volumen de referencia en el que la energía se intercambia verticalmente sobre el área de la sección transversal del flujo, $A(m^2)$ por unidad tiempo $t(s)$, $Q$ es la descarga en $(m^3/s)$, $x$ es la distancia en $(m)$ en la dirección del flujo, $W$ es el ancho promedio del río $(m)$, $S_f$ es la suma de los flujos de calor a través del agua de aire y las interfaces agua-sedimento $(W/m^2)$ y $c_P$ es la capacidad calorífica del agua $(kgm^2/ks)$.

Empleando el concepto de equilibrio térmico de *Edinger et al. (1968)* [4], un método apropiado para los modelos de balance de agua a escala macro, entonces:

$$S_f = K_e(T_e - T) \tag{7.2}$$

donde $K_e$ es el coeficiente de transferencia de calor a granel que es una función de la temperatura del aire, la temperatura del punto de rocío y la velocidad del viento, $T_e$ es la temperatura de equilibrio hipotética que el agua alcanza bajo un calentamiento o enfriamiento atmosférico constante en donde $S_f = 0$ a través de la interfaz aire-agua. Así,

$$T = T_e + (T_o - T_e)exp\left(\frac{-K_e x}{\rho_f c_P q}\right) \tag{7.3}$$

Donde $q$ es el flujo por unidad de ancho del río $(m^2/s)$. En el rio la temperatura de equilibrio $T_e$ requiere conocimiento del viento local, velocidad, temperatura del aire, humedad y radiación solar entrante a predecir las temperaturas del agua *(Edinger et al., 1968)* [4]. La temperatura ascendente $T_o$, entrante, requiere un modelo de enrutamiento de flujo que rastree las cargas térmicas de fuentes no puntuales dentro y fuera de cada celda de la cuadrícula, incluyendo fuentes de agua superficial y subterránea, las condiciones meteorológicas requieren una

distancia más larga para influir en la temperatura del río de los grandes sistemas de descarga alta, dado que la profundidad y la velocidad del flujo aumentan en la dirección descendente.

# Referencias

[1] Global, Cambio Climatico. (2014) *Cambio climatico global. [online] disponible en* `http://www. cambioclimaticoglobal. com`.

[2] Caissie, Daniel. (2006) *El régimen termal de los ríos: una revisión. Biología de agua dulce*. 1389-1406.

[3] Syvitski, Jaia y Cohen, Sagy y Miara, Ariel y Best, Jim. (2019) *Temperatura del río y el transporte termodinámico de sedimentos. Cambio global y planetario*. 178 168-183.

[4] Edinger, J.E., Duttweiler, D.W., Geyer, J.C. (1968) *La respuesta de las temperaturas del agua a las condiciones meteorológicas. Res. de agua*. 4 (5), 1137-1143.

[5] Sierra Ramírez, C. A. (2016) *Calidad del agua. Evaluación y diagnóstico. Sello Editorial de la Universidad de Medellín.*

## 7.2. MÉTODOS DE VOLÚMENES FINITOS PARA APROXIMAR SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN DE AGUAS SOMERAS EN EL CÁLCULO DE VELOCIDADES DE UN TRAMO DE RÍO QUINDÍO

**César Augusto Acosta Minoli**
**Luz Andrea Giraldo Henao**
Universidad del Quindío
*cminoli@uniquindio.edu.co*
*lagiraldoh@uqvirtual.edu.co*

### Resumen

El agua es un recurso vital y esencial para la vida, usada en varias actividades de interés para el hombre como la economía, la industria, la ganadería y la agricultura. A lo largo de la historia, el agua ha sido afectada por dos grandes factores: el primero es el abuso por parte del hombre y el segundo la contaminación por diferentes fuentes derrame de petróleo, absorbentes de oxígeno, contaminación microbiológica, materia suspendida, contaminación química y contaminación por nutrientes.
Estos factores de contaminación se han venido presentando sistemáticamente a las fuentes de agua, por esto se hace necesario el estudio de características químicas, biológicas y físicas del agua, que permita comprender la dinámica de la fuente fluvial y medir el comportamiento físico del cuerpo de agua en movimiento o en reposo. Uno de los parámetros más importantes en el estudio de los ríos es la velocidad del agua, ya que esta

variable física contribuye a la descontaminación de los ríos, ayuda a la purificación del agua, al transporte de sedimentos, a la dilución de contaminantes, mantiene la humedad del suelo, ayuda al crecimiento de la vegetación a su alrededor, sustenta la fauna que rodea al río y conserva la biodiversidad de plantas, actúa como un factor limitante en la distribución de los organismos. Es de resaltar, que el uso de esta cálculo de la velocidad de un cuerpo de agua provee de datos muy próximos a la realidad, brindando información adecuada para lograr una mayor eficiencia en el estudio de otras variables tales como el caudal y el transporte de contaminantes y estas pueden ser monitoreadas para estimar el riesgo de contaminación en un determinado lugar.

Dado que la velocidad juega un papel muy importante y estos fenómenos se modelan con las ecuaciones de aguas somera este trabajo tiene como objetivo presentar un algoritmo basado en el método de volúmenes finitos para calcular aproximaciones de la ecuación de aguas someras. Posteriormente para validar el algoritmo se presenta un estudio de convergencia en el espacio y el tiempo. Finalmente, se presenta una aplicación del cálculo de velocidades de un tramo del río Quindío. .

## Referencias

[1] Gouta, N and Maurel, F. (2002) "A finite volume solver for 1D shallow-water equations applied to an actual river". *International Journal for Numerical Methods in Fluids* V. 1, -000-999.

[2] Crowhurst, Peter and Li, Zhenquan. (2013) "Numerical Solutions of One-Dimensional Shallow Water Equations". *2013 UKSim 15th International Conference on Computer Modelling and Simulation* , 55–60.

[3] Khan, Abdul A and Lai, Wencong. (2014) "Perbandingan Metode Lax-Friedrich scheme dengan Lax-Wendroff Pada Simulasi Dam-Break". *Pemodelan dan Simulasi* V. 38, 1–19.

[4] Khan, Abdul A and Lai, Wencong. (2014) *Modeling shallow water flows using the discontinuous Galerkin method.* CRC Press.

## 7.3. APROXIMACIÓN ANALÍTICA DEL CONSUMO DE COMBUSTIBLE Y COMPORTAMIENTOS PERIÓDICOS PARA UN VEHÍCULO QUE VIAJA A TRAVÉS DE UNA SERIE DE SEMÁFOROS

**Mónica Jhoana Mesa Mazo**

**César Augusto Acosto Minoli**

**Jorge Mario García Usuga**

Ingeniería Industrial-Corporación Universitaria Empresarial Alexander Von Humboldt

Universidad del Quindío

*mmesa4@cue.edu.co*

*cminoli@uniquindio.edu.co*

*jmgarcia@uniquindio.edu.co*

### Resumen

En esta investigación se estudia un modelo suave a trozos que modela la diámica de un solo vehículo que viaja a través de una secuencia de $n$ semáforos que se encienden y apagan con una frecuencia específica, los cuales están separados entre sí por una distancia $L_n$ [1, 2]. El modelo presenta tres formas dinámicas: acelerado, desacelerado y estado cero. Es decir, la dinámica se puede representar de la siguiente manera:

- Una aceleración $a_+$ hasta alcanzar la velocidad crucero $v_{max}$.

- Una velocidad constante $v_{max}$ con aceleración cero.

- Una aceleración negativa $-a_{-}$ hasta parar.

Cuando el vehículo se aproxima al n-ésimo semáforo con velocidad $v$, el conductor debe tomar la decisión de parar o frenar a una distancia de seguridad $d = v^2/2a_{-}$ dependiendo de la se´ nal del semáforo. Se asume que el n-ésimo semáforo se encontrará en verde si $sen(\omega_n t + \varphi_n) > 0$, y en rojo si $sen(\omega_n + \varphi_n) \leq 0$, donde $\omega_n$ es la frecuencia del semáforo y $\varphi_n$ la fase, estos dos parámetros son del gran importancia porque permitirán proponer diferentes estrategias de control basadas en el rendimiento del sistema, con la intención de mejorar y agilizar el flujo vehicular en la ciudad.

La simulación del modelo se desarrolló bajo un esquema basado en eventos e implementado en Matlab. Para realizar el análisis numérico, se tomo como parámetro de estudio el semáforo del ciclo, que proporciona beneficios al sistema de tráfico vehicular debido a su configuración, esto permitió establecer algunas estrategias de optimización para el fenómeno de ola verde la cual permite reducir el tiempo de viaje a medida que el vehículo minimiza el número de paradas a lo largo del camino. Además, se estudió la estabilidad de las órbitas de período uno y dos. Finalmente, se realizó una aproximación para el consumo de combustible. Suponiendo que éste es proporcional a la energía mecánica producida por el motor. Desde este punto de vista, se puede concluir que es posible aplicar estrategias de modelado y simulación basadas en sistemas dinámicos para comprender los comportamientos complejos asociados con el desplazamiento de vehículos en un tráfico controlado por semáforos [3].

# Referencias

[1] Toledo, B. A. and Muñoz, V. and Rogan, J. and Tenreiro, C. and Valdivia, J. A. (2004) *Physical Review*. Tráfico Vehicular como Sistema Complejo. V. 70

[2] Mesa, M., Valencia, J., Olivar, G. (2014) “Modelo para la dinámica de un vehículo a través de una secuencia de semáforos”. *DYNA* V. 81, 138–145.

[3] Mesa, M., Valencia, J., Olivar, G. (2019) "Analytical approximation of fuel consumption and periodic behaviors for a vehicle that travels through a traffic light series". *Ingeniería y Ciencia* V. 15, 127–156.

## 7.4. INTERPOLACIÓN SPLINE PARA MODELAR LOS PARÁMETROS DE CALIDAD DEL AGUA: SÓLIDOS SUSPENDIDOS TOTALES (SST) Y PH, EN UNA SECCIÓN DEL RÍO QUINDÍO EN ÉPOCA DE INVIERNO

**Joan Fernando Ortiz Giraldo**
**Mónica Jhoana Mesa Mazo**
**Jorge Mario Garcia Usuga**
Universidad del Quindío
*jfortizg@uqvirtual.edu.co*
*mjmesa@uniquindio.edu.co*
*jmgarcia@uniquindio.edu.co*

### Resumen

El río Quindío se encuentra ubicado en Colombia, en el departamento del Quindío hacia el centro-oeste del país y tiene una extensión de 69 kilómetros [4]. En su recorrido, el río Quindío atraviesa zonas agrícolas, ganaderas e industriales. Además, cuenta con la presencia de asentamientos humanos que depositan las aguas negras en el río. Todo este conjunto de actividades afectan la calidad del agua. Por tal razón, en la presente investigación se realizó un trabajo de campo en una sección del río Quindío (La María), con el objetivo de estudiar los sólidos suspendidos totales (SST) y el pH, los cuales son considerados en la resolución 0631 de 2015 de Colombia para el análisis de calidad del agua en los afluentes de agua dulce [1].

De acuerdo a la norma técnica colombiana NTC-ISO 5667-1, la técnica que se empleó en este estudio es la técnica de muestreo puntual, este tipo de muestreo es recomendado en investigaciones que buscan detectar una posible contaminación, su alcance y conocer si la calidad del agua cumple o no con los límites relacionados de calidad promedio [2]. Posteriormente, con los resultados del monitoreo que consistieron en 8 sesiones en época de invierno, se utilizaron los datos para aplicar la técnica de interpolación spline. De esta manera, se pudo obtener mediciones en puntos del río que no habían sido tomados, siendo estas medidas más precisas, debido a que el spline no tiene cambios de curvatura tan grandes como los presentados con otras técnicas de interpolación como la de Newton. Además, otra ventaja de trabajar con esta técnica es poder cambiar entre tramos el grado del spline para mejorar el grado de precisión, así por ejemplo, el primer tramo de puntos de monitoreo se podría interpolar con un spline de grado dos, mientras que el último se podría usar de grado uno.

Los resultados temporales del conjunto de datos mostraron un comportamiento del parámetro pH dentro de los valores permisibles establecidos en la resolución 0631 de 2015 [1], la cual establece los valores máximos permisibles para vertimientos puntuales como los del sector La María. Es así como el agua de esta fuente hídrica puede ser utilizada en los algunos procesos como la agricultuta ya que no tienen ningún riesgo para éste en cuanto al parámetro pH. Sin embargo, con relación a los SST se evidenció altos valores en las semanas, especialmente en la última, debido a las fuertes lluvias que se intensificaron en el mes de diciembre de 2018 [3]. Solamente en cuatro semanas se tuvieron valores de SST dentro de lo establecido por la normativa Colombiana como riesgo medio, pero aceptable para usos industriales, agrícolas o recreativos. Los valores de SST en todas las estaciones se mantuvieron, casi todas, fuera de lo establecido por la resolución 0631 de 2015 [1], la cual reglamenta un valor permisible de menos de 100 mg/L. Esto evidencia que en la mayoría de los puntos el nivel de SST es alto, por lo tanto, estas aguas pueden ser destinadas sólo a actividades industriales o de preservación de la flora y fauna, según lo establece la normativa Colombiana.

## Referencias

[1] Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible (2015) *Resolución N 0631*. Colombia.

[2] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación- ICONTEC (1995) *Norma Técnica Colombiana NTC-ISO 5667-1*. Colombia.

[3] Instituto de Hidrología Meteorología y Estudios Ambientales - IDEAM (2018) *TIEMPO Y CLIMA*. *Sitio web tomado de https://bit.ly/2mleWO1.*

[4] Instituto de Hidrología Meteorología y Estudios Ambientales IDEAM (2014) *Estudio Nacional del Agua. Panamericanas Formas e Impresos S.A.*

## 7.5. TRANSMISSION PROBLEM IN ELASTOPLASTIC BODIES

**Ramíro Peñas Galezo**
Universidad del Atlántico


## Resumen

In this work, I formulate the transmission model between two three-dimensional bodies with elastoplastic deformation in a rate-independent case. A solutions space is introduced and non-linear operators are defined that allow the model to be rewritten as a doubly nonlinear problem. The existence and uniqueness of solutions are obtained from the theory of monotonous operators on Banach spaces.


## Referencias

[1] Brezis A, (2010) Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer New York. DOI 10.1007/978-0-387-70914-7. pp 285-300.
[2] Colli P, Visintin T. (2015). On a class of doubly non linear evolution equations, Communications in Partial Differential Equations, 15:5, 737-756, DOI: 10.1080/03605309908820706.
[3] Maggiani G, Mora M. (2016). A dynamic evolution model for perfectly plastic plates. World Scientific Publishing Company Vol. 26, No. 10, pp. 1825-1864. https://www.worldscientific.com/doi/pdfplus/10.1142/S0218202516500469. doi:10.1142/S0218202516500469.
[4] Davoli E, Mora M.G. (2013). A quasistatic evolution model for perfectly plastic plates derived by Gamma-convergence. Ann. Inst. H. PoincarÃ© Anal. Non LinÃ©aire 30, pp 615–660.

[5] Mielke A, Liero M. (2011). An evolutionary elastoplastic plate model derived via Γ-convergence, Mathematical models and methods in applied sciences, pp 1961–1986.

[6] Roche T. Liero M. (2012). Rigorous derivation of a plate theory in linear elastoplacity via Γ-convergence, Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA, pp 437–457.

[7] RoubÃcěek T. (2005). Nonlinear Partial Differential Equations with Applications. Berlin: Birkhäuser Verlag. ISBN 3-7643-7293-1. pp 321-326.

[8] Lagnese J. E., Lions J. L. (1988). Modelling analysis and control of thin plates. Paris: Masson. pp 7-39.

[9] Mielke, Alexander. (2006). Chapter 6 Evolution Of Rate-Independent Systems. Handbook of Differential Equations, Evolutionary Equations. 2. 10.1016/S1874-5717(06)80009-5.

[10] Mielke A, Roubicek T. (2015). Rate-Independent Systems: Theory and Application. Springer-Verlag New York. ISSN 0066-5452.

[11] Friesecke G., James R. D., Müller S. (2006). A hierarchy of plate models derived from nonlinear elasticity by Gamma-convergence. Arch. Rat. Mech. Anal., volume 180, , S. 183-236.

[12] Showalter R.E. (1997). Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations. Publication: Mathematical Surveys and Monographs, Volume 49. ISBNs: 978-0-8218-9397-5 (print); 978-1-4704-1280-7 (online). American Mathematical Society. http://www.ams.org/books/surv/049/surv049-endmatter.pdf. doi: dx.doi.org/10.1090/surv/049

[13] Shi P., Showalter R.E. (1997). Plasticity Models and Nonlinear Semigroups. Journal of mathematical analysis and applications 216. http://math.oregonstate.edu/~show/docs/Show_Shi_97.pdf. https://doi.org/10.1006/jmaa.1997.5673. pp 218-245.

[14] Dal Maso G. (1993). An introduction to Γ convergence. Progress in nonlinear differential equations and their applications 8. Boston: birkhäuser.

[15] Duvaut G. Lions J.L. (1976). Inequalities in mechanics and physics. Berlin:

Springer-Verlag. pp 228-240.

[16] EKELAND I, TÃ©MAM R. (1999). Convex analysis and variational problems. Philadelphia: Siam. pp 3-35.

[17] HERNANDEZ J. (2002). Evolutionsgleichungen für gekoppelte elastische dünne Platten mit Membranen. Mainz: Preprint-Reihe Des Instituts Fuer Mathematik Der Johannes Gutenberg-Universitaet Mainz 12 , ISSN: 0945-0599. pp.1 - 60.

[18] ADAMS, R. (1978) *Sobolev spaces*. Academic Press Inc., New York, EEUU.

## 7.6. DINÁMICA DE PROPAGACIÓN DEL VIH EN UN GRUPO POBLACIONAL CONSIDERANDO LA INFECCIÓN EN EL SISTEMA INMUNOLÓGICO DE CADA INDIVIDUO INFECTADO

**Sol de Amor Vásquez Quintero**

**Hernán Darío Toro Zapata**

Universidad del Quindío

*svasquezq@uqvirtual.edu.co*

*hdtoro@uniquindio.edu.co*

### Resumen

La infección con el Virus de Inmunodeficiencia Humana (VIH) es una enfermedad grave que afecta a la población mundial y que hasta ahora no tiene cura. Según ONUSIDA, a finales del 2017 habían alrededor de 36,9 millones de personas infectadas por VIH a nivel mundial [5]. Desde el momento en que el VIH entra en el organismo, empieza a atacar el sistema inmunológico, específicamente destruye los linfocitos T CD4, que son un tipo de células que se encargan de combatir las infecciones causadas por agentes externos [2]. Una de las poblaciones más vulnerables a adquirir el virus es la de los jóvenes entre 15 y 24 años, ya que en esta etapa se empieza la vida sexual y se pueden tener comportamientos sexuales más riesgosos [3].

En el presente trabajo de investigación se propone un modelo multiescala, en el cual se modela la propagación del virus en la escala poblacional mediante una red compleja, la

población que se toma son los jóvenes entre 15 y 24 años que se infectan por vía sexual, y se consideran los estados de susceptible, portador sin tratamiento y portador con tratamiento. En la escala inmunológica se modela la dinámica de infección del virus en el cuerpo de cada individuo infectado de la población mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, en donde se considera el uso de la Terapia Antirretroviral para controlar la infección, los medicamentos que se tienen en cuenta como estrategias de control son los inhibidores de la transcriptasa inversa (ITI) y los inhibidores de la proteasa (IP).

**Descripción del modelo en la escala inmunológica**

En cada nodo de la red se considera la dinámica del sistema inmunológico de cada persona, en particular de aquellas que adquieren el virus; en este modelo se estudia la concentración promedio de células T CD4 sanas e infectadas, la concentración promedio de células de respuesta celular inactivas y activas, y la concentración promedio de partículas virales infecciosas y no infecciosas. Todo esto a través de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales.

Los supuestos del modelo tienen en cuenta que las células T CD4 son las encargadas de ayudar a coordinar la respuesta inmunitaria ante las infecciones que entran en el organismo [1]; además, son producidas en la médula ósea y también presentan apoptosis o muerte natural después de un determinado tiempo. Cuando el VIH entra en el organismo, las partículas virales entran en contacto con las células T CD4 y hay una probabilidad de que éstas sean infectadas. Una vez son infectadas estimulan la respuesta inmune del organismo, con lo que las células de respuesta celular pasan de ser inactivas a ser activas y se encargan de destruir las células T CD4 que ya han sido infectadas [2]. Cabe aclarar que las células T CD4 infectadas se replican a una tasa constante.

Adicionalmente, cuando las células T CD4 infectadas son destruidas por la respuesta celular se produce lisis celular, es decir, se rompen las membranas celulares lo que produce la salida del material intracelular que hace que se liberen nuevos viriones no infecciosos e infecciosos, los cuales seguirán atando y destruyendo a las células T CD4 hasta conseguir niveles muy bajos de éstas, de tal forma el organismo queda debilitado en su defensa y es propenso a padecer cualquier otra enfermedad o infección [4].

**Descripción del modelo en la escala poblacional**

Se considera una población finita de jóvenes entre 15 y 24 años de edad que se relacionan por medio de contactos sexuales a través del tiempo. La población tiene tres clasificaciones: personas susceptibles de adquirir la infección, personas portadoras del virus que no reciben ningún tipo de tratamiento antirretroviral y personas portadoras que reciben tratamiento donde se tiene en cuenta los ITI y los IP. En la población también se considera el fracaso terapéutico, lo que significa que hay personas en la población que usaban la Terapia Antirretroviral y la dejan debido a diferentes factores como por ejemplo la falta de recursos económicos, el desarrollo de efectos secundarios [6], entre otros.

Cada uno de los individuos de la población son representados por los nodos de la red y las aristas hacen referencia a los contactos sexuales entre los individuos a través de los cuales el virus se puede propagar. En la población no se consideran nacimientos ni muertes durante el periodo de simulación.

**Descripción del algorítmo de simulación**

Se hace la modelación a nivel multiescala del modelo inmunológico y del modelo poblacional, de esta manera es creada la red compleja libre de escala. Las variables que se tendrán en cuenta del sistema inmunológico que servirán para tomar decisiones en la escala poblacional y por tanto, afectarán el comportamiento de la red son el número promedio de células T CD4 sanas, la carga viral, las probabilidades de abandono del tratamiento y la efectividad en su uso. De acuerdo con los niveles de esas variables se definen tres criterios (condiciones de riesgo) que afectan el comportamiento en la escala poblacional y en el número de nuevas personas portadoras de VIH.

# Referencias

[1] Bernal,F.,(2008) *El virus de inmunodeficiencia humana VIH y el sistema nervioso. Principios generales. Acta Neurol Colomb.* V. 24, 124-141

[2] Codina, C., Martin, M. T., Ibarra, O. (2002) *La infección por el virus de la*

*inmunodeficiencia humana.*

[3] MENDOZA, L. A., ARIAS, M., PEDROZA, M., MICOLTA, P., RAMÍREZ, A., CÁCERES, C., ACUÑA, M. (2012). *Actividad sexual en adolescencia temprana: problema de salud pública en una ciudad colombiana. Revista chilena de obstetricia y ginecología.* V. 77(4), 271-279.

[4] MENENDEZ MARTINEZ, M. A. (1995) *Infección por VIH historía natural y marcadores de progresión.* Universidad Complutense de Madrid, España.

[5] ONUSIDA (2017.) *Hoja Informativa - Día Mundial Del SIDA Del 2017.* Tomado de $www.unaids.org/sites/default/files/media_asset/UNAIDS_FactSheet_es.pdf$ el día 26 de marzo del 2018

[6] POTES C., BOTERO M., TAMAYO M., ISAZA V.,(2011). *Causales del abandono de la terapia antirretroviral a partir de los efectos adversos con la toma de los medicamentos en pacientes VIH en la IPS TODOMED LTD.* Universidad Católica de Manizales, Facultad de Ciencias de la Salud. Cali, Colombia.

## 7.7. MODELO PARA LA TRANSMISIÓN DEL DENGUE CON POBLACIÓN ASINTOMÁTICA Y DISPERSIÓN DE *AEDES AEGYPTI*

**Juan Camilo Osorio Aguirre**
**Carlos Alberto Abello Muñoz**
Universidad del Quindío
*jcosorioa@uqvirtual.edu.co*
*carlosalbert15@gmail.com*

## Resumen

La fiebre del dengue es una de las enfermedades transmitidas por vectores más importante del mundo, y modelar su dinámica de transmisión permite determinar los factores de influencia claves y ayuda a realizar intervenciones [1]. La heterogeneidad de las picaduras de mosquitos en humanos durante la propagación del virus del dengue es un factor importante que debe considerarse al modelar la dinámica [3], sin embargo, los modelos tradicionales generalmente suponen una mezcla homogénea entre humanos y vectores, lo cual es inconsistente con la realidad. En este estudio se propone un modelo compartimental con términos de transmisión de distribución binomial negativa para modelar esta heterogeneidad a nivel de la población, dos rutas de transmisión (población sintomática - población asintomática) y un solo vector (*Aedes aegypti*) para el virus del dengue; al incluir la población asintomática se tiene en cuenta un factor no cuantificado estadísticamente por los sistemas de vigilancia epidemiológica [7].

Los resultados mostrados conciernen a la estabilidad local y global de los estados estacionarios para el sistema dinámico (analizado mediante los métodos directo e indirecto

de Lyapunov [2, 5] y el criterio de Routh-Hurwitz [4]) y a las simulaciones numéricas, con el propósito de comprender el impacto de la heterogeneidad y el número reproductivo básico [6] durante la propagación del virus del dengue.

## Referencias

[1] KEELING,, M. J., ROHANI, P. (2011) *Modeling infectious diseases in humans and animals. Princeton University Press.*

[2] KHALIL, H. K., GRIZZLE, J. W. (2002) *Nonlinear systems (Vol. 3) Upper Saddle River, NJ: Prentice hall.*

[3] KONG, L., WANG, J., HAN, W., CAO, Z. (2016). *"Modeling heterogeneity in direct infectious disease transmission in a compartmental model". International journal of environmental research and public health*, V. 13, 253.

[4] LOREDO, C.A. (2004) *Criterios para determinar si un polinomio es polinomio Hurwitz - Reporte de los Seminarios de Investigación I y II. UAM-Iztapalapa, México, D.F.*

[5] PERKO, L. (2013) *Differential equations and dynamical systems(Vol. 7). Springer Science & Business Media.*

[6] VAN DEN DRIESSCHE, P., WATMOUGH, J. (2002) *"Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission". Mathematical biosciences* V. 180, 29-48.

[7] VYNNYCKY, E., WHITE, R. (2010) *An introduction to infectious disease modelling. Oxford University Press.*

## 7.8. ANÁLISIS DE UMBRAL PARA UNA EPIDEMIA DEL DENGUE CON PERIODICIDAD

**Julián Alejandro Olarte García**
**Anibal Muñoz Loaiza**
**Carlos Alberto Abello Muñoz**
Universidad del Quindío
*jaolarteg@uqvirtual.edu.co*
*anibalml@hotmail.com*
*carlosalbert15@gmail.com*

### Resumen

La fiebre del dengue (DENV) es la enfermedad transmitida por artrópodos con la mayor mortalidad en el mundo y una de las causas más frecuentes de hospitalización (se estima que 390 millones de personas se infectan cada año, 500 000 personas que padecen dengue grave requieren hospitalización y un 2,5 % fallecen), afecta a los países tropicales y subtropicales de Asia, las islas del Pacífico, las islas del Caribe, África y América Central y del Sur [2].
Las variables climáticas como temperatura, humedad y lluvia influyen significativamente en el desarrollo del mosquito y varios estudios sugieren que los parámetros entomológicos son sensibles a la temperatura y la lluvia, ya que el dengue normalmente se produce en regiones tropicales y subtropicales; la alta temperatura aumenta la esperanza de vida de los mosquitos y acorta el período de incubación extrínseco del virus del dengue, aumentando la cantidad de mosquitos infectados, la lluvia proporciona lugares para los huevos y el desarrollo de las larvas [4].

Un problema natural e importante asociado con los modelos epidémicos es estimar si una infección puede invadir y persistir en una población; un umbral utilizado para ello es el número reproductivo básico (NRB), definido epidemiológicamente como el número promedio de casos secundarios producidos por un individuo infectado introducido en una población completamente susceptible durante su período de infectividad [3].
Diekmann et al., van den Driessche y Watmough presentaron un enfoque general para el cálculo del NRB para los modelos de transmisión de enfermedades compartimentales, pero con parámetros ambientales constantes [3, 6, 5]. Es sabido que las fluctuaciones periódicas son comunes en la evolución de las enfermedades transmitidas por vectores, los cambios periódicos en las tasas de natalidad, la mortalidad y el contacto de las poblaciones son evidentes en los ecosistemas [1].
En la presente investigación se formula un sistema dinámico no autó- nomo para describir una epidemia de dengue con variación demográfica periódica del vector. Analíticamente, se encuentran cotas para el umbral (número basico de reproducción) del sistema autónomo promediado y a partir dicho umbral, se demuestra la existencia de una solución periódica libre de la enfermedad y una solución periódica endémica dentro de la región de sentido epidemiológico. Los principales resultados revelan que este umbral determina la estabilidad global de la solución periódica libre de la enfermedad (si es menor que uno) y si la enfermedad está inicialmente presente, persistirá (si el umbral es mayor que uno).

## Referencias

[1] ALTIZER, S., DOBSON, A., HOSSEINI, P., HUDSON, P., PASCUAL, M., ROHANI, P. (2006) *"Seasonality and the dynamics of infectious diseases". Ecology letters*, V. 9, 467-484.

[2] CANALS, M., GONZÁLEZ, C., CANALS, A., FIGUEROA, D. (2002) *"Dinámica epidemiológica del dengue en Isla de Pascua". Revista chilena de infectología*, V. 29, 388-394.

[3] DIEKMANN, O., HEESTERBEEK, J. A., ROBERTS, M. G. (2010). *"The*

*construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models"*. *Journal of the Royal Society Interface*, V. 7, 873–885.

[4] GAGE, K.L., BURKOT, T. R., EISEN, R. J., HAYES, E. B. (2008) *"Climate and vectorborne diseases"*. *American journal of preventive medicine*, V. 35, 436– 450.

[5] VAN DEN DRIESSCHE, P., WATMOUGH, J. (2002) *"Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission"*. *Mathematical Biosciences*, V. 180, 29–48.

[6] VAN DEN DRIESSCHE, P. (2017) *"Reproduction numbers of infectious disease models"*. *Infectious Disease Modelling*, V. 2, 288–303.

## 7.9. MODELO DE CONTROL BIOLÓGICO APLICADO A LA ETAPA ADULTA DEL MOSQUITO *Ae. aegypti*

**Juan Felipe Ciro Solórzano**
**Carlos Alberto Abello Muñoz**

Universidad del Quindío.
*jfciros@uqvirtual.edu.co.*
*carlosalbert15@gmail.com*

## Resumen

El mosquito *Ae. aegypti* es el principal transmisor de virus como el dengue, el chikungunya y el zika. Habita principalmente en zonas tropicales y subtropicales que permiten su reproducción y propagación convirtiéndose en una problemática de salud pública [1], dado que cerca de dos tercios de la población mundial conviven con este vector en áreas urbanas [2]. En la actualidad existen varios estudios que buscan encontrar la manera más óptima de mitigar dicha problemática, siendo una de ellas el control biológico presa-depredador, que consiste en la introducción de especies autóctonas que logren controlar o reducir la plaga de algún modo [3]. En este estudio se plantea un modelo presa-depredador donde el mosquito presenta un crecimiento constante y su depredador un crecimiento logístico siendo codependientes el uno del otro, pero dejando al depredador de manera implícita (Vease como una especie que se alimenta de mosquitos adultos). De este estudio se espera proponer un modelo de control biológico tipo presa-depredador que busca determinar la viabilidad de los depredadores de *Ae. aegypti* en su etapa adulta, para diseñar una alternativa en la reducción de las tasas de infección de enfermedades transmitidas por el vector.

**Referencias**

[1] Rivera García, Oscar *Aedes aegypti*, virus dengue, chinkugunia, zika y el cambio climático. Máxima alerta médica y oficial REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria, vol. 15, núm. 10, octubre, 2014, pp. 1-10 http://www.redalyc.org/pdf/636/63637999001.pdf

[2] Pinheiro FP. Dengue in the Americas. Epidemiological Bulletin panamerican health organization. ISSN 0256-1859. Vol 10. No.1 1989. Epidemiol. Bull. PAHO. 1989. 1-8. http://hist.library.paho.org/English/EPID/8345.pdf

[3] Organización mundial de la salud, Control Biológico. https://www.who.int/denguecontrol/control-strategies/biological-control/es

## 7.10. APLICACIONES DE CONJUNTOS FLEXIBLES EN MODELOS MATEMÁTICOS

**Jesús Domínguez Acosta**

**Lina Contreras Sanes**

Universidad de Sucre.

*jesusdaviddominguez07@gmail.com*

*linamary-1996@hotmail.com*

## Resumen

En muchas ocasiones nuestras herramientas tradicionales para el modelado formal, el razonamiento y la computación tienen complicaciones mayores, ya que involucran datos que dependen de muchos parámetros [2], [3]. Estos problemas se presentan en el campo de la ingeniería, las ciencias médicas, la economía, etc. En este trabajo usamos una herramienta matemática, llamada teoría de conjuntos flexibles [1], que permite tratar satisfactoriamente este tipo de problemas. También, presentamos algunos modelos matemáticos para situaciones que ocurren en nuestro entorno, los cuales son fundamentados con la teoría de conjuntos flexibles.

**Referencias**

[1] D. Molodtsov, Soft set theory first results, Comput. Math. Appl, 37 (1999), 19-3

[2] Z. Pawlak, Rough sets, Int. J. Inf. Comput. Sci. 11 (1982) 341-356.

[3] L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Inf. Control 8 (1965) 338-353.

## 7.11. ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LOS ESPACIOS MÉTRICOS FLEXIBLES

**Deisy Mieles Rivero**

**Francisco Montero**

Universidad de Sucre.

*deisy.mieles@hotmail.com*

*francisco150196@hotmail.com*

## Resumen

El uso de métodos clásicos para resolver problemas complicados en ingeniería, economía, física, ciencias ambientales, ciencias de la salud, ciencias sociales y otros campos de estudio, no siempre es satisfactorio. A menudo los modelos matemáticos que se emplean para resolver estos problemas son demasiados complejos y no conducen a las soluciones exactas. Esto puede ser debido a las incertidumbres de los fenómenos ambientales naturales, del conocimiento humano o a las limitaciones de los medios utilizados para medir los objetos. Algunas teorías matemáticas son enfoques útiles para describir las incertidumbres, pero cada una de esas teorías tiene su propia dificultad. La razón de estas dificultades es, posiblemente, la insuficiencia de la herramienta de parametrización de la teoría. En 1999, D. Molodtsov [3] introduce la *teoría de conjuntos flexibles* como una herramienta matemática que no tiene los inconvenientes antes mencionados. En este trabajo presentamos algunos resultados fundamentales de esta teoría [2] y la noción de *espacios métricos flexibles* [1], la cual es definida sobre un universo inicial y un conjunto fijo de parametros. Además, exhibimos algunas propiedades de las métricas flexibles que se estudian en detalles con ejemplos y contraejemplos.

**Referencias**

[1] DAS, S. AND SAMANTA, S. K. (2013) "On soft metric spaces". *J. Fuzzy Math.* Vol. 21 (3), 707–734.

[2] MAJI, P. K.; BISWAS, R. AND ROY, R. (2003) "Soft set theory". *Comp. Math. Appl.* Vol. 45, 555–562.

[3] MOLODTSOV, D. (1999) "Soft set theory-first results". *Comp. Math. Appl.* Vol. 37, 19–31.

## 7.12. ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA: UN DESAFÍO ABORDADO POR LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

**Roberto Carlos Caballero Florez**
**Marlon de Jesus Rondon Meza**
Universidad Popular del Cesar
*rccaballero@unicesar.edu.co*
*marlonrondom@unicesar.edu.co*

### Resumen

En el presente artículo se muestran los avances de una investigación en curso, en el cual se desean propiciar ambientes donde se favorezcan el aprendizaje de la estadística y habilidades propias de esta rama de las matemáticas que transciendan en ámbitos y en la vida cotidiana en los estudiantes de la básica primaria del municipio de la Jagua de Ibirico-Cesar,puesto que se denotan falencias en el análisis de la información en diferentes contextos, para lograr esto como referente teórico nos apoyados de la modelación matemática de Biembengut & Hein (2004) y Villa (2009) como herramienta didáctica y como referente metodologico la investigacion acción de Kemmis & Mctaggart (1988).
Se considera este proyecto como innovador por los recursos y metodologías que se aplicaran haciendo énfasis en el propósito del mismo por consecuencia se busca elevar la calidad de los aprendizajes en cuanto a la comprensión y análisis de la estadística valiéndonos de diversas estrategias de corte cognitivo para darle mayor impacto a estos procesos. Su pertinencia no sólo tiene que ver con el momento sino tambiien en los resultados poco favorables que se han venido presentando continuamente en la institución, mismos que se

han podido observar con evaluaciones a nivel nacional como las pruebas Saber $5^o$ e incluso simulacros como son Superate con el saber, que de manera general en el campo de matemáticas han arrojado resultados que demuestran que gran parte de los alumnos se encuentran en un nivel inferior y básico.

La comunidad educativa del municipio de Valledupar como del departamento del cesar a estado haciendo solicitudes al departamento de matemáticas de la Univerisidad Popular del Cesar de tal manera que esta apoye con formación, complementos o mejorando la práctica de aula de los egresados de la universidad en ese sentido se hace importante nuestra investigación para que logre dar un impacto y mejorar los aprendizajes en las instituciones educativas del Cesar y en consecuencia es una necesidad fundamental que deseamos mejorar.

Consecuentemente con lo anterior, con este proyecto se desea que los maestros cambien o mejoren sus estilos de enseñanza y sean capaces de diseñar estrategias didácticas que respondan a las necesidades de nuestros educandos y de la sociedad actual para lo cual se debe aprovechar los medios electrónicos e incluso los ya existente de tal manera que se garantice la calidad de los aprendizajes con actividades significativas y contextualizadas. Por consiguiente se implementaran estrategias significativas para la enseñanza de gráficos estadísticos, por esta razón se inició con un plan de acción para así lograr avances significativos en la educación de los educandos, por eso se realizó una prueba diagnóstica para verificar los supuestos de la investigación donde más del 60 % de los estudiantes no lograron el mínimo esperado y se han implementado actividades enmarcadas en la comprensión y el análisis de situaciones del contexto donde se crearon espacios de transversalidad con otras áreas del saber y han motivado a los estudiantes de la básica a observar la estadística como un área más allá de algoritmos y fórmulas , donde el estudiante demuestre su capacidad y competencias matemáticas una mayor efectividad y dinamismo a la enseñanza de la estadística.

# Referencias

[1] Biembengut, M. & Hein, N. (2004) *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática.* Educación matemática, 16(2), 105-125.

[2] Blomhøj, M. (2004) *Mathematical Modelling: A Theory for Practice. In Clarke, B. et al. (eds.)*, International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics *National Center for Mathematics Education*, 145–159.

[3] Kemmis, S. & Mctaggart, R.(1988) *Cómo planificar la investigación-acción* Barcelona:Laertes.

[4] Trigueros, M.(2009) *El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas.* *Innovacción matemática* V 9(46), 75-87.

[5] Villa, J. & Ruiz, H.(2009). *Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, (27), 1-21.