5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EIEM5

Octubre de 2020

Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EIEM5

Octubre de 2020

Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

Año 2020
ISSN 2539-3219 (on line)

TABLA DE CONTENIDO

CONFERENCIAS PRINCIPALES

LA REFLEXIÓN SOBRE LA PROPIA PRÁCTICA DE FUTUROS PROFESORES DE SECUNDARIA DE MATEMÁTICAS

Vicenc Font[1]

Esta conferencia explica cómo se enseña la noción de idoneidad didáctica de en un máster de formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas con el objetivo de que sea usada por los participantes en la reflexión sobre su práctica docente.

Primero se explica el brevemente el programa de formación y se comentan dos competencias claves: la primera enfocada en el análisis e intervención didáctica, es decir, en el diseño, aplicación y valoración de las secuencias de aprendizaje mediante técnicas de análisis didáctico, categorías de idoneidad y planteamientos de propuestas de mejora. La segunda competencia en cuestión está relacionada con la formulación e investigación de problemas de la enseñanza y aprendizaje en matemáticas, procurando la reflexión desde la propia práctica para plantear la formulación de un problema de investigación. También se comenta que, si bien todas las asignaturas del máster contribuyen a su desarrollo, son la asignatura de prácticas (donde los futuros profesores diseñan e implementan una unidad didáctica) y el trabajo de Fin de Máster (donde valoran la implementación y realizan propuestas de mejora) las que más contribuyen al desarrollo de estas dos competencias

A continuación, se explica el proceso de instrucción que se sigue para generar una pauta cuyo objetivo es organizar la reflexión del futuro profesor mediante el uso de la noción de idoneidad didáctica. Dicha pauta se compone de seis criterios de idoneidad, desglosados en componentes e indicadores. Para ello, se propone que opinen sobre episodios, experiencias y situaciones que ayuden a generar principios que se deben tener en cuenta para promover procesos de calidad educativa en relación con las matemáticas. Estos principios se concretan en componentes y estos a la vez en indicadores, los cuales se someten a discusión y consenso. Al final, cada alumno en su Trabajo de Final de Máster tiene que valorar mediante dicha pauta la idoneidad de la unidad didáctica que ha implementado y elaborar una propuesta de mejoramiento para futuras implementaciones.

Por último, se ilustra el uso de la noción de idoneidad didáctica para organizar la reflexión del futuro profesor sobre su práctica mediante el proceso de reflexión explicado por un futuro profesor en su Trabajo de Fin de Máster.

---

[1]Phd en Didáctica de la Matemática, Universidad de Barcelona, España

CRITERIOS UTILIZADOS POR PROFESORES PARA JUSTIFICAR LA MEJORA DE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Adriana Breda[1]

Esta conferencia recoge los resultados de una investigación en la cual se analizaron las razones que ofrecen 25 profesores de matemáticas de un máster profesional para justificar que sus propuestas didácticas son innovadoras, y que representan una mejora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Las consideraciones que aquí se presentan, de alguna manera, atienden a una problemática de tipo general sobre el papel que tienen las valoraciones y los principios normativos en la práctica del profesor.

Algunos autores afirman que la didáctica de las matemáticas, sean ésta asumida como ciencia explicativa o comprensiva, debe dar respuesta a dos demandas diferentes, la primera pretende que sus constructos teóricos sirvan para comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje, y la segunda para guiar la mejora de tales procesos. La demanda inicial exige herramientas para la didáctica descriptiva y explicativa (¿Qué ha ocurrido? ¿Cómo y por qué?), mientras que la segunda necesita de herramientas para una didáctica valorativa, que sirva para responder qué se podría mejorar. Si bien estas demandas son diferentes están estrechamente relacionadas dado que sin una profunda comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no es posible conseguir su mejora.

Para conseguir el objetivo, se realizó un análisis de los trabajos fin de master desarrollados por cada uno de los profesores participantes. Del análisis de las propuestas didácticas fue posible identificar que: a) las justificaciones utilizadas para argumentar que las propuestas promueven una mejora en la educación matemática se relacionan con criterios de idoneidad epistémica, ecológica y mediacional; b) los profesores que implementan las propuestas manejan una mayor cantidad de criterios y están preocupados por el equilibrio de los criterios de idoneidad; c) cuando las reflexiones de los profesores son claramente valorativas, se organizan implícitamente usando algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica.
Ahora bien, el proceso de análisis condujo a concluir que no es factible determinar con facilidad cómo los docentes manejan subjetivamente unos criterios de idoneidad, sin habérseles enseñado el uso y manejo de esas herramientas. Una posible explicación es que la formación recibida en el Máster los ha llevado a realizar este tipo de análisis, sin embargo, estudios como el realizado por Caldatto, Pavanello y Fiorentini en 2016, nos llevan a creer que las características de la formación recibida en este máster no promueven en los profesores participantes este tipo de reflexión. Por tanto, una explicación plausible de que los criterios y sus componentes de indicadores funcionen como regularidades en el discurso del profesor, es que reflejan consensos ampliamente asumidos en la comunidad de educadores matemáticos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas, y es razonable pensar que el uso implícito que hace el profesor de los criterios de idoneidad didáctica se debe a su formación y experiencia previa.

[1] PhD Mathematics Education, Universidad de Barcelona, España

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

EL DESARROLLO HISTÓRICO DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA; UN ESTUDIO HECHO CON LOS MEDIOS TEÓRICOS DE LA EOS

Bruno D'amore[1]

Como en toda ciencia consolidada, también en Didáctica de la Matemática existen desarrollos teóricos, procesos de desarrollo, arrestos momentáneos e ideas brillantes que permiten reflexiones críticas.

La construcción de teorías dentro de la Didáctica Matemática es un componente fundamental en la investigación; estudiar las bases de cada una de ellas es el punto de partida para entender las coincidencias, las relaciones o las similitudes, entre todas estas con el fin de articular los marcos teóricos que las determinan (Teorías de las situaciones, EOS, teoría de la Objetivación, entre otras). Esto hace necesario construir un sistema de referencias que permita situar cada una de las teorías en el panorama integral de la Didáctica de la Matemática. Este aspecto se debe considerar, no solo entre paradigmas y escuelas de pensamientos macro, sino también dentro de las teorías de nivel intermedio que comparten un mismo paradigma epistemológico.

Las teorías nuevas nacen con objetivos precisos, no solo para absorber o incluir teorías precedentes, sino para estudiar factores y hechos que a las precedentes no les interesaba. Como ejemplo puntual pensemos a la teoría del Enfoque Ontosemiótico EOS, desarrollada con gran éxito, la cual nació con objetivos manifiestamente diversos de los objetivos perseguidos por la teoría de las situaciones.

Pensamos que el Enfoque Ontosemiótico es una de las teorías que determinaron el nacimiento de formas nuevas de pensamiento y de reflexión en el panorama de la Didáctica de la Matemática en el mundo. Sin embargo, aún hoy, si se desea describir y evidenciar las bases filosóficas de esta disciplina, se debe hacer referencia a teorías precedentes que indudablemente fueron las bases para esta innovadora creación. Nada nace de la nada y las "espaldas de los gigantes" que nos precedieron están siempre ahí, listas para fungir de apoyo a nuevos investigadores de poco llegados al litoral del mar a contemplar su vastedad…

Nosotros somos partidarios de la necesidad, en los límites de lo posible (en realidad: más allá de estos límites), de estudiar siempre la posibilidad de la unificación de las teorías o por lo menos su correlación sistematizada; casi nunca nos ha sucedido de tener que aceptar una falta total de nexos o constituyentes comunes entre dos teorías, por muy distantes que parezcan a simple vista.

[1] Phd In Mathematics Education, Universidad de Barcelona, España.

O linguaje se tornou um elemento essencial nas relações sociais e dá força aos que buscam poder. A retorica é a arte de convencer outros, o que a torna o instrumento essencial para a política. Os mitos, cosmovisão, linguagem, sistemas de conhecimento e modos de comportamento caracterizam uma cultura. Cada cultura desenvolveu seu próprio sistema de conhecimento. Cada cultura desenvolveu estratégias próprias para observar, avaliar, comparar, classificar, organizar, medir, quantificar, inferir, concluir, estas estratégias são organizadas como modelos, estilos, técnicas ou artes (*tecne=tica)* de entender, de explicar, de aprender e ensinar, e de manejar e lidar (*matema*) com o meio ambiente natural, social, político e imaginário (*etno*), assim se compõe a palavra Etnomatemática.

$$TICA + MATEMA + ETNO = ETNOMATEMTICA$$

Cabe ressaltar que da forma como eu uso a palavra Etnomatemática se refere à matemática de diferentes culturas, que é muito mais amplo que etno+matemática. O Programa Etnomatemática é a teoria suporte para Etnomatemática, é uma Teoria do conhecimento. O objeto de pesquisa é o conjunto de ticas de matema em distintos etnos, ´que é intrínseco à condição humana. Cada grupo, ou etno, tem sua maneira de matematizar o seu ambiente, lidar com seus problemas e propor suas soluções. Cada grupo mercê respeito, essa é a mensagem essencial da Etnomatemática.

CENARIO ATUAL E ETNOMATEMÁTICA.

Ubiratan D´Ambrósio[1]

A pandemia do Covid 19 intensificou, desde o ponto de vista social, as desigualdades em emprego, a saúde e os mais prejudicados são aqueles com menores salários, e de maneira muito especial o Covid 19 afeta de uma forma inesperada, a Educação, não temos experiência para a implementação do ensino a distância. Isso exige dos educadores humildade e criatividade. A pandemia exige repensar as novas relações humanas e criar novas modalidades de encontros, cooperação, trabalho e educação. Então, qual deve ser a função do professor? Deve ser propor projetos, modelos e módulos de aprendizagem com amplia utilização de Google e de outros sistemas de busca. Não simplesmente falar de conteúdo, de como realizar problemas matemáticos. O tempo de aula na educação à distância é reduzido, deve ser curto com menos aula expositiva e amis orientações para que o aluno trabalhe sozinho. El professor a distância deve ser um orientador do aluno na busca de conteúdo, deve ensinar o mínimo de conteúdo e orientar o aluno na busca de seu aprendizado.

Como exemplo de modelos e projetos trago algumas sugestões, fazer um modelo de sua casa, colocando dimensões dos quartos; como utiliza o seu tempo, quanto tempo leva no banho; analisas as contas de eletricidade, gás, agua, outras.

Agora, falando um pouco sobre Etnomatemática, o principal objetivo desta é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e porque grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, tribos, nações e povos, executam duas práticas de natureza matemática, tais como observar, avaliar, comparar, classificar, organizar, medir, quantificar e inferir, tirar conclusões, ou seja, matematizar. A Etnomatemática está presente como comportamento e conhecimento humano desde os hominídeos, há alguns milhares de anos. Tem acompanhado a evolução da espécie humana, mas é relativamente nova como área de conhecimento. Oferece novas perspectivas na história das ciências e das religiões, na cognição, na antropologia e nas bases socioculturais do conhecimento. O Programa Etnomatemática é um programa de pesquisa focalizado na questão de como a espécie humana desenvolveu seus meios para sobrevivência e para ir além da sobrevivência, o que chamamos, transcendência. A sobrevivência e a transcendência são próprias a todos os humanos e a todas as culturas, pelo que podemos dizer que o Programa Etnomatemática é uma Matemática Humanista.

Desde seus primeiros momentos, a espécie humana procura entender quem é, quais são a sua origem e qual será o seu futuro. Como resposta o ser humano busca um criador e desenvolve mitos de criação e de deuses que privilegiam a espécie humana. Isso possibilitou a espécie humana criar instrumentos, (tecnologia) comunicação, (linguaje) e emoções, trabalho e poder de satisfazer suas necessidades e as vontades.

---

[1] PhD en Matemáticas, Universidad de São Paulo, Brazil

O linguaje se tornou um elemento essencial nas relações sociais e dá força aos que buscam poder. A retorica é a arte de convencer outros, o que a torna o instrumento essencial para a política. Os mitos, cosmovisão, linguagem, sistemas de conhecimento e modos de comportamento caracterizam uma cultura. Cada cultura desenvolveu seu próprio sistema de conhecimento. Cada cultura desenvolveu estratégias próprias para observar, avaliar, comparar, classificar, organizar, medir, quantificar, inferir, concluir, estas estratégias são organizadas como modelos, estilos, técnicas ou artes (*tecne=tica)* de entender, de explicar, de aprender e ensinar, e de manejar e lidar (*matema*) com o meio ambiente natural, social, político e imaginário (*etno*), assim se compõe a palavra Etnomatemática.

$$TICA + MATEMA + ETNO = ETNOMATEMTICA$$

Cabe ressaltar que da forma como eu uso a palavra Etnomatemática se refere à matemática de diferentes culturas, que é muito mais amplo que etno+matemática. O Programa Etnomatemática é a teoria suporte para Etnomatemática, é uma Teoria do conhecimento. O objeto de pesquisa é o conjunto de ticas de matema em distintos etnos, ´que é intrínseco à condição humana. Cada grupo, ou etno, tem sua maneira de matematizar o seu ambiente, lidar com seus problemas e propor suas soluções. Cada grupo mercê respeito, essa é a mensagem essencial da Etnomatemática.

EL DISEÑO DE TAREAS Y LA INTEGRACIÓN DE NUEVOS RECURSOS EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Marcel Pochulu[1]

El diseño de tareas por parte del profesor de matemáticas, así como la integración de nuevos recursos para el desarrollo de las clases en esta área, son un tema de especial interés en el estudio de los procesos de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario. En un contexto como el argentino, donde se sustentan los resultados de las investigación realizadas por el autor, tales tópicos son esenciales dentro de la discusión de elementos a considerar en la formación del futuro educador matemático, este debe incluir dentro de su reflexión pedagógica la formulación de interrogantes que aborden todo el campo analítico del problema de estudio, estos interrogantes incluyen, entro otros ¿Por qué es necesario y se debe enseñar un determinado contenido? ¿Qué tipo de problemas resuelve el contenido planeado? ¿Qué tipo de argumentaciones se utilizan? ¿Qué contextos dejan al descubierto los significados que se pretenden generar? ¿Qué contextos ayudan a comprender diferencias y similitudes entre los objetos y otros que están vinculados a él? ¿En qué contexto histórico y cultural aparecen los conocimientos en cuestión? De esta forma, las reflexiones surgidas de este proceso ayudan al docente a inferir pedagógicamente los objetos matemáticos que se dan en un el contexto histórico y cultural.

En consecuencia, la tarea reflexiva y de planificación de contenidos, tareas y recursos para el acto pedagógico conduce a identificar los saberes matemáticos que vale la pena aprender en la escuela, estos a su vez, deben ser abordados desde tres prismas: la perspectiva de la ciudadanía, el impacto de las TIC en la forma de hacer matemáticas y el valor de la matemática para modelizar, representar y comunicar con contextos situacionales realistas. De donde nace el siguiente interrogante problema ¿Cómo concebir en el profesorado una formación que permita que el futuro docente gestione clases de matemáticas acorde con las nuevas tendencias y líneas de la educación matemática?

Siguiendo el trabajo de Sandholtz, en el acceso e inmersión en el uso de las TIC aplicadas a la educación, los profesores pasan por diferentes etapas: la de *acceso*, donde aprenden y comienzan a usar las TIC, seleccionan o diseñan y consideran además diferentes tareas tradicionales en las que se poder hacer uso de TIC. La segunda fase es la *adopción*, donde el profesor siente esa obligatoriedad de tener que incluir las TIC en los diseños y se preocupa de integrarlas en las planificaciones.

En esta tarea de aplicación de nuevas tecnologías al acto educativo es válido (y necesario) cuestionarnos acerca del proceso de formación del futuro educador, considerando el papel de los dispositivos didácticos que son empleados en dicho proceso en busca de que cuando ejerzan el acto pedagógico diseñen buenos problemas de matemática incluyendo de forma pertinente y significativa las TIC. La evidencia de nuestros estudios supone la necesidad de trabajar sobre cuestiones metodológicas en pro de la consecución de este fin, mediante acciones como la adaptación de las bases de la formación inicial de los profesores de matemáticas con el fin de que puedan entender qué tipo de actividades permite evolucionar

---

[1] PhD en Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Villa María, Argentina

de un grado a otro y cuáles limitan ese avance, así como la formulación de una propuesta didáctica de la matemática que favorezca el avance en los grados de integración.

Desde nuestra experiencia investigativa proponemos un conjunto de criterios para los docentes en formación inicial o en incluso en la formación continua, tales criterios los dividimos en tres grandes bloques: *criterios para enunciar consignas*, *criterios para la inclusión de las TIC* y *criterios para gestionar la clase*, y de su recorrido se obtienen las siguientes conclusiones:

- No conocer herramientas TIC no impide una evolución del conocimiento en una tarea matemática, más allá del dominio de la herramienta está la planeación didáctica y la organización de la tarea.
- Los estudiantes que muestran mayor evolución en el desempeño de tareas mediadas por TIC tienen una visión macro de la secuencia que deben diseñar, es decir, no empiezan por actividades ni clases en pequeñas sino que comprende la globalidad de la actividad como suceso integral.
- Cuando se logra integrar las TIC al proceso educativo de diseño de tareas matemáticas, aparece una gestión conjunta del conocimiento (matemático) y de la herramienta (TIC).
- El propósito de la formación debe hacer pie en que a medida que se aplica la integración de las TIC a la actividad de diseño y planeación del futuro docente, este debe lograr conciencia de la evolución que va obteniendo, la idea resultante de reflexionar efectivamente sobre el proceso es llegar a razonar "estoy evolucionado".

EVALUACIÓN FORMATIVA DEL CONOCIMIENTO DE LOS FUTUROS PROFESORES SOBRE MODELACIÓN MATEMÁTICA

Jhony Alexander Villa-Ochoa[1], Jonathan Sánchez-Cardona[2],Paula Andrea Rendón-Mesa[3]

Conocimiento del profesor sobre la modelación matemática

La modelación matemática puede concebirse como un proceso en el que se interrelacionan dos dominios, uno denominado las matemáticas y el otro denominado "el resto del mundo", también llamado "el mundo real". En esa interrelación se pueden identificar subprocesos y fases, por las cuales que atraviesa un modelador y diferentes fines y alcances de los modelos en relación con el dominio en el que tuvo origen.

La integración de la modelación en la clase de matemática se ha defendido por las oportunidades para la formación de los estudiantes, parte de ello tendría que ver con fomentar en los estudiantes actitudes creativas, principalmente en la resolución de problemas, para la formación y el desarrollo de algunas competencias, promover y mejorar un potencial crítico en los estudiantes, para el uso de las matemáticas en otros contextos, preparar a los estudiantes para que puedan practicar, aplicar matemáticas y usar modelos en diferentes asignaturas, no solamente para solucionar problemas de la vida real sino también de otras disciplinas (Lingefjärd, 2006; Villa-Ochoa, 2015). En correspondencia con estos alcances, se destaca el papel que tienen los profesores para promoverlos y para promover el aprendizaje de la modelación y de las matemáticas a través de la modelación.

En la literatura internacional se han destacado características de los conocimientos que los profesores deberían alcanzar sobre la modelación matemática (Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci, y Cakiroglu, 2016; Villarreal, Esteley, y Smith, 2018; Villa-Ochoa, 2015) y de los ambientes en los que se puede constituir ese conocimiento (Romo-Vázquez, Barquero, y Bosch, 2019; Rosa y Orey, 2019). Una parte de la investigación señala que los profesores que pretenden enseñar a través de la modelación matemática deben desarrollar un conocimiento de las matemáticas, de los tipos de tareas y lo que esas tareas pueden promover en sus estudiantes, un conocimiento de las demandas cognitivas de las tareas. Se destaca que los profesores también deberían desarrollar un conocimiento sobre cómo organizar el discurso del aula, cómo poder gestionar la clase a través de la modelación, cómo propiciar intervenciones, gestionar y promover las interacciones entres los diferentes estudiantes, cómo proporcionar un *feedback* de lo que los estudiantes van desarrollando de tal manera que por un lado, les permita orientar su desarrollo, pero

[1] PhD. en Educación en el Área de Educación Matemática, Universidad de Antioquia, Colombia

[2] PhD. en Educación en el Área de Educación Matemática, Universidad de Antioquia, Colombia

3 PhD. en Educación en el Área de Educación Matemática, Universidad de Antioquia, Colombia

también, que esa orientación sea lo suficientemente apropiada para que el estudiante pueda desarrollar de forma autónoma su trabajo matemático.
Para Cetinkaya et al. (2016), la literatura también sugiere que los profesores deben tener capacidades para reconocer posibles maneras de desarrollar cierto tipo de problemas y cómo esas maneras pueden ser productivas en el aprendizaje o cuales de ellas pueden ser no tan productivas. Promover también un conocimiento de esos enfoques, o esas formas de resolución de problemas que a veces emergen de las mismas tareas aun cuando previamente no se tengan a disposición. Ese conocimiento sobre la modelación matemática también implicaría allí una conjunción entre conocimientos matemáticos y conocimientos extra matemáticos. También se destaca la importancia de promover un conocimiento de la tecnología que permita integrarse y reorganizar las maneras en las que se hace la modelación matemática (Cetinkaya et al., 2016; Villarreal et al., 2018) y de la integración con otras disciplinas (Carmona-Mesa, Cardona Zapata, y Castrillón-Yepes, 2020).

Evaluación formativa del conocimiento del profesor.
Con el ánimo de promover el conocimiento de los futuros profesores de matemáticas, el Grupo de Investigación MATHEMA-FIEM ha diseñado e implementado varios cursos en Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, uno de ellos enfoca en el desarrollo del conocimiento de la modelación matemática. En este curso, los estudiantes deben desarrollar un proyecto de modelación, participar en diferentes tipos de tareas y diseñar planes de clase. Estas estrategias tienen el propósito de valorar la constitución de ese conocimiento y, al mismo tiempo, busca promoverlos; por tanto, se consideran como estrategias de evaluación formativa.
En el marco de este curso, la reflexión sobre la evaluación sea ha convertido en un elemento importante para el diseño del curso, pero también para la investigación que se desarrolla sobre la formación de profesores en modelación matemática. En la literatura internacional sobre evaluación del conocimiento de los profesores pueden identificarse varios énfasis; uno de ellos, se enfoca en la acreditación y en la certificación de los profesores, allí la evaluación su conocimiento puede asociarse a la necesidad de generar cierto tipo de certificaciones, de aplicar a pruebas de ingreso, sostenimiento o de ascenso en el cargo. En Mesa y Leckrone (2020) pueden identificarse seis proyectos de evaluación del conocimiento del profesor tanto en pre-servicio como en servicio. Entre los objetos allí declarados se encuentra la acreditación de un conocimiento matemático, general, pedagógico, especializado, entre otros. En su documento, Mesa y Leckrone (2020) describen los marcos teóricos, tipos de prueba e instrumentos que se han utilizado en este tipo de evaluación.
Otro énfasis en la evaluación del conocimiento del profesor está, no solo en la acreditación, sino también en su formación; es decir, no solamente se quiere reconocer cuál es ese conocimiento, sino que al mismo tiempo se busca promoverlo. Allí, el rol de la evaluación formativa y, de alguna manera, de la evaluación sumativa cobra sentido. En la literatura sobre esta evaluación sobresalen los trabajos de Black

y Wiliam (1998; 2009) quienes ofrecen herramientas para el diseño, la intervención e investigación sobre la evaluación formativa. De acuerdo con los autores, este tipo de evaluación, también denominado "evaluación para el aprendizaje", exige a los profesores y a los estudiantes una interpretación y uso de las evidencias sobre los desempeños que tienen los estudiantes para tomar decisión frente a los procesos que se siguen. En el marco del curso de formación de futuros profesores, los formadores actúan como profesores y los futuros profesores actúan como estudiantes. Esta doble mirada sobre estos roles permite comprender y promover formas de participación e interacciones que se presentarán más adelante en este documento.

Para Black y Wiliam (1998; 2009), la evaluación formativa se considera como una práctica que busca una mejora continua de la enseñanza y del aprendizaje; su importancia radica en que permite una revisión continua del proceso, la toma de decisiones sobre las estrategias y la reformulación de los aspectos necesarios para obtener mejores aprendizajes y resultados. En relación con los ambientes, los autores documentan la importancia de establecer metas de aprendizaje y declarar los alcances que se quieren evaluar; es decir "el qué" se quiere lograr a través de la formación. Se propone también una recopilación de la información de los logros y de los conocimientos que los estudiantes van desarrollando, la delimitación de las estrategias y de un plan a través del cual se quiere alcanzar esos propósitos. En el caso del curso de modelación matemática, también se busca promover la participación de los estudiantes (futuros profesores) en esa delimitación, en las etapas y en la construcción de los instrumentos de evaluación.

Diseño un ambiente para la evaluación formativa en un curso de modelación para futuros profesores

Con base en los planteamientos descritos en el apartado anterior, en el curso se ha diseñado un conjunto de estrategias de evaluación formativa. Ello incluye clarificar cuáles son los propósitos, las intenciones del curso y las metas de aprendizaje. Los formadores (profesores del curso) argumentan la importancia de esas metas y de las metodologías que implementarán, también describen las tareas y demás actividades que los futuros profesores desarrollarán a lo largo del curso. Finalmente describen las tareas y productos que se deben entregar en cada sesión de clase y los que se entregarán al finalizar el curso.

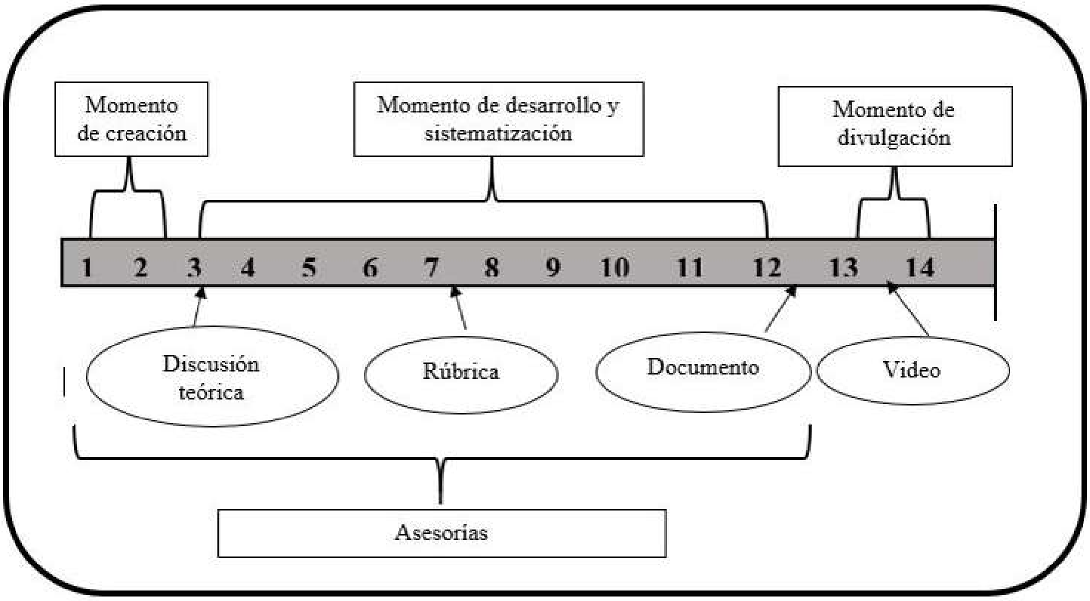
En la primera semana de clase, se busca reconocer los aprendizajes y el conocimiento que los futuros profesores han alcanzado sobre la modelación matemática; con base en ello, se reorganiza la planeación de las actividades, se ajustan los ambientes, se toman decisiones sobre el tipo de tareas que se deben implementar, los contenidos a enseñar, sobre cómo valorarlos y hacerles seguimiento durante el curso; ello incluye una retroalimentación continua de los logros de los futuros profesores y una valoración de cómo ello se alinea con los objetivos propuestos. Se realizan asesorías continuas en las que se contextualizan las tareas, se problematizan los avances y acciones desarrolladas, se promueve la interacción con expertos (Rendón-Mesa, Duarte, Villa-Ochoa, 2016).

De acuerdo con los planteamientos de Black y Wiliam (2009), también se hace un reconocimiento de la actuación de los futuros profesores como recursos de formación para los demás participantes del curso; esto significa pensar en cómo ellos mismos cuestionan, hacen recomendaciones sobre lo que vienen desarrollando sus compañeros. En este curso, el reconocimiento de la actuación de los estudiantes como recursos de formación para los demás implicó promover la participación en la construcción de los criterios de evaluación y, por tanto, en el diseño de rúbricas.

El curso se desarrolla en 64 horas de clase distribuidas en 16 semanas. En la Figura 1 se presenta una distribución de las actividades evaluativas que se realizan durante las primeras 14 semanas; las dos semanas finales se destinan a una presentación y discusión de los proyectos y planes de clase. El desarrollo de proyectos incluye un momento de creación en el que los estudiantes deben identificar tres temáticas o problemas sobre lo pudieran trabajar en sus proyectos. El momento de desarrollo y sistematización los estudiantes diseñan, valida e implementan la estrategia para resolver sus problemas o situaciones de interés. El tercer momento, denominado de divulgación, incluye estrategias para la comunicación de los resultados a través de presentaciones orales, documentos escritos y un video.

Entre la sexta y octava semana se diseñan las rúbricas de evaluación. Los futuros profesores participan de esa construcción; los aportes en esta participación deben estar apoyados en las discusiones teóricas y en la propia experiencia que previamente han enfrentado en el curso. En esta participación, los futuros profesores ponen en juego sus aprendizajes sobre la modelación a través de proyectos y los alcances que se esperan en la formación matemática de los estudiantes.

Figura 1. Diseño de las estrategias de evaluación formativa a lo largo del curso



Fuente: Sánchez-Cardona (2020)

A manera de ejemplo

Uno de los proyectos desarrollados en el curso consistió en una estrategia que un grupo de estudiantes desarrolló para aumentar el número de seguidores de una cuenta de Instagram. Este proyecto se desarrolló a partir de una necesidad personal de una de las integrantes del equipo que trabajaba como modelo y, por tanto, su reconocimiento profesional depende del número de seguidores que tenga y de la influencia que logre en redes. En ese proyecto, los estudiantes delimitaron variables, entre ellas, número de seguidores, el tiempo de duración de la estrategia, el tipo de contenido a divulgar, la cantidad de seguidores obtenido por cada tipo de publicación, el número de visitas y de vistas del perfil, el alcance que tendrían esas publicaciones, el tipo de comentarios que hacen los seguidores, entre otras.
A lo largo del curso, principalmente en las asesorías, los formadores hacían cuestionamientos sobre el tipo de datos que van a obtener, las relaciones entre las variables, los procedimientos matemáticos/estadísticos que utilizarían, las maneras de validación de los resultados, entre otros. En el caso particular de este proyecto, el equipo utilizó la estadística para organizar, representar los datos, para generar tablas de frecuencia, pero también para calcular probabilidades que se iban generando en algunas variables, por ejemplo, entre el tipo de publicación y el número de seguidores alcanzado. Ello permitió a los estudiantes determinar los tipos de contenido que tienen mayor y menor alcance y una proyección para alcanzar la meta trazada. Los estudiantes encontraron en la aplicación Instagram Business una oportunidad para poder acceder a una cuenta empresarial y poder llevar el día a día de estos alcances. Otros detalles de los alcances de las estrategias de evaluación para el aprendizaje de la modelación se encuentran en Sánchez-Cardona (2020).

Consideraciones finales

A nivel general, se puede reconocer los aportes que tienen las asesorías para promover un conocimiento sobre la naturaleza de la modelación matemática, de las estrategias, procedimientos y fases para el desarrollo de proyectos. También se valora su potencial para promover argumentaciones y formas de comunicación del conocimiento producido durante el curso y durante el desarrollo de proyectos. Estas argumentaciones y formas de comunicación emergen de las continuas problematizaciones que hacen los formadores a los futuros profesores; ya que, según Rendón-Mesa et al. (2016), estas problematizaciones remiten a los estudiantes a enfocarse y reflexionar sobre lo que están haciendo, del porqué lo están haciendo, cómo lo están haciendo y del impacto que esperan alcanzar.
También se puede valorar un doble rol de los proyectos de modelación. Estos proyectos no se conciben como un producto final para determinar los conocimientos que desarrollaron los estudiantes; más allá de ello, se busca que a través de los proyectos se puedan promover conocimientos; en ese sentido, se consolida como una estrategia de evaluación formativa. Por otro lado, los proyectos también integran otro tipo de estrategias de evaluación formativa, por ejemplo, las asesorías, estrategias de coevaluación, retroalimentación continua.

Finalmente, se resaltan las oportunidades y condicionamientos que tiene la participación de los estudiantes en la elaboración de las rúbricas. Uno de los elementos que se ha encontrado es que esa participación de alguna manera permite dar sentido a los elementos que Black y William han resaltado sobre el empoderamiento de los estudiantes frente a sus propios procesos; esto se da porque los estudiantes conocen lo que se les va a evaluar, ellos mismos están de acuerdo y han formulado los criterios de evaluación; por tanto, en función de ellos, canalizan sus esfuerzos para lograrlos. Sin embargo, también se ha observado algunas limitaciones en términos de que parece condicionar otros tipos de conocimientos que están implícitos pero que los estudiantes no los ponen en evidencia en sus proyectos. Ello sugiere otras reorganizaciones de la creación de las rúbricas y de nuevos estudios que muestren que esa participación, por un lado, puede seguir generando un empoderamiento de los futuros profesores, pero, por otro lado, condicione pero que no inhiba otros conocimientos importantes en los procesos de modelación.

Referencias

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74. https://doi.org/10.1080/0969595980050102

Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, *21*(1), 5–31. https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5

Carmona-Mesa, J. A., Cardona Zapata, M. E., y Castrillón-Yepes, A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-pluriversidad*, *20*(1), e2020101. https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.02

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2), 96-112

Mesa, V., y Leckrone, L. (2020). Assessment of Mathematics Teacher Knowledge. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 66–69). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_13

Rendón-Mesa, P. A., Duarte, P. V. E., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de La Facultad de Ingenieria U.C.V.*, *31*(2), 21–36.

Romo-Vázquez, A., Barquero, B., y Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. *Uni-pluriversidad*, *19*(2), 161–183. https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.09

Rosa, M., y Orey, D. C. (2019). Mathematical modelling as a virtual learning environment for teacher education programs. *Uni-pluriversidad*, *19*(2), 80–102. https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.04

Sánchez-Cardona, J. (2020). *Evaluación formativa y modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas*. Trabajo de Investigación (Maestría en Educación), Medellín: Universidad de Antoquia

Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación En Educación*, *8*(16), 133. https://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe

Villarreal, M. E., Esteley, C. B., y Smith, S. (2018). Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM - Mathematics Education*, *50*(1–2), 327–341. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0925-5

APRENDER Y ENSEÑAR MATEMÁTICAS DESDE CASA: ¿QUÉ HEMOS APRENDIDO Y CÓMO PERCIBIMOS EL FUTURO?

Pedro Gómez[1]

En esta charla, presento reflexiones sobre los mitos, las visiones y los contextos en los que trabajan los profesores de matemáticas; describo el proyecto Aprender y enseñar matemáticas desde casa; y presento algunos resultados parciales de los estudios que estamos realizando para comprender el fenómeno que los profesores de matemáticas han vivido durante los siete meses que llevamos de confinamiento.

Al actuar, el profesor de matemáticas está permanentemente tomando decisiones. Estas decisiones dependen de sus visiones acerca de las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza; de su conocimiento matemático y didáctico; y de los contextos en los que trabaja. Estos contextos (gubernamentales, institucionales y de área), junto con las tradiciones y rutinas, condicionan la actuación del profesor en el aula y en la institución, y delimitan las relaciones que él establece con sus directivos, sus colegas, los padres de familia y sus estudiantes.

Como una estrategia para apoyar a los profesores de matemáticas en tiempos de cuarentena, UED diseño e implementó el proyecto Aprender y enseñar matemáticas desde casa. Nuestro propósito ha sido apoyar a los profesores para afrontar los retos que surgieron con motivo del confinamiento. Para ello, diseñamos y pusimos en línea dos bases de datos de libre acceso con información de utilidad para los profesores; diseñamos e implementamos los cursos virtuales ¿Cómo diseñar e implementar una guía en tiempos de cuarentena? y Virtualidad y matemáticas; hemos realizado más de 50 conferencias virtuales en las que expertos guían a los profesores y profesores en ejercicio comparten sus experiencias de práctica a distancia; abrimos un grupo de WhatsApp y potenciamos nuestro grupo de Facebook Conversemos de Educación Matemática; y estamos desarrollando tres estudios que componen un proyecto de investigación que busca comprender y describir el contexto, el trabajo y las experiencias de los profesores de matemáticas durante los meses de confinamiento.

Nos hemos encontrado con profesores extraordinarios: profesores, recursivos y comprometidos con su institución y sus estudiantes, que han reconocido el papel de la tecnología en la práctica docente. Este periodo de crisis ha tenido implicaciones importantes en los contextos, las tradiciones y rutinas que condicionan la actuación del profesor. Estos contextos se han roto y se han construido nuevas condiciones, en general más flexibles, a nivel gubernamental, institucional y de área. Los profesores han construido nuevas relaciones con sus rectores, sus colegas, los padres de familia y sus estudiantes. Al haber tenido, con motivo de la crisis, que reflexionar sobre su práctica, los profesores también han cambiado sus visiones. Nos encontramos con una situación en la que el aprendizaje es el centro de atención. El propósito ya no es cubrir contenido, si no lograr más calidad. Y la evaluación dejó de ser un proceso mediante el cual se clasifica los estudiantes con una nota y pasó a ser un proceso con el que los profesores recogen información sobre la actuación de sus alumnos, con el propósito de contribuir a su aprendizaje.

Estos cambios son importantes y nos permiten percibir el futuro con optimismo. Si logramos llevar estos cambios a la "nueva normalidad", cuando volvamos a ver a nuestros estudiantes en las aulas, nuestros estudiantes tendrán más y mejores oportunidades para

[1] PhD. en Matemáticas, *Universidad de los Andes, Bogotá*

aprender matemáticas y nosotros, como profesores, nos sentiremos muy satisfechos. Este es el reto que gobernantes, rectores, colegas, padres de familia, estudiantes y nosotros debemos afrontar en el futuro, para transformarlo, como ya lo hicimos este año, en nueva una oportunidad. Es un reto de todos.

PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM E/OU APREDEM MATEMÁTICA.

Saddo Ag Almouloud[1]

A palestra está apoiada na didática das matemáticas ou didáticas das ciências, que é a disciplinas que estuda as condições reprodutíveis e controláveis das aprendizagens e do ensino de todas as ciências, estuda, principalmente, especificidades dessas condições de acordo com o conhecimento visado ou obtido.

La didática das matemáticas faz a diferença entre saber e conhecimento. O saber é do lado da dimensão social, categoria específica de objetos socialmente compartilhados, pode ser aprendido e ensinado, não pode ser conhecimento sem ser aprendido, para existir deve ser produzido. E o conhecimento é da dimensão individual, geralmente não é compartilhado socialmente e pode ter uma relação como o saber. Todo saber é de uma instituição, mas um mesmo saber pode viver em instituições diferentes, por exemplo, o conceito de função é da instituição cientifica, mas vive também na instituição escola, na universidade etc.

Para que um saber viva em uma instituição é preciso que ele se submeta a certas condições e restrições, e isso nos leva à problemática ecológica, que é o meio de questionar o real, e procura reposta para, pelo menos, as seguintes questões **que existe e por quê? O que não existe e por quê? O que poderia existir? Sob quais condições?** Inversamente, sendo dando um conjunto de condições, que objetos são levados a viver ou a são impedidos de viver nessas condições? Isso implica que o mesmo saber posso viver em instituições diferentes.

Mas. como descrever a relação institucional? Bosch e Chevallard afirmam que o estudo da relação institucional pode ser realizado pela análise praxeológica. A abordagem praxeológica, baseada nas noções de tarefas, tipos de Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria.

A Tarefa é definido por um verbo, por exemplo, desenvolver uma expressão algébrica. Uma Técnica defina a maneira de cumprir as tarefas, uma Tecnologia permite justificar compreender, adaptar ou explicar, a Teoria é o que justifica a Tecnologia. Então, para cada Tarefa T há uma quadrupla formada de uma técnica t de uma tecnologia θ e de uma Teoria Φ. $\{T, t, \theta, \Phi\}$ é a praxeologia matemática.

As praxeologias, também chamadas de organizações associadas a um saber, são de dois tipos, matemática e didática. As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que pode ser construída para sala de aula, e as organizações didáticas dizem respeito à maneira de fazer essa construção. E existe uma relação entre os dois tipos de organização que Chevallard (2002) define como fenômeno de codeterminação entre as duas organizações.

Isso nos leva a falar sobre a razão de ser de uma organização matemática. Pesquisas nos mostram que uma grande parte das praxeologias matemáticas (PM) que são estudadas na escola perdeu sua razão de ser na **instituição escola,** ou seja, desaparecem dessa instituição as questões às quais ditas PM poderiam vir a dar resposta, e consequentemente o seu estudo na citada instituição deixou de fazer sentido. Para evidenciar essas razões é exequível responder certas questões, como que razões históricas motivaram a constrição de uma determinada PM? Que situação problema pode responder a PM? Que situações novas podem brotar? Entre outras.

[1] PhD. em Educação Matemática e aplicações, Universidade Federal de Pará, Brasil.

Percurso de estudo e pesquisa para formação de professores

É um estudo que tem como objetivo possibilitar aos professores em formação a construção e/ou reconstrução de conhecimentos teóricos e práticos que lhe permitam delimitar, interpretar, questionar e explicitar a razão de ser das praxeologias didáticas associadas a praxeologias matemáticas. O PEP-FP tem origem no questionamento do Modelo Epistemológico Dominante MED em uma instituição escolar em torno de um âmbito de uma organização matemática a ensinar e a um estudo das transformações que ocorreram no âmbito da transposição didática e da necessidade de distanciar-se do modelo didático dominante nas instituições escolares inscrito no paradigma acadêmico das obras. A estrutura do PEP-EF esta composta por quatro módulos: vivenciar um PEP em posição de estudante; analisar o PEP vivenciado; esquematizar o PEP em posição de engenheiro didático e experimentar o PEP esquematizado em posição de professor em prática.

INVITATION TO CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION

Ole Skovsmose[1], Miriam Godoy Penteado[2]

Ao longo dos séculos a matemática tem sido glorificada como um objeto único, celebrada como uma ferramenta indispensável para proporcionar o progresso tecnológico, também por representar objetividade e neutralidade.

Para a Educação Matemática Crítica é importante questionar qualquer glorificação geral da Matemática. É importante abordar criticamente qualquer forma de Matemática, que pode ser brilhante e inovadora, mas também problemática e questionável.

Um fenômeno em que isso pode ser observado é o processo de globalização. Esse processo tem algumas conotações de certo modo atraentes, pois pode se referir à abertura de fronteiras, tanto sociais, como econômicas e políticas. Ele tem a ver também com distribuição de conhecimento. Mas a globalização também traz consigo a supressão, o racismo e o fanatismo religioso, entre outras formas de opressão.

Paulo Freire foi um dos grandes nomes mundiais a utilizar o termo opressão ao se referir às consequências do liberalismo, que está bastante embasado no fenômeno da globalização. Também, a globalização tem a ver com educação, bem como com educação matemática. Assim, os processos de globalização podem incluir tanto *maravilhas* quanto *horrores*. E falar sobre globalização significa também falar sobre *ghettoizing*. Globalização e *ghettoizing* representam diferentes aspectos da sociedade da informação.

Também, a Educação Matemática pode servir a diferentes funções. Vamos apenas considerar as muitas listas de exercícios que dominam a matemática escolar tradicional. Qual é a função desses exercícios? A Educação Matemática tem comumente se apresentado como uma extensão de exercícios com comandos que devem ser seguidos, como uma receita. A prescrição de receita é crucial para os tipos de trabalhos em que se tem que fazer o que é dito, e não questionar nada.

De forma diferente, é possível pensar em uma Educação Matemática para a democracia e a justiça social: que reconheça que possui um papel sociopolítico a cumprir. E esta também é a ideia que está por trás da Educação Matemática Crítica, assim como do pensamento de autores como Paulo Freire, quando fala sobre a importância de aprender a ler e escrever o mundo, e de Eric Gutstein, quando particulariza essa ideia, escrevendo sobre "ler e escrever o mundo com a matemática".

Assim, com o intuito de pensar em ideias que vão além das listas de exercícios, comumente usadas nas aulas de matemática, nasce a ideia de *cenários para investigação*. Nesta perspectiva é possível organizar ambientes que podem dar suporte a um trabalho de investigação, em que diferentes tipos de referência são possíveis, tanto ligadas à matemática pura, à semi-realidade, como à realidade. O trabalho nesses ambientes se daria por meio do diálogo, da cooperação, e professores e alunos não teriam o controle do caminho a ser percorrido. Ambos trabalhariam em uma zona de risco. Obviamente, o professor não precisaria abandonar definitivamente em sala de aula os exercícios; a ideia é poder caminhar por diferentes ambientes.

Por fim, reiteramos que a educação matemática deve ter uma preocupação com a democracia, tentando promover, desse modo, a inclusão e justiça social.

[1] Phd In Mathematics Education, Aalborg University de Dinamarca.
[2] PhD. em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro – São Paulo – Brasil.

ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS (EOS): UN SISTEMA MODULAR E INCLUSIVO DE HERRAMIENTAS TEÓRICAS PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Juan D. Godino [1]

La investigación sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la realización competente de la práctica docente requieren aplicar herramientas teóricas y metodológicas que ayuden a describir, explicar y tomar decisiones instruccionales fundamentadas. El profesor o investigador debe abordar la problematización del propio contenido a enseñar (faceta epistémica), los procesos de aprendizaje (facetas cognitiva y afectiva), el currículo y factores condicionantes (faceta ecológica), el uso de recursos y los modos de interacción (faceta instruccional). Para abordar estos problemas es necesario disponer de un conjunto de nociones, principios y métodos específicos. En esta conferencia describimos de manera sintética el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos como un sistema teórico, modular e inclusivo, que incluye herramientas para cada una de las facetas mencionadas, partiendo de supuestos antropológicos, ontológicos y semióticos sobre el conocimiento matemático y los procesos de su enseñanza y aprendizaje. Las publicaciones derivadas del EOS están disponibles en http://enfoqueontosemiotico.ugr.es

La estrategia de articulación, hibridación y construcción modular de teorías desde una aproximación antropológica y semiótica, está en la base del EOS (Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Godino y Gallardo, 2013). Se asume la pertinencia y potencial utilidad de avanzar hacia la construcción de un sistema teórico, que permita abordar de manera articulada los problemas, epistemológicos, ontológicos, semiótico-cognitivos y educativos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019).

En el marco del EOS se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos y competencias del profesor de matemáticas (modelo CCDM) (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan, 2018), considerando que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. El núcleo de la competencia de análisis e intervención didáctica consiste en diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias, y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de idoneidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. Para desarrollar esta competencia el profesor necesita, por una parte, conocimientos que le permitan describir y explicar lo que ha sucedido en el proceso de enseñanza y aprendizaje y, por otra, necesita

---

[1] PhD. en Matemáticas, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España

conocimientos para valorar lo que ha sucedido y hacer propuestas de mejora para futuras implementaciones.

Referencias

Font, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, 82*, 97–124.

Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39* (1), 37- 42.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31* (57), 90-113.

Godino, J. D., Giacomone, B. Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática, 13,* 63-83.

REALIDADES DE LA FORMACIÓN DOCENTE

Luis Carlos Arboleda[1]

Se presentan reflexiones sobre la formación docente en el marco de la resolución 2041 del 3 de febrero del 2016 emitida por el Ministerio de Educación Nacional que rige los programas de licenciatura en matemáticas en Colombia. La reforma está orientada en establecer normativas con el fin de mejorar la calidad de la educación y la formación inicial de los docentes. Aborda cuatro componentes de la formación inicial del educador: fundamentos generales, saberes especifico y disciplinares, pedagogía y ciencias de la educación, y didáctica de las disciplinas. En este sentido, reforma recomienda la articulación conveniente de estos componentes, sin embargo, existe la problemática de no saber cómo debe establecerse la articulación o complementariedad.

La conceptualización de la "práctica docente" que proporciona la reforma no es aceptada como un principio dentro de la comunidad de los educadores. La formación docente en los objetivos disciplinares se sitúa en la perspectiva de las necesidades del oficio de enseñar, autores como Brousseau, Chevallard y Artigue plantearon que las necesidades del oficio docente imponen las competencias de: recontextualizar los sabes académicos, re penalizar esos saberes en la actividad central de los estudiantes y re prensar la actividad en el aula y del sujeto. Así el quehacer docente implica la producción de saberes pedagógicos-didácticos, dado que cuenta con la capacidad de saber analizar su propia práctica, entendida esta como un sentido complejo de discursos que tiene que ver con lineamientos curriculares, transposiciones del saber y estrategias didácticas de interacción con los agentes del sistema educativo.

La reforma reconoce la reflexibilidad de la práctica al nivel de lo pedagógico, es decir, el nivel externo de los saberes disciplinares de la formación docente de manera que implica dudar de los diseños de intervención realizados por el docente. En este contexto, el concepto de complementariedad se ubica entre el eje académico, lo profesional y no se consigue realizar, dado que, a mayor distanciamiento de la reflexibilidad en un ámbito pedagógico externo, menor posibilidad de que haya una complementariedad de saberes. Por tanto, lograr la capacidad de reflexibilidad implica una confluencia de los componentes de la formación que debe estar suficientemente distribuida y exige la capacidad de analizar los problemas o fenómenos propios del aula.

Algunas consideraciones de la historia, filosofía de la práctica matemática y la formación docente, profundizan desde la historia de la didáctica en la búsqueda de la complementariedad que implica la norma y la producción de la calidad de la formación del licenciado. En este contexto, el concepto de práctica matemática se define por el sistema que permite reconstruir la heurística de los procesos constitutivos del saber en términos de actividades humanas de razonamiento. Incluye, además, un sistema no lineal constituido por el lenguaje L, un conjunto de declaraciones S, un conjunto de razonamientos aceptados R, un conjunto de preguntas Q y un conjunto de puntos de vista matemáticos M. Mirar la práctica del profesor implica la diversidad cultural, esta trastoca la propia practica matemática y de la producción de saberes matemáticos que se van a convertir en universales

[1] PhD. Historia y Enseñanza de las Matemáticas, Universidad del Valle. Colombia

y que perderían en la naturaleza. Sin embargo, en la restitución de la heurística de esos saberes están coloreados de culturas diversas y la creatividad que dio lugar a ese universal.

Los matemáticos educadores disponen de una gran diversidad de dispositivos didácticos que hacen el uso teórico o metodológico de la historia en la formación de pensamiento en distintos ambientes. Los profesores están mejor preparados para hacer realidad el ideal de la didáctica científica de la matemática, descubrir el verdadero funcionamiento de la ciencia y reemplazar la génesis ficticia característica de los sistemas formales por el conocimiento de la heurística de los procesos de su constitución. Esta es la gran divisa del didacta que situada en la fenomenología en el aula y que apela en la información que proporciona la historia con el fin de fundamentar el análisis didáctico en un saber de conocimiento referenciado.

APOYAR A LOS DOCENTES EN SU USO PROFESIONAL DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES

Michèle Artigue[1]

En el contexto actual de pandemia, verdadero terremoto educacional, asistimos al fin brutal de un proceso histórico de lenta incorporación de los avances tecnológicos en los sistemas de enseñanza y a una explosión de creatividad didáctica, pero también se observan la agravación de las desigualdades sociales y educativas, la carga excesiva de los profesores y sus dificultades para mantener contacto con los estudiantes. Se necesita cuestionar cuales son las aportaciones de las investigaciones ya realizadas sobre la enseñanza de las matemáticas en entornos tecnológicos para ayudar los docentes a enfrentar este nuevo contexto. En la conferencia, se analiza esta problemática bajo la lente de la aproximación instrumental (AI) y de sus extensiones a lo largo de tres décadas.

La aproximación instrumental (AI) emergió en los años noventa en Francia en el contexto del estudio del potencial de los programas de computación formal para la enseñanza de las matemáticas. Esta aproximación teórica ayudó a identificar ese potencial y también a comprender ciertas reticencias de los profesores hacia las herramientas tecnológicas de la época (*e.g.*, calculadoras gráficas, programas de geometría dinámica). Se subrayan unas aportaciones mayores de esta aproximación tal como la complejidad de las génesis instrumentales necesarias para transformar artefactos digitales en instrumentos, y el doble valor epistémico y pragmático de las técnicas instrumentadas. Estas aportaciones ayudan a entender que las tecnologías digitales no pueden considerarse solamente como herramientas pedagógicas, y el carácter contra productivo de discursos que oponen actividad conceptual y técnica. Han inspirado muchas realizaciones didácticas.

La ***extensión de la AI al profesor*** constituye una etapa muy importante del desarrollo de la AI para pensar el apoyo al profesor de matemáticas. Cuenta con herramientas teóricas, tales como el concepto orquestación instrumental (OI), el concepto de doble génesis instrumental, dado que el profesor debe transformar los artefactos digitales no solo en instrumentos matemáticos sino también en instrumentos didácticos, y su ampliación con el concepto de génesis de uso para abarcar la diversidad de los artefactos digitales utilizados hoy en día y de sus usos posibles. Una segunda extensión de la AI evocada en la conferencia es el ***enfoque documental de lo didáctico***, cuyo objetivo es comprender el desarrollo profesional de los docentes a través del estudio de sus interacciones con los recursos que usan para enseñar. Este enfoque tiene en cuenta cambios profundos producidos por la evolución tecnológica, en particular, el acceso a una muy gran diversidad de recursos. A la imagen de la génesis instrumental, la génesis documental es un proceso que transforma los recursos en documentos para los docentes, un documento siendo un recurso o una combinación de recursos seleccionados y un esquema de uso asociado. Este enfoque cuenta, además, con una metodología específica de investigación reflexiva basada en cinco principios para estudiar el trabajo documental del profesor cuya parte importante se desarrolla fuera de su clase.

Las investigaciones desarrolladas dentro de estas extensiones de la AI ayudan a: comprender mejor la nueva complejidad del trabajo del profesor en entornos tecnológicos, resaltan la importancia de su trabajo documental y las interacciones dialécticas entre ese trabajo y su práctica docente en el aula, documentan nuevos equilibrios entre recursos

[1] PhD. in mathematics education, Universidad de París, Francia.

estáticos y dinámicos, entre usuarios y diseñadores, entre trabajo docente individual y colectivo.

En conclusión, se subraya que la AI y sus extensiones ofrecen un conjunto coherente de saberes desarrollado a lo largo de tres décadas que siguen siendo de interés para apoyar a los docentes en el contexto actual. Sin embargo, solo representan una pequeña parte de los saberes acumulados por la investigación didáctica sobre la enseñanza y el aprendizaje en entornos tecnológicos.

SENTIDO ESTADÍSTICO EN LA SOCIEDAD DE LA INFORMACIÓN

Carmen Batanero[1]

Aunque la estadística se enseña hoy día en todos los niveles educativos, al ser una herramienta fundamental en la vida personal y profesional, la investigación nos alerta que muchos estudiantes, incluso a nivel universitario, tienen concepciones incorrectas o son incapaces de hacer una adecuada interpretación de los resultados estadísticos. Una posible explicación de esta situación paradójica es una enseñanza rutinaria, que enfatiza las fórmulas y definiciones sin prestar la atención que requieren a las actividades de interpretación y al contexto de donde se tomaron los datos. Es decir, se transmite una estadística sin sentido, no teniendo en cuenta la naturaleza de la estadística.

En esta conferencia presentamos un modelo de sentido estadístico, término que hemos introducido en nuestros trabajos previos y engloba otros, como la cultura estadística y el pensamiento o razonamiento estadístico. Dicho sentido estadístico es hoy día especialmente necesario, debido a la abundancia de información estadística en los medios de comunicación y la necesidad de interpretar dicha información para tomar decisiones adecuadas.

A lo largo de la exposición sugerimos las siguientes componentes en el sentido estadístico: (a) La comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, que han contribuido al desarrollo de la estadística, se requieren en la resolución de problemas estadísticos y pueden ser enseñadas en varios niveles educativos; (b) el razonamiento estadístico, es decir, razonamiento a partir de los datos, para realizar inferencias de muestras a poblaciones y/ o tomar decisiones acertadas en situaciones inciertas; c) unas actitudes adecuadas, que permitan valorar la contribución de la estadística a diferentes ramas de la actividad humana y a interesarse por su estudio.

También se sugiere que el desarrollo efectivo en los estudiantes se favorece especialmente con una enseñanza basada en investigaciones y proyectos, que, permite dotar de sentido a los diversos objetos estadísticos e involucra a los estudiantes en el ciclo de investigación y modos propios de razonamiento estadístico, desarrollando un espíritu crítico e iniciativa personal.

Se presenta un ejemplo de proyecto sencillo que se puede desarrollar con los estudiantes de secundaria y se analiza la contribución del trabajo con proyectos al aprendizaje de conocimientos estratégicos.

---

[1] PhD. en Matemáticas, Universidad de Granada, España.

DESARROLLO Y CONOCIMIENTO PROFESIONAL: UNA MIRADA A LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE PRIMARIA

Edelmira Badillo[1]

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les CCEE. Universitat Autònoma de Barcelona

El problema de investigación que se aborda se ubica en la línea de investigación sobre Desarrollo profesional de maestros de matemáticas. Concretamente se focaliza en el análisis de la influencia de entornos formativos, basados en resultados de investigaciones en Educación Matemática, que promuevan el desarrollo de conocimiento y competencias profesionales *en*, *para* y *sobre* la reflexión de las prácticas de aula propias y de otros profesores. La diversidad de modelos y herramientas teóricas sobre el conocimiento y las competencias profesionales del profesor de matemáticas en formación y en ejercicio (*e.g.*, Conocimiento especializado del Profesor de matemáticas, Conocimiento y competencia profesionales del profesor (CCDM), Mirada profesional, el Cuarteto de conocimiento, Análisis didáctico) evidencian el avance de la investigaciones que reafirman que se requiere del desarrollo del conocimiento y las competencias profesionales específicas del profesor de matemáticas. Estos modelos han permitido identificar la complejidad en relación con el conocimiento y competencias del profesor, así como, sintetizar en tres grandes agendas las investigaciones centradas en el profesor de matemáticas y en el desarrollo profesional docente: Conocimiento profesional, práctica profesional, e identidad docente.

El desarrollo profesional como foco de investigación, se considera como el proceso de crecimiento que capacita al docente y al futuro docente para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de sus estudiantes, y atiende a dos grandes elementos: 1) Conocimiento matemático, curricular y didáctico-matemático, y 2) la gestión de aula y del conocimiento. Crecimiento que puede ser impulsado por la formación, la reflexión sobre la práctica y la relación con la comunidad. Los cursos de formación docente que promueven el desarrollo profesional del profesor tienen una estructura que promueve la construcción de los conocimientos matemáticos, didáctico-matemático y curricular, hace énfasis en el conocimiento en uso a la hora de elaborar e interpretar situaciones de enseñanza en una aproximación de desarrollo de competencias profesionales (*e.g.*, identificar, interpretar y tomar decisiones). Incluyen, además, cinco momentos en la formación que requieren distintas fases (comprensión, transformación, reflexión, enseñanza, evaluación) e implica responder a la pregunta central *¿qué debería saber un profesor de matemáticas para poder abordar la complejidad de la práctica matemática en el aula?* Para ello, se identifican propuestas de actividades de aprendizaje, que ayuden a los profesores a reflexionar sobre los aspectos matemáticos didácticos implícitos en cada actividad y, posteriormente, se implementan las actividades al aula.

Para generar comunidades de prácticas que promuevan el cambio de las prácticas docente se aplicaron estudios pilotos en escuelas primarias de Cataluña, España durante los periodos 2018-2019, 2019-2020. Participaron 28 profesores, estudiantes e investigadores en la intervención formativa en términos de un curso de formación de matemática y didáctica que incluye un experimento de enseñanza que concreta los objetivos de aprendizaje de los profesores. El experimento de enseñanza implicó diseñar e implementar tareas matemáticas por parte de los profesores participantes, esto permitió recolectar datos para la investigación

[1] PhD. Didácticas de las Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona, España

y realizar el análisis retrospectivo. El contenido del curso formativo incluye aspectos curriculares, matemáticos y didácticos, en particular, sobre las temáticas de numeración y patrones. El estudio piloto se desarrolló en cinco fases. La primera fase formativa tiene como objetivo profundizar en el conocimiento base para la enseñanza necesario para el diseño, gestión y evaluación de tareas matemáticas robustas. La segunda fase se focaliza en el desarrollo de la mirada profesional usando video episodios para reflexionar sobre clases modelos o propias centradas en las actividades matemáticas analizadas en la Fase 1. La tercera fase se centra en reflexionar sobre la práctica matemática y cómo gestionaron la contingencia en las clases. La cuarta fase de transformación y enseñanza busca que las maestras apliquen los conocimientos que han aprendido en la formación en el diseño y gestión de actividades en el aula y recojan evidencias. Finalmente, quinta fase de evaluación y reflexión se evalúan la actividad que han realizado con el fin de reflexionar sobre si ha sido una buena actividad matemática. Con esto se generan de manera consensuada indicadores para una buena práctica matemática. Los resultados del estudio piloto evidencian un progreso en el proceso de formación de profesores e indicadores de buena actividad matemática (*e.g.*, tareas de alto nivel cognitivo, actividades de riqueza competencial, buenas prácticas de enseñanza, idoneidad didáctica, tareas desafiantes, enseñanza para la comprensión robusta). Se aporta una gradación de indicadores por niveles de la diversidad y progresión de representaciones y recursos adecuados con base en aspectos teóricos, se reconoce la necesidad de graduar las tareas con dificultad a partir de los diferentes ritmos de aprendizaje para que todos los estudiantes puedan participar. Y se evidencia, además, que a lo largo de las sesiones hubo un cambio en el proceso de formación de profesores, cómo gestionan la participación de los estudiantes mediante preguntas y profundizan en la comprensión del estudiante.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

¿QUÉ CONSIDERACIONES HACER AL PLANTEAR TAREAS PARA LA CLASE DE GEOMETRÍA?

Leonor Camargo[1]

Dada la importancia que se le atribuye al diseño de tareas para la clase de geometría, se presentan algunas consideraciones que el profesor de matemáticas debe tener en cuenta para diseñar tareas. Estas tienen que ver con el objetivo de establecer un puente entre los conocimientos que se espera aprendan los estudiantes y los acercamientos que al respecto ofrece la Didáctica de las Matemáticas. Al planear tareas, se deben considerar aspectos que tienen que ver con: la geometría como un objeto de enseñanza, los aprendizajes esperados y las previsiones que el profesor debe hacer para orientar la actividad matemática de estos.
Entre los elementos que brinda la Didáctica de la geometría para plantear tareas está la caracterización de tres niveles de elaboración de objetos: concretos, conceptuales y abstractos. Los objetos concretos refieren a los cuerpos o formas tridimensionales o bidimensionales; los objetos conceptuales son aquellos que no podemos percibir y que son producto de construcciones mentales que surgen al identificar patrones y regularidades y construir una imagen conceptual figural, junto con sus definiciones. Los objetos abstractos son aquellos que se desprenden de su asociación con objetos concretos y que se definen en el campo de las matemáticas, a partir de una métrica que los relaciona.

Los objetos de la matemática escolar se pueden abordar de manera estática o en movimiento. La primera manera, implica el análisis de las relaciones entre los elementos constitutivos del objeto o entre otros objetos sin que medie movimiento alguno. Cuando se estudian los objetos en movimiento, se analizan operaciones geométricas en el plano, como la reflexión, la traslación y la rotación o se analizan las propiedades de los objetos geométricos vistos desde diferentes posiciones del observador.

La Didáctica de la geometría también aporta conceptualizaciones y tipificaciones para atender el desarrollo de procesos de pensamiento (*e.g.*, visualizar, representar, conceptualizar, conjeturar, argumentar), que son la base fundamental de lo que los estudiantes deben aprender sobre los objetos geométricos. A la hora de diseñar una tarea, el profesor debe tener en cuenta los procesos de pensamiento requeridos en la actividad geométrica.

El aprendizaje de la geometría recae sobre el sentido espacial y el razonamiento matemático sobre formas y figuras. El desarrollo de estas dos facultades mentales permite a los estudiantes la caracterización de formas bidimensionales y tridimensionales, y relaciones y propiedades de los objetos y entre objetos. Estas dos facultades y los procesos mencionados previamente se sitúan en dos polos: la intuición y la razón, cuya articulación permite la construcción de conocimiento a partir de la exploración empírica y procesos de validación teórica cada vez más refinados, que recaen en el polo de la razón. Los elementos conceptuales que aporta la Didáctica de la Geometría intentan posicionar el diseño de las tareas como un aspecto central del trabajo docente. A la hora de diseñar tareas, se requiere revisar cuidadosamente cómo se prevé desarrollar los procesos de pensamiento pues se trata de formar el intelecto más que de proporcionar información para aprobar exámenes. Se requiere cultivar la inteligencia, el desarrollo de estrategias de pensamiento, propiciar el descubrimiento por medio de la creatividad, fomentar la sensibilidad de lo útil y experimentar

[1] PhD. Didáctica de las Matemáticas, Universidad pedagógica nacional, Bogota, Colombia.

las matemáticas a partir de los procesos de visualización, conceptualización, representación, conjeturación y argumentación.

Las tareas de connotación geométrica tienen como base tres ejes conceptuales: la forma, la localización y la trayectoria, ejes que permiten caracterizarlas. Para su gestión, el profesor no solo debe cuestionarse sobre el contenido de la tarea, sino sobre el objetivo de aprendizaje, los materiales requeridos, la forma de gestionarla, la relación de los objetos matemáticos involucrados en la tarea con otros objetos matemático pendientes por trabajar y las consideraciones concretas o conceptuales requeridas.

POLÍTICAS DE ESCRITURA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ENTRE TORNILLOS Y DIFERENCIAS Y CRONOPI*S Y…

Roger Miarka[1]

La presentación tuvo como objetivo discutir y problematizar las políticas de escritura en la Educación Matemática, entendida a veces como un área de investigación (i.e., Educación Matemática) y sus mecanismos de recepción y protección, a veces como movimientos que fisuran el área en la que se originan (i.e., educación matemática), cuya multiplicidad es marcada por la notación [E]educación [M]matemática.

En un panorama en que se entiende E[e]ducación M[m]atemática como área y cómo movimiento, se buscó responder a la pregunta ¿Qué potencia tiene una escritura que asume la diferencia en E[e]ducación M[m]atemática? Para ello, procedió con un marco teórico que asume la Filosofía de la Diferencia.

Son múltiples las respuestas a esta pregunta y se materializan por medio de los resultados de trabajos de campo, tales como: disertaciones, libros que abordan el estudio de la educación matemática en diversas comunidades, donde se problematiza la historia y la política de la comunidad estudiada. Por mencionar algunas investigaciones, se analizaron las tensiones entre las cosmovisiones propias de estudiantes indígenas que ingresan en la universidad y los cursos universitarios diseñados, y se han estudiado las limitaciones, problemas económicos de los profesores de secundaria en Brazil con el objetivo de describir las huellas o marcas de sufrimiento de los profesores ante en trato recibido en la sociedad.

Las políticas de escritura son múltiples, no hay una regla, cada grupo cultural tienen sus propias políticas (*e.g.*, los afrodescendientes, los profesores de secundaria y mujeres transgénero). Estas investigaciones buscan múltiples soluciones, proponer nuevos mundos de romper los paradigmas de la educación matemática dada, se trabajan con planos de referencias que son sólo para ser operados y ayudar a comprender las experiencias de campo. No se habla de la importancia de la academia, sino de la importancia de los grupos, de sentir y ser sentidos por medio de la escritura académica. Una investigación bajo esta metodología no considera los instrumentos diseñados para ser replicados, sino como una caja de herramientas. En conclusión, el colectivo produce la investigación cualitativa que no es producto de la inducción ni la deducción, sino de la composición y de asumir un comportamiento ético-político-estético que se conforma en una política de escritura.

[1] PhD in Mathematics Education, University, São Paulo, Brazil.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

MIRAR PROFESIONALMENTE LAS SITUACIONES DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. UNA COMPETENCIA DOCENTE BASADA EN EL CONOCIMIENTO.

Salvador Llinares[1]

«Mirar Profesionalmente» las situaciones de enseñanza de las matemáticas es una competencia relevante del profesor de matemáticas que puede empezar a desarrollarse en los programas de formación de profesores. Esta competencia consiste en reconocer los aspectos relevantes para el aprendizaje de las matemáticas en una situación de enseñanza y actuar de manera coherente apoyando a los estudiantes en su aprendizaje.

En los programas de formación es posible organizar entornos de aprendizaje considerando las tareas profesionales que articulan la práctica de enseñar matemáticas con el objetivo de apoyar el desarrollo de esta competencia docente. Algunas de estas prácticas son la planificación de la enseñanza, la valoración de la comprensión matemática de los estudiantes o la gestión del discurso matemático en el aula. En estas prácticas se relaciona lo matemático (los conceptos y procesos matemáticos) y lo cognitivo (por ejemplo, niveles de progresión de la comprensión matemática) que los estudiantes para profesor deben aprender para empezar a ser competentes en la práctica de enseñar matemáticas. Esta simbiosis entre "conocer y hacer" y entre lo matemático y lo cognitivo caracteriza la competencia docente "mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza articulada a través de destrezas como identificar, interpretar y justificar cómo continuar la enseñanza (generando formas de actuar de manera consecuente). Esta característica subraya la idea de poder "obsrvar" cosas de las que previamente no eran conscientes, y poder disponer de acciones para actuar como consecuencia de lo que ha sido observado. En esta conceptualización de la competencia docente "mirar profesionalmente" lo que importa es conocer-como-actuar en cada momento en función del significado dado a la situación. Por tanto, la formación de profesores de matemáticas centrada en el desarrollo de esta competencia tiene como objetivo potenciar el desarrollo de llegar a "ser conscientes de lo relevante" en una situación de enseñanza para estar en condiciones de actuar en una determinada dirección.

Entender la competencia docente "mirar profesionalmente" de esta manera implica en los programas de formación aprender a analizar los registros de la práctica, seleccionando aspectos de la situación para asociarlos a acciones futuras. Sin embargo, ya que no es posible asegurar la existencia de la mejor acción en cualquier situación, el énfasis se coloca en tener un conjunto de acciones posibles entre las que elegir. De esta manera, se coloca el énfasis en ser capaz de justificar la acción elegida mediante un discurso apoyado en el conocimiento. Esta perspectiva, subraya la idea de que las acciones de un maestro o profesor en el aula no pueden ser consideradas únicamente expresiones de los recursos disponibles, sino que sus acciones atestiguan la adaptación a las condiciones y características de los contextos en los que trabaja. De esta manera, el desarrollo de la competencia "mirar profesionalmente" se vincula al aprendizaje desde la práctica con la validación de la identificación de las diferencias y semejanzas en una situación práctica (relaciones y propiedades) realizada con otros (a través de espacios de interacción social). De ahí la importancia del análisis de registros de la práctica en espacios que permitan chequear las diferentes relaciones entre interpretaciones y acciones en los intentos de desarrollar la competencia docente.

[1] PhD. Didáctica de las matemáticas, Universidad de Alicante, España

UTILIZANDO LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN TIEMPOS DE PANDEMIA.

Marcelo De C. Borda[1]

Resumen

El objetivo de la conferencia estuvo enfocado en discutir cómo la pandemia causada por el Nuevo Corona virus ha aumentado la desigualdad social en la educación y cómo la producción de vídeos, aunque de manera modesta, puede contribuir a la democratización de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por ello, organizamos las discusiones en las siguientes etapas:

a) Cambios provocados por la nueva pandemia de Coronavirus
b) Desigualdad social en educación;
c) Formación de profesores;
d) Tecnologías digitales en la educación matemática
e) Educación matemática Crítica en tiempos de pandemia
f) Producción de video
g) Democratización de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Estas discusiones son importante y necesarias con el advenimiento de la nueva pandemia de Coronavirus, la enfermedad que ya ha infectado y matado a millones de personas. En un intento por contener el avance y prevenir muertes a gran escala y hacinamiento en el sistema de salud, provocó la necesidad de aislamiento social con la recomendación de quedarse en casa. Esto se debe a que el virus tiene una característica de transmisión rápida y, cualquier contacto físico entre personas, una infectada, la posibilidad de contaminación es alta.

En educación, a principios del semestre 2020, se cerraron escuelas y se suspendieron las clases, lo que supuso un desafío para las instituciones educativas, docentes, padres y alumnos de las escuelas públicas y privadas. Luego vino la propuesta de "clases remotas" para suplir la ausencia de clases presenciales. Las clases remotas consisten en actividades realizadas, preferentemente, en la residencia de los alumnos y la interacción con profesores y otros compañeros es virtualmente a través de tecnologías digitales. Por lo que el tema de la conferencia viene siendo importante para la formación del profesorado en este tiempo de clases remotas, una variante por emergencia de la educación matemática on line.

No importa cuánto, los maestros, estudiantes, instituciones educativas y toda la comunidad se esfuercen por enfrentar las limitaciones y desafíos de las clases remotas y cumplir con el calendario escolar, faltan condiciones sean estas sociales, económicas y culturales para la gran mayoría de los estudiantes e incluso para la mayoría de los profesores (ENGELBRECHT; BORBA; LLINARES; KAISER, 2020). Ante este escenario, nos preguntamos ¿Cómo la pandemia provocada por el nuevo Coronavirus ha aumentado las desigualdades sociales?

[1] PhD. en educación matemática, Instituição, Universidade Estadual Paulista-UNESP

¿Cómo es el desarrollo de la formación de profesores para el uso de las tecnologías digitales en las clases remotas? ¿Cómo encaja el proyecto de producción de vídeos, que pretende contribuir a la democratización de la enseñanza y el aprendizaje, en este nuevo escenario educativo?

Desde el 2006 el Grupo de Investigación en informática, otros medios de comunicación y Educación Matemática - GPIMEM comenzó a explorar, producir e investigar sobre los vídeos. Desde entonces, se han desarrollado varios proyectos e investigaciones en esta área, destacándose el festival videos digitales en educación matemática, que ya comenzó a organizarse su quinta edición en 2021. [1] . Autores como Borba, Oechsler y Domingues (201 6) , Borba et. al (2016) , Borba y Oechsler (2018) , Borba, Chiari y Almeida (2018) , Neves, Silva, Borba y Naitzki (2020) y Engelbrecht ; Llinares y Borba (2020) discuten el uso de tecnologías digitales en las clases de matemáticas en cuatro fases, con el video ganando nuevas posibilidades en la cuarta fase, con el advenimiento del Internet de banda ancha, que facilitó la producción y permitió el intercambio de datos entre usuarios. Engelbrecht ; Llinares y Borba (2020) discuten cómo el creciente uso de Internet en contextos educativos se ha destacado en los últimos años y cómo está transformando el aula de matemáticas y la formación de profesores de matemáticas.

La falta de acceso físico a la escuela, además del desempleo, tuvo un fuerte impacto antidemocrático en las familias. Entendemos que ahora el énfasis que se le da a la construcción de actores no humanos en la producción de conocimiento, apoyado en la noción de seres humanos-con-medios, se expande de manera más drástica a medida que los hogares y el acceso a internet se vuelve más prioritario. Entendemos que los videos y festivales fueron democráticos en cuanto animaron a los estudiantes a expresarse con medios vinculados a la cuarta fase, el siglo XXI. Ahora cobra aún más importancia en la medida en que puede convertirse en un actor importante en la expresión de las diferentes condiciones del hogar, un actor no humano que participa en la dirección de la enseñanza de la misma manera que el virus, un ser no humano, o no vivo, tiene un fuerte poder de acción. Es importante revisar las tendencias en la educación matemática, a la luz de esta importante participación de virus, hogares y padres en el colectivo que participa en el aprendizaje de un estudiante evaluado individualmente.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; ASKAR, P.; ENGELBRECHT, J.; GADANIDIS, G.; LINNARES, S.; AGUILAR, M.S. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. ZDM - The International Journal on Mathematics Education, v. 48, p. 589–610, 2016.

BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. de S; ALMEIDA, H. R. F. L. Interactions in virtual learning environments: new roles for digital technology. Educational Studies in Mathematics, v. 98, p. 1-18, 2018

BORBA, M; OECHSLER, V. Tecnologias na educação: o uso dos vídeos em sala de aula. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. 2018. V.11. n. 2.

BORBA, M. C.; OECHSLER, V.; DOMINGUES, N. S. Vídeos em Educação Matemática e suas potencialidades como tutorial. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, 2016, São Paulo. Anais... São Paulo: [s.n.], 2016.

ENGELBRECHT, J; LLINARES, S; BORBA, M. C. Transformation of the mathematics classroom with the internet. Revista ZDM - The International Journal on Mathematics Education V. 52 p. 825–841, 2020.

ENGELBRECHT, J.; BORBA, M. C.; LLINARES, S.; KAISER, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed?. ZDM - The International Journal on Mathematics Education, v. 52.5, p. 821-824, 2020.

NEVES, L. X.; SILVA, W. H. M da; BORBA, M. de C; NAITZKI, B. I Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática : Uma Classificação. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 13, p. 06-16, 2020.

5 TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

EL DESAFÍO DE FORMAR CIUDADANOS PARA LA SOSTENIBILIDAD: UN APORTE DESDE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA A LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Claudia Vásquez Ortiz[1]

Vivimos en un mundo globalizado que actualmente está siendo afectado por la crisis sanitaria provocada por la COVID-19, además de la crisis ambiental, económica y social que se arrastra desde hace décadas. Por consiguiente hoy más que nunca se requiere con urgencia impulsar acciones que permitan que todos los ciudadanos dispongan de las competencias, capacidades y actitudes que les permitan comprender estas problemáticas, que estimulen y generen cambios de comportamiento en las personas, para que tomen decisiones de manera informada y actúen a favor de fomentar sociedades más sostenibles (Alperovitz, 2014; UNESCO, 2018). Esto requiere una nueva manera de afrontar la educación del siglo XXI, e impone no solo la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados en cuestiones de sostenibilidad (Wals, 2015), sino que constituye un desafío para el profesorado a cargo de educar hoy a los ciudadanos del mañana. Por tanto, es factible cuestionarse ¿qué podemos hacer los profesores desde las medidas educativas? y ¿cómo estas medidas pueden mitigar la emergencia que se ha generado? En este sentido, es urgente centrar la formación en los principios, de diversidad cultural y tolerancia, paz y no violencia, derechos humanos y libertades fundamentales, supervivencia humana y bienestar. Sin embargo, pese a la urgencia de contar con ciudadanos de sostenibilidad, se evidencia que "los países refieren un nivel insuficiente de apoyo a la formación del profesorado sobre los principios rectores en el contexto tanto de los programas previos al ejercicio de la docencia como de los que se imparten una vez iniciado tal ejercicio" (UNESCO, 2018, p. 9).

Bajo este contexto, es necesario que el profesorado cuente con herramientas para contribuir a impulsar y acompañar al alumnado en avanzar hacia una Educación para el Desarrollo Sostenible (EDS), que les posibilite para el año 2030 "garantizar que todos los alumnos adquieran los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para promover el desarrollo sostenible, entre otras cosas mediante la educación para el desarrollo sostenible y la adopción de estilos de vida sostenibles, los derechos humanos, la igualdad de género, la promoción de una cultura de paz y no violencia, la ciudadanía mundial y la valoración de la diversidad cultural y de la contribución de la cultura al desarrollo sostenible" (UNESCO, 2015, p. 20).

En este sentido, es imperativo incorporar la EDS en la práctica educativa, lo que implica una manera diferente de trabajar en el aula, a través de una enseñanza conectada con el contexto y que aborde problemáticas actuales, que impulse un pensamiento crítico, que permita a los estudiantes comprender la realidad. Sobre todo, considerando que el principal objetivo de la EDS es educar para la acción.

[1] PhD. en Educación, Pontifica Universidad católica de chile.

En este contexto del aula, incorporar la EDS en la práctica educativa es un desafío complejo y difícil de abordar, por lo que urge dirigir los esfuerzos hacia oportunidades de desarrollo profesional adecuadas, de formación del profesorado para la inclusión de la sostenibilidad en las distintas disciplinas escolares (Vilches y Gil, 2012), ya que finalmente son los profesores los encargados de liderar el proceso de integrar la sostenibilidad en el aula y de posibilitar que sus estudiantes desarrollen las competencias necesarias para fomentar el desarrollo sostenible (Calero, Mayoral, Ull, y Vilches, 2019). Se requiere "la integración de la educación para el desarrollo sostenible en la formación docente previa y en servicio, así como en la formación destinada a la enseñanza preescolar, primaria y secundaria" (UNESCO, 2014, p. 20). De igual manera, la complejidad de este desafío radica también en la convergencia de saberes de diversas disciplinas en la EDS, que de manera integrada contribuyen al desarrollo de competencias clave, que, si bien no se pueden enseñar directamente, sí pueden ser desarrolladas durante la acción, sobre la base de la experiencia y reflexión (UNESCO, 2015, 2017). Por tanto, es primordial "renovar la enseñanza, en todos sus niveles, para que el aprendizaje responda a un proceso de indagación, de investigación en torno a problemas relevantes, de interés para los estudiantes" (Vilches y Gil, 2012, p. 33).

Desde esta perspectiva, la Educación Matemática en general y la Educación Estadística en particular, constituye un elemento crucial para que todo ciudadano pueda afrontar eficazmente los desafíos del siglo XXI (Batanero y Borovcnik, 2016; Ben-Zvi, Makar, y Garfield, 2018; UNESCO, 2015) al brindar herramientas para comprender y dar respuesta a problemas tanto de la vida real como de otras disciplinas (Begg, 1997), permitiendo establecer conexiones con contextos y problemáticas diversas (Arteaga, 2011). Es en este sentido que utilizamos el término de Educación Estadística "para enfatizar la dependencia mutua del conocimiento y razonamiento sobre probabilidad y estadística, que están interconectadas y deben enseñarse conjuntamente" (Batanero, 2019, p. 2). Todavía más, si consideramos que recientemente la OCDE ha reconocido la necesidad de avanzar en el desarrollo de habilidades y conocimientos que permitan formar ciudadanos alfabetizados en el análisis de datos, es decir, capaces de "extraer información significativa de los datos, comprender qué significan los datos, incluyendo cómo leerlos de manera apropiada, extraer conclusiones, así como reconocer cuándo se utilizan de manera engañosa o inapropiada" (OCDE, 2019, p. 5).

Así, para avanzar en una EDS, es esencial alfabetizar al profesorado en estas cuestiones, de manera que estos valoren y presten atención a su incorporación en el contexto escolar (Aznar, Martínez-Agut, Palacios, Piñero, y Ull, 2011); y a la vez cuenten con las herramientas necesarias para habilitar a sus estudiantes como ciudadanos de sostenibilidad (Wals, 2015); ya que si bien el profesorado valora la EDS, cuentan con poca claridad sobre cómo diseñar e implementar procesos de enseñanza orientados a incorporar la EDS en el aula escolar (Vásquez, Seckel, y Alsina, 2020). Se trata pues de que el profesorado contribuya a la transición hacia una sociedad sostenible, siendo capaz de promover que sus estudiantes participen de manera constructiva y responsable en el mundo en que viven, capaces de tomar decisiones fundamentadas. En este sentido, la alfabetización estadística y probabilística, facilitará la adquisición de conocimientos y competencias para promover el desarrollo sostenible, ya que la educación para la sostenibilidad "no solo integra contenidos tales como el cambio climático, la pobreza y el consumo sostenible dentro de los planes de estudio, sino que también crea contextos de enseñanza y aprendizaje interactivos y centrados en el alumno" (UNESCO, 2017, p. 7).

AGRADECIMIENTOS

FONDECYT N° 1200356 financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile.

REFERENCIAS

Alperovitz, G. (2014). The Political-Economic Foundations of a Sustainable System. In Worldwatch Institute. *Governing for Sustainability*, chapter 18. Washington: Island Press.

Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.

Aznar, P., Martínez-Agut, M. P., Palacios, B., Piñero, A. y Ull, M. A. (2011). Introducing sustainability into university curricula: an indicator and baseline survey of the views of university teachers at the University of Valencia. *Environmental Education Research*, *17*(2), 145-166. https://doi.org/10.1080/13504622.2010.502590

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.* Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.

Begg, A. (1997). Some emerging influences underpining assessment in statistics. En I. Gal y J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education*. Amsterdam: IOS Press.

Ben-Zvi, D., Makar, K. y Garfield, J. (Eds.). (2018). *International Handbook of Research in Statistics Education.* Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-94-010-0462-6

Calero, M., Mayoral, O., Ull, A. y Vilches, A. (2019). La educación para la sostenibilidad en la formación del profesorado de ciencias experimentales en Secundaria. *Enseñanza de las ciencias, 37*(1), 157-175. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2605

OECD. (2019). *OECD Future of Education and Skills 2030: OECD Learning Compass 2030.* Paris: OECD. Recuperado de http://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/core- foundations/Core_Foundations_for_2030_concept_note.pdf

UNESCO. (2014). *Hoja de ruta para la ejecución del Programa de acción mundial de Educación para el Desarrollo Sostenible.* Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Disponible en https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000230514_spa

UNESCO. (2015). *Transformar nuestro mundo: la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible.* Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Recuperado de https://unctad.org/meetings/es/SessionalDocuments/ares70d1es.pdf

UNESCO. (2017). *Educación para los objetivos de desarrollo sostenible: objetivos de aprendizaje.* Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

UNESCO. (2018). *Avances en la educación para el desarrollo sostenible y la educación para la ciudadanía mundial.* Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Vásquez, C., Seckel, M. J. y Alsina, A. (2020). Sistema de creencias de los futuros maestros sobre Educación para el Desarrollo Sostenible en la clase de matemática. *Revista Uniciencia*, v. 34, n. 2, 16-30.

Vilches, A. y Gil, D. (2012). La educación para la sostenibilidad: el reto de la formación del profesorado. *Profesorado, Revista de currículum y formación de profesorado, 16*(2), 25-43.

Wals, A.E.J. (2015). *Más allá de dudas no razonables. Educación y aprendizaje para la sostenibilidad socioecológica en el Antropoceno.* Wageningen, Universidad de Wageningen. https://arjenwals.files.wordpress.com/2016/02/8412100972_rvb_inauguratie-wals_oratieboekje_v02.pdf

LA OPCIÓN DECOLONIAL UNA PROPUESTA POLÍTICA/EPISTEMOLÓGICA PARA LA ETNOMATEMÁTICA

Carolina Tamayo[1]

Esta conferencia tuvo como propósito presentar algunas reflexiones y posibilidades para la Etnomatemática al asumir la perspectiva decolonial para repensar las metodologías de investigación que se asumen en el área que, de una u otra forma, se localizan en el patrón epistemológico de la *tribu europea*[2].

El movimiento decolonial para la Etnomatemática parte del reconocimiento de la historia del tráfico de la población negra, así como su esclavitud junto a los indígenas de las tierras de *Abya Yala*, esto significa recolectar fragmentos historiográficos que vienen desde sus voces pues, todos todas ellas son fundamentales para comprender como la geopolítica del mundo se organiza en la actualidad en Latinoamérica. Esas historias y sujetos son la parte oculta del colonialismo y es lo que no se revela, así como, del proyecto de modernidad/colonialidad, como ya lo ha anunciado Walter Mignolo en sus diferentes investigaciones.

Al recomponer estos fragmentos de archivos historiográficos con lentes decoloniales se nos invita a poner en práctica movimientos de resistencia y lucha contra conductas racistas y patriarcales, partiendo de las prácticas y narrativas de los pueblos afrolatinoamericanos e indígenas, con el propósito de aprender a desaprender y, así, abrir margen para otras formas de entender el mundo.

Es por esto que desde hace algunos años he defendido, y continúo defendiendo, la importancia de colocar la Etnomatemática, un movimiento que nasce en el seno de academia blanca, al servicio del cuestionamiento de la visión colonialista de la historia y de la Matemática. Esa Etnomatemática de la cual yo hablo, nos debe permitir un retorno a la historia de los negros, los indígenas y campesinos, pero no un retorno funcional al sistema colonial que permanece en las estructuras de poder hasta hoy, al contrario propone un retorno como lucha político/epistemológica, como la materialización del reclamo por la violencia contra los negros y los indígenas, promoviendo un 'desprendimiento', es decir, un "abandono activo de las formas de conocimiento que nos sujetan, y que modelan activamente nuestras subjetividades en las fantasías de las ficciones modernas" (Mignolo, 2014, p. 12).
En el ámbito epistemológico, el desprendimiento del cual nos habla Mignolo (2014), significa crear márgenes, líneas de fuga, para entender que otras formas de vida poseen sus propias formas de comprensión del mundo que, no necesariamente poseen los mismos patrones de referencia que organizan la Matemática disciplinar, ya que, la tribu europea, concibe la verdad sólo desde su punto de vista, buscando reducir la comprensión del mundo a una comprensión en nombre de una razón civilizadora. "Esta cosmovisión niega la realidad conflictiva y jerárquica que establece el modelo de organización colonial, que se apropia, omite y margina otras narrativas

[1] Doctora en educación, Universidad de Antioquia (Medellín, Colombia).
[2] En términos de Emmanuel Lizcano (2006).

que amenazan o no obedecen al carácter universalista y "radicalmente excluyente" (Lander, 2005 p.10).

> Entonces lo malo no es la universalidad de la ciencia sino la de las creencias; lo malo no es la objetividad de la ciencia sino la "cientificación" de la subjetividad. Cuando liberemos los ángulos y las hipotenusas, prisioneras de los cálculos del Pentágono, aún habrá que reprimirlas para que no nos escamoteen la ondulación; es decir, la independencia ontológica de las montañas, los cuerpos y las casas (Lizcano, 2006, p.36).

En este sentido, el movimiento que propongo, es la decolonización y racialización de la Matemática y, de la Etnomatemática, en interlocución con diferentes sociólogos latinoamericanos, con investigadores indígenas, africanos y frolatinoamericanos, en diálogo con las comunidades y movimientos sociales, al promover la pluralidad epistémica del mundo atreves de un proyecto de desvinculación de las matrices coloniales que permean el saber, como posibilidad de crear nuevos vínculos.

En ese sentido, no solo necesitamos problematizar *imágenes* naturalizadas sobre la Matemática que en la escuela y en la universidad se procesan, como efecto de la colonialidad del saber; es decir, no solo deconstruir las fuerzas de esas *imágenes*, como muchas investigaciones en la Etnomatemática ya lo hacen; si no que también, es necesario repensar las metodologías de investigación, toda vez que, se han creado brechas para que desde la Etnomatemática prácticas colonizadoras y eurocéntricas sobrevivan.

Lo anterior está vinculado al hecho de que, muchas de esas investigaciones, si bien, hacen la crítica al positivismo y/o al reduccionismo, no dan el salto epistémico que les permita *desprenderse* de la configuración conceptual occidental. Ninguna es plenamente radical, armónica y coherente, pues siguen atrapadas en las nociones modernas de conocimiento y de investigación, convirtiéndose en propuestas neocoloniales. De ahí que, sea necesario promover investigaciones dialógicas con las comunidades que no sean funcionales al proyecto modernidad/colonialidad, pues es común que terminologías, palabras y procedimientos Matemáticos sean empleados para aproximarse de las prácticas sociales no disciplinares de otras culturas, lo que ha provocado en muchos la geometrización, aritmetización o algebrezación de dichas prácticas, provocando formas de europeizar una práctica africana o indígena. Este es un debate que es importante no perder de vista, pues se puede caer en la injusticia de fijar estas prácticas al dominio exclusivo del arte o a 'patrones de lectura' Matemáticos que, limitan nuestra capacidad para comprender los conocimientos que se movilizan en esas prácticas con base en la cosmogonía en la cual se originan su función social, cultural, educativa y política.

Un "hacer decolonial" en las investigaciones en Etnomatemática requiere acciones/huellas de desprendimiento de cualquier deseo de *explicar*[1] las prácticas para refutar hipotesis o formular teorías que, impliquen el uso de los discursos producidos desde el lugar de la Matemático como patrón de corrección de esos conocimientos que, dentro de esas otras formas de vida no se organizan con base en la misma racionalidad epistemológica de la Matemática.

[1] En sentido de Wittgenstein (1995).

Lo anterior, no significa que no puedan ser establecidas entre esos marcos epistemológicos al contrario, entender las peculiaridades de cada marco epistemológico puede permitir que dichos diálogos sean horizontales para que las semejanzas, entre los discursos que se producen en su interior, sean elaboradas desde el movimiento de la diferencia para dejarse afectar no solo, teniendo como referencia la aritmética, la geometría o el álgebra, si no para dejarse de afectar desde el desprendimiento, dejando la posición de receptor para realizar el ejercicio del pensamiento, en el sentido de filosofar cómo estas prácticas otras puede provocar nuevos afectos, nuevas emociones, nuevos sentimientos.

De modo a desarrollar un trabajo crítico de pensar el propio pensamiento, que consista en buscar saber cómo y en qué medida sería posible pensar de manera diferente, en lugar de legitimar lo ya conocido. Filosofar para aprender a ver el mundo más allá de nuestros propios lentes, es decir, entregarnos al movimiento de la diferencia, a miradas singulares que se encuentran en multiplicidades, para abrir margen para que lo invisible se haga visible, ya que las culturas y las cosmogonías africanas tienen sus propias lógicas de producción de conocimiento.

Así, podemos pensar en una decolonización permanente de la Etnomatemática que asuma el estatus integral del pensamiento de los demás como pensamiento y decoloniza el pensamiento mismo. Dejar de ser el colonialista de sí mismo, subordinado a las ideas maestras, a las ideas clave de sujeto, autoridad, origen, verdad.

En suma, decolonizar la Etnomatemática significa promover prácticas insurgentes de resistir, (re)existir, revivir, para desafiar el monólogo de la razón moderna occidental y el racismo epistémico de la modernidad. Se propone una Etnomatemáica que elabora análisis críticos, que se desprenda de los cánones de la tribu europea. Una Etnomatemática que promueve pedagogías que abren grietas y desprendimientos que provocan nuevos aprendizajes y desaprendizajes. Una Etnomatemática que no actúa de forma dogmática, sino que siembra semillas para que puedan germinar de ellas conocimientos "otros".

Asumir el giro decolonial en la etnomatemática significa formas de accionar, escuchar, estar, hacer, mirar, pensar, sentir, ser, en clave decolonial, no solo de manera individual sino en/desde/por/para las comunalidades.

Referencias:

LIZCANO, E. *Metáforas que nos piensan: sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones.* Madrid: Traficantes de Sueños. 2006.

MIGNOLO, W. La opción de-colonial: desprendimiento y apertura. Un manifiesto y un caso. Em *Tabula Rasa*, Bogotá - Colombia, No.8: 243-281, janeiro-junho 2008.

LANDER, Edgardo. (org). (2005). A colonialidade do saber: eurocentrismo e ciências sociais. Perspectivas latinoamericanas, CLACSO. Buenos Aires, Argentina.

WITTGENSTEIN, Ludwig (1995). *Tratado Lógico-Filosófico * Investigacoes Filosóficas*. Tradução de M.S. Lourenço. 2 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1995 (Originales, 1961 y 1985, respectivamente).

COMUNICACIONES BREVES

OS DESAFIOS E AS ADAPTAÇÕES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO EM MEIO A PANDEMIA DA COVID-19

Leonardo Cristiano Gieseler[1], Bruno Schneider[2]

Resumo

Neste trabalho estão descritas as atividades realizadas no decorrer da pandemia ocasionada pela doença covid-19, durante o primeiro semestre do ano de 2020, na Escola de Educação Básica Luiz Delfino, por estagiários do curso de licenciatura em matemática, da Universidade Regional de Blumenau. Objetivaram-se analisar a situação da pandemia e o impacto que se refletiu na educação e acompanhar as atividades de docência dos estagiários. O estágio foi constituído pelas seguintes etapas: Através de pesquisas descritivas e bibliográficas, junto ao estudo de caso, realizou-se uma análise teórica a respeito da influência da covid-19 no processo de ensino-aprendizagem. Em seguida, formataram-se meios para realizar uma pesquisa qualitativa com a professora de matemática da escola, a fim de constatar as necessidades dos estudantes. Por último, elaborou-se uma proposta de ensino para turmas do ensino médio em forma de material didático para ser aplicado na educação básica.

Palavras-chave: *Covid-19, Educação, Ensino Médio, Matemática, Pandemia.*

Abstract

This work describes the activities carried out during the pandemic caused by the covid-19 disease, during the first semester of the year 2020, at the Escola de Educação Básica Luiz Delfino, by students in the mathematics degree course, at the Universidade Regional de Blumenau. The objective was to analyze the situation of the pandemic and the impact that was reflected in education and to monitor the teaching activities of the interns. The internship consisted of the stages: Through descriptive and bibliographic research, along with the case study, a theoretical analysis was carried out regarding the influence of covid-19 in the teaching-learning process. Then, means were formed to carry out a qualitative research with the school's mathematics teacher, in order to verify the students' needs. Finally, a teaching proposal was prepared for classes in the high school in the form of didactic material to be applied in the basic education.

Key words: *Covid-19, Education, High School, Mathemathics, Pandemic.*

[1] Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática e Presidente do Centro Acadêmico de Matemática-CAMAT/FURB; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; lgieseler@furb.br
[2] Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; brunoschneider@furb.br -

1.INTRODUÇÃO

A educação está sempre se reinventando, de tempos em tempos há a necessidade de reformularmos métodos de ensino e de aprendizagem; conforme as mudanças sociais ocorrem, mudanças educacionais se tornam inevitáveis. No ano de 2020 o mundo enfrenta uma ameaça global, uma pandemia que gera um enorme impacto na população. Pessoas em todo o mundo começam a se recolher em suas casas; comércios, indústrias, atividades de lazer, aeroportos, rodoviárias, escolas, entre outros estabelecimentos são simplesmente fechados por tempo indeterminado. O desespero toma conta por parte da sociedade; muitos que, impossibilitados de trabalhar, se encontram desesperados por não conseguirem alimentar suas famílias, e pior, sem saber até quando permanecerão nessa situação. É este o cenário em que o sistema educacional se mostra pressionado a oferecer, de alguma forma, educação aos estudantes: ensinar com os alunos estando dentro de suas casas se protegendo de uma pandemia. Em momentos como esse os educadores adentram em uma situação de questionamento no sentido de se perguntarem: Será que, mesmo em meio ao caos, é possível manter algum processo de ensino-aprendizagem?

Ao longo da componente curricular Estágio IV, do curso de licenciatura em matemática, da Universidade Regional de Blumenau, localizada na cidade de Blumenau, no Brasil, durante o primeiro semestre do ano de 2020, os estagiários tiveram a oportunidade ímpar de atuar na educação básica em meio a pandemia do coronavírus. Esta vivência será relatada ao longo deste trabalho, buscando discorrer sobre a forma em que as aulas foram adequadas para atender ao maior número de estudantes possíveis, tendo em vista as mais variadas realidades em que cada um vive.

2. MARCO DA INVESTIGAÇÃO

No início do ano de 2020 o mundo se deparou com uma ameaça à saúde global: o vírus Sars-CoV-2, responsável pela doença covid-19 que, segundo dados da Organização Mundial da Saúde (World Health Organization, 2020), até a metade do ano já tinha causado mais de meio milhão de óbitos no mundo inteiro e mais de 10 milhões de casos confirmados da doença. Em pouco tempo, após o descobrimento do vírus, uma pandemia mundial tomou forma e muitos setores tiveram que ser adequados para essa nova forma de viver. Na educação não foi diferente, as escolas básicas de diversos países tiveram que se adaptar no que diz respeito ao atendimento presencial e a forma de ensino.

2.1 Educação Básica

Especíificamente no ensino básico; com o evoluir do cenário pandêmico na educação, aos poucos as atividades presenciais foram migradas para atividades remotas. Professores e alunos foram se adequando a esta nova realidade do ensino e da aprendizagem, todos utilizando-se do que tem a seu dispor no quesito tecnologia; buscando se aprimorar e tornar a educação possível mesmo em meio a incerteza do cenário da saúde mundial. É importante e necessário que as instituições de ensino se adequem a mais essa transformação na sociedade, pois:

> Essa transformação geral da sociedade tem repercussão direta na educação, nas instituições de ensino e no trabalho dos professores, portanto, não é só o professor que precisa de

> reciclagem, a instituição como um todo, precisa estar a par dessa evolução com intuito de ter possibilidade de caminhar na mesma velocidade que essas transformações ocorrem. (Silva, 2010)

Sendo assim, as instituições de ensino prontamente transformaram o seu modelo educacional para conseguirem atender as novas demandas devido a situação de isolamento social e cuidados com a saúde gerados durante a pandemia do coronavírus.

No Brasil, a ideia de se pensar em ensino a distância na educação básica ainda é muito recente. Contudo, fato é que a pandemia nos impossibilitou de manter atividades presenciais nas escolas durante o ano de 2020; prevendo a segurança dos estudantes, o incentivo para nos adaptarmos a uma forma remota de ensino foi amplamente sugerida por todos os órgãos governamentais. Com isso, o Ministério da Educação do Brasil, através da Portaria nº 473/2020, autorizou que o ensino em todas as escolas do território nacional seja migrado para a modalidade remota.

Estando o ensino a distância na educação básica respaldado por lei, uma nova etapa no ensino em escolas de todo o país iniciou, as aulas foram mantidas de forma remota, com os alunos estudando de suas casas e utilizando os recursos que lhes são acessíveis. Contudo, uma pesquisa realizada sobre os impactos de uma pandemia na educação básica (Rothe et al, 2015) sugere que as escolas não são apenas locais que oferecem aulas às crianças e adolescentes, a escola é também um importante local de socialização e proteção para os estudantes. Quando as escolas se fecham, as crianças já não possuem mais um refúgio seguro para ficar e se encontram obrigadas a permanecerem em casa. Muitas vezes o próprio lar de uma criança ou adolescente o torna vulnerável e condicionado a vivenciar problemas como os "conflitos entre casais, que tornam crianças testemunhas de agressões e de toda forma de violência" (Fonseca et al, 2013). Tais pesquisas nos apontam como a educação básica, sendo realizada de forma remota, traz riscos para os estudantes e estes, tendo que lidar com as dificuldades de convivência familiar, se veem obrigados a ter que conciliar todos os seus problemas com as atividades da escola.

Este é o cenário que professores da educação básica precisam lidar durante a pandemia; com o acesso à tecnologia limitado dos alunos e com uma parcela deles tendo que lidar com as mais diversas dificuldades, nos indica justamente um dos maiores desafios para a educação em tempos de pandemia, que é conseguir atingir todo tipo de estudante e fazer com que a educação possa ter continuidade mesmo nas mais diversas adversidades em que tenhamos que vivenciar. Ensinar e educar em tempos de covid-19 é um desafio para os professores da educação básica e uma ótima oportunidade para repensarmos a educação, reformularmos os métodos de ensino e reavaliarmos a importância da escola na formação das crianças e dos adolescentes.

3. METODOLOGIA

Para a realização do estágio, através de uma pesquisa qualitativa, foi contactada a professora de matemática da Escola de Educação Básica Luiz Delfino, localizada na cidade de Blumenau; onde acordou-se que os estagiários atuariam na preparação de material didático para as turmas dos terceiros anos do ensino médio desta escola.

Com o ensino sendo realizado remotamente na unidade escolar em questão, duas frentes foram criadas: a primeira consistiu na disponibilização de material didático, formulado pelos professores, por meio da plataforma *Google Classroom*, onde os estudantes puderam acessar o material de suas casas, utilizando-se da tecnologia e da internet. Tendo as salas de aula virtuais um enorme espaço para inserir arquivos, além dos materiais disponibilizados pelos professores, os educandos também puderam realizar atividades e inserir conteúdos, tornando possível uma certa interação professor/aluno, em que o educador pôde realizar correções de atividades e até mesmo auxiliar os estudantes dando as devolutivas dos seus exercícios.

Já a segunda frente consistiu na disponibilização de material didático, também formulado pelos professores, porém de forma física, este sendo impresso pela escola; onde os pais dos estudantes puderam retirá-lo na própria unidade escolar. O material didático de meio físico é limitado, pois necessita-se de recursos financeiros para a impressão; portanto, foi estipulado pela gestão da escola que cada professor apenas disponibilizasse 2 páginas de conteúdo por semana. No mesmo dia para realizar a retirada de material, os pais dos alunos puderam deixar as atividades realizadas de forma remota na escola, para que os professores efetuassem a correção; sendo assim, houve uma certa interação professor/aluno, todavia, para esse grupo de estudantes a interação foi muito pequena em relação ao outro grupo.

3.1 Regências

O tema central abordado foi a estatística, sendo que o material baseou-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), contemplando os seguintes tópicos: informações gerais sobre a estatística (o que é, onde é utilizada, para o que serve, etc), representação de dados por meio de tabelas e gráficos, levantamento de dados e execução de uma pesquisa estatística, distribuições de frequência (absoluta e relativa) e medidas de tendência central (média, mediana e moda). Todo o conteúdo em questão foi abordado no total de quatro semanas, sendo que foram atendidas três turmas. Toda a temática da estatística esteve contida em 4 arquivos, que foram disponibilizados no início das semanas, e a professora aplicou as atividades acompanhando o desenvolvimento do assunto e a assimilação por parte dos alunos.

Os materiais didáticos preparados para aplicar nas turmas durante a pandemia tiveram que ser disponibilizados, preferencialmente, em formato *word* e terem, no máximo, 2 páginas por semana, mas serem didáticos e interessantes ao ponto de despertar a curiosidade e atenção dos alunos para que possam resolver as atividades baseando-se no material concedido. Uma das maiores adaptações realizadas com este propósito foi a utilização da linguagem dialógica nas atividades, a fim de aproximar a linguagem do conteúdo com a linguagem dos estudantes. Cada arquivo apresentou, logo no início, os objetivos propostos para a aula em questão, sempre embasando-se nas habilidades esperadas pela BNCC na área da estatística para o ensino médio.

A proposta de ensino apresentada pelos estagiários teve que suprir a necessidade da professora, da escola e dos estudantes neste período de pandemia, sendo criado um material didático de fácil leitura, com uma linguagem acessível aos alunos, mas que contemplou todo o conteúdo proposto pelas diretrizes nacionais da educação. Esta foi uma experiência inovadora tanto para os estagiários, que puderam atuar neste momento ímpar na educação, quanto para a escola, que pôde ter um respaldo da universidade neste momento em que se mostra tão importante a pesquisa em educação para cada vez mais adaptar o ensino de forma a poder atingir a maior quantidade de estudantes possíveis, mesmo em meio as mais diversas dificuldades.

Segue abaixo uma breve parte do material das regências elaborado durante o estágio e disponibilizado para a professora aplicar com os estudantes. Conforme mencionado anteriormente, no inicio de cada aula foram apresentados os objetivos propostos para a aula em questão, baseando-se nas habilidades esperadas pela BNCC, documento norteador da educação no Brasil. A seguir vemos o inicio de uma aula e, no canto superior direito, os seus objetivos esperados com a aplicação do material:


AULA 1

ESTATÍSTICA

Objetivos da Aula de Hoje

Você sabe o que é a estatística?

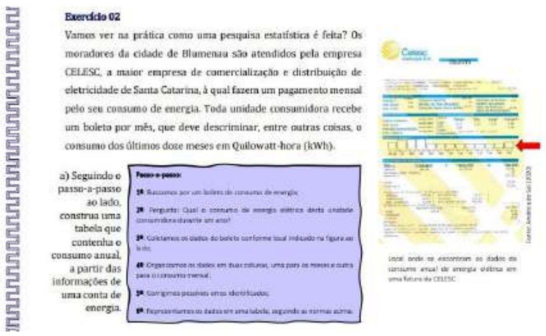
A estatística é um ramo da matemática aplicada que busca organizar problemas, situações ou fenômenos otimizando a maneira de representá-los. Atualmente a maioria dos países possuem organizações para gerar estudos estatísticos e, no Brasil, possuimos o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

Primeiro vamos entender alguns termos da estatística:

A cada 10 anos o IBGE realiza um censo, que é uma pesquisa estatística que busca recolher, agrupar e publicar características demográficas, econômicas e sociais dos habitantes de um país; todas essas informações são denominadas de **dados**; todos os dados juntos formam o **universo estatístico**. Já se quisermos pesquisar, por exemplo, qual o candidato à presidência que os alunos de uma turma de 25 estudantes votariam, podemos consultar todos os alunos dessa turma, ou seja, nossa **população**. Porém, isso não é possível quando queremos pesquisar sobre a intenção de

Fonte 1. Início da primeira aula. Os autores (2020).

Os exercícios realizados pelos estudantes no decorrer das aulas foram elaborados com o intuito de estimularem a aprendizagem, de certa forma, auto-didata; onde em vários exercícios os educandos puderam experimentar o que é realizar uma pesquisa estatística. Abaixo temos uma imagem de um exercício em que os alunos realizaram uma pesquisa sobre o consumo de energia elétrica de uma casa:


Exercício 02

Vamos ver na prática como uma pesquisa estatística é feita? Os moradores da cidade de Blumenau são atendidos pela empresa CELESC, a maior empresa de comercialização e distribuição de eletricidade de Santa Catarina, à qual fazem um pagamento mensal pelo seu consumo de energia. Toda unidade consumidora recebe um boleto por mês, que deve descriminar, entre outras coisas, o consumo dos últimos doze meses em Quilowatt-hora (kWh).

a) Seguindo o passo-a-passo ao lado, construa uma tabela que contenha o consumo anual, a partir das informações de uma conta de energia.

Passo-a-passo:

Fonte 2. Exercício proposto. Os autores (2020).

Como o material contemplou todos os requisitos de tamanho limitado à duas páginas por aula, este mesmo pôde ser impresso e utilizado tanto pelos estudantes que possuem acesso a internet e estão acompanhando as aulas através da área virtual, quanto aos outros que não possuem esse recurso e estão retirando o material impresso na escola; desta forma, não causando disparidade entre o ensino aos dois grupos de alunos.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS E CONCLUSÕES

A pandemia da covid-19 trouxe, em 2020, um cenário completamente novo para a educação básica; impossibilitando as instituições de realizarem o ensino de forma presencial, o método de ensino teve que ser aprimorado e adaptado a essa nova realidade. Com as mudanças diversas dificuldades foram encontradas, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem, contudo, dificuldades sempre estiveram presentes na educação. Enquanto que alguns estudantes puderam se adaptar à forma remota de ensino e conseguiram manter a aprendizagem mesmo em meio ao caos; com muitos até podendo estudar ainda mais do que no modelo presencial, estudando no conforto de suas casas, outros tiveram que se preocupar em sobreviver em meio a crise financeira gerada para muitos em virtude da pandemia, ainda, alguns tiveram que lidar com toda a violência sofrida dentro de casa por seus familiares. Sendo este último grupo de estudantes imensamente afetados por terem que se adequar ao ensino de forma remota, não tendo mais a escola como local de refúgio e a aprendizagem como distração para todos os problemas enfrentados diariamente.

A desigualdade entre os alunos é o que mais chamou a atenção durante a pandemia, e o papel do professor como educador mostrou o seu limite, ficando claro que a educação não pode ser realizada apenas pelo educador, mas que é, tão importante quanto, a contrapartida do educando. Mesmo em meio ao caos e as mais diversas dificuldades, não podemos nos ater a apenas contemplar um grupo específico de estudantes, pelo contrário, é imprescindível haver o esforço para, da melhor forma possível, atender a todos. As aulas foram completamente adaptadas, tanto para estudantes que puderam acompanha-las de forma virtual quanto para os que não o puderam, a gestão se mostrou presente no sentido de buscar entrar em contato com os alunos que não estavam participando, e os professores se reinventaram para poder criar materiais didáticos de fácil compreensão; sendo assim, os educadores deram o seu melhor para que o ensino pudesse ter continuidade mesmo nos mais diversos cenários em que os estudantes poderiam se encontrar, porém, a aprendizagem é a parte da educação que compete principalmente ao educando, e temos que compreender esta limitação e respeitá-la, assumindo que a educação é um fardo que não pode ser carregado apenas por um dos lados mas que, em conjunto, educadores e educandos, com o apoio familiar, conseguem sim fazer a diferença mesmo em meio ao caos. Espera-se que o desenvolvimento de materiais seguindo a ideia de estimular uma maior participação do estudante possa ser continuado mesmo após a pandemia pois, na área educacional, quanto mais evoluimos os métodos e os instrumentos de ensino, mais evoluimos o fazer educação.

5. REFERÊNCIAS

Base Nacional Comum Curricular. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Ministério da Educação. BRA. Recuperado de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Fonseca, F. et al. (2013). *As vulnerabilidades na infância e adolescência e as políticas públicas brasileiras de intervenção*. Artigo publicado na Revista Paulista de Pediatria. São Paulo. BRA. Recuperado de: https://www.scielo.br/pdf/rpp/v31n2/19.pdf.

Rothe, D. et al. (2015). *Ebola: beyond the health emergency*. Artigo publicado na Plan International Organization. Woking. UK. Recuperado de: https://plan-international.org/publications/ebola-beyond-health%C2%A0emergency.

Silva, L. (2010). *A Utilização dos Recursos Tecnológicos no Ensino Superior*. Artigo publicado na Revista Olhar Científico. Volume 1. Ariquemes. BRA. Recuperado de: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/tics/14-151-1-PB.pdf.

World Health Organization. (2020). *Coronavirus Disease (COVID-19)*. *Dashboard*. Recuperado de: https://covid19.who.int.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN Y ARGUMENTOS DE LOS ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Nuria Begué[1], Silvia M. Valenzuela[2]

Resumen

El objetivo del trabajo fue evaluar la comprensión intuitiva de la distribución binomial de 127 estudiantes de Bachillerato. La tarea consiste en dar cuatro valores probables de la distribución y su justificación. Se analizan la media y el rango de su respuesta y los argumentos se clasifican según el análisis de contenido. Desde el análisis de las respuestas numéricas, se identifica que la mayoría de los estudiantes muestran un razonamiento distribucional. Por su parte, em el análisis cualitativo, tanto la asignación frecuencia como la identificación de la covergencia y/o variabilidad son los argumentos correctos en los que se apoya la mayoría de los estudiantes. No obstante, también encontramos argumentos incorrectos como el sesgo de equiprobabilidad o creencias erróneas sobre la aleatoriedad.

Palabras claves: Distribución binomial; Comprensión, Estudiantes de Bachillerato

Abstract

The objective of the work was to evaluate the intuitive understanding of the binomial distribution of 127 high school students. The task is to provide four probable values of the distribution and their justification. The mean and range are analyzed and the arguments are classified according to content analysis. From the analysis of the numerical answers, most of the students suggest a distributional reasoning. In qualitative analysis, both the frequency assignment and the identification of convergence and variability are the correct arguments on which most of the students rely. However, we also found incorrect arguments such as equiprobability bias or erroneous beliefs about randomness.

Key words: Binomial distribution; Comprehension, High School Students

1. INTRODUCCIÓN

La cultura probabilísitca está presente tanto en el ámbito profesional como personal, pues aparece en situaciones como la inversión o toma de un seguro, así como es necesaria para una adecuada comprensión del muestreo y la inferencia (Gal, 2005). La sociedad de la información exige que el ciudadano presente una comprensión adecuada de la probabilidad y se pueda superar la tendencia a un pensamiento determinista (Batanero et al., 2016).

Además, como señalan Chaput, Henry y Girard (2011) el trabajo de probabilidad exige un trabajo de modealización. En relación con este trabajo, nos interesamos por la distribución

[1] Doctora en Didáctica de la Matemática; Universidad de Zaragoza; España; nbegue@unizar.es
[2] Doctora en Estadística e I.O.; Universidad de Granada; España.,

binomial porque se trata de un de los modelos probabilísticos de mayor aplicación (Landín y Sánchez, 2011).

En España, el estudio de la distribución binomial se lleva a cabo en el primer curso de Bachillerato (MECD, 2015), que es la etapa educativa dirigida a estudiantes de entre 17 y 18 años. Este contenido está presente tanto en las modalidades de Ciencias (2° curso) como en la de Ciencias Sociales (1° curso).

El objetivo de este trabajo es analizar la comprensión intuitiva de estudiantes de 2° curso de bachillerato que forman parte de nuestra muestra ante una situación cercana que puede modelizarse mediante una distribución binomial. La tarea propuesta consiste en proporcionar a los estudiantes cuatro muestras probables de una distribución binomial y se pide justificar los valores numéricos; por tanto, el estudio consiste en el análisis de los argumentos proporcionados por los estudiantes.

Las siguientes líneas describen el marco de la investigación donde se describe tanto el marco teórico sobre el que se fundamenta el trabajo así como una breve descripción de investigaciones previas. A continuación, se describe la metodología y, finalmente, se describen los resultados del trabajo así como una serie de consideraciones finales en vista a los resultados obtenidos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Nos apoyamos en el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007; 2019), donde la situación-problema y las prácticas matemáticas realizadas en su resolución permiten definir tanto a un objeto matemático como su significado (institucional o personal). Siguiendo este enfoque, la comprensión personal será considerada como la apropiación del significado institucional del objeto matemático por el individuo, por lo que es un proceso progresivo (Godino y Batanero, 1994; Godino, et al. 2007).

La comprensión no es directamente observable, sino que debe deducirse de respuestas de los estudiantes a tareas de evaluación. Es decir, debe deducirse desde el análisis de las prácticas que realiza el sujeto al presentarle una situación-problema, puesto que es algo mental.

En consecuencia, la evaluación de la comprensión sería el estudio de la correspondencia entre los significados personales e institucionales de un cierto objeto matemático. Siguiendo a estos autores, en este trabajo se evaluará la comprensión que una muestra de estudiantes tiene sobre el muestreo mediante el análisis de las respuestas (entendidas como prácticas) que elaboran al responder a un conjunto de tareas, que caracterizan el instrumento propuesto para su evaluación. En este sentido se analizará la situación planteada, caracterizando la respuesta correcta tanto para la representatividad como la variabilidad de la muestra aportada.

3. METODOLOGÍA

La muestra participante estuvo formada por 127 estudiantes de 2° Bachillerato (17-18 años) de dos centros escolares diferentes de la comunidad de Aragón (España). Participaron dos grupos de estudiantes de Ciencias (26 y 15 alumnos por grupo) y un grupo de Ciencias Sociales (19 estudiantes) del primer centro. Mientras que participaron otros dos grupos de Ciencias (29 y 14 alumnos) y uno de Ciencias Sociales (24 alumnos) del segundo centro.

En la Figura 1 se presenta la tarea que se propuso a los estudiantes, la cual se completó dentro de la asignatura de matemáticas, con colaboración del profesor de los estudiantes y autorización de los directores de los centros. La tarea presenta una situación cuyo contexto puede resultar cercano al alumno, como es el número de encestes de un jugador de baloncesto.

Tarea. Un jugador de baloncesto suele encestar 70 de cada 100 tiros a una canasta desde la posición de tiros libres. Escribe en la siguiente tabla un resultado que sea probable para cuatro partidos en los que lanza 10 tiros desde el punto de lanzamientos personales.

Partido 1 (10 tiros)	Partido 2 (10 tiros)	Partido 3 (10 tiros)	Partido 4 (10 tiros)
Número de encestes:	Número de encestes	Número de encestes	Número de encestes
Número de fallos:	Número de fallos:	Número de fallos:	Número de fallos:

En el enunciado se indica la frecuencia con la que suele encestar el jugador. Por tanto, la variable aleatoria número de encestes sigue una distribución binomial B(10, p), donde p es desconocida. Si consideramos el dato del enunciado, se estima que el valor esperado es np=7, y su desviación estándar es $\sqrt{np(1-p)}$ =1,45.

El análisis cuantitativo se fundamenta en el cálculo del valor medio y el rango de los cuatro valores proporcionados por los estudiantes en sus respuestas. Por su parte, para el análisis cualitativo de las justificaciones de los estudiantes se realizó un análisis de contenido (Krippendorf, 2013), donde las unidades de análisis se corresponden con las respuestas de todos los estudiantes. La revisión conjunta y discusión de los casos discordantes condujeron a la elaboración de una lista de categorías.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En primer lugar, el análisis cuantitativo se fundamenta en el análisis del valor esperado. En este caso, se asume que el sujeto presenta una buena concepción o intuición del mismo, si el valor medio de las cuatro respuestas que proporciona es cercano a 7. Se considerarán cercanas aquellas respuestas cuyos valores para el número de encestes se localicen dentro del intervalo (5.55, 8.45), redondeando, entre 6 y 9. Los extremos de dicho intervalo se obtienen al determinar la media más/menos la desviación típica, que es el intervalo que contiene el 68% de las observaciones en la distribución normal. En nuestro trabajo la mayoría de los estudiantes proporcionan respuestas situadas en dicho intervalo (84,1%).

Sin embargo, aparece un grupo estudiantes con valores medios muy bajos (< 5.6), la mayor parte de los cuales ha mostrado el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992). Por otro lado, se localizan casos aislados de estimaciones muy alejada del valor medio teórico que se corresponden con respuestas en las que los cuatro valores de la muestra son iguales a 1 0, proporcionan una muestra en la que el promedio es igual a 9 en sus cuatro valores.

En cuanto al estudio de la variabilidad, Gómez, Batanero y Contreras (2014) consideran que la variabilidad es adecuada cuando el rango se encuentra entre una y dos desviaciones típicas, aproximadamente entre 3 y 6. Si está entre dos y tres veces la desviación típica (entre 6 y 9 redondeando) se considera alta, pero aceptable. Los resultados de nuestra muestra de estudiantes revelan que la amplia mayoría de estudiantes proporciona muestras de variabilidad aceptable o adecuada (88,2%). No obstante, se identifican alumnos con alta variabilidad o alta concentración. En concreto, destacan cuatro alumnos que repiten el valor 7 cuatro veces en su respuesta, presentando una concepción determinista de la situación.

El estudio cuantitativo descrito se completa con el análisis cualitativo de las respuestas mediante el análisis de contenido desde el que emergen los siguientes tipos de argumento o categorías como se detallan en la Tabla 1. Además, aparece el porcentaje de respuestas que se identifica en cada categoría. Un análisis más detallado de cada categoría se encuentra en Begué (2019).

Argumentos	Frecuencia	Porcentaje
Tipo 1. Aleatoriedad	9	7,1
Tipo 2. Aspectos físicos del experimento	1	0,8
Tipo 3. Asignación frecuencial de la probabilidad	72	56,7
Tipo 4. Sesgo de equiprobabilidad implícito	2	1,6
Tipo 5. Variabilidad y convergencia	51	40,2
Tipo 6. Creencias subjetivas	22	17,3
Tipo 7. No justifica	29	22,8

Fuente elaborada por los autores

En primer lugar, se observa que la mayoría de las justificaciones (56,7%) se apoyan en el significado frecuencial de la probabilidad (Tipo 3); es decir, hacen referencia a los valores dados en el enunciado. El 40,2% de los estudiantes aluden a aspectos relacionados con la representatividad y variabilidad (Tipo 5), mostrando un razonamiento distribucional sobre la variable binomial. Si consideramos las respuestas en las que se justifica siguiendo las categorías 3 y 5, el 32,3% se sitúan bajo esos dos tipos y, por tanto, muestran una adecuada comprensión tanto de la distribución como de sus propiedades.

Por otro lado, destacamos el porcentaje de respuestas que se sitúan bajo el Tipo 6, donde un 17,3% justifican según criterios subjetivos, como por ejemplo se hace referencia a la motivación del jugador o la práctica del entreno, es decir, se hace referencia a criterios no probabilísticos.

Aunque la mayoría de estudiantes resuelven correctamente la tarea, observamos que existen dificultades en las justificaciones dando lugar a argumentaciones incorrectas. Esta dificultad se pone en relieve debido al porcentaje de alumnos que no argumentan (22,8%).

Desde el análisis cuantitativo, se obtiene que la mayoría de los estudiantes tienen una comprensión del valor esperado y la variabilidad, que se refuerza por el porcentaje de estudiantes que razonan de acuerdo a la variabilidad y/o convergencia. Otros estudiantes identifican la asimetría del fenómeno desde la apliación del enfoque frecuencial al tener en cuenta los valores del enunciado.

Sin embargo, se identifica un porcentaje de estudiantes que, tanto en sus estimaciones como en sus argumentos, muestra una comprensión pobre de la aleatoriedad. Tanto la presencia de sesgos como de intuiciones correctas subraya la necesidad de que el profesor sea conocedor de las mismas para favorecer su identificación. Además, otro objetivo sería la mejora de la capacidad de argumentación donde los resultados revelan que es una tarea compleja a pesar de que la situación se sitúa cercana al contexto del estudiante.

Agradecimientos

Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

5. REFERENCIAS

Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. y Sánchez, E. (2016). Research on teaching and learning probability. ICME-13. Topical Survey series. New York: Springer.

Begué, N. (2019). Comprensión del muestreo y la distribución muestral en estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.

Chaput, B., Girard, J. C. y Henry, M. (2011). Frequentist approach: modelling and simulation in statistics and probability teaching. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education (pp. 85-95). New York: Springe.

Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning (pp. 39-63). Dordrecht: Kluwer.

Godino, J. D. y Batanero, C (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.

Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. BOLEMA. Boletim de Educação Matemática, 28(48), 209-229.

Krippendorff, K. (2013). Content analysis: an introduction to its methodology. Londres: Sage.

Landín; P. y Sánchez, E. (2010). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial. Educaçao Matemática Pesquisa, 12(3), 598-618.

Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. Educational Studies in Mathematics, 23(6), 557-568.

MECD. (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

ANÁLISIS DE DOS SISTEMAS DE MEDIDAS EN DOS PRÁCTICAS ARTESANALES. UNA MIRADA DESDE LA ETNOMATEMÁTICA.

Oscar Enrique Muñoz Jimenez[1], German Andres Torres Nevado[2], Armando Alex Aroca Araujo[3]

Resumen

El problema de esta investigación consistió en cómo determinar sistemas de medidas utilizados en dos prácticas artesanales similares pero que tienen productos diferentes, como el bollo de mazorca y el bollo de yuca. El objetivo general fue analizar las medidas empleadas en la elaboración artesanal de estos bollos. El marco teórico se compone por referentes relacionados al programa de Etnomatemática. La metodología empleada fue de tipo cualitativa-descriptiva desde una perspectiva etnográfica. Se recogió la información usando materiales como la entrevista semiestructurada y dispositivos para registrar audio y video. Los resultados evidenciados fueron principalmente el uso de medidas convencionales en el proceso de la elaboración de ambos bollos.

Palabras claves: *Etnomatemática, medición, sistemas de medidas, tiempo, enseñanza.*

Abstract

The problem of this research consisted in how to determine measurement systems used in two similar artisan practices but that have different products, such as cob bun and cassava bun. The general objective was to analyze the measures used in the artisan elaboration of these buns. The theoretical framework is made up of references related to the Ethnomathematics program. The methodology used was of a qualitative-descriptive type from an ethnographic perspective. The information was collected using materials such as the semi-structured interview and devices to record audio and video. The results evidenced were mainly the use of conventional measures in the process of making both buns.

Keywords: *Ethnomathematics, measurement, measurement system, time, teaching*

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, existen varias investigaciones acerca de las medidas convencionales y no convencionales, tales como Carabalí, J. (2012), Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. (2002), Aroca, A. (2012), entre otras; basado en los trabajos de estos y otros autores, se podrá llevar a cabo este trabajo de investigación, el cual tiene como problemática el uso de los temas y materiales comunes en la enseñanza como es el de las medidas. Este trabajo tiene como propuesta explorar formas de medición convencionales; para ello nos centraremos en analizar los sistemas de medidas que se emplean en el proceso de la elaboración del bollo de

[1]Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; oscarenriquemj1995@gmail.com,
[2] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; germantorres055@gmail.com,
[3] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.com

yuca y bollo de mazorca haciendo énfasis en las magnitudes de longitud, masa y tiempo estas actividades se desarrollan en las localidades de Carreto y Pinar del Río, ambas ubicadas en el departamento del Atlántico, Colombia. Estos resultados, denominados en el Semillero Diversidad Matemática como resultados etnográficos, se pretenden posteriormente problematizar los resultados en aulas de clases de matemáticas, esto último no hace parte de esta ponencia.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En el marco de la investigación se trabajan algunas conceptualizaciones sobre Etnomatemática y sobre el concepto de medida. En el caso de Etnomatemática, D'Ambrosio (2001) menciona que "La Etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos". Este concepto de D'Ambrosio nos da una visión clara de lo que son las matemáticas en la sociedad, de esta manera nos interesamos por ver cómo se aplica la matemática en las prácticas artesanales.

Además, D'Ambrosio (2008) nos menciona que "teniendo en cuenta sus costumbres, creencias y objetivos, existen diversos grupos culturales en el arte, el deporte, las danzas, artesanías, etc." Dado esto, nosotros queremos trabajar en la actividad artesanal de la elaboración de los bollos desarrollados desde dos culturas diferentes de los municipios del Atlántico y queremos observar cómo se desarrolla el proceso matemático de la elaboración de los bollos en estas dos culturas diferentes.

Por otro lado, Gerdes (2007) nos dice que:

> La Etnomatemática destaca el potencial matemático de grupos culturales, estudia cómo se producen los conocimientos y se muestran las ideas matemáticas existentes en las culturas humanas, de grupos sociales y pueblos que van desarrollándose partiendo de la necesidad de sobrevivir en el tiempo y en el espacio. (p. 25)

En el estudio de elaboración de los bollos de yuca y de mazorca que tienen procesos similares pero con distintos productos podemos ver la importancia de la matemáticas que se van produciendo en estas actividades y la forma como se van desarrollando; se evidencia también los aspectos matemáticos relacionados con los sistemas de medidas en estos grupos culturales.

Aroca (2016) nos muestra cómo se debe entender el Programa Etnomatemática mirándolo de la siguiente forma:

> No sólo es lo sociocultural, también es lo histórico, lo político, lo ético, su relación con la educación, la formación, la pedagogía, la didáctica, lo religioso, lo económico, lo psicológico, lo lingüístico que median en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y no a todas estas dimensiones las podemos interpretar mediante las tics de mathema en una etno (p.192).

De esta manera, mirando la matemática que se aplica en esta práctica cultural podemos relacionarla con los conocimientos matemáticos que se aplican en las aulas de clase ya que la Etnomatemática se puede relacionar con las prácticas que se aplican en grupos socio culturales y los conocimientos matemáticos.

Por otra parte, existe el concepto de medida. Medir, según Bishop (1999), "es una actividad universal e importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia" (p. 55). Complementando un poco, Gerdes (2013) menciona que:

> Medir es una actividad que se manifiesta de manera diferente teniendo en cuenta el contexto donde se encuentren las personas, debido a que cada pueblo desarrolla su propia matemática y su sistema de medida. La actividad de medir está presente en muchos aspectos de la cotidianidad.

Analizando ambos conceptos, podemos decir que tanto la medida como la misma acción de medir han contribuido en gran parte al desarrollo de múltiples sociedades desde tiempos remotos. Es por esto que queremos mirar el sistema de medidas haciendo énfasis en las magnitudes de longitud, masa y tiempo que se desarrollan en estas actividades para poder ver cómo se desarrolla esta actividad de medir en la elaboración de los bollo ya que según Gerdes la actividad de medir se desarrolla de manera diferente teniendo en cuenta el contexto donde se encuentran las personas.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es de tipo cualitativa-descriptiva (Hernández, Fernández y Baptista, 2014; Vasilachis, 2006) desde una perspectiva etnográfica basada en la observación participante (Ameigeiras, 2006; Goetz y LeCompte, 1988), centrada en estudiar y comparar el proceso matemático de medir de dos comerciantes en el proceso de elaboración de bollos de yuca y de mazorca en municipios del atlántico. nos trasladamos a estos municipios con el fin de conocer el proceso de elaboración de los bollos donde realizan entrevistas semiestructuradas a unas comerciantes y mirar el proceso matemático que en ellos se desarrollan.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Haciendo la observación del material audiovisual recogido en ambos municipios, se pueden evidenciar procesos de medición en la elaboración de los bollos y se pueden comparar estas prácticas artesanales realizadas en dos contextos socioculturales diferentes:

Pinar del Río. Bollos de mazorca.	Carreto. Bollos de yuca.
En la magnitud longitud encontramos: ✓ Una mazorca tiene diferentes tamaños pueden ser grandes, medianas o pequeñas ✓ 1 bulto = 150 mazorcas **En la magnitud de tiempo encontramos:** ✓ Pelado del maiz = 60 a 80 minutos ✓ Tiempo de molido de una taza de maíz biche = 10 minutos aproximadamente ✓ repellando los dos sacos tarda = 40 minutos ✓ la holla de bollo dura en la estufa= una hora o una hora y media ✓ Tiempo de molido de una taza de maíz más o menos duro = 6 minutos aproximadamente ✓ Tiempo total del molido de todo el maíz: ✓ una hora u hora y media ✓ Tiempo que se tarda envolviendo los ✓ bollos: 20 a 30 minutos **En la magnitud de masa encontramos:** ✓ 1 mazorca = aproximadamente media libra ✓ Cantidad de dulce requerida: ✓ 2 bultos = 3 libras ✓ Cantidad de sal requerida: ✓ menos de 2 onzas	**En la magnitud longitud encontramos:** ✓ El amarre del bollo requiere 1 metro de pita ✓ 1 atadero (pita de amarrar bollo) = 1 metro ✓ 1 bollo se amarra con 1 metro de atadero ✓ 105 bollos se amarran con 157.5 metros de atadero ✓ 1 saco de pita = un siento y pico de atadero ✓ (alcanzó para los 105 bollos) **En la magnitud de tiempo encontramos:** ✓ 4 personas pelando duran = media hora en pelar la yuca ✓ 3 personas demoran = 1 hora ✓ se demora exprimiendo la masa = 20 minutos ✓ 1 carga de leña paracocinar bollos dura = 8 días ✓ 1 carga de leña se corta = 6 horas **En la magnitud de masa encontramos:** ✓ 1 puñao pequeño de masa = 1 libra de masa ✓ 115 libras = un bulto de yuca ✓ 1 bulto de rabiza = 60 kilos ✓ 1/2 bulto de rabiza = 30 kilos ✓ 1 bulto o saco de rabiza = 120 libras ✓ 1 bollo pesa= 1 libra

Barrio Pinar del Rio de Barranquilla, Atlántico, Colombia.

Figura 1A: Sra Doris pelando la mazorca. Hernandez (2020)

Figura 2A: Olla donde se colocan los bollos de mazorca. Hernandez (2020)

Figura 3A: Sra Doris repellando la mazorca. Hernandez (2020)

Figura 4A: cantidad suministrada de azúcar (grande) y sal (pequeña). Hernandez (2020)

Fuente: trabajo de campo de Juan Hernández y María Salas

Corregimiento de Carreto, Atlántico, Colombia.

Figuras 3b y 4b: Bola de masa, que pasa luego a tomar forma de bollo

Figura 1B: Pelado de la yuca.

Figura 2B: Ponchera de yuca

Fuente: Trabajo de campo de Luis Cantillo y Nestor Pupo

Este trabajo de investigación se encuentra actualmente en curso. Es importante destacar que no nos involucramos con las medidas de capacidad-volumen, ya que ya existe otro grupo encargado de investigar dicho aspecto en ambos bollos. Por el momento, se cuenta con la información recopilada de la elaboración de ambos tipos de bollos, de yuca y de mazorca.

Conclusiones

Evidenciamos que en la elaboración de los dos bollos se usan los sistemas de medidas convencionales en especial las medidas de longitud, masa y tiempo que se encuentran en la tabla de análisis y resultados además analizando la misma actividad de hacer bollos pero con dos bollos diferentes en dos contextos diferentes como lo son carreto y pinar del río por ejemplo se pueden ver equivalencias como en pinar del río pelando el maíz se demoran 60 o 80 minutos y en carreto 3 personas pelando la yuca duran 1 hora, en carreto se demoran exprimiendo la masa 20 minutos mientras que en pinar del río una tasa de maíz biche dura moliendo 10 minuto, una mazorca en pinar del rio pesa aproximadamente media libra y un puñado pequeño de masa en carreto es una libra de masa, en esta conclusión también podemos ver que la matemática se encuentra presente en estas dos actividades artesanales que se realizan en dos contextos culturales diferentes.

5. REFERENCIAS

Ameigeiras, A. R. (2006). El abordaje etnográfico en la investigación social. En I. Vasilachis de Gialdino. (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación* (pp. 107-151). Buenos Aires: Gedisa.

Aroca, A. (2012). Las formas de orientación espacial de los pescadores de Buenaventura, Colombia. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, *15*(2), 457 – 465.

Aroca, A. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. Educación matemática, 28(2), 175-195.

Bailey, D. H., & Borwein, J. M. (2015). Experimental Mathematics: Examples, Methods and Implications. Notices of the AMS, 52(5), 502-514. Recuperado de https://www.ams.org/notices/200505/fea-borwein.pdf

Bishop, A. (1999). Enculturacion matematica / Mathematical Enculturation: LA Educación Matematica Desde Una Perspectiva Cultural. Cambridge, Inglaterra: Paidos Iberica Ediciones S a.

Girgensohn, R., Bailey, D. H., & Borwein, J. M. (2004). Experimentation in Mathematics: Computational Paths to Discovery (1st ed.). Londres, Reino Unido: A K PETERS.

Cantillo, L. & Pupo, N., (2020) . Sistema de medidas en la práctica artesanal de elaboración del bollo de yuca. Un proceso de comparación.. [imágenes].

Carabalí, J. (2012). *Patrones de Medidas no Convencionales: El caso de la longitud en el barrio Desepaz del municipio de Santiago de Cali, Colombia* (Tesis de Pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali.

D'Ambrosio, U. (2019). Etnomatemática - Elo entre as tradições e a modernidade: Nova Edição (Portuguese Edition). São paulo, Brasil: Autêntica Editora.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

Gerdes, P. (2013). Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana (2.a ed.). Recuperado de http://www.etnomatematica.org/home/wp-content/uploads/2014/05/libro_bora.pdf

Godino, J., Batanero, C. & Roa, R., 2020. Medida De Magnitudes Y Su Didáctica Para Maestros. [ebook] Granada. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/.

Goetz, J. & LeCompte, D. (1988). *Etnografía y Diseño Cualitativo en investigación educativa.* Madrid: Editorial Morata S.A.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.

Vasilachis De Gialdino, I. (2006). La investigación cualitativa. En I. Vasilachis de Gialdino. (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación* (pp. 23-60). Buenos Aires: Gedisa.

APROXIMACIÓN A UN MODELO DE DISEÑO Y GESTIÓN DE PROYECTOS CONTEXTUALIZADOS DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Edna Rocio Trujillo Alarcón[1], Eliécer Aldana Bermúdez[2]

Resumen

La presente comunicación expone la investigación en desarrollo al interior de la Maestría en Ciencia de la Educación en la Línea de Investigación en Educación Matemática, en la cual se pretende abordar una problemática relacionada con el desarrollo de una ciudadanía crítica en estudiantes a partir de las matemáticas escolares por parte de profesores en formación, lo que conlleva a que el propósito final sea la aproximación de un modelo de diseño y gestión de proyectos contextualizados desde la Educación Matemática Crítica a partir de una Investigación Acción. Así, la aproximación del modelo emergerá de las transformaciones y reflexiones de los profesores en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana, que conforman los sujetos de estudio de esta Investigación.

Palabras claves: *Proyectos, Educación Matemática Crítica, Investigación Acción*

Abstract

This paper presents ongoing research within the Master of Science in Education through Mathematical Education as Line of Research. In this sense, the purpose of this paper is to address a problem related to the development of critical citizenship in students throughout the preservice teachers' teaching process of school mathematics. In this sense, the final purpose is to estimate the design and management of contextualized projects as a model based on Critical Mathematics Education using the Action Research approach. Thus, the estimated model will make it known from the preservice teachers' transformations and reflections who are the participants for this study, and they are part of the Mathematics Teacher Education Program at Surcolombiana University.

Key words: Projects, Critical Mathematics Education, Action Research.

1. INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas escolares enfocados hacia la formación de ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos, ha sido objeto de estudio donde los proyectos como estrategia metodológica en el aprendizaje de las matemáticas escolares, han sido considerados como una apuesta de ruptura en el aula de clase (Morales & García, 2015; Manzano, 2016; Barrera, 2017; Fresneda & Sarmiento, 2018). En este sentido, pretende buscarse la construcción social del conocimiento matemático que permita establecer la conexión entre contextos (OCDE, 2016), procesos matemáticos (MEN, 2006), prácticas sociales para develar en el aula arqueologías matemáticas (Skovsmose, 1998) dando sentido al papel fundamental que cumple la matemática en el mundo real de los ciudadanos.

[1] Estudiante de Maestría en Ciencias de la Educación; Universidad del Quindío; Colombia; ednnatrujillo@gmail.com
[2] Doctor en Educación Matemática; Universidad del Quindío; Colombia; eliecerab@uniquindio.edu.co

En este orden de ideas, la siguiente propuesta de investigación en desarrollo desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica tiene como finalidad configurar un modelo para el diseño y gestión de proyectos contextualizados por parte del profesor que contribuyan a los propósitos formativos que tiene la matemática escolar, permitiendo en los estudiantes el desarrollo de procesos matemáticos y la construcción del pensamiento crítico y reflexivo desde la inmersión de su entorno social inmediato.

En este sentido, partiendo de la necesidad existente con relación a los métodos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares que practican los profesores; centrados en la transmisión de contenidos y problemas comprendidos en libros de texto o en la adecuación de ejercicios alejados de la realidad, cuyos procesos y resultados son de tipo procedimental, la investigación en desarrollo adopta una postura desde la Educación Matemática Crítica para develar el poder formativo de las matemáticas en los actores principales, como lo son los profesores y estudiantes en el aula de clase, desde una Investigación Acción como ruta metodológica.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Al considerar los diversos cambios que se están generando en la sociedad en el ámbito político, social, cultural, económico y tecnológico; es importante que en el campo educativo se evidencie el auge del papel fundamental que cumple dentro de la vida del hombre y todo lo relacionado a su realidad dado a que es la fuente principal e inmediata para que el sujeto que aprende, construya conocimientos, comparta saberes, visione de manera crítica y reflexiva los sucesos que día a día surgen, actúe y transforme el mundo real. En este sentido, se asume en esta investigación como eje central, la Educación Matemática Crítica como la perspectiva que provee fundamentos para interpretar y aclarar prácticas educativas, para posibilitar la creación de un lenguaje que haga surgir nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas escolares, si se tiene como preocupación educativa el desarrollo de una ciudadanía crítica (Skovsmose, 1999).

En consideración a lo anterior, las prácticas educativas que se están impartiendo de las matemáticas escolares no develan el sentido funcional y crítico que éstas tienen en la vida cotidiana de los estudiantes. Puesto que la transmisión de conceptos, la memorización de procedimientos, la adecuación de ejercicios tomados de los libros de texto y la carencia de métodos que permitan a los profesores llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares acorde y en pro de transformar situaciones emergentes de la realidad, limita el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo de los estudiantes y la formación de un sujeto autónomo de enfrentar la incertidumbre y complejidad del entorno, empleando sus conocimientos y pensamientos.

Atendiendo esta consideración, el diseñar y gestionar proyectos contextualizados por parte del profesor para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes, su entorno y los cambios que se están generando en la sociedad; permitirá asumir según Sánchez & Torres (2009),

> El reto de generar que los estudiantes tengan mayor participación en procesos democráticos a partir de las dinámicas que se den desde las aulas de clases, particularmente desde las matemáticas. En la medida en que ellos vivencien desde la escuela, situaciones en las que sean

agentes activos para la toma de decisiones y el desarrollo de las actividades, podrán transmitir tal formación en su actuar y haceres como ciudadanos activos de una comunidad (p.3).

A este propósito, se suma el desarrollo del proceso matemático Resolver Problemas con el fin de que los estudiantes apliquen sus conocimientos y pensamientos en la resolución de problemas de la vida real. Para ello, es necesario que los profesores no se centren en la búsqueda de una solución procedimental sino en una resolución que involucre aspectos emocionales, afectivos, socioculturales, cognitivos, entre otros que impliquen al estudiante realizar una interpretación del problema que trascienda al actuar en la realidad. Por lo anterior, desde la Educación Matemática Crítica se provee un aprendizaje como acción permitiéndoles a los estudiantes la posibilidad de participar en la comprensión y transformación a los problemas de su entorno sociocultural presentes.

Alcanzar lo expuesto anteriormente, parte de brindar una Educación Matemática que forme un sujeto integral; no sólo competente en esta disciplina, sino que dé uso de la misma, como agente activo dentro de una sociedad para transformarla. De este modo, se busca en el aula de clase producir una arquitectura matemática, entendida, según Skovsmose, como "el proceso de excavación de las matemáticas que podría estar encapsulado en ciertos argumentos políticos, tecnologías o rutinas administrativas" (1998, p.199). Es decir, que la arqueología matemática busca identificar las matemáticas presentes en aquellas prácticas que configuran estructuras sociales, económicas y políticas de la sociedad, con el fin de establecer el uso que se les atribuye a las matemáticas que podrían configurar esas situaciones educativas. En este sentido, el diseño y gestión de proyectos contextualizados por parte del profesor para el desarrollo de procesos matemáticos en los estudiantes adquiere relevancia en la construcción social del conocimiento matemático generando un aprendizaje más humanizado, holístico, reflexivo, crítico el cual debe ser evidenciado en el accionar del sujeto dentro de su propia realidad.

3. METODOLOGÍA

Las consideraciones metodológicas en esta investigación se asumen desde una perspectiva cualitativa (Denzin & Lincoln, 2008), pues no sólo se enfoca en el hecho de indagar, obtener datos y comprender la realidad en la que se inserta la investigación, sino que pretende provocar transformaciones sociales, en los contextos en los que se interviene. En este sentido, las tensiones y dificultades descritas por un grupo de profesores en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana, constituyen una Investigación Acción, en términos de Sandín (2003), pues se pretende, esencialmente, propiciar el cambio social, transformar la realidad y que los profesores tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación.

Producto de lo anterior, la problemática descrita es emergente de las prácticas de enseñanza de las matemáticas escolares que tienen los profesores en formación de la Licenciatura en Matemáticas, lo que permite asumir unas posturas reflexivas y transformativas con respecto a unos diseños de aulas que generen en los estudiantes de la Educación Básica Secundaria nuevas visiones sobre lo que son las matemáticas escolares teniendo en cuenta el desarrollo de una ciudadanía crítica.

Es así que para el desarrollo de esta investigación se establecen fases que abarcan aspectos esenciales a partir de la Investigación Acción (Sandín, 2003).

Ciclo 1: Diagnóstico del Problema, se establecen algunas etapas que se desarrollan al interior del mismo, permitiendo de manera amplia los procesos que al interior del ciclo ocurren para finalmente diagnosticar la problemática.

Ciclo 2: Programa de Formación, configura un programa de formación el cual permite la elaboración de acciones de transformación autónoma, consciente y planificada, generando en los profesores de formación de matemáticas altos niveles de reflexión para permear la acción y cerrar la brecha establecida inicialmente en la problemática.

Ciclo 3: Implementación del Programa de Formación, constituye la materialización del Programa de Formación establecido, para la transformación de la práctica educativa de los profesores en formación en matemáticas, desde las bases para la reflexión y los diseños para la acción contemplados en el programa de formación.

Ciclo 4: Retroalimentación desde y hacia el plan de formación, se describirán los cambios que se produjeron en el plan de formación desde las razones y evidencia, cómo los nuevos diagnósticos o problemáticas producidas en la implementación del plan.

Los instrumentos a utilizar en los ciclos desde la Investigación Acción serán diversos y corresponden a las diferentes fuentes asumidas en la investigación.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Dado que la propuesta de investigación se encuentra en su fase de consolidación teórica y metodológica, aún no se poseen resultados parciales, ni definitivos. Sin embargo, se espera consolidar las características que tendrán los componentes de un modelo para la gestión de proyectos contextualizados desde una perspectiva crítica, a partir de los resultados del proceso de Investigación Acción.

5. REFERENCIAS

Barrera, M. (2017). *Aprendizaje basado en proyectos colaborativos mediados por TIC para el desarrollo de competencias en estadística*. (Tesis de maestría), Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Duitama-Boyacá.

Denzin, K., & Lincoln, S. (2008). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquirí*, 1-43. Thousand Oaks, CA, US: Sage Publications, Inc

Fresneda, E. P., & Sarmiento, S. A. (2018). *Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas.* (Tesis de maestría), Universidad Distrital Francisco José de Cáldas, Bogotá-Colombia.

Manzano, D. (2016). *Relaciones entre prácticas matemáticas de aula y prácticas sociales: un estudio desde la investigación acción participativa con estudiantes de educación media.* (Tesis de maestría), Universidad del Cauca, Popayán-Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Morales, L., & García, O. (2015). Un aprendizaje basado en proyecto en matemática con alumnos de undécimo grado. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *90*, 21-30.

OECD. (2016). PISA 2015 Assessment and Analytical Framework In: OECD Publishing.

Sánchez, B., & Torres, J. (2009). *Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje.* ECME-Encuentro Colombiano de Matemática Educativa Bogotá: Ediciones Uniandes.

Sandín, M. P. (2003). Investigación cualitativa en educación. *Fundamentos y tradiciones. Madrid: Mc Graw and Hill Interamericana*.

Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematica Archaeology, Mathemacy and Deliberate Interaction. *12*(6), 195-203.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.

LOS NÚMEROS ENTEROS NEGATIVOS A TRAVÉS DE METÁFORAS EN LIBROS ESCOLARES

Oscar Fernández Sánchez[1]

Resumen

Este es un avance del proyecto de investigación "Indagación sobre el lenguaje metafórico en el abordaje de los números enteros negativos y números irracionales en libros escolares de cinco editoriales usados en colegios del Eje Cafetero", en el cual con un enfoque de investigación fenomenológico-hermenéutico y herramientas de investigación cualitativa se pretende complementar la indagación realizada sobre las metáforas en el discurso matemático docente. Este proceso inició en 2016 con la indagación sobre las metáforas presentes en el discurso de los profesores de matemáticas, de nivel secundario en dicha región. Esta indagación ya culminó sus fases uno y dos. Se espera hacer una caracterización de las metáforas (en su concepción cognitiva) presentes en el discurso matemático escolar usado para explicar el tema números enteros negativos y números irracionales, mediante una teoría fundamentada en los datos obtenidos del análisis de libros escolares de cinco editoriales usadas en colegios de dicha región.

Palabras claves: Lenguaje *matemático, libros escolares, metáfora conceptual, número entero negativo.*

Abstract

This is an advance of the research project "Inquiry about metaphorical language in the approach of negative integers and irrational numbers in school books of five publishers used in schools in the Eje Cafetero", in which with a phenomenological-hermeneutical research approach and qualitative research tools are intended to complement the inquiry made about the metaphors in the teacher mathematical discourse. This process began in 2016 with the research about metaphors present in the discourse of secondary-level mathematics teachers in that region. This investigation has already completed its phases one and two. It is expected to characterize the metaphors (in their cognitive conception) present in the school mathematical discourse used to explain the subject negative integer numbers and irrational numbers, through the Grounded Theory based on the data obtained from the analysis of school books from five publishing houses used in schools in that region.

Key words: Mathematical language, textbooks, conceptual metaphor, negative integer number.

1. INTRODUCCIÓN

A partir de la pregunta ¿Cómo conciben los autores de textos de matemáticas el concepto de número entero negativo? se asume el hecho que las matemáticas son un lenguaje usado por una comunidad diferenciada de discurso (en este caso los autores de texto escolar de matemáticas en la región del Eje Cafetero) idea tomada de D'Ambrosio (2008) un lenguaje que determina la comunicación de lo que Godino y Batanero (1994) llama saber institucional en dicha comunidad.

[1] Licenciado en Matemáticas, Magister en Ciencias Matemáticas y Doctor en Ciencias de la Educación; Profesor Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; oscarf@utp.edu.co

Con el proyecto Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase uno, se indagó sobre el lenguaje metafórico docente en el abordaje, entre otros, del concepto de número racional y de número complejo. De igual manera, en el proyecto Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2018-2019. Fase dos, se indagó, entre otros, sobre el discurso metafórico de algunos profesores cuando abordan el concepto de número irracional, número natural y número entero. De estos dos proyectos, se logró evidenciar que los docentes de matemáticas usan metáforas en su discurso, por lo general de manera inconsciente, y que éstas pueden obstaculizar el aprendizaje de los estudiantes. Además, se logró hacer una caracterización del discurso metafórico de los docentes participantes en los dos proyectos, para lo cual se tuvo en cuenta las categorías sugeridas en Lakoff y Johnson (2019).

Se tiene en cuenta los resultados de los dos proyectos mencionados antes y para dar continuidad a la investigación, se plantea un proyecto para indagar ahora sobre las metáforas en el lenguaje escrito sobre los temas números enteros negativos y números irracionales, en libros de texto de cinco de las editoriales usadas en colegios del Eje Cafetero. De esta investigación se muestra aquí algunos avances sobre metáforas en el abordaje del tema números enteros negativos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Acerca de la metáfora

En la literatura es posible encontrar muchos trabajos sobre la metáfora, lo cual es posible constatar a través de las referencias bibliográficas que se citan en textos especializados sobre el tema (De Bustos, 2000, Serna, 2007, Lakoff y Johnson, 2019, Lakoff y Núñez, 2000). No obstante, en esta investigación con el propósito de tener una idea de partida acerca de la metáfora se tendrá en cuenta los trabajos sobre esta que presentan (De Bustos, 2000) y (Serna, 2007), debido a que estos autores hacen un acercamiento del tema apropiado para los objetivos planteados aquí.

La metáfora es un fenómeno mental, un instrumento para la asimilación y categorización de la experiencia y para la constitución de los conceptos abstractos (De Bustos, 2000, p. 5). Es una concepción apropiada para la acción del docente de matemáticas, quien con las metáforas presentes en su discurso pretende que sus estudiantes asimilen los conceptos abstractos que constituyen el proceso de modelación que caracteriza los fenómenos del entorno natural, social y cultural de los estudiantes. Y para (Serna, 2007), la metáfora se considera "como trasteo de atributos de un campo semántico a otro" (p. 91), con el cual inicia un análisis desde un punto de vista filosófico sobre lo que el autor llama subversión de este recurso frente a "las limitaciones del estilo plano y la lectura literal", de lo cual se puede traslucir que la metáfora trasciende el significado literal de un enunciado, brindando posibilidades de ampliación de dicho significado para quienes participan del intercambio de dicho enunciado. Este hecho de transgresión semántica de los enunciados que produce el uso de metáforas en el contexto de aula de matemáticas tiene dos aristas, como se constató con los resultados del proyecto Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase uno y del proyecto Imaginarios matemáticos en el Eje Cafetero 2018-2019. Fase dos. Puede ser útil para aclarar y constituir conceptos, pero también puede obstaculizar la asimilación de dichos conceptos, dada la posibilidad que tiene el que escucha la metáfora de interactuar con la metáfora desde su propio universo lingüístico.

2.2 Metáforas en el lenguaje corriente

(Lakoff y Johnson, 1995), llaman la atención sobre el hecho que las metáforas no solo están presentes en ámbitos académicos, como son los libros, bien sea de literatura o científicos, o en el discurso de las aulas de clase, sino también en el lenguaje que usan las personas para comunicarse a diario, en sitios tan corrientes como una cafetería o una plaza de mercado. Ellos han logrado identificar principalmente, tres tipos de metáforas en el lenguaje corriente: Metáforas estructurales, metáforas orientacionales y metáforas ontológicas. Para la presente investigación se considera esta clasificación como marco para el análisis de las posibles frases metafóricas que se puedan encontrar en lenguaje escrito de los autores de los libros escolares de matemáticas seleccionados.

2.3 Metáforas en el lenguaje de las matemáticas

Un ejemplo de la presencia de metáforas en el lenguaje de las matemáticas es el caso del concepto “raíz cuadrada”. La expresión es derivada de la proposición metafórica original “raíz del cuadrado”. Ella deviene de varios intentos de la comunidad matemática de la época del Renacimiento por encontrar una forma de connotar, usando expresiones metafóricas, un concepto. (Lizcano, 2014) ofrece este ejemplo y cita varios autores quienes propusieron expresiones metafóricas como solución al problema: uno decía: “lado criando cuadrado” (Pero Nunes, citado en p. 53), otro aseguraba que “el lado de un número no cuadrado, el cual es imposible de poder nombrar, pero se dice Radice sorda, o bien indiscreta” (Bombelli, citado en p. 54). En esta proposición metafórica se establece que:

$$\frac{\text{Raíz}}{\text{planta}} = \frac{\text{Lado}}{\text{cuadrado}}$$

En esta analogía se relacionan dos dominios conceptuales, uno geométrico con otro biológico. En este caso se interpreta que la relación entre el lado y su cuadrado es análoga con la relación entre la raíz y la planta que ha crecido sobre ella. (Lizcano, 2014) observa que metáforas como la de la raíz cuadrada surgen de un imaginario específico imperante en la sociedad en una época específica. Él dice que “para los imaginarios griego, romano y medieval, imaginarios agrícolas y animistas en buena medida, el número, como tantas otras cosas, se percibía, efectivamente, como si fuera una planta” (p. 53).

No solo en la matemática se usan metáforas para nombrar cosas nuevas, sino en las ciencias en general. A este uso especial de la metáfora, Aristóteles le asigna el nombre de catacresis (Aristóteles, 2006). Por ejemplo, en Informática el término “puerto USB” o “memoria RAM” son casos de catacresis, expresiones metafóricas usadas para dar nombre a un objeto nuevo.

3. METODOLOGÍA

Se seguirá un enfoque de investigación fenomenológico-hermenéutico, dado que es el más apropiado, dada la naturaleza focalizada de las expresiones metafóricas que componen el discurso escrito de los autores de libros escolares de matemáticas de cinco editoriales usados en el Eje Cafetero, cuando abordan los temas: números enteros negativos y números irracionales. Para el proceso de categorización y subcategorización de los datos para generar una teoría se tendrá en cuenta la codificación axial y selectiva sugerida en (Strauss y Corbin, 2002). Para el análisis de los datos se usa el software Atlas.ti7.

Se planea usar una técnica de recolección de datos conocida como análisis de contenido (AC). La tarea del AC como afirman (Navarro y Díaz, 1999, p. 178) es "recopilar, comparar clasificar, …, las expresiones-objeto con vistas a establecer su virtualidad como tales expresiones en relación con el sistema expresivo al que pertenecen". Por otro lado, (Navarro y Díaz, 1999), afirman que,

> cuando se habla del contenido de un texto… a lo que se está aludiendo en realidad, …, no es al texto mismo, sino a algo en relación con lo cual el texto funciona, en cierto modo como instrumento… el "contenido" de un texto no es algo que estaría localizado dentro del texto en cuanto tal, sino fuera de él, en un plano distinto en relación con el cual ese texto define y revela su sentido (p. 179).

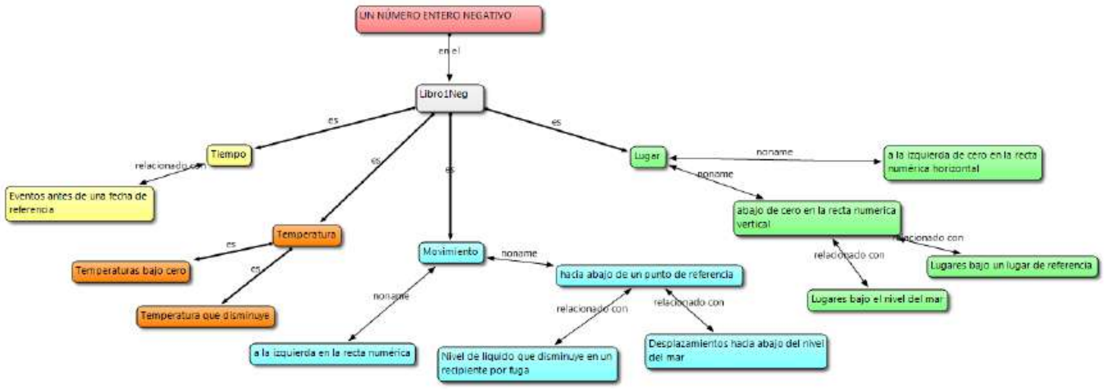
Es así como, con el desarrollo de esta investigación se pretende encontrar, mediante el AC, ese algo (que en este caso se logra con la identificación de las metáforas que hay debajo de las frases metafóricas) en relación con lo cual el discurso escrito de los autores de los libros escolares funciona como instrumento, a través del cual las metáforas subyacentes en las frases metafóricas definen y revelan su sentido a los eventuales lectores de los libros (sobre todo los estudiantes).

Desde este punto de vista del contenido en el lenguaje verbal escrito, como fuente de los datos en esta investigación, es decir, al considerar los niveles de la semiótica, se considera el contenido de las frases escritas en su nivel semántico, en cuanto a la pretensión de los autores, y pragmático, en cuanto a la comprensión de los lectores.

4. AVANCES

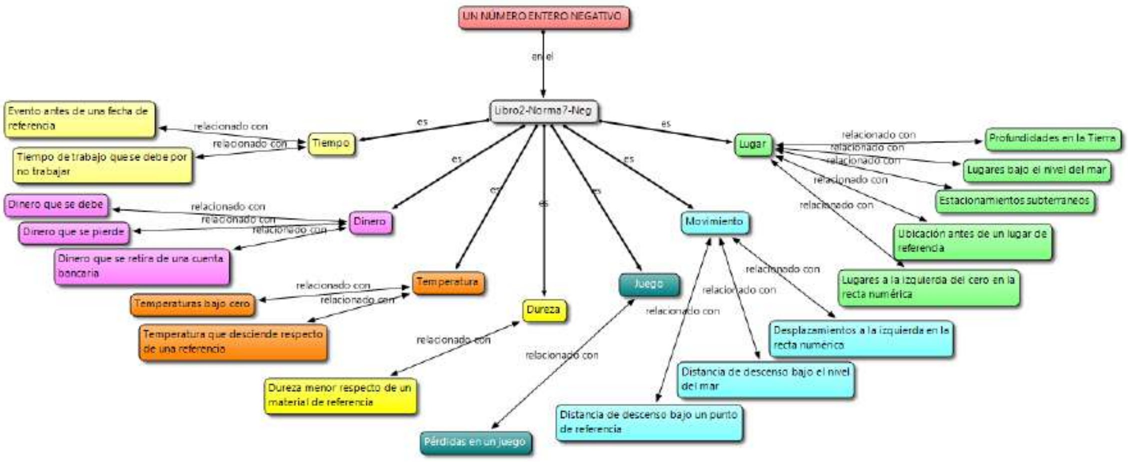
Hasta ahora, del análisis del discurso escrito en los libros escolares considerados, se ha logrado hacer una primera aproximación a una caracterización de las metáforas mediante las cuales los autores de los libros relacionados se refieren a los números enteros negativos. En la Figura 1 y la Figura 2 se muestran los resultados obtenidos con el software Atlas.ti7 de dos de los libros escolares de dos de las cinco editoriales que se consideraron para esta investigación. Las metáforas en la Figura 1, dan a entender que un número negativo es *tiempo* pasado, es *temperatura* bajo cero o debajo de otra temperatura de referencia, es *movimiento* hacia la izquierda en una recta numérica o hacia abajo respecto de un punto de referencia como el nivel de un líquido que se escapa de un recipiente o desplazamiento hacia abajo del nivel del mar, es un *lugar* a la izquierda o hacia abajo de un lugar.

Figura 1. Metáforas sobre los números enteros negativos en Ortiz-Wilches, Ramirez-Rincón, Joya-Vega, Celi-Rijas, Acosta, Perdomo-Pedraza, Morales-Jaime y Gamboa-Sulvara (2013).



Así mismo, las metáforas en la Figura 2, se puede decir que un número negativo es *tiempo* pasado y tiempo no trabajado que se debe, es *dinero* que se debe, se pierde o se retira de una cuenta bancaria, es *temperatura* bajo cero o debajo de otra de referencia, es menor *dureza* de un material respecto a otro, es un *juego* que se pierde, es *movimiento* de descenso o hacia la izquierda en una recta numérica o inmersiones en el mar, es un *lugar* profundo en la tierra, un estacionamiento subterráneo, una profundidad bajo el mar o a la izquierda de otro lugar de referencia.

Figura 2. Metáforas sobre los números enteros negativos en Cárdenas-Poblador, García-Riveros, Romero-Morales, Sarmiento-Díaz y Rangel de Salamanca (2011).



En ambos casos, en el marco de la lingüística cognitiva, con la teoría de la metáfora conceptual de Lakoff y Johnson (2019), las metáforas de movimiento se pueden caracterizar como metáforas orientacionales, en el sentido que insinúan o evocan un movimiento hacia la izquierda o hacia abajo con la carga semántica de negatividad y de un suceso malo que ello conlleva.

5. REFERENCIAS

Aristóteles. (2006). Poética. Traducción de Alicia Villar Lecumberri. Madrid: Alianza Editorial, S. A.

Cárdenas-Poblador, J., García-Riveros, M., Romero-Morales, F., Sarmiento-Díaz, M. y Rangel de Salamanca, A. (2011). Norma Matemáticas para pensar 7. Pp. 12-29. Bogotá, D.C.: Norma.

D'Ambrosio, U. (2008). Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México D. F.: Limusa/Cideccyt.

De Bustos, E. (2000). La metáfora. Ensayos transdisciplinares. Madrid: Fondo de Cultura Económica.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). Metodología de la Investigación. México, D.F.: McGraw-Hill/Interamericana.

Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being. New York: Basic Books.

Lakoff, G. y Johnson, M. (2019). Metáforas de la vida cotidiana. Segunda edición. Madrid: Cátedra.

Lizcano, E. (2014). Metáforas que nos Piensan. Sobre Ciencia, Democracia y otras Poderosas Ficciones. Ediciones Bajo Cero, bajo licencia de Creative Commons.

Navarro, P. y Díaz, C. (1999). Análisis de contenido. En DELGADO, Juan Manuel; y GUTIÉRREZ, Juan; (coordinadores): Métodos y técnicas cualitativas de investigación en ciencias sociales. Madrid: Síntesis.

Ortiz-Wilches, L., Ramirez-Rincón, M., Joya-Vega, A., Celi-Rijas, V., Acosta, M., Perdomo-Pedraza, A., Morales-Jaime, D. y Gamboa-Sulvara, J. (2013). Los caminos del saber: matemáticas 7. Bogotá: Santillana.

Serna, J. (2007). Ontologías alternativas. Aperturas de mundo desde el giro linguístico. Barcelona: Rubí, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoria fundamentada. Trad. Eva Zimmerman. Medellín: Universidad de Antioquia. Recuperado de https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/bases-investigacion-cualitativa.pdf

PROCESOS DE RESOLUCIÓN EN UNA TAREA AUTÉNTICA Y UNA NO AUTÉNTICA: EL CASO DE UNA ESTUDIANTE DE BACHILLERATO

David Nexticapan Cortes[1], Estela Juárez Ruiz[2]

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo analizar los procesos de resolución de una tarea no auténtica y su rediseño a una auténtica por una estudiante de segundo año de nivel media superior a través de una entrevista clínica. Se realizó un análisis cualitativo mediante el método heurístico de las cuatro fases de Polya. Los resultados del análisis indicaron que la estudiante no tuvo éxito en la resolución de la tarea no auténtica porque ésta no cumplía el aspecto de información y datos, uno de los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström para tareas auténticas, sin embargo, cuando la tarea se volvió auténtica gracias a la retroalimentación de expertos, la estudiante, comprendió mejor el problema, fue capaz de configurar un plan, lo ejecutó llevando a cabo un razonamiento inductivo con el uso de variables y relacionó sus resultados en otros contextos.

Palabras claves: *Autenticidad, método de Polya, resolución de problemas, tarea.*

Abstract

The purpose of this work is to analyze the resolution processes of a non-authentic task and its redesign to an authentic task by a high school second-year student through a clinical interview. A qualitative analysis was performed using the heuristic method of the four phases of Polya. The results of the analysis indicated that the student didn't succeed in solving the non-authentic task because it didn't meet the information/data aspect, one of the five aspects proposed by Palm and Nyström for authentic tasks, however, when the task became authentic thanks to expert feedback, the student had a better understanding of the problem, was able to configure a plan, executed it, carried out inductive reasoning with the use of variables, and related her results in other contexts.

Key words: *Authenticity, Polya's method, problem solving, task.*

1. INTRODUCCIÓN

Es importante hacer una cuidadosa selección de problemas contextuales que permitan una amplia variedad de estrategias de solución, preferiblemente estrategias de solución que en sí mismas reflejen una posible ruta de aprendizaje. Se trata que los estudiantes, quienes al principio no poseen herramientas matemáticas suficientes, las reinventen a partir de abordar problemas presentados en contextos y situaciones realistas (Gravemeijer y Terwel, 2000).

En sus estudios, Palm (2006) mostró que un aumento en la autenticidad de la tarea, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea,

[1] Licenciado en Actuaría; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; david.nexticapan@alumno.buap.mx
[2] Doctora en Matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; stela.juarez@correo.buap.mx

aumentó la tendencia de los estudiantes a usar su conocimiento del mundo real de manera efectiva en la solución a problemas verbales.

El objetivo general de este trabajo consiste en analizar los procesos de resolución de un problema no auténtico y un auténtico que realiza una estudiante de nivel media superior mediante el método heurístico de Polya.

La pregunta de Investigación que se ha planteado es: ¿Qué procesos realiza una estudiante de nivel medio superior cuando resuelve una tarea no auténtica versus una auténtica, a través del método heurístico de Polya?

De esta forma, en este trabajo se propone plantear a una estudiante una tarea, la cual consiste en la resolución de una situación problema con dos preguntas. Inicialmente la tarea será no auténtica y después auténtica, para observar sus procesos cognitivos de resolución a través del método de Polya mediante una entrevista clínica y comprobar la afirmación de Palm (2006) en la cual una modificación del texto en la tarea puede ayudar a que el alumno la resuelva más fácilmente.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Podemos partir de una definición ya clásica de problema:

> Un problema es una tarea por lo que: el individuo o el grupo que se confronta con éste quiere o tiene necesidad de hallar una solución; no existe un procedimiento inmediatamente accesible que garantice o determine en modo completo las soluciones; el individuo o grupo deben hacer un esfuerzo para hallar una solución" (Lester, 1983, citado en Pozo, 1994, p. 5).

Los autores Margolinas et al. (2013) definieron tarea como todo aquello que el profesor utiliza para realizar demostraciones matemáticas, para el seguimiento del aprendizaje del estudiante o para solicitar que los estudiantes hagan algo. En ese sentido, el término tarea abarca, por ejemplo, la realización de ejercicios rutinarios o repetitivos, la construcción de objetivos o ejemplos que refuercen las definiciones, o la resolución de problemas. Lupiáñez (2016) afirmó que las tareas tienen por objetivo movilizar el conocimiento de los estudiantes sobre un tema determinado, activar sus competencias estratégicas, contribuir a su desarrollo y reflexionar sobre el uso de las matemáticas.

2.1 Autenticidad de las tareas

La teoría de tareas auténticas de Palm (2006) alude a la correspondencia entre problemas verbales y situaciones del mundo real. Palm propuso los siguientes aspectos de las situaciones de la vida real que se consideran importantes en su simulación: el evento, la pregunta, información y datos, la presentación, las estrategias de solución, las circunstancias, los requisitos de solución y el propósito en el contexto figurativo, algunas de ellas con diversos sub-aspectos.

Posteriormente, Palm y Nyström (2009) en su trabajo propusieron sólo cinco aspectos como los más importantes que debe cumplir una tarea para que se considere auténtica. Las definiciones de estos aspectos se presentan a continuación:

Evento. El evento descrito en la tarea escolar haya tenido lugar en la vida real o tenga alta probabilidad de ocurrir.

Pregunta. La pregunta en la tarea escolar es una que en realidad podría plantearse en el evento de la vida real descrito.

Propósito en el contexto de la tarea. El propósito de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en la situación de la vida real correspondiente.

Uso del lenguaje. La tarea escolar no incluye, por ejemplo, términos difíciles que impidan a los estudiantes la resolución de las tareas.

Información/datos. Se refiere a la existencia entre la información disponible en la tarea escolar y la información disponible en la situación simulada.

2.2 Método heurístico de las cuatro fases de Polya

Polya (1965) explicó que lo natural ante la resolución de un problema es que primero se deba familiarizar con el problema como un todo; esto estimula la memoria. Ya visualizado se tiene claro qué se tiene que resolver, y, una vez que suceda este proceso, se comprende el problema; aquí ya se aíslan las partes y se comienza a resolver por partes el problema.

Primera Fase: Comprender el problema. Consiste en la compresión del problema, es la fase del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas.

Segunda Fase: Concepción de un plan. Polya (1965) afirmó que tenemos un plan cuando sabemos, al menos "grosso modo", qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita.

Tercera Fase: Ejecución del plan. Es aquí donde los estudiantes aplican las operaciones pertinentes estipuladas en el plan y el docente es un guía que está pendiente y direcciona el trabajo del estudiante.

Cuarta Fase: Visión retrospectiva. Los estudiantes realizan un análisis y reflexión de todo el proceso resolutivo, y para ello, el docente es guía en esta fase.

3. METODOLOGÍA

El tipo de investigación utilizado para este trabajo es del tipo cualitativa. Para la recolección de datos se llevó a cabo una entrevista clínica realizada a una estudiante de 16 años que cursaba el segundo año de nivel media superior en el ciclo escolar 2019-2020, en una escuela privada ubicada en la Ciudad de Puebla, México. Se escogió intencionalmente a esta informante por su gusto y capacidad estratégica en la resolución de problemas matemáticos y por ser una estudiante promedio en el área.

Para el desarrollo de esta investigación se utilizó como instrumento un problema extraído de un libro de texto, diseñado para estudiantes de segundo año de nivel media superior como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Problema aplicado durante la entrevista clínica.

> Un almacén informa que a partir de la siguiente semana aumentará 10% el precio de una computadora portátil, al tiempo que anuncia una rebaja de 10% en todos los artículos para esos días.
>
> 1. ¿Me conviene comprar el equipo antes de que aumente de precio, o cuando aplique la rebaja?
> 2. ¿Cómo podría predecir cuál será el nuevo precio para cualquier computadora, bajo estas condiciones?

Este problema fue sometido a juicio de expertos para validar su autenticidad con base en los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009) descritos anteriormente. La retroalimentación de los expertos nos indicó que esta tarea no era auténtica al no cumplir el aspecto de información y datos, pero que al asignarle un precio específico a la computadora portátil tendría más sentido en la vida real y cumpliría los cinco aspectos de autenticidad.

El procedimiento para la recolección de datos consistió en realizar la entrevista clínica a la informante proporcionándole inicialmente el problema no auténtico (Figura 1) para analizar sus procesos de resolución. Posteriormente, se le ofreció a la informante el mismo problema ya auténtico para su resolución al pedirle que le asignara un precio a la computadora portátil. El análisis de sus procesos cognitivos de resolución de las tareas no auténtica inicialmente y auténtica después, se realizó utilizando las cuatro fases de método heurístico de Polya (1965).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Análisis de la tarea no auténtica

Al entregar el problema impreso se observó que la estudiante no se tomó el tiempo para analizar detalladamente la primera pregunta y como consecuencia dio una respuesta intuitiva sin realizar ningún procedimiento matemático explícito.

En el análisis de la primera fase del método de Polya la estudiante aparentemente comprendió el enunciado verbal y las dos preguntas porque fue capaz de replantearlo con sus propias palabras. Sin embargo, erróneamente identificó que la incógnita era buscar el precio de una computadora portátil para después aplicarle los porcentajes, lo que implicó una dificultad en la comprensión del problema.

El hecho de que el precio de una computadora aumentara un 10% y disminuyera un 10% causó una confusión en la estudiante, pues le resultaba contradictorio. Además, se dio cuenta de que, si tuviera como dato el precio de la computadora, el problema estaría mejor planteado y sería más fácil de resolver. Esta observación por parte de la estudiante coincidió con la retroalimentación de los expertos al carecer de especificidad en los datos, aspecto considerado por Palm y Nyström (2009) para la autenticidad de una tarea.

Se procedió a analizar la fase dos del método de Polya donde el plan de la estudiante era responder a la primera pregunta calculando el 10% del precio de la computadora mediante una regla de tres, pero se dio cuenta de que no podía hacerlo por falta de datos, por lo que procedió a concebir un plan para responder a la segunda pregunta en la cual su plan consistió en plantearse una ecuación.

Esto dio paso al análisis de la fase 3 donde la estudiante utilizó a la variable x como el precio de la computadora para finalmente plantearse una ecuación errónea igualando precio con porcentajes (ver Figura 2) y considerando sólo el 10% de descuento sin tomar en cuenta el 10% de aumento., concluyendo que el precio para cualquier computadora portátil bajo las condiciones del problema era de 90.

Figura 2: Ecuación planteada por la informante para responder la segunda pregunta del problema.

$$x = 100 - 10$$
$$x = 90$$

Finalmente, en el análisis de la fase 4, la estudiante justificó erróneamente que su respuesta satisfacía las condiciones del problema porque está explícito un valor desconocido que representa el precio de la computadora y además porque tenía la rebaja aplicada. La estudiante no se da cuenta de su error.

4.2 Análisis de la tarea auténtica

Analizando una vez más la fase 1 del método de Polya, la estudiante ya no consideró como incógnita el precio de la computadora, sino el valor del porcentaje que se le aplicará. Ya con un precio fijo, la estudiante pudo explicar el problema con sus propias palabras y a la par tuvo un plan para el proceso matemático que iba a realizar, lo cual establece una conexión con la fase dos. Sin embargo, siguió prevaleciendo en el antes y después de la autenticidad de la tarea, la confusión del aumento del 10% y el descuento del 10%.

Una vez que la estudiante fijó el precio para la computadora le quedó claro que el plan para responder a la primera pregunta era hacer una regla de tres como lo había querido hacer antes de la autenticidad de la tarea. Para la solución de la segunda pregunta, la estudiante llevó a cabo un razonamiento inductivo en el cual fue de lo particular (un precio fijo) a lo general (un precio cualquiera) utilizando ahora dos variables x representando al precio de la computadora y con la variable y el 10% del precio de la computadora.

Cuando la estudiante ejecutó su plan para la primera pregunta, se hizo evidente su confusión del aumento del 10% y el descuento del 10%, porque realizó procesos erróneos que la regresaron al precio inicial que había considerado para la computadora portátil. En la segunda pregunta, la estudiante obtuvo una expresión correcta para determinar el precio de cualquier computadora con su aumento del 10% (ver Figura 2).

Figura 5. Fórmula para dar respuesta a la segunda pregunta de la tarea auténtica.

$100 - x$
$10 - y$

$\underline{x + (x)(10) \div 100 = y}$

Finalmente, la estudiante asegura que sus respuestas son correctas porque aplicó correctamente los porcentajes y porque la fórmula encontrada sirve para resolver problemas similares con la simple sustitución de valores.

4.3 Conclusiones

Se resalta el orden en la ejecución de los procesos de la estudiante resolutora del problema, pues cuando la tarea no precisó un precio para la computadora portátil (tarea no auténtica), no pudo plantear la expresión algebraica para responder la segunda pregunta, sin embargo, cuando la tarea fue auténtica pudo realizar un proceso inductivo para tratar de llegar al resultado resolviendo el problema con un precio conocido (inciso 1 del problema) y luego hallando la expresión para el caso de un precio arbitrario (inciso 2 del problema). Este resultado muestra que es necesario proponer problemas secuenciados que lleven al estudiante de lo particular a lo general, para reforzar sus procesos inductivos y para mejorar la comprensión de la modelación matemática como solución de un problema.

Finalmente, los resultados de esta investigación sugieren que en el aula se trabaje bajo la resolución de problemas auténticos para una mejor comprensión del problema y así los estudiantes puedan concebir un plan de un amplio catálogo de estrategias sin encuadrarlos en metodologías o procedimientos algorítmicos para que puedan ejecutarlo sin dificultad permitiendo desarrollar su razonamiento inductivo y sus capacidades estratégicas. Asimismo, que las tareas se propongan en grados escalonados de dificultad, permitiendo que los estudiantes desarrollen esquemas conceptuales que les permitan no tener una carga cognitiva intrínseca excesiva que les impida realizar sus procesos adecuadamente.

5. REFERENCIAS

Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, *32*(6), 777–796.

Lupiáñez, J. (2016). Lo ordinario y lo extraordinario en el aula de Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 15, 253–268.

Margolinas, C., Ainley, J., Bolite, J., Doorman, M., Kieran, C., Leung, A., Ohtani, M., Sullivan, P., Thompson, D., Watson, A., & Yang, Y. (2013). Introduction. En A. Watson, M. Ohtani, J. Ainley, J. Bolite, M. Doorman, C. Kieran, A. Leung, C. Margolinas, P. Sullivan, D. Thompson, & Y. Yang (Eds.), *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI study 22*.

Palm, T. (2006). Word problemas as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learningn of Mathematics*, 26(1), 42–47.

Palm, T., & Nyström, P. (2009). Gender Aspects of Sense Making In Word Problem Solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 59–76.

Polya, G. (1965). Primera parte En el salón de clases. En G. Polya (Ed.), *Cómo plantear y resolver problemas* (1a ed., Vol. 136, pp. 25–46). TRILLAS.

Pozo, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo & M. del P. Pérez (Eds.), *La solución de problemas* (pp. 14–50). Santillana.

ANÁLISIS BIBLIOMÉTRICO COMO HERRAMIENTA PARA EL SEGUIMIENTO DE ARTÍCULOS CIENTÍFICOS EN TORNO A LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA EN MATEMÁTICAS EN EL VALLE DEL CAUCA-COLOMBIA

Jakeline Amparo Villota Enríquez[1], Maribel Deicy Villota-Enríquez[2], Guillermo Iglesias Paz[3]

Resumen

Esta estudio consiste en analizar mediante un estudio bibliométrico, la producción de investigaciones en torno a las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas en la Educación Secundaria, a través de revistas académicas vinculadas a las universidades del Valle del Cauca. El material utilizado fueron artículos originales publicados en las revistas en el periodo de 2010-2019. De este material, se registró el número total de artículos/año y categoría de la revista según Publindex y Scimago. Los indicadores calculados fueron: idioma, año de publicación y número de citaciones en otras publicaciones según Google Scholar Citations. Los resultados muestran que se encontraron 15 estudios académicos en el periodo de 2010-2019. De las revistas académicas vinculadas con las universidades del Valle, el 12.5% se encuentra en Scimago y un 37.5% en Publindex.

Palabras claves: Estrategias de enseñanza, profesores de matemáticas, estudios bibliométricos, educación secundar.

Abstract

This study consists of analyzing, through a bibliometric study, the production of research around the strategies used by mathematics teachers in Secondary Education, through academic journals linked to the Valle del Cauca universities. The material used were original articles published in the magazines in the period 2010-2019. From this material, the total number of articles / year and category of the journal was recorded according to Publindex and Scimago. The calculated indicators were: language, year of publication and number of citations in other publications according to Google Scholar Citations. The results show that 15 academic studies were found in the period 2010-2019. Of the academic journals linked to the Valley's universities, 12.5% are found in Scimago and 37.5% in Publindex.

Key words: Teaching strategies, mathematics teachers, bibliometric studies, secondary education.

[1] Ph(C) en Educación. Mg. Enseñanza, Filosofía e Historia de las Ciencias. Licenciada en Matemáticas. Universidad de Salamanca-Universidade Federal do Para. id00749939@usal.es.

[2] Antropóloga e Ingeniera Física. Magister en Ciencia, Tecnología y Sociedad de la UFSCar, SP Brasil. Candidata a Doctora en Antropología Université de Móntreal – Canadá. mares-696@hotmail.com Investigadora Junior Colciencias.

[3] Estudiante de X semestre de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas. Universidad Santiago de Cali. guillermoip@hotmail.com

1. INTRODUCCIÓN

La educación matemática en las últimas décadas del siglo XX, ha desarrollado un gran interés en torno a las estrategias de enseñanza. Diferentes grupos académicos se han dedicado a la investigación de problemas asociados a las metodologías implementadas por el profesor de matemáticas en aras de coadyuvar en el proceso de aprendizaje de las matemáticas (Mora, 2003; Herrera, Novelo, Díaz & Hernández, 2016; Villota, Villota & Ogécime, 2016; Enríquez, Valencia & De Oliveira, 2017; Enríquez. Valencia & De Oliveira, 2018; Narváez 2006; MEN, 2015; Jiménez, 2009; Enríquez & Enríquez, 2018; Villota, 2018).

La formación de los profesores influye en el uso de las estrategias de enseñanza provocando la motivación o al contrario la desmotivación en el aprendizaje de las matemáticas. La poca comunicación de los profesores de matemáticas y los estudios de investigación sobre las estrategias de enseñanza, generan desactualización para su fortalecimiento, por lo que es importante inquirir los estudios de investigación en el Valle del Cauca centrados en las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas de Educación Básica, con el propósito de que el profesor de matemáticas visualice estudios que le ayudaran promover cambios en su práctica pedagógica.

La integración de nuevas estrategias de enseñanza en la práctica pedagógica, si bien tienen como propósito fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, aquellos estudios de investigación en torno a estos elementos deben ser asumidos de manera consciente por los profesores, sin desconocer que la transformación de las estrategias de enseñanza está vinculadas a multiplex elementos como: estudiantes, contexto, herramientas didácticas, recursos TIC, internet, libros, etc.

Por tanto, este estudio consiste en analizar mediante un estudio bibliométricos la producción de los estudios en torno a las estrategias utilizadas por los profesores de matemática en Educación Secundaria en las revistas académicas vinculadas a las universidades del Valle del Cauca.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada en este estudio fue descriptiva y exploratoria, con un abordaje cualitativo, ya que nuestro objetivo era analizar mediante estudios bibliométricos las estrategias utilizadas por los profesores de matemática en Educación Secundaria del Departamento del Valle del Cauca. Es importante resaltar que nuestro interés en esta investigación estuvo centralizado en los estudios de investigación experimental.

Fase 1: Revisión de los diferentes periódicos

Inicialmente, fueron identificadas las revistas locales relevantes a las aéreas científicas de esta investigación, a saber: educación, ciencias sociales, matemáticas y pedagogía, ligadas a los repositorios de las Universidades del Departamento del Valle del Cauca reconocidas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Las revistas seleccionadas en torno a las áreas mencionadas centraron su atención en las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas en Educación Secundaria. Así, se rastraron los artículos publicados en los últimos diez (10) años, refiriéndose al patrón del Ministerio en los sitios web de las universidades utilizando los motores de búsqueda online de sus plataformas institucionales.

La búsqueda se efectuó por términos y palabras clave normalmente ligados à las estrategias de enseñanza del profesor de matemáticas de Educación Básica, tales como: estrategias de enseñanza, educación secundaria, contenidos matemáticos, formación de profesores de matemáticas, estrategias de enseñanza + contenidos matemáticos, metodologías + contenidos matemáticos, proceso de enseñanza, metodologías + contenidos matemáticos + Educación Secundaria.

Fase 2: Análisis de datos y estudio bibliométrico

En el análisis de la categorización, se realizó un estudio bibliométrico a través de indicadores referentes a nuestra temática, esto con la finalidad de establecer la actualidad de los documentos para brindar información sobre las tendencias de investigación, innovación y actualidad de las áreas científicas. De este modo bajo la perspectiva de Takahashi (2007), el término bibliometría fue utilizado para cuantificar los procesos de comunicación escrita y el empleo de los indicadores bibliométricos, para medir la producción científica.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este ítem presentamos los estudios que en torno a las estrategias de enseñanza en el campo de las matemáticas en Educación Secundaria. Inicialmente se realizó un mapeo de las universidades pertenecientes al departamento del Valle del Cauca según el estudio "*Politicas da informação para Educação Virtual e Segurança de Informação em plataformas virtuais*" (Villota, Villota, Riascos & González, 2017), tal como se muestra en la *tabla 1*

Tabla 1: Revistas vinculadas a las Universidades del Valle del Cauca

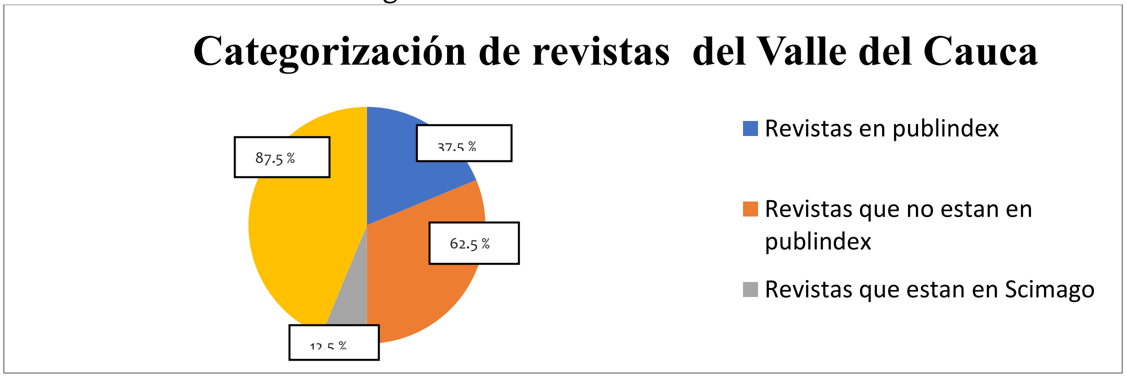
Universidad del Valle del Cauca	Revista	Número de Estudios
Pontificia Universidad Javeriana	Magis	6
Institución Universitaria Antonio José Camacho	Sapientía	2
Universidad de San Buena Aventura	Itinerario Educativo	1
Universidad Nacional de Colombia	*Electrónica Educarte*	4
	Ensayos Pedagógicos	1
Universidad Libre	Saber, Ciencia y Libertad	1
TOTAL DE ESTUDIOS		**15**

Fuente: Propia (2020)

En la tabla 1 se presentan aquellas universidades que poseen producciones científicas en sus revistas en torno a nuestro objeto de investigación. Sin embargo, trece (13) universidades del Valle del Cauca no tienen estudios al respecto. Entre las universidades que no cuentan con estudios al respecto se destacan: la Universidad Icesi, Universidad Autónoma de Occidente, Universidad Santiago de Cali, Universidad Católica Luis Amigo, Universidad Pontificia Bolivariana, Universidad Cooperativa de Colombia, Universidad Bautista, Universidad San Martín, Universidad Catolica (UNICATOLICA), Universidad Antonio Nariño, Corporación Unificada Nacional de Educación Superior (CUN), Universidad del Pacífico, Universidad Nacional A distancia (UNAD), Corporación Universitaria Minuto de Dios y Universidad del Valle.

Encontramos así, quince (15) estudios relacionados con las revistas académicas vinculadas a siete (7) universidades del Valle del Cauca, donde catorce (14) universidades no poseen estudio alguno, sobre estrategias de enseñanza para matemáticas en el periodo de 2010-2019. Las revistas académicas vinculadas a las universidades del Valle, en su gran mayoría no están categorizadas en Colciencias (Publindex) y/o Scimago. En esta relación, por ejemplo, encontramos en Publindex la revista Magis (C-2020), Intinerario Educativo (C-2017); Saber, Ciencia y Libertad (B-2020); donde únicamente Magis está en Scimago (Q4).

Gráfico 1: Categorización de las revistas del Valle del Cauca



Fuente: Propia (2020)

De este modo, el 62.5% de las revistas donde se encuentran estudios en relación a nuestro objeto de investigación no tienen categoría en Publindex ni Scimago; mientras que el 37.5% si obtuvieron categorización.

Por otro lado, se abordara las características de los estudios en torno a las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas en la Educación Secundaría, por lo que algunas de las características establecidas en esta investigación en relación con los estudios encontrados en las revistas vinculadas a las diferentes universidades del Valle son: universidad, año y el número de citas que cada estudio ha tenido desde el momento que fue publicado, de acuerdo a Google Scholar Citations.

Tabla 2: Caracterización en torno a los estudios encontrados
Fuente: Propia (2020)

Revista	Estudios	Año	Citas
Magis	Actitudes de docentes de educación básica hacia las TIC.	2011	65
	Resolver problemas y modelizar: un modelo de interacción.	2013	4

	¿De dónde surge la autoridad de los profesores chilenos? Análisis desde las perspectivas de los estudiantes.	2015	5
	Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas	2015	46
	Didáctica de la lógica para el ejercicio de la razonabilidad.	2016	4
	Significados de la función pretendidos por el currículo de matemáticas chileno.	2019	4
Sapientía	Las TIC una apuesta para la enseñanza de las matemáticas y la física en la Educación Media.	2019	0
	Análisis didáctico de un modelo de formación de profesores de matemáticas basado en el trabajo de proyectos: El caso de del concepto de función.	2018	0
Itinerario Educativo	Modelo teórico- didáctico tecnológico didáctico para el aprendizaje de las matemáticas en la formación básica secundaria.	2016	4
Electrónica Educarte	Lectura y pensamiento interdisciplinar en las clases de matemáticas y ciencias de la información.	2018	0
	La actitud del personal docente de matemática hacia el aprendizaje cooperativo y los elementos institucionales que favorecen o dificultan el empleo de esa metodología didáctica.	2015	11
	La educación ambiental con enfoque integrador. Una experiencia en la formación inicial de profesores de matemática y física.	2019	2
	Creencias pedagógicas respecto de las dificultades específicas del aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de las educadoras diferenciales en una escuela pública de Chile.	2018	0
Ensayos Pedagógicos	Propuesta metodológica en la enseñanza de la Física para desarrollar las bases matemáticas de los y las estudiantes de décimo año en un Colegio de Heredia	2011	0
Saber, Ciencia y Libertad	Relación de la evaluación y la práctica pedagógica docente: mirada de docentes de matemáticas colombianos.	2019	1

En la tabla 2 se muestran 15 estudios de investigación enfocados en las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas en las Educación Secundaria en el periodo del 2010-2019, donde el 36.8% de los artículos publicados, aún no han sido referenciados en otros estudios online donde se visualizan. Mientras que el 63.15% han sido retomados en diferentes investigaciones académicas.

A modo de conclusión, se identificaron quince estudios en torno a las estrategias utilizadas por los profesores de matemáticas en la Educación Básica, los cuales fueron caracterizados y nos permitieron medir las producciones científicas ubicadas en los repositorios digitales de las universidades del Valle del Cauca tales como las revistas científicas. Este estudio investigativo nos permite afirmar que existe una carencia de estudios científicos experimentales en el periodo de 2010-2019 en relación a las estrategias de enseñanza en la Educación Matemáticas, por lo que eso termina influenciando en diferentes aspectos del profesor ligadas a la práctica pedagógica como: metodología, práctica docente, recursos didácticos, etc., que sin duda permean el proceso de aprendizaje en las matemáticas.

REFERENCIAS

Enriquez, J. A. V., De Oliveira, A. M. P., & Valencia, H. G. (2017). What Mathematic Teachers Say about the Teaching Strategies in the Implementation of Tasks. English.
Language Teaching, 11(1), 65. https://doi.org/10.5539/elt.v11n1p65

Enríquez, J. A. V., & Enríquez, M. D. V. (2018). Estratégias de ensino para a construção de produtos tecnológicos mediantes a implementação de resíduos sólidos (p. 113; 128). Em: Educação no século XXI. Editorial: Poisson.Belo Horizonte, Brasil.

Enriquez, J. A. V., Valencia, H. G. & De Oliveira, A. M. P. (2017). Strategies Used by Teachers of Mathematics in the Implementation of Tasks. Modern Applied Science; Vol. 12, No. 5. doi:10.5539/mas.v12n5p114

Herrera, S.; Novelo, S.; Díaz, J.; Hernández, H. (2016). Estrategias de enseñanza para las matemáticas en el nivel superior. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa. ISSN 2007 – 8412. Acceso: file:///C:/Users/User/Downloads/434-1760-1-PB%20(7).pdf . Recuperado: 19/07/2020

Jiménez, A. (2009). La escuela nueva y los espacios para educar. Revista Educación y Pedagogía, vol. 21, núm. 54

Llivina Lavigne, Miguel. La formación de un docente de calidad para el desarrollo sostenible. Disponible en. www.unesco.org/fileadmin/MULTIMEDIA/.../pdf/Formacióndocentes_Llivina.pdf

Ministerio de Educación Nacional – MEN. (2010). Escuela Nueva: Manual de implementación escuela nueva generalidades y orientaciones pedagógicas para transición y primer grado.

Ministerio de Educación Nacional-MEN. (2015). Portafolio de modelos educativos flexibles. Acceso: https://www.siteal.iiep.unesco.org/bdnp/694/portafolio-modelos-educativos-flexibles. Recuperado: 19/07/2020. Acceso: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340089_archivopdf_orientaciones_pedagogicas_tomoI.pdf. Recuperado: 19/07/2020

Mora, David. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Revista de Pedagogía, 24 (70), 181-272.

Narváez, Eleazar (2016). Una mirada a la escuela nueva. Educere, vol. 10, núm. 35, octubre-diciembre, 2006, pp. 629-636. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela

Takahashi T., *Sociedade da Informação no Brasil*, Livro Verde, Ministério da Ciência e Tecnologia, Brasília, Setembro 2000.

Villota J, Villota M y Ogécime. 2016. Estrategias de enseñanza utilizadas en el desenvolvimiento de tareas matemáticas: Importancia en su utilidad. Revista Sigma, 12 (2). Pág. 53-70 http://coes.udenar.edu.co/revistasigma/articulosXII/1.pdf

Villota, Jakeline. (2016). Estratégias utilizadas por professores que ensinam matemáticas na implementação de tarefas. Dissertação de Maestria. Programa de Pós-graduação de Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador da Bahia. Brasil.

Villota Enríquez, Jakeline. (2018). Concepções utilizadas por futuros professores: um olhar desde a integração de TIC na disciplina de didática das matemáticas. Atena Editora. ISBN: 978-85-455090-4-2

PROPIEDADES DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EMPLEADOS EN LIBROS DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE PRIMARIA: UN ANÁLISIS BASADO EN MÉTODOS MIXTOS

Said Enrique Olivo Pajaro[1], Silvio Francisco Peñate Paez[2], Leonardo José Vargas-Delgado[3], José Hernando Ávila-Toscano[4]

Resumen

El objetivo de este estudio fue identificar las propiedades de gráficos estadísticos empleados en una serie de libros de matemática en educación primaria. Se empleó diseño de estado igual secuencial completamente mixto mediante el cual se realizó revisión documental del material didáctico identificando 144 gráficos cuyas propiedades se analizaron cualitativamente mediante el análisis de contenido propuesto por la literatura, y cuantitativamente aplicando Chi cuadrado. Los resultados evidenciaron que sobresalen los pictogramas y diagramas de barras como los gráficos más empleados, generalmente en tareas de ejemplificación. Los niveles de lectura y complejidad semiótica muestran asociación con el grado en el cual se usan los gráficos. Se concluye la necesidad de aumentar uso de gráficos en libros de educación matemática, ampliar los tipos de tareas en los que se aplican y diseñar recursos de mayor complejidad para los grados más avanzados.
Palabras claves: Educación básica, Estadística, Gráficos, Libro de texto.

Abstract

The objective of this research was to identify the statistics graph properties used in a set of mathematics books in primary sections. A fully mixed sequential equal status design was implemented to assess the educational didactic material, identifying 144 graphs whose properties were analyzed using two approaches: a qualitative approach to analyze the proposed content in literature, and a quantitative approach using square Chi. The results showed that pictograms and bar graphs are the most used in exemplification tasks. The reading levels and semiotics complexity are associated with the school degree to which they are used. To concludes, it is necessary to increase the use of graphic in mathematics educational books, extending the types of tasks where they can be of good use. It is also beneficial to highlight that the design of resources and more demanding activities for higher classes is relevant to keep track of learner performance.
Keywords: Basic education, Graphs, Statistics, Textbooks.

[1] Estudiante de licenciatura en matemáticas; Universidad del Atlántico Colombia; solivo@mail.uniatlantico.edu.co
[2]Estudiante de licenciatura en matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; sfpenate@est.uniatlantico.edu.co
[3] Magíster en Educación; Universidad del Atlántico; Colombia; ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co
[4] Ph.D. en Ciencias Humanas y Sociales; Universidad del Atlántico; Colombia; joseavila@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación realiza un análisis de los gráficos estadísticos en la serie *Nuevo Zoom a las matemáticas* para básica primaria siguiendo una metodología mixta. Muchos autores se han interesado por esta temática, entre ellos se destacan aportes como el planteamiento de Burn para el diseño de gráficos (Keen, 2018), los niveles de lectura de los gráficos (Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001) y los niveles de complejidad semiótica mencionados por Arteaga (2011) y Batanero, Arteaga y Ruiz (2010). El proyecto se llevó a cabo con el objetivo de identificar las principales propiedades, tareas en las que son aplicados y niveles de complejidad de los gráficos estadísticos en el material didáctico.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Educación estadística y su importancia para la formación básica primaria

La educación estadística es considerada por distintos autores como parte fundamental del desarrollo educativo y social del ser humano, pues no solo se utiliza en un ámbito netamente académico sino en los medios de comunicación y muchos aspectos de la vida cotidiana. Por tal razón, la enseñanza de esta disciplina en la escuela debe empezar desde la primaria, para que el estudiante empiece a generar desde niño esa habilidad de análisis de datos e información. Así, son muchas investigaciones que estudian la calidad de la información presentada por los libros de texto y utilizada en las aulas de clase.

Para lograr satisfacer la necesidad de cultura estadística es importante tener en cuenta la educación estadística y las herramientas utilizadas en este proceso de formación. Díaz-Levicoy et al. (2018) mencionan que la educación estadística en la escuela primaria debe empezar desde el primer curso e ir aumentando la complejidad gradualmente a medida que se avanza de grado, pues esta formación busca que los estudiantes conozcan cómo recopilar y organizar datos para representarlos en tablas y gráficas estadísticas y a su vez, reconocer e interpretar los elementos de la disciplina, elementos que sin duda son indispensable para que el ciudadano del mañana responda a ese interés social de manejo de información que se ha descrito al inicio de este epígrafe.

2.2 Los gráficos estadísticos, sus propiedades y sus características en libros de texto escolar

En la actualidad los gráficos son muy diversos y acompañan múltiples análisis estadísticos siendo un recurso valioso para sintetizar y presentar información, su conformación y propiedades son cada vez más complejas en la medida que los recursos digitales y la estadística computacional ofrece múltiples recursos para su realización. Sin embargo, en la educación primaria se adquieren los rudimentos de la cultura gráfica al desarrollar competencias que, como se vio en el acápite previo, ayudan a los niños y niñas a desarrollar un conocimiento valioso ante gráficos como pictogramas, barras, histogramas, entre otros.

Los gráficos estadísticos se asumen como recursos o instrumentos donde se representa de manera resumida las características de un conjunto de datos, utilizando elementos geométricos tales como puntos, líneas, círculos, rectángulos, entre otros, a partir de los cuales se construyen estos objetos estadísticos (Díaz-Levicoy, 2014), así mismo, generalmente los gráficos se diseñan en el plano cartesiano, donde sus ejes verticales y horizontales proporcionan los datos relacionados (Friel, Curcio & Bright 2001).

La literatura señala que los gráficos estadísticos presentan diferentes niveles de lectura así como de complejidad semiótica, frente a la primera, la lectura de los gráficos estadísticos es la parte fundamental que todo ciudadano debe entender y comprender (Wu, 2004), autores como Curcio (1989) han señalado que la lectura de gráficos estadísticos en función de su construcción implica al menos tres elementos esenciales: a) *palabras o expresiones,* incluyen los títulos, las etiquetas y las escalas, que son esenciales para comprender el contexto representado por el gráfico, b) *contenido matemático*, que comprende la información numérica empleada y las operaciones subyacentes (p. e.: conceptos geométricos, proporcionalidad, entre otros, c) *convenios de construcción*, que, como señalan Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero (2015) obedecen a las propiedades de cada tipo de gráfico.

Posteriormente Curcio (1989), así como Friel, Curcio y Bright (2001), propusieron diversos niveles de lectura de los gráficos, entre ellos:

- *Leer los datos*: detalla de manera explícita, lo que se representa el gráfico.
- *Leer dentro de los datos*: establece relación de cantidades para luego utilizar procedimientos matemáticos, es decir que establece una lectura numérica.
- *Leer más allá de los datos*: es decir, que se puede predecir algo que no se muestra en los gráficos.
- *Leer detrás de los datos*: en este tipo de lectura de gráficos se resalta la calidad y la manera como fueron recolectados los datos.

En cuanto a la comprensión de estos recursos estadísticos, se han definido diversos niveles de complejidad semiótica, entendida como el juego o la combinación de objetos matemáticos que se utilizan para la construcción de los gráficos estadísticos. La división en subniveles detalla la complejidad semiótica dependiendo la clase de datos expresados por los gráficos (Arteaga, 2011; Batanero, Arteaga & Ruiz, 2010), a continuación se presentan los diferentes niveles:

- *Representación de datos individuales*: este tipo de representación sólo se describe los datos, es decir, no se describen ni se detallan las características ni el comportamiento de los datos.
- *Representación de una lista de datos*: en este tipo de representación hace énfasis a los datos de la distribución, es decir a los datos sueltos o datos no agrupados.
- *Representación de una distribución de datos:* los datos se representan de manera agrupada, con su respectivo orden y frecuencia.
- *Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico*. Se refieren a la representación de dos o más distribuciones de frecuencias en un mismo gráfico, es decir que en este tipo de gráficos no se representan los datos, ni la distribución de los datos.

3. METODOLOGÍA

Se empleó un diseño de estado igual secuencial completamente mixto (*Fully mixed sequential equal status design*), el cual combina los dos enfoques investigativos dentro de las diversas etapas de investigación procurando que tanto la fase cuantitativa como la cualitativa se den de forma secuencial sin que exista dominancia de uno de los enfoques, de allí la denominación de "estado igual secuencial" (Leech & Onwuegbuzie, 2009).

La población de estudio está constituida por los libros de matemáticas empleados en la educación primaria por las instituciones educativas del distrito de Barranquilla. La muestra la constituye un total de cinco libros de la serie *Nuevo Zoom a las matemáticas*, uno de cada grado (primero a quinto) de primaria, los cuales son publicados por la editorial colombiana Libros & Libros S.A. (edición 2017). Para recoger la información se desarrollaron dos bases de datos en formato Excel, una de ellas para generar códigos que permitieran discretizar las variables (análisis cuantitativo) y la otra para cumplir la revisión cualitativa de los gráficos mediante análisis de contenido.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El libro de texto es uno de los principales recursos didácticos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, de ahí la importancia que como recurso didáctico posea estructura y contenidos apropiados, particularmente este estudio se ha enfocado en el valor de la formación estadística representada en gráficos, pues analizar estos objetos matemáticos permite conocer sus niveles de lectura y complejidad semiótica que deben ser de la consideración del docente en el proceso de planeación educativa (Díaz-Levicoy et al., 2018).

En la Tabla 1 se ordena el cruce de los gráficos identificados considerando su distribución de acuerdo con el grado al cual corresponde. Esta información demuestra que el pictograma es el más comúnmente empleado al identificarse 52 de ellos, es decir, 36.1% de todos los gráficos identificados. Le siguen los gráficos de barras con un porcentaje de 28.5%, mientras que los menos usuales son el gráfico de tallo y hojas y el de áreas.

Tabla 1. Frecuencias observadas en el cruce entre tipo de gráfico de acuerdo con el grado de los textos evaluados.

Tipo de gráfico	Grado					Total
	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	
Pictograma	21	14	11	2	4	52
Barras	6	8	7	9	11	41
Líneas	—	—	—	7	11	18
Puntos	—	—	3	10	1	14
Circular o de sectores	—	—	—	4	5	9
Tallo y hojas	—	—	3	3	—	6
Áreas	—	4	—	—	—	4
Total	27	26	24	35	32	144

Fuente. Elaboración propia.

La revisión de los niveles de lectura deja entrever que en su mayoría se trata de gráficos enfocados en los niveles 1 y 2, para el primer caso se acumula 60.4% (n=87) de todos los gráficos analizados, mientras que en el segundo nivel el porcentaje de gráficos es de 27.1% (n=39). Los gráficos con tercer nivel de lectura representan 9.5% (n=14) y el porcentaje de nivel 4 es bastante bajo siendo solo 2.8% (n=4).

Consecuentemente, los niveles de complejidad de los gráficos no son altos, 70.8% (n=102) de ellos se ubica en nivel 1, es decir, se emplean para representar datos de forma individual. Así mismo, 9.7% (n=14) representa un conjunto de datos aunque no resumen su distribución, es decir, posee nivel 2 de complejidad, mientras que 13.2% (n=19) alcanza el tercer nivel, al tratarse de gráficos en los que se representa la distribución de dos datos diferentes. Por último, el nivel 4 que equivale a la mayor complejidad, solo se registra en 6.3% (n=9) de los gráficos analizados.

Posteriormente se probó si existía relación entre los niveles de lectura y de complejidad semiótica con el grado para el cual se formulan las diferentes gráficas. En la

Tabla 2. Prueba de independencia entre niveles de lectura y complejidad semiótica de acuerdo con el grado escolar.

	Grado [a]		Chi cuadrado		Efecto	Post hoc (RTC)	
Niveles de análisis	1° -3°	4° -5°	x^2	p	w	1° - 3°	4° - 5°
Nivel de lectura 1	60	27	21.2	$.00^{***}$	$.39^{m}$	4.6	-4.6
Nivel de lectura 2	13	26	8.71	$.00^{*}$	$.22^{p}$	-3.0	3.0
Nivel de lectura 3	4	10	3.86	$.04^{*}$	$.14^{p}$	-2.0	2.0
Complejidad semiótica 1	65	37	14.7	$.00^{***}$	$.36^{m}$	3.8	-3.8
Complejidad semiótica 3	5	14	6.48	$.01^{*}$	$.27^{p}$	-2.5	2.5

[a] Frecuencias observadas para la categoría Si; p= efecto pequeño, m= efecto mediano; RTC= residuos tipificados corregidos; $^{*}p<.05$, $^{***}p<.001$.

Este análisis permite identificar una relación estadísticamente significativa del nivel de lectura 1 con los gráficos de los grados que van de primero a tercero, en cambio los niveles de lectura 2 y 3 se relacionan con los gráficos empleados en textos de grado cuarto y quinto. Análogamente, la complejidad semiótica de nivel 1 se asocia con los gráficos usados en los primeros grados mientras que la de nivel 3 se asocia con los gráficos empleados en grados más avanzados.

Desde hace mucho tiempo los académicos especializados han resaltado que los gráficos estadísticos significan un recurso valioso en la presentación y resumen de la información (Beniger & Robyn, 1978), además, su comprensión requiere del desarrollo de capacidades previas que se deben enseñar en la básica primaria y que serán aplicadas no solo en la academia sino en la vida cotidiana. Por ello, el uso de gráficos es importante en la educación matemática, si bien, como se puede notar, en la serie de textos abordados el promedio de gráficos es de 28.8 por texto, tratándose de una cifra pequeña para trabajar a lo largo de un plan anual. Así mismo, la mayor parte de las tareas a las que se aplican gráficos se basan en la ejemplificación, por lo cual es necesario incluir más gráficos que permitan comprobar si el estudiante alcanzó los objetivos de aprendizaje propuestos, es decir, si es capaz de construir e interpretar los gráficos trabajados en las clases.

5. REFERENCIAS

Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.

Batanero, C., Arteaga, P., & Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de Educación Primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias, 28*(1), 141-154.

Beniger, J. R., & Robyn, D. L. (1978). Quantitative graphics in statistics: A brief history. *The American Statistician, 32*(1), 1. DOI:10.2307/2683467

Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de textos de educación primaria española*. Trabajo fin de máster. Universidad de Granada. España.

Díaz-Levicoy, D., Osorio, M., Arteaga, P., & Rodríguez-Alveal, F. (2018). Gráficos estadísticos en libros de texto de matemática de Educación Primaria en Perú. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*(61), 503-525.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education, 32*, (2), 124-158.

Leech, N.L., &., Onwuegbuzie, A.J. (2009). A typology of mixed methods research designs. Qual Quant 43, 265–275 (2009). DOI: 10.1007/s11135-007-9105-3

FACTORES EMOCIONALES QUE INFLUYEN EN LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO COMPLEJO.

Monica Angulo Cruz[1]

Resumen

Se pretende indagar sobre factores emocionales que inciden en el aprendizaje del concepto de número complejo por parte de los estudiantes de matemáticas I en carreras de ingeniería de la Universidad Tecnològica de Pereira. La emociòn en el ser humano constituye sentimientos que pueden generar motivación o desmotivación hacia una actividad, y la segunda puede generar sentimientos de frustración en el estudiante. Este trabajo se enmarca en el marco de la teoría de la Matemática Emocional propuesta por María Gómez Chacón; y la teoría sobre la estructura cognitiva de las emociones de Ortony, Clore y Collins. Se asume que los individuos construyen sus emociones en los limites sociales impuestos y están influenciados por creencias de los individuos. A nivel metodologico se tendrá en cuenta la teoría fundamentada, ya que por ser una investigación cualitativa existe un gran cúmulo de información que es necesario darle tratamiento que no altere la información.

Palabras claves: *aprendizaje, educación, emoción, factores emocionales, matemáticas.*

Abstract

It is intended to inquire about emotional factors that affect the learning of the concept of complex number by students of Mathematics I in engineering careers at the Universidad Tecnológica de Pereira. The emotion in the human being constitutes feelings that can generate motivation or demotivation towards an activity, and the second one can generate feelings of frustration in the student. This work is framed within the framework of the theory of Emotional Mathematics proposed by María Gómez-Chacón; and the theory on the cognitive structure of emotions of Ortony, Clore and Collins. It is assumed that individuals construct their emotions within imposed social limits and are influenced by individual beliefs. At a methodological level, the grounded theory will be considered, since being a qualitative research there is a great accumulation of information that it is necessary to give treatment that does not alter the information.
.

Key words: learning, education, emotion, emotional factors, mathematics.

[1] Licenciada en Matemática, Maestría en Educación, Maestría en Comunicación Educativa; Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; monac@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo hace parte de una investigación en educación matemática, propuesta en el grupo de investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación, inscrito en la Universidad Tecnológica de Pereira, el cual pretende caracterizar los factores emocionales en el abordaje del concepto del número Complejo. La investigación está enfocada específicamente en el curso de matemáticas I, con estudiantes de Administración Ambiental. Se tiene en cuenta el factor emocional ya que es un elemento que influye en el estudiante para lograr la comprensión de cualquier tema de matemáticas y en general para cualquier tema de estudio. El tema a investigar brindará aportes a la educación matemática en el sentido que se realizará una caracterización de las posibles emociones que se generan a la hora de orientar el tema de números complejos en los estudiantes; reconociendo que los números complejos son una extensión del sistema numérico de los números reales y por ende posee características muy diferentes; reconociendo que un número complejo se puede representar mediante un par ordenado de números reales.

La teoría clásica de las emociones dice: Las emociones son entidades, sustancias, fuerzas, demonios que se apoderan del hombre y determinan en él manifestaciones físicas y mentales. (Vigotsky, 2004, p. 18) Lange quien fue uno de los que critico fuertemente esta teoría menciona que si se quitan los sentimientos no existirían los atributos físicos por las cuales se manifiestan las emociones. En cuanto a la teoría organicista de las emociones Lange afirma: Es el sistema vasomotor al que debemos toda la parte emocional de nuestra vida psíquica nuestras alegrías y penas, nuestros ratos de bienestar y de malestar. (Vigotsky, 2004), ya que mediante nuestro sistema vasomotor se harán visibles los sentimientos que se están sintiendo; aflorando reacciones de placer o de dolor.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Es de resaltar los trabajos que ha realizado la profesora *Inés María Goméz Chacón* durante varios años en la línea: Matemática emocional, y se relaciona sustancialmente con la presente investigación su interés radica en reformular el concepto de inteligencia a partir de la afectividad; ya que durante varios años se ha considerado las funciones cognitivas separadas de los afectos y no se pueden separar. La doctora Chacón profundiza en la influencia de las emociones para el aprendizaje de las matemáticas.

Entre los temas que maneja la doctora Chacón en sus investigaciones se tiene: El dominio afectivo, creencias, actitudes, los afectos hacia las matemáticas, influencias de la perspectiva cognitiva de la emoción en la educación matemática, creencias sobre las matemáticas, etc. Para realizar el diagnóstico de la interacción cognición-afecto utilizó distintas tecnicas como: entrevistas, parrillas de observación, cuestionarios, instrumentos de autoevaluación, etc. Las cuales pueden resultar de mucha utilidad a la hora de realizar la recolección de información.

2.1 IMPORTANCIA DE LOS NUMEROS COMPLEJOS

Los números complejos constituyen una maravilla para las matemáticas ya que se encuentran en la naturaleza y sirven para dar respuesta a infinidad de fenómenos que se presentan en la cotidianidad. Fenómenos como la electricidad, los movimientos de los gases, los líquidos, el comportamiento de los fluidos, la representación de la relación espacial de los esfuerzos en un sistema o internamente en un material. También permite representar muy fácilmente los parámetros de magnitud y fase cuando se representan corrientes y tensiones alternas en ingeniería mecánica. Y así, sucesivamente se pueden nombrar infinidad de situaciones por las cuales es necesario el conocimiento de los números complejos para comprender el porqué de dichos fenómenos y con mayor razón a un ingeniero.

Al respecto Salazar (2016) afirma:

> A esta clase de números Cardano los llama sofísticos, Descartes les da el nombre de imaginarios, y Euler utiliza por primera vez la letra *i* para simbolizar a $\sqrt{-1}$. Es de esta forma que siguen su desarrollo a través de la historia y se hacen avances en sus propiedades, sin tener un sentido claro de ellos. Será luego Argand quien les dará una representación geométrica, y finalmente Gauss quien formalizará el conjunto de los números complejos como se conoce hoy (Salazar, 2016, p. 1).

Se puede observar como en la historia se ha venido dando un aporte significativo para estructurar cada vez más el concepto de número complejo; por esta razón es fundamental que el estudiante comprenda su concepto.

2.2 EMOCIONES O PASIONES

Para Aristóteles las emociones y las pasiones son lo mismo, como se cita en (Giraldo & Echeverry Gutierrez, 2018, p. 29) son lugares intermedios entre las facultades y los modos de ser o los hábitos. Entonces, la emoción no puede estar desconectada de la virtud, recordando que para Aristóteles la virtud es un modo de ser selectivo reflejándose en la actitud de un hombre prudente. Para Aristóteles las pasiones era el reflejo de la indignación, temor, vergüenza y otros estados que producen placer o dolor. También, afirma Aristóteles que se podían observar tres momentos cuando se generaban las emociones; ellas son: El estado en que se encuentra el que padece o siente la emoción, a quien se dirige su afección; y la razón de su emoción. (Giraldo & Echeverry Gutierrez, 2018).

Las emociones o pasiones para Aristóteles pueden ser valoradas a partir de la racionalidad no pueden ser calificadas por algo o verdadero o falso. Cuando se refiere a la racionalidad hace énfasis en que deben cumplir ciertos requisitos como se menciona en Garcés (20018) son: Son adecuadas a los objetos y a las situaciones que las provocan, son proporcionadas respecto a sus objetos intencionales o sus causas, en grado, intensidad duración, también son experimentadas del modo apropiado y están orientadas a fines o bienes normativamente apropiados.

En cuanto al desarrollo histórico que ha tenido el término: Emoción, se puede percibir que se ha tomado de una manera diferente según la época y autor. Al respecto la historiadora Monique Sheer, entiende que la historicidad de las emociones depende de la comprensión que tengamos sobre las "prácticas" o disposiciones corporales determinadas por el contexto social (Moscoso, 2015). Esta afirmación, debido a la influencia de las prácticas sociales, conocimientos y de intuiciones que se generan debido al ambiente y formas de ser que conforman ese grupo social.

Dentro del desarrollo histórico que ha tenido las emociones y su relación con la humanidad se resaltan cuatro momentos en Europa y Norteamérica, Bolaños (2015) realiza una descripción al respecto: El primero de ellos es en el siglo XIX como periodo donde se concibe que el sentido de las emociones está relacionado con las consideraciones fisiológicas de la filosofía, la psicología y con la literatura. El segundo momento en las primeras décadas del siglo XX, la sociología analiza los sentimientos como una visión ajena a las interpretaciones rígidas y estáticas de las teorías de conocimiento oponiéndose al binomio individuo-sociedad y emoción-razón. Como tercer momento se tiene que emergió en la segunda mitad del siglo XX y Bolaños expone: Es cuando el campo de las Ciencias Sociales se aleja del estructuralismo y de las teorías psicológicas y subjetivistas que entienden lo individual y lo emocional como aspectos desligados del mundo social. (Florido, 2016) Y finalmente un cuarto momento que nace en la década de los años ochenta influenciada por Clifford Geertz y trabajos que han tenido bastante influencia como lo son los de Robert Solomon, Michelle Rosaldo, Catherine Lutz y Geoffrey White

3. METODOLOGÍA

En cuanto al enfoque a desarrollar, se tendrá en cuenta el enfoque cualitativo. En este, se tiene en cuenta que mediante la observación se puede detectar los diferentes pensamientos, concepciones o ideas que tienen las personas acerca de un tema en particular; como también el enfoque cualitativo realiza descripciones de la realidad y vivencias de una población en particular.

La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” y no siempre la secuencia es la misma, varía de acuerdo con cada estudio en particular."(Hernández, Fernández, Baptista, 2010, p.7) se tendrá algunas herramientas que brinda la Etnografía para la recolección de datos; como lo son: cuestionarios, entrevistas, observaciones, notas de campo, grabaciones de audio y algunos trabajos de los estudiantes.

Entre los instrumentos de recolección de información se aplicarán: Observación participante, observación directa no participante, videos, entrevistas personales (incluyendo personalizadas por internet), documentos, material audiovisual y algunas pruebas diagnósticas relacionadas con la inteligencia emocional para detectar el grado de autoconocimiento, autocontrol, automotivación, reconocimiento de emociones ajenas y relaciones interpersonales que puedan tener los estudiantes.

Finalmente, para realizar el análisis de los datos se aplicará las recomendaciones que brinda la teoría fundamentada, ya que por ser una investigación cualitativa existirá gran cúmulo de información por escrito y visual que es necesario darle un tratamiento que no altere la información. Al respecto Sampieri (2017) afirma: La teoría (hallazgos) va emergiendo fundamentada en los datos. Se trata de un proceso no lineal (aunque había que representarlo de alguna manera para su comprensión). Resulta sumamente iterativo (vamos y regresamos) y en ocasiones es necesario retornar al campo por más datos enfocados (entrevistas, documentos, sesiones, etcétera).

4. REFERENCIAS

Bernal, J. M. (2013). Historia de las emociones. Una corriente historiografica en expansiòn. *Asclepio. Revista de historia de la medicina y de la ciencia*, 1-10.

Florido, L. P. (2016). El estudio socio-histórico de las emociones y los sentimientos en las Ciencias Sociales del siglo XX. *Revista de Estudios Sociales*, 178-191.

Gòmez, J. T., & Yepes Sanz, M. (2018). *El cerebro del siglo XXI.* Bogota: Manual moderno.

Moscoso, J. (2015). La historia de las emociones, ¿de qué es historia? *Centro de Ciencias Humanas y Sociales, CSIC*, 15-27.

Salazar, C. L. (2016). *El sentido del numero complejo desde sus raices imaginarias.* Pereira: Universidad Tecnològica de Pereira.

Vigotsky, L. (2004). *Teorìa de las emociones. Estudio històrico-psicològico.* Madrid: akal.

CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES UNIVERSITARIOS DE MATEMÁTICAS SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DE LOS RECURSOS TECNOLÓGICOS

Jakeline Amparo Villota Enríquez[1], María Teresa González Astudillo[2]

Resumen

Este estudio ligado a la tesis doctoral denominada “Concepciones de los profesores universitarios de matemáticas sobre la implementación y uso de las TIC para la enseñanza de contenidos matemáticos” consiste en determinar las concepciones de los profesores universitarios de matemáticas sobre la implementación y uso de las TIC para la enseñanza de contenidos matemáticos. El contexto donde se desarrolló esta investigación fueron: Universidad del Cauca y Universidad Santiago de Cali localizadas en Colombia en la cual participaron doce profesores, los cuales constituyeron cinco grupos focales. La metodología utilizada tuvo una perspectiva cualitativa descriptiva cuyos instrumentos de recolección de datos fueron: Entrevista enfocada en grupos focales y un cuestionario. Los resultados preliminares nos muestra que las concepciones de los profesores están inmersos en diferentes elementos como: contenido matemático, metodologías, alfabetización de los recursos tecnológicos y normas institucionales.

Palabras claves: *Concepciones, creencias, profesores de matemáticas, recursos tecnológicos.*

Abstract

This study, linked to the doctoral thesis called "Conceptions of university mathematics teachers about the implementation and use of ICT for teaching mathematical content", consists of determining the conceptions of university mathematics teachers about the implementation and use of ICT for teaching mathematical content. The context where this research took place was: Universidad del Cauca and Universidad Santiago de Cali located in Colombia in which twelve professors participated, which constituted five focus groups. The methodology used had a descriptive qualitative perspective whose data collection instruments were: Interview focused on focal groups and a questionnaire. The preliminary results show us that the teachers' conceptions are immersed in different elements such as: mathematical content, methodologies, literacy of technological resources and institutional norms.

Keywords: Conceptions, beliefs, math teachers, technological resources.

1. INTRODUCCIÓN

En la investigación en Educación Matemática, un campo de gran interés es el relativo a las concepciones de los profesores. El interés por el estudio de las concepciones de los profesores radica en la influencia que ejercen en el proceso de enseñanza/aprendizaje de las

[1] Dra. (C) en Educación. Magister en Enseñanza, Filosofía e Historia de las Ciencias. Licenciada en Matemáticas; Universidad de Salamanca ; Colombia; javillota@hotmail.com
[2] Dra. En Educación; Universidad de Salamanca; España; javillota@hotmail.com

matemáticas (Pajares, 1992; Defez, 2005; Bohorquez, 2014; De la Pienda, 1992; Moreno, 2000; Furtado, 2014, Villota & González, 2017).

Dentro de las concepciones de los profesores de matemáticas podemos encontrar aquellas que tienen que ver con el uso que se da a las distintas herramientas tecnológicas tales como móviles, tabletas, computadores, entre otros, en el aula. Estas concepciones están ligadas al proceso de integración de los nuevos artefactos tecnológicos durante la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A pesar de los cambios en la práctica pedagógica que se están produciendo al introducir la tecnología en las aulas, no se está teniendo en cuenta a los profesores y sus concepciones. Sin embargo, Goos & Bennison (2002), reconocen que la tecnología aun juega un papel marginal en las aulas de matemáticas. Por ello es el momento de analizar las concepciones de los profesores en torno a la implementación y uso de las TICs para la enseñanza de contenidos matemáticos. Se pretende determinar cuáles son los diferentes elementos que integran estas concepciones, tales como la formación en el campo disciplinar (contenidos matemáticos), las experiencias (afectivas-emocionales-académicas), los componentes conductuales, entre otros.

2. CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Los investigadores que estudian las concepciones en el área de las matemáticas (Thompson, 1992; Gil & Rico, 2003; Llinares, 1991; Hudson, 1999) muestran que las investigaciones sobre las concepciones han sido abordadas en los últimos años desde diferentes líneas de investigación. Sin embargo, la temática sobre concepciones no ha sido muy explorada en niveles como, por ejemplo, el universitario, por lo que resulta de gran interés en ser estudiada.

De este modo, Gil & Rico (2003) asumen las concepciones como marcos implícitos, que tienen una determinada estructura con el propósito de organizar diferentes conceptos que poseen una naturaleza cognitiva que ajusta la forma de realizar una determinada tarea. Adicionalmente, Llinares (1991) argumenta que las concepciones están relacionadas con la estructura cognitiva del sujeto; es decir, se visualiza no solo como una componente cognitiva sino como toda una estructura que incluye componentes cognitivos, sistemas, entre otros elementos que integran la estructura.

Al establecer la concepción como una componente cognitiva debe ser consensuada y validada a través de determinados procedimientos, por lo que cabe preguntarnos: ¿Qué relación existe entre la componente cognitiva y la estructura cognitiva?, ¿Será que la componente cognitiva puede llegar a ser en algún momento la misma estructura cognitiva?, ¿Cómo se vinculan? (Claro, si existe dicha vinculación).

Las concepciones fortalecen la estructura que cada profesor organiza de sus conocimientos, ya que las concepciones son el resultado del razonamiento y entendimiento de un determinado concepto o temática, sin olvidar que ellas están en continuo movimiento. En este sentido, las concepciones no son estáticas, por el contrario, están en continuo movimiento ya que el profesor reflexiona sobre ellas para tomar una determinada postura, además se actualizan continuamente teniendo en cuenta diferentes factores como: disciplinar, contexto, herramientas tecnológicas, entre otras.

Por otro lado, el cambio educativo está ligado a diferentes factores como el social o el cultural que juegan un papel fundamental en la construcción de las concepciones del profesor; es decir, el proceso de la construcción de las concepciones del profesor influyen en distintos cambios curriculares, generando muchas veces limitaciones al respecto o por el contrario, abriendo nuevas puertas a través de sus propias concepciones establecidas desde el conocimiento disciplinar, las cuales, deben ser indexadas y/o relacionadas con su proceso de aprendizaje. (Arancibia & Badia, 2015).

Estamos en un momento de clambios en los currículos, particularmente en el campo de las matemáticas, con que involucran la utilización de nuevas herramientas tecnológicas como por ejemplo, plataformas virtuales educativas, software educativo, entre otros que intentan fortalecer y/o favorecer el aprendizaje de las matemáticas. Esto implica un cambio integral que según Moreno & Azcarate (2003, p. 278) implica "[…] la necesidad de un debate y reflexión seria sobre la utilidad, interés e importancia de los contenidos actuales para un aprendizaje y una enseñanza mediatizada por las nuevas tecnologías y condicionada por las demandas sociales".

Las concepciones de los profesores que enseñan matemática están organizadas en una determinada estructura ligada a aspectos cognitivos, y a diferentes elementos como: conceptos, teorías, ideas, entre otros que ayudan a la construcción de las mismas. Estas concepciones de los profesores de matemáticas influyen en gran medida en la práctica pedagógica y por ende en el proceso de aprendizaje del estudiante por lo que es de interés realizar estudios al respecto. En consecuencia, en este estudio las concepciones son estructuras mentales generalizadas y/o marcos organizadores implícitos de conceptos que están relacionadas con la parte cognitiva del sujeto, las cuales, tienen como objetivo organizar diferentes conceptos, para así, realizar una determinada actividad; es decir, las concepciones están inmersas de distintos elementos como, por ejemplo: conceptos, teorías, significados, entre otros.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolló desde una perspectiva cualitativa el cual permitió profundizar acerca del pensamiento de los profesores universitarios de matemáticas. Los resultados serán "inductivos, generativos, constructivos y subjetivos" (Goetz y LeCompte, 1988, p. 32). Los instrumentos que se utilizaron en esta investigación durante el proceso de la recolección de datos fueron: el cuestionario, y entrevistas. Con el cuestionario se trató de caracterizar a los profesores universitarios de matemáticas, como, por ejemplo: formación académica, genero, edad, entre otras; es decir, se trata de aspectos biográficos. Las entrevistas se desarrollaron en grupos focales y abordaron los siguientes elementos: la práctica pedagógica, las políticas educativas y el campo disciplinar.

En análisis de datos obtenidos en el cuestionario está en proceso donde se realizará mediante el análisis de contenido ("el análisis de contenido puede y debe ser utilizado en educación, pero dentro de parcelas específicas de estudio," López (2002, p. 168)) y la historia de vida. Las entrevistas se grabaron (en audio/vídeo) y se transcribieron. Se categorizarán los datos obtenidos y se establecerán los códigos adecuados tal como señala Charmaz (2009). Esto implicará realizar una segmentación adecuada de las transcripciones (Cohen et al., 2007) que posteriormente se podrá resumir para obtener los resultados.

Los participantes de este estudio fueron profesores universitarios de matemáticas, que imparten materias disciplinares como, por ejemplo: matemáticas fundamentales, Cálculo I, Cálculo II, entre otros; así como cursos relacionados con la Didáctica y la Historia de las Matemáticas entre los que tenemos: Didáctica de la Aritmética, Didáctica de la Geometría, Historia de las Matemáticas, etc. En total fueron doce los profesores universitarios de matemáticas que participaron de esta investigación.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En esta sección se presentaran algunos resultados preliminares en torno a la investigación, particularmente centrados en la pregunta ***¿Qué TIC conocen para la enseñanza de las matemáticas?*** *donde se definieron los siguientes elementos:*

- ✓ **C12**- Tipos de las TIC: Tipos de TIC que utilizan los profesores, donde se distingue los dispositivos como: computadores, video beam, móviles, etc. y software tales como: redes sociales, apps, plataformas, software educativo, etc.

  Subcategoría
  - **S34**- Dispositivos y software: Conjunto de elementos que facilitan la apropiación de los objetos matemáticos.

UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CALI

Tabla 1: GRUPO 1

PROFESOR	***RESPUESTA***
Profe A	C12: Correo electrónico, redes sociales, portátil, video beam, celulares, paquetes de Microsoft, plataformas digitales en la web, textos en forma digital, tablet, códigos QR inmersos en los textos.
Profe B	C12: Latex, MuPAT, Matlab, GeoGebra, aplicaciones de celular, R aunque no lo sé manejar mucho, CamScanner y el convertidor de PDF.
Profe C	C12: GeoGebra, MuPAT, Photomath, entre otros.

Tabla 2: GRUPO 2

PROFESOR	***RESPUESTA***
Profe D	C12: GeoGebra, video beam, herramientas por la página web, internet, WhatsApp, y una que otra aplicación que está en el celular.
Profe E	C12: Computadores, tablet, Smartphone, apps, video beam, audiovisuales, etc. [...] utilizo las plataformas que tienen licencia creative commons[...] como PHET.

Tabla 3: GRUPO 3

PROFESOR	***RESPUESTA***

Profe F	C12: Referente a las TIC conozco las libres y Wolfram.
Profe G	C12: Hice un curso de "matemáticas Básicas" a través del programa de Carmetal […]. Sin embargo, en términos de TIC si soy una usuaria activa ya que produzco un audio, un video, Podcast, etc. en clase.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Tabla 4: GRUPO 4

PROFESOR	***RESPUESTA***
Profe H	C12: Plataformas virtuales, Moodle, Blackboard, correo institucional, herramientas de Google (video llamadas).
Profe I	C12: R, Google, Moodle, DocuNet, redes sociales, Google Classroom, YouTube , Facebook Live, MOOC.

Tabla 5: GRUPO 5

PROFESOR	***RESPUESTA***
Profe J	C12: Classroom, GeoGebra, Wingeom, Matlab […] y la calculadora.
Profe K	C12: Internet, calculadora digital se llama Symbolab. (Symbolab?)
Profe L	C12: Matlab, Lattes, GeoGebra, Maple, herramientas de Google, internet, virtualidad, tutoriales que están relacionados con YouTube.

Las respuestas expresadas por los profesores universitarios de matemáticas muestran que ellos conocen diferentes recursos TIC relacionados con los dispositivos y software para la enseñanza de contenidos matemáticos, por lo que sus concepciones están inmersas a conocimientos sobre las TIC aunque algunos profesores manifiestan que no conocen la funcionalidad de determinados software.

5. REFERENCIAS

Arancibia, M. M. y Badia, A. (2015). Concepciones de profesores de secundaria sobre enseñar y aprender Historia con TIC. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 17(2), 62-76. Recuperado de http://redie.uabc.mx/vol17no2/contenido-arancibia.html

Bohorquez, L. (2014). Las creencias vs las concepciones de los profesores de matemáticas y sus cambios. ISBN: 978-84-7666-210-6. Artículo 1611. *Memorias del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Buenos Aires, Argentina.

Cohen, L.; Manion, L.; Morrison, K. (2007) *Research methods education*. (6th ed.). London: Routledge.

Charmaz, K. A. (2009). *Construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Tradução Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed

De la Pienda, J. A. (1999). Filosofía de las creencias. *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 92, 239-48.

Defez, A. (2005). ¿Qué es una creencia? *Logos: Anales del Seminario de Metafísica*. 38(38), 199-221.

Furtado, M. R. (2014). *Uma Discussão Acerca do Conceito de Crença (Teses de mestrado).* Universidade de Lisboa.

Gil Cuadra, F. y Rico Romero, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias, 21*(1), 27-47.

Goos, M., & Bennison, A. (2002). Building learning communities to support beginning teachers' use of technology. *Annual Conference of the Australian Association for Research in Education.* Retrieved December 14, 2008, from http://www.aare.edu.au/02pap/go002058. htm

Goetz, J.P.y Lecompte, M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.* Madrid: Ed Morata.

Hudson et al. (1999). Didaktik/fachdidaktik as science(-s) of the teaching profession?. *Thematic Network of Teacher Education Europe* 2(1) p. 1-261. ISSN 1403-5782.

Llinares S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.

Moreno, M. (2000). *El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.

Moreno, M y C. Azcárate (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Enseñanza de las Ciencias 21(2), 265-280.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of research. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nueva York: Macmillan.

Villota, J. & González, M. (2018). Concepções dos professores universitários de matemáticas sobre a implementação e uso das TIC para o ensino de conteúdos matemáticos. Congresso Internacional ABED de Educação a Distância. DOI: 10.17143 / ciaed / XXIVCIAED.2018.6567

TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA POTENCIAR EL DESARROLLO EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES CON DEFICIT COGNITIVO, DE GRADO NOVENO, ASISTIDA POR MATERIAL TECNOLÓGICO

Luz Amparo Varón[1], Eliecer Aldana Bermúdez[2]

Resumen

Esta investigación tiene como propósito fortalecer el pensamiento lógico matemático de 8 estudiantes con déficit cognitivo, a través de la implementación de trayectorias hipotéticas de aprendizaje, como una nueva práctica pedagógica matemática, que se apoya en la Teoría constructivista, mediante el planteamiento de unos objetivos, el diseño de tareas propias para su logro, una meta matemática, una ruta de desarrollo y un conjunto de actividades instructivas. La metodología está basada en la investigación educativa, cuyo aporte busca lograr la adaptación de esta población a la vida escolar, desarrollar su capacidad para auto dirigirse y regular su aprendizaje, construir nuevos conocimientos y resolver problemas de su vida cotidiana. Se presenta así un avance de los resultados de la prueba diagnóstica, para construir la fase de diseño e implementación de las trayectorias de aprendizaje, y una tercera fase relacionada con la medición del impacto y los resultados generados con esta estrategia didáctica.

Palabras claves: *Aprendizaje Significativo, Constructivismo, Déficit Cognitivo, Pensamiento Lógico matemático, Trayectorias hipotéticas de Aprendizaje.*

Abstract

The purpose of this research is to strengthen the mathematical logical thinking of 8 students with cognitive deficits, through the implementation of hypothetical learning trajectories, as a new mathematical pedagogical practice, which is supported by the constructivist theory, by proposing some objectives, the design of own tasks for their achievement, a mathematical goal, a development path and a set of instructional activities. The methodology is based on educational research, whose contribution seeks to achieve the adaptation of this population to school life, develop their ability to direct themselves and regulate their learning, build new knowledge and solve problems in their daily lives. Thus, a preview of the results of the diagnostic test is presented to build the design and implementation phase of the learning trajectories, and a third phase related to the measurement of impact and the results generated with this didactic strategy.

Key words: *Meaningful Learning, Constructivism, Cognitive Deficit, Mathematical Logical Thinking, Hypothetical Learning Paths.*

[1] Estudiante universidad del Quindío, Colombia, luza.varonm@uqvirtual.edu.co
[2] Docente universidad del Quindío, Colombia, eliecerab@uniquindio.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El impacto de la enseñanza de las matemáticas en estudiantes con discapacidad cognitiva, ha sido abordado por mucho tiempo bajo enfoques tradicionales y no diferenciados, con pocos fundamentos para desarrollar su pensamiento lógico matemático, situación que los coloca en desventaja frente a aquellos estudiantes que no presentan ningún tipo de dificultad cognitiva. Por otra parte, otros factores que lo impiden son la discriminación, la poca comunicación entre padres de familia y docentes, y sus escasas habilidades sociales, comunicativas y matemáticas. Al igual que, la ausencia de docentes capacitados para elaborar y orientar contenidos didácticos en matemáticas, adecuados a su entorno y a sus necesidades de aprendizaje.

Con la investigación que se adelanta se busca el fortalecimiento de las habilidades lógico matemáticas, a través de la implementación de trayectorias hipotéticas de aprendizaje que mejoren su razonamiento, su capacidad para resolver problemas numéricos y analizar el por qué pasan las cosas, involucrando herramientas tecnológicas que generen nuevas formas de enseñanza y desarrollar competencias digitales dinamizando y mejorando así su proceso de aprendizaje.

De manera inicial, se realiza un diagnóstico para identificar las falencias que tienen los estudiantes con discapacidad cognitiva en el desarrollo del pensamiento numérico, se identifican aquellas herramientas TIC que potencializan su desarrollo, y se diseñan e implementan las estrategias didácticas para trabajar en el aula con estos estudiantes. Posterior a ello, se aplica la prueba que medirá el impacto de la intervención, y se realizará un análisis entre los dos resultados para identificar si con ella se fortaleció el pensamiento lógico matemático de los niños con discapacidad cognitiva.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje.

Simon (1995) (Citado en Gómez y Lupiáñez, 2007) introdujo en la enseñanza de las matemáticas el concepto de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, como una nueva visión de la enseñanza y una práctica pedagógica que permite planificar el aprendizaje de conceptos matemáticos, diseñada bajo el enfoque de la Teoría constructivista, que se basa en el desarrollo de la capacidad de los estudiantes para auto dirigirse y regular su aprendizaje, y construir nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos. Para tal fin, es necesario describir situaciones de la vida cotidiana en términos matemáticos, plantear hipótesis a partir de la percepción de errores, y diseñar herramientas y tareas que promuevan el aprendizaje y la reflexión, para que sea posible construir una comprensión real de las matemáticas y un camino de aprendizaje eficaz basado en las capacidades de los estudiantes.

2.2 Pensamiento Lógico matemático.

Ahora bien, el pensamiento lógico matemático, es un proceso fundamental que permite la comprensión del mundo desde diferentes miradas, la razón y el pensamiento analítico, a través de la resolución de sus problemas del diario vivir. De ahí que, el neuropsicólogo Gardner (2011) plantee que el ser humano posee diversas inteligencias, dentro de las cuales está la inteligencia del pensamiento lógico, considerada como aquella en la que se tiene la capacidad para hacer uso efectivo de los números y de la razón, realizar cálculos complejos, así como también utilizar el pensamiento abstracto para relacionar datos. Este tipo de pensamiento es importante, dentro y fuera del contexto escolar, ya que, a través de él se desarrollan habilidades para interpretar, identificar, calcular, graficar, comparar, resolver, demostrar y comunicar, además de preparar a los estudiantes para desenvolverse con éxito en la vida social y afrontar los retos futuros en un mundo de cambios permanentes.

De igual manera, existen diversos tipos de pensamiento lógico matemático que son posible fortalecer en los niños con discapacidad cognitiva: el numérico, el cual según Cárdenas, Piamonte y Gordillo (2017) lo definen como la "capacidad matemática para interpretar los números, sus símbolos, sus significados y sus relaciones" (p.1), facilitando que el estudiante realice actividades cognitivas que le permitan comprender otros aspectos matemáticos. El pensamiento métrico, hace referencia la comprensión de magnitudes, mediciones y cantidades en diferentes situaciones. En tanto que, el pensamiento espacial, de acuerdo con el Ministerio de Educación de Colombia (2006) está conformado por aquellos procesos cognitivos donde se representan los objetos del espacio sus relaciones, transformaciones y representaciones materiales (p. 56). El pensamiento aleatorio, ayuda a tomar decisiones en situaciones donde hay falta de información confiable y que no es posible predecir lo que va a suceder. En cuanto al pensamiento variacional, Maury, et al (2012) plantean que busca desarrollar la capacidad de identificar, analizar e interpretar de manera natural situaciones cambiantes y convertirlas en algo más simple.

Medina (2017), establece que los niños que desarrollan su pensamiento lógico tienen una percepción exacta de los objetos y de sus funciones, se familiarizan con conceptos como cantidad y tiempo, representas objetos concretos a través de símbolos abstractos, son ágiles para resolver problemas, discriminar relaciones, formular y comprobar hipótesis, disfrutan con operaciones de cálculo y de física complejas, al igual que, hacen uso de la tecnología para resolver problemas matemáticos.

Por lo anterior, con esta investigación se busca que el docente planee y diseñe herramientas que promuevan el aprendizaje y potencien los diversos tipos de pensamiento lógico matemático de los estudiantes con déficit cognitivo, a través de una trayectoria hipotética de aprendizaje con secuencias de enseñanza, mediante un proceso de formación integral, para que ellos progresen en su aprendizaje, fortalezcan sus capacidades, para comprender el mundo desde diferentes miradas, la razón y el pensamiento analítico, a través de la resolución de sus problemas del diario vivir.

2.3 TIC en el proceso educativo.

Ahora bien, involucrar las TIC en el proceso educativo, es un gran reto para los docentes, ya que, permite generar nuevas formas de enseñanza y brinda la oportunidad de transformar el sistema a través de estrategias metodológicas que faciliten al estudiante con déficit cognitivo, desarrollar competencias digitales, mejorar su pensamiento lógico matemático, dinamizando su proceso de aprendizaje y de esta manera, obtener mejores resultados al interactuar con estas herramientas digitales.

2.4 Teoría constructivista.

El presente estudio se sustenta en la teoría Constructivista, ya que, permite la interacción entre el docente y el estudiante con discapacidad cognitiva, el intercambio de conocimientos y saberes previos para lograr que su aprendizaje sea significativo, teniendo en cuenta, el contexto en el que se desenvuelve, la generación de nuevas formas de aprendizaje y una praxis donde el docente propicia el conocimiento, es guía y formador y el estudiante se convierte en un agente activo de su propio proceso educativo, construye nuevos conocimientos, y entiende su propia realidad, tal cual como lo plantean Miranda, Cortés y Vera (2017), quienes consideran que la construcción de conocimiento nace desde el proceso evolutivo del niño, de la interacción entre el sujeto y el objeto y, la comprensión de su realidad y de su entorno a partir del cual se desarrolla.

Por lo tanto, al plantear la trayectoria hipotética de aprendizaje, como una alternativa para potenciar en el estudiante con déficit cognitivo el pensamiento lógico matemático, desde un enfoque constructivista, permite una planeación adecuada de la enseñanza de las matemáticas, involucrando su entorno, buscando un objetivo puntual y realizando unas acciones concretas para promover el aprendizaje, es una experiencia bastante significativa que articulada con el uso de las TIC, motiva el ejercicio académico en ellos, se aprovecha su gusto por la tecnología y los recursos didácticos que deben integrar los docentes a sus prácticas educativas. Además, es necesario fortalecer el pensamiento lógico matemático en el estudiante con déficit cognitivo, ya que, este puede modificarse y desarrollarse, a partir de orientaciones mediadoras que permitan encausar su aprendizaje y mejorar su desarrollo cognitivo aplicable a su entorno y a su vida cotidiana, a partir de la mediación a través de estrategias que posibiliten dar un sentido distinto a su desarrollo mental

3. METODOLOGÍA

La investigación se basa en el método de investigación educativa propuesto por Bisquerra (2009), el cual tiene como objeto matemático, el pensamiento lógico matemático desde el marco de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje de Simón (1995), como una propuesta de modificación de la pedagogía matemática a través del constructivismo.

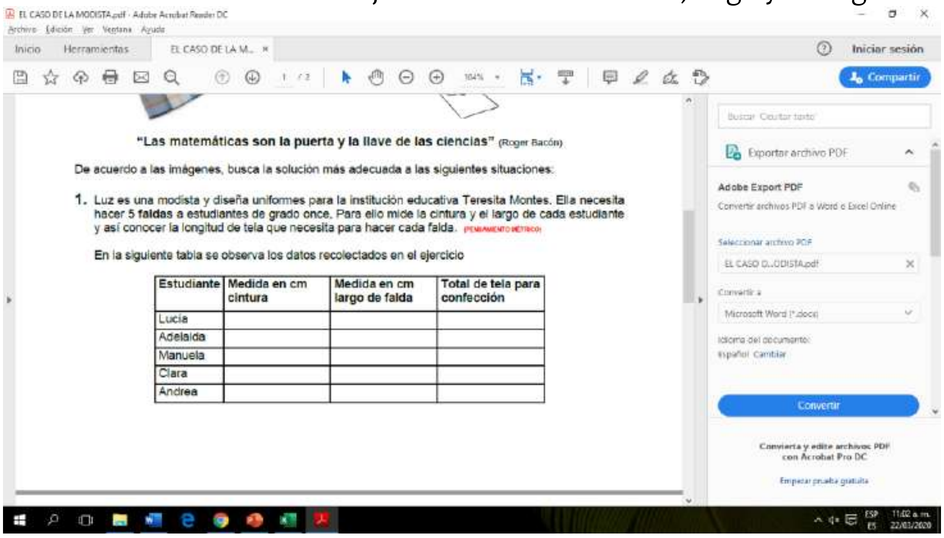
Se contemplan así, los diferentes tipos de pensamiento lógico, que tienen que ver con las características de intervención, por una parte el pensamiento numérico, en lo que tiene que ver con números reales, naturales y la estimación respectiva; en cuanto al pensamiento métrico, se programan actividades con unidades de longitud; con respecto al pensamiento espacial, se trabaja el movimiento y la transformación de figuras; así mismo, para evaluar el pensamiento aleatorio, se realizan ejercicios de distribución y comparación de datos; al igual que, se trabaja el pensamiento variacional, sobre patrones numéricos.

La muestra está conformada por 8 estudiantes de grado noveno con necesidades educativas de aprendizaje, distribuida según género en 5 niñas y 3 niños, cuyas edades oscilan entre 14 y 15 años.

La prueba diagnóstica se realiza mediante la aplicación de una trayectoria hipotética de aprendizaje denominada: *Operaciones en el conjunto de los números reales,* que comprende 5 actividades para que los estudiantes logren una interacción con sus contenidos y con su docente, y construya aprendizajes de gran significado. El tiempo de ejecución de la prueba es de dos horas.

Las preguntas 1 y 2, buscan evaluar el pensamiento lógico matemático métrico. Para realizar el ejercicio 1, los estudiantes deben recolectar los datos, producto de la medición en centímetros la cintura, el largo de la falda, y el total de tela para la confección de cinco faldas.

Tabla 1. Recolección datos Ejercicio 1 medidas cintura, largo y la longitud



"Las matemáticas son la puerta y la llave de las ciencias" (Roger Bacón)

De acuerdo a las imágenes, busca la solución más adecuada a las siguientes situaciones:

1. Luz es una modista y diseña uniformes para la institución educativa Teresita Montes. Ella necesita hacer 5 **faldas** a estudiantes de grado once. Para ello mide la cintura y el largo de cada estudiante y así conocer la longitud de tela que necesita para hacer cada falda.

En la siguiente tabla se observa los datos recolectados en el ejercicio

Estudiante	Medida en cm cintura	Medida en cm largo de falda	Total de tela para confección
Lucia			
Adelaida			
Manuela			
Clara			
Andrea			

Fuente: Elaboración propia

En la Pregunta 2 los estudiantes deben escribir el Total en centímetros y luego en metros que necesita Luz para elaborar cada falda.

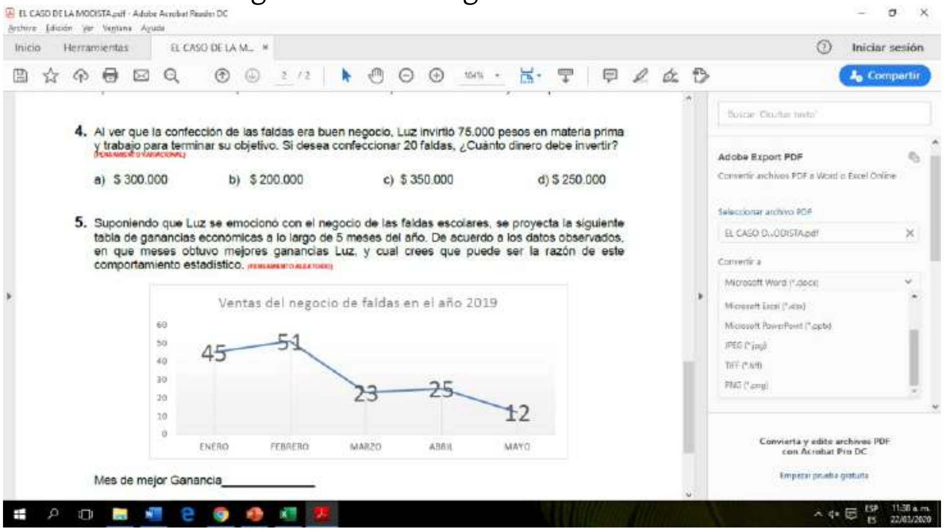
Tabla 2. Recolección datos Ejercicio 2, total en centímetros y metros

Estudiante	Medida en Cm total de la falda	Medida en Mts total de falda
Lucía		
Adelaida		
Manuela		
Clara		
Andrea		

Fuente: Elaboración propia

La pregunta 3 evalúa el pensamiento Espacial, para lo cual los estudiantes deben calcular ¿Cuántos trozos es posible colocar al tiempo sobre la mesa?, en tanto que, la pregunta 4, valora el pensamiento Variacional, donde los estudiantes deben hacer los cálculos y determinar ¿Cuánto dinero debe invertir? para confeccionar 20 faldas. En cuanto a la pregunta 5 evalúa el pensamiento Aleatorio, allí los estudiantes deben definir en qué meses obtuvo mejores ganancias Luz, y cuál puede ser la razón de este comportamiento estadístico.

Figura 2. Ventas negocio de faldas 2020



Fuente: Elaboración propia

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación se sintetizan los resultados obtenidos de la aplicación de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje en la fase diagnóstica:

El 75% de la población no identifica medidas, ni el concepto de área, el 62% no hace conversión de centímetros a metros, lo cual evidencia que, el 70% carece de competencias para el manejo de magnitudes, cantidades y un uso inadecuado de sistemas métricos. Existen así, dificultades relacionadas con el procesamiento del pensamiento métrico, por lo cual, se requiere que el docente fortalezca este aspecto, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del área, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (2006), que permiten al estudiante construir conceptos de cada magnitud, realizar y describir procesos de medición, comprender proceso de conservación de magnitudes, seleccionar unidades de medida, estimar medidas de cantidades de diferentes magnitudes, acciones numéricas, entre otras.

Ahora bien, en cuanto al desarrollo del pensamiento espacial, el 75% de la población evaluada, no realiza procedimientos para sus cálculos, tiene poca capacidad para construir, manipular y relacionar representaciones mentales en el espacio con las materiales, presenta dificultades en su sentido de orientación, lo que impide su interacción con el objeto matemático y la recuperación de su sentido espacial. Así mismo, al indagar sobre el pensamiento variacional de la población objeto de estudio, se encuentran problemas en torno al aprendizaje del cambio, la variación y la estructuración de la experiencia matemática y dificultad para la resolución de problemas matemáticos. En cuanto al ejercicio que indaga el pensamiento aleatorio, se evidencia una falta de competencia y habilidades para ordenar, agrupar e interpretar datos presentes.

Es así como, a través de esta prueba diagnóstica se identifican las falencias en el desarrollo de su pensamiento lógico matemático del pensamiento lógico matemático de estudiantes con discapacidad cognitiva. Se concluye también, que a partir de la identificación de los errores matemáticos, estos contribuyen de manera positiva en el proceso de aprendizaje, ya que, permiten identificar aquellas falencias presentes en el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes, y llevar a cabo trayectorias hipotéticas de aprendizaje para observar aquellos patrones de error producto de los ejercicios realizados por cada estudiante, explicar su origen, tomar acciones correctivas que los fortalezcan y de esta manera, obtener mejores resultados.

Se recomienda así, flexibilizar las prácticas académicas, orientadas al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes con déficit cognitivo, puesto que, ellas le brindan la posibilidad de contar con una percepción de los objetos matemáticos, familiarizarse con medidas, espacios, tiempos, cantidades, cálculos y representaciones y fortalecer habilidades para formular, comprobar y resolver problemas.

Con esta fase diagnóstica se da paso a la segunda fase de investigación relacionada con el diseño e implementación de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, para trabajar en el aula con esta población. Posterior a ello, se aplica la prueba que mide el impacto de la intervención, que se contrasta con los resultados del diagnóstico y se realiza el análisis para validar la hipótesis relacionada con el fortalecimiento

5. REFERENCIAS

Cárdenas, S. R., Piamonte, C. S. y Gordillo, C. P. (2017). Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. Pensamiento y Acción, (23), 31-48. Recuperado de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/pensamiento_accion/article/ view/8447

Gardner, H. (2011). *Las inteligencias múltiples: La Teoría en la Práctica.* Paidós Ibérica. ISBN: 9788449325946

Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA, 1(2), 79-98.* Recuperado de *https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:ymXmFLbHaU0J:https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2238351.pdf+&cd=1&hl=es-19&ct=clnk&gl=co&client=firefox-b-d*

Ministerio de Educación. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_ pdf2. pdf

CARACTERÍSTICAS EN ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS POR ALUMNOS MEXICANOS DE BACHILLERATO

Procoro Omar Butrón Zamora[1], José Gabriel Sánchez Ruiz[2], María Araceli Juárez Ramírez[3]

Resumen

Las estrategias de aprendizaje (cognitivas, metacognitivas y relacionadas con el uso de recursos) están estrechamente vinculadas con el rendimiento académico del alumno, posibilitando mejorar el aprendizaje. Así, las estrategias de aprendizaje se han considerado herramientas fundamentales en los procesos de enseñanza-aprendizaje en la totalidad de las áreas del conocimiento, entre ellas en matemáticas. El objetivo del presente estudio se centra en observar la confiabilidad del instrumento para cada estrategia, igualmente en detectar posibles diferencias en el empleo de estrategias de aprendizaje en matemáticas en alumnos de bachillerato con el fin de poder comprender la diversidad existente en función del curso académico y del sexo. Se aplicó el cuestionario LIST a 154 estudiantes: 92 (59.7%) femeninos y 62 (40.3%) masculinos. Se encontró, una muy aceptable confiabilidad del instrumento (α=0.94). En la comparación realizada en estrategias de aprendizaje pudimos detectar elementos en común entre los estudiantes de bachillerato en función del curso académico y del sexo.

Palabras claves: *Bachillerato, cuestionario LIST, estrategias de aprendizaje, matemáticas.*

Abstract

Learning strategies (cognitive, metacognitive and related to the use of resources) are closely linked to the student's academic performance, making it possible to improve learning. Thus, learning strategies have been considered fundamental tools in the teaching-learning processes in all areas of knowledge, including mathematics. The objective of this study focuses on observing the reliability of the instrument for each strategy, as well as detecting possible differences in the use of learning strategies in mathematics in high school students in order to understand the existing diversity based on the academic year and of sex. The LIST questionnaire was applied to 154 students: 92 (59.7%) female and 62 (40.3%) male. A very acceptable reliability of the instrument was found (α = 0.94). In the comparison made in learning strategies, we were able to detect common elements among high school students based on academic year and gender.

Key words: High school, LIST questionnaire, learning strategies, mathematics.

1. INTRODUCCIÓN

Las estrategias de aprendizaje constituyen una herramienta esencial en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, afectan las metas de un modelo educativo y, entre otros aspectos, inciden en el tipo de aprendizaje que se pretende lograr, por lo que resulta necesaria la correcta identificación de estas, Gasco-Txabarri, Ros y Goñi (2017).

[1] Licenciado en Matemáticas Aplicadas; BUAP; México; omar_21063@hotmail.com
[2] Dr. en Matemática Educativa; UNAM; México; josegsr@unam.mx

[3] Dra. en Matemáticas; BUAP; México; arjuarez@buap.mx

En los últimos años las estrategias de aprendizaje conforman uno de los dominios de conocimiento más abordados por la psicología de la educación, no sólo por su posibilidad de vinculación con diferentes constructos teóricos, sino también por la importancia inherente que conlleva su utilización. Las estrategias de aprendizaje están estrechamente vinculadas con el rendimiento académico del alumno, permitiendo así mejorar el aprendizaje. Entonces, estas son razones válidas para que muchos investigadores intenten conocer mejor estos constructos que tanto interés despiertan e indaguen todas sus posibilidades en el ámbito de la educación matemática, como mencionan Calderón y Chiecher (2012).

Resulta imprescindible para conocer el empleo de estrategias de aprendizaje de las matemáticas disponer de cuestionarios que permitan una medición fiable del constructo que se pretende medir, (Gasco-Txabarri, Ros y Goñi, 2017).

El objetivo del presente estudio se centra observar la confiabilidad del instrumento LIST (Estrategias de Aprendizaje en la Universidad) para cada estrategia. Así como también en detectar posibles diferencias en el empleo de estrategias de aprendizaje en matemáticas en alumnos de bachillerato con el fin de poder comprender la diversidad existente en función del curso académico y del sexo.

De esta manera, la investigación en educación matemática en el nivel medio superior puede ser un campo de investigación interesante y puede conducir a resultados útiles para que los docentes de todos los niveles educativos apliquen a su enseñanza.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Concepto y clasificación de las estrategias de aprendizaje.

Indagando acerca de antecedentes sobre estudios que se centran en las estrategias de aprendizaje, se encontró una amplia y diversa gama de definiciones y tipologías, por lo que se hace necesario focalizar el estudio hacia determinadas perspectivas teóricas. Así, se decidió tomar como referencia el concepto de estrategias de aprendizaje elaborado por (Wild, 2000).

El objetivo de las estrategias de aprendizaje también puede relacionarse con el control indirecto del aprendizaje a través de la influencia intencional de estados motivacionales y afectivos personales. El enfoque principal de la investigación de la estrategia de aprendizaje hasta ahora es predominantemente en el dominio cognitivo. (Wild, 2000) refiere a las estrategias como las formas en que la información se selecciona, adquiere, organiza o integra al conocimiento existente. El autor considera tres grandes grupos de estrategias, que a su vez incluyen distintos procedimientos, los que se mencionan continuación:

Estrategias de aprendizaje cognitivas.

El subconjunto de estrategias de aprendizaje cognitivas incluye aquellos procesos que sirven para adquirir, procesar y almacenar información directamente. Por lo general, cuentan los siguientes componentes: estrategias repetitivas, estrategias organizacionales, estrategias de elaboración y de pensamiento crítico o de prueba.

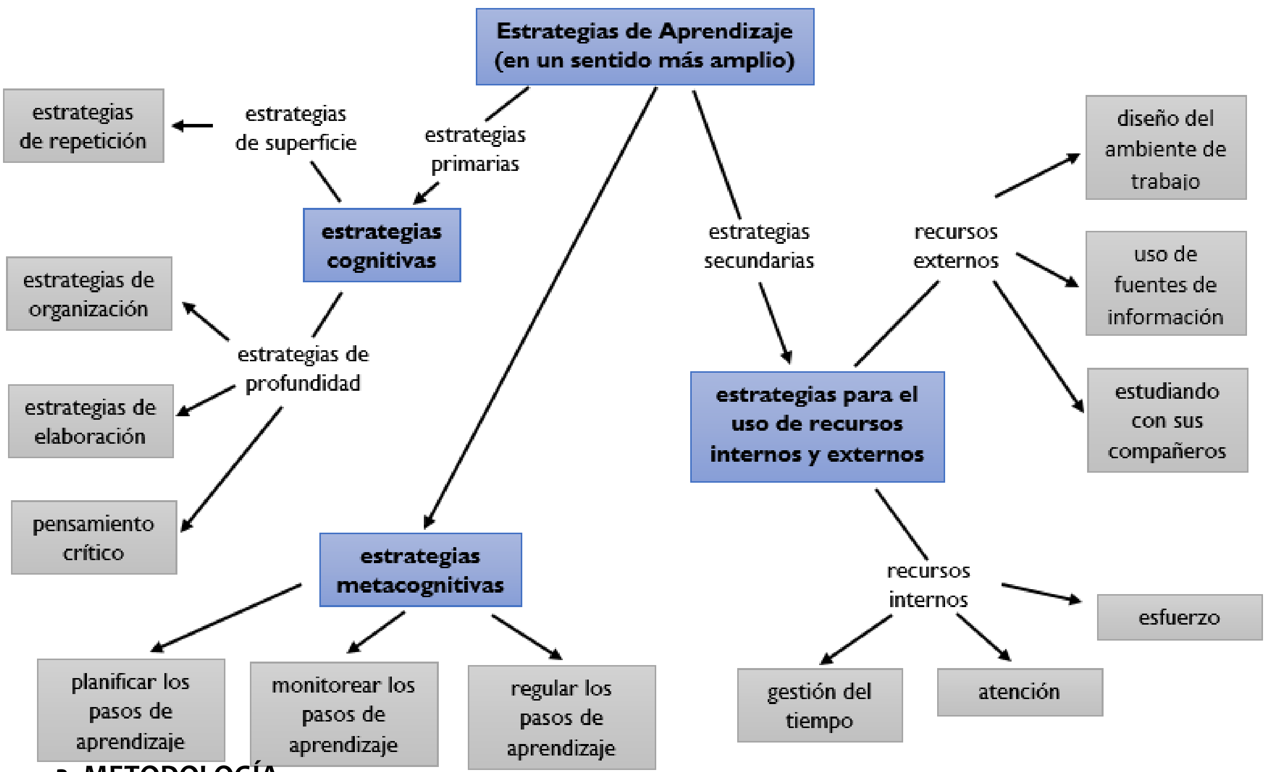
Estrategias de aprendizaje metacognitivas.

Si bien las estrategias de aprendizaje cognitivas se relacionan principalmente con los procesos de información inmediata al tratar con los contenidos de aprendizaje, las estrategias de aprendizaje metacognitivas se centran en el auto-control activo y consciente del propio aprendizaje.

Estrategias de aprendizaje relacionadas con los recursos.

Las estrategias de aprendizaje relacionadas con los recursos son las competencias de autogestión de los estudiantes que organizan actividades de aprendizaje en su conjunto. Las actividades enumeradas aquí a menudo se encuentran en un lugar destacado en la literatura de asesoramiento relevante y algunos autores también se refieren a ellas como “estrategias de apoyo”. Aquí, una subdivisión en recursos externos o internos tiene sentido (Wild y Schiefele, 1994): la provisión de recursos internos se refiere a la gestión del propio esfuerzo; la gestión de su propio presupuesto de tiempo, así como el aumento de la atención y la concentración. Por el contrario, el uso de recursos externos se refiere al uso de fuentes de información (medios impresos, fuentes de información electrónica) y el uso activo del potencial del aprendizaje cooperativo. Otro aspecto es el diseño amigable para el aprendizaje del entorno de aprendizaje, que sirve como lugar de trabajo para el estudio independiente. Figura 1.

Figura 1. Descripción general de las estrategias de aprendizaje (Wild, 2005, p. 194, traducción del autor).



3. METODOLOGÍA

3.1 Participantes

En esta investigación participan 154 estudiantes de nivel medio superior del Colegio de Bachilleres del Estado de Tlaxcala en México. De los cuales 92 (59.7 %) eran mujeres y 62 (40.3 %) hombres y con una edad promedio de 16.40 años. En la Tabla 1 se expone la distribución de la muestra en función del curso académico y del sexo.

Tabla 2. Distribución de la muestra por semestre, grupo y sexo.

		Sexo		
Semestre	*Grupo*	*Mujer*	*Hombre*	*Total*
Segundo	203	24	13	37
Cuarto	402	30	15	45
Cuarto	413	10	15	25
Sexto	601	28	19	47
	Total	92	62	154

3.2 Instrumento

El cuestionario LIST presenta un instrumento centrado en estrategias cognitivas, metacognitivas y relacionadas con los recursos, que comprende de 69 ítems con 13 dimensiones de estrategias de aprendizaje agrupadas en consecuencia. El cuestionario LIST (Wild & Schiefele, 1994) para medir estrategias de aprendizaje en estudios académicos se compiló por primera vez en la década de 1990 y desde entonces se ha modificado y probado varias veces. Abarca elementos generales que se pueden aplicar a todo tipo de temas (para ver ejemplos, consulte la Tabla 2 a continuación) y utiliza escalas Likert. Una raíz del cuestionario LIST es el (Motivated Strategies for Learning Questionnaire) (MSLQ) que mide la motivación y el aprendizaje autorregulado de los estudiantes universitarios en relación con un curso especial (Pintrich, Smith, García y McKeachie, 1993). Además de la motivación, las escalas de LIST se derivan directamente de MSLQ, aunque el número de elementos varía. La principal diferencia entre los dos cuestionarios es que el MSLQ pone más énfasis en incluir diferentes aspectos de la motivación como orientación a objetivos o control de creencias de aprendizaje. Otro estudio esencial que influye en el cuestionario LIST es el Learning and Study Strategies Inventory (LASSI) de Weinstein y Palmer (2002) que también separa los aspectos cognitivos. Las escalas LASSI cubren en parte los mismos contenidos que LIST, aunque contienen nombres diferentes. Los ítems se responden en base a una escala Likert de cinco puntos ("1" desde "completamente en desacuerdo" hasta "5" "completamente de acuerdo").

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Primeramente se midió la consistencia interna de las escalas mediante el alfa de Cronbach. Se realizó la comparación para detectar posibles diferencias en el empleo de estrategias de aprendizaje en matemáticas con el fin de poder comprender la diversidad existente en función del curso académico y del sexo.

Tabla 2. Dimensiones del cuestionario LIST y ejemplos de ítems.

Dimensiones	*No. Ítems*	*Ejemplo*
Organización	8	Trato de ordenar el tema de tal manera que se me facilite recordarlo.
Elaboración	8	Relaciono lo que estoy aprendiendo con mis propias experiencias.
Repetición	7	Leo mis apuntes varias veces seguidas.
Met. Planificación	4	Decido de antemano que tanto de la materia me

		gustaría trabajar en esta sesión.
Met. Control	4	Trabajo en tareas extra con el fin de cerciorarme si realmente he comprendido el tema.
Met. Regulación	3	Cuando un aspecto parece confuso o no claro, lo examino de nuevo a fondo.
Esfuerzo	8	Hago un esfuerzo aunque el tema puede no ser adecuado para mí.
Atención	6	Me encuentro pensando en cosas completamente distintas.
Gestión del tiempo	4	Antes de cada período de estudio, designo la duración de mi trabajo.
Ambiente de aprendizaje	6	Cuando aprendo algo siempre me siento en el mismo lugar.
Aprendizaje en pares	7	Recurro a la ayuda de otros cuando tengo serios problemas para comprender algo.
Uso de obras de referencia	4	Siempre que no entiendo un término técnico, lo busco en un libro de texto o en internet.

Se puede observar que las estrategias que más destacan, sin separar los datos por el sexo de los alumnos participantes. Para la estrategia *metacognitiva de regulación* tiene una media de 3.72, la estrategia de *ambiente de aprendizaje* tiene una media de 3.65 y la estrategia *uso de obras de referencia* se obtiene la media más alta de 3.75 respectivamente.Entre las estrategias que más destacan, en un análisis disgregando a los participantes por sexo, se encontró que en las estudiantes femeninas en orden de predominancia están las siguientes: la estrategia de *organización* (media = 3.70), la estrategia *de ambiente de aprendizaje* (media = 3.75), la estrategia *metacognitiva de regulación* (media = 3.76), y la estrategia *uso de obras de referencia* (media = 3.92). Por otro lado, las estrategias que más destacaron en los participantes de sexo masculino fueron: estrategia de *elaboración* (media = 3.58), la estrategia *metacognitiva de regulación* (media = 3.66), la estrategia *de ambiente de aprendizaje* (media = 3.51) y la estrategia *uso de obras de referencia* (media = 3.49).

En lo referente al curso académico se encontró que el grupo 203, de segundo semestre, destacan las estrategias de *organización, elaboración, metacognitiva de regulación y uso de obras de referencia* con medias mayores a 3.5. En el grupo 402, de cuarto semestre, destacan las mismas estrategias que en el grupo de segundo semestre. En otro grupo, el grupo 413, de cuarto semestre no destaca ninguna estrategia con media mayor a 3.5. Mientras que en el grupo 601, de sexto semestre, destacan las estrategias *metacognitivas de regulación, ambiente de aprendizaje, aprendizaje en pares y uso de obras de referencia* con medias mayores a 3.5.

La investigación en educación matemática a nivel medio superior puede ser en sí misma un campo de investigación interesante y puede dar lugar a resultados útiles para que los docentes en todos los niveles educativos apliquen a su enseñanza. Según los estudios realizados por investigadores de otros países, está claro que las estrategias de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas son áreas importantes en la educación matemática y necesitan atención en un contexto mexicano. Hasta el momento, este estudio es la única investigación de las estrategias de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes en México a nivel medio superior y hasta ahora el área no ha sido explorada en México.

Se encontró una muy aceptable confiabilidad del instrumento en todos sus ítems y resulta aceptable en 5 dimensiones que presentan fiabilidades suficientes. En nuestra exploración, pudimos detectar elementos en común entre los estudiantes de bachillerato en función del curso y sexo. Los resultados coinciden con la evidencia de que existe un mayor uso de las estrategias de aprendizaje a medida que el curso aumenta, aunque no en todas sus dimensiones (Gasco-Txabarri, 2016; Gasco-Txabarri, Ros y Goñi, 2017). Lockett, Ojeda y Gili, (2008), mostraron que los alumnos cambian sus métodos de estudio y estilos de aprendizaje desde el comienzo de la carrera al quinto año; comienzan memorizando los contenidos, pero en el último año el aprendizaje parece volverse más reflexivo.

5. REFERENCIAS

Beltrán, Jesús. (2003). Estrategias de aprendizaje. *Revista de Educación, 332,* 55-73.

Gasco Txabarri, J. (2016). El empleo de estrategias en el aprendizaje de las matemáticas en enseñanza secundaria obligatoria. *Revista de Investigación Educativa*, *34* (2), 487-502.

Gasco-Txabarri, J. R. e Iker, G. A. (2017). Cuestionario de Estrategias de Aprendizaje para las Matemáticas (CEAMA): medida y propiedades de una adaptación en lengua castellana. *Cultura y Educación*. *29,* 1-27.

Lockett, M., Ojeda, M. y Gili, A. (2008). *Estudio sobre el mejoramiento de los niveles académicos, de estudiantes de la Facultad de Odontología, analizando estilos y estrategias de aprendizaje.* Facultad de Odontología de la Universidad del Nordeste, Argentina.

Pintrich, P., & García, T. (1993). Intraindividual differences in students' motivation and selfregulated learning. *German journal of educational psychology*, *7*(3), 99-107.

Weinstein, C. E., & Palmer, D. R. (2002). *Learning and Study Strategies Inventory (LASSI): User's manual* (2nd ed.). Clearwater, FL: H&H Publishing.

Wild, K. P., Schiefele, U. (1994). Lernstrategien im studium. Ergebnisse zur Faktorenstruktur und Reliabilität eines neuen Fragebogens [Learning strategies of university students: Factor structure and reliability of a new questionnaire]. *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie, 15*, 185–200.

Wild, KP. (2000). *Lernstrategien im studium: strukturen und bedingungen*. Münster: Waxmann.

ALTERNATIVAS PARA LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA BRASILEÑA FRENTE A LA PANDEMIA DE LA COVID-19

Cassio Cristiano Giordano[1]

Resumen

En este artículo, discutimos los caminos tomados por la Educación Estadística brasileña en el contexto del aislamiento social causado por la pandemia de COVID-19, en el primer semestre de 2020. Presentamos una breve descripción de la situación experimentada por los estudiantes de secundaria y la búsqueda de alternativas educativas por parte de la Secretaría de Educación en la provincia de São Paulo. Esto nos motivó a realizar esta investigación cualitativa, en el enfoque metodológico del estudio documental bibliográfico, analizando la Base Curricular Común Nacional, el Currículo de São Paulo, así como los recursos didácticos disponibles por el Centro de Medios Educativos de São Paulo. Es una investigación cualitativa, de carácter descriptivo y exploratorio, a la luz del marco teórico del Análisis Exploratorio de Datos. Al final de esta reflexión, señalamos posibles contribuciones en un enfoque basado en proyectos para superar esta crisis en la educación pública brasileña.

Palabras claves: *COVID-19, Educación Estadística, Proyectos.*

Abstract

In this article, we discuss the paths taken by Brazilian Statistical Education in the context of the social isolation caused by the COVID-19 pandemic in the first semester of 2020. We present a brief description of the situation experienced by high school students and the search for educational alternatives by the Education Secretary of the State of São Paulo. This motivated us to carry out this qualitative research, in the methodological approach of the bibliographic documentary study, analyzing the National Common Curricular Base, the São Paulo Curriculum, as well as the didactic resources available by the São Paulo Educational Media Center. It is a qualitative, descriptive and exploratory research, in light of the theoretical framework of Exploratory Data Analysis. At the end of this reflection, we point out possible contributions in a project-based approach to overcome this crisis in Brazilian public education.

Keywords: COVID-19, Statistical Education, Projects.

1. INTRODUCCIÓN

La pandemia de COVID-19 afectó a Brasil, de una manera sin precedentes, en política, economía, cultura, salud, naturalmente, y lo que más nos interesa en este artículo: en el área de la educación. En el Estado de São Paulo, las propuestas iniciales traen alternativas para la provisión de educación más cercanas al entretenimiento pedagógico que a una educación crítica y transformadora. Las diferencias socioeconómicas amenazan con ampliar las diferencias entre la educación pública y privada.

Los estudiantes pueden acceder a material didáctico a través de la televisión digital, computadoras, *tablets*, smartphones, no siempre accesibles para todos. Incluso la distribución de material impreso implica una logística compleja, ya que debe considerar los

[1] Doctorado; Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Brasil; ccgiordano@gmail.com

riesgos de contaminación, tanto para los empleados como para los padres y los estudiantes. La Secretaría de Educación (SEDUC), a través del Centro de Medios Educativos de São Paulo (CMSP), trata de ofrecer, al menos, recursos educativos de calidad, pero ya hemos vislumbrado posibilidades de interacción efectiva entre estudiantes docentes.

Ante este escenario, consideramos relevante el análisis de la educación pública brasileña, especialmente la de São Paulo, guiada por los documentos oficiales BNCC (Brasil, 2018) y Currículo Paulista (São Paulo, 2020), en tiempos de la pandemia de COVID-19.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La Análisis Exploratorio de Datos (AED) valora la postura investigativa crítica del estudiante y presupone una propuesta didáctico-pedagógica centrada en la investigación del profesor. Batanero, Estepa y Godino (1991) destacan la posibilidad de generar situaciones de aprendizaje sobre temas de interés para los estudiantes, basándose en representaciones gráficas que favorecen la percepción de variabilidad, a partir de representaciones gráficas que favorecen la percepción de variabilidad, la evaluación de medidas de orden que minimizan cualquier caso inusual, el uso de diferentes escalas y la falta de una teoría matemática completa, con herramientas innecesarias para la etapa de aprendizaje en el campo.

Estamos interesados en el desarrollo de proyectos estadísticos por parte de los estudiantes, desde la perspectiva de la AED. Para Batanero y Díaz (2004), los proyectos estadísticos motivan a los estudiantes, diferenciándolos de la simple resolución de largas listas de ejercicios, repetitivos y descontextualizados. Para estos autores, las estadísticas son la ciencia de los datos, y están en los únicos números, números de campana en contexto. Según ellos, en el trabajo del proyecto, el énfasis está en áreas realistas.

Batanero y Díaz (2011) enfatizan que el desarrollo de proyectos contribuye a la adquisición de las siguientes habilidades, fundamentales para el estudiante de secundaria: competencia lingüística comunicativa, competencia matemática, competencia para el reconocimiento e interacción con el mundo físico, competencia para el tratamiento de información, competencia digital, competencia social para ejercer la ciudadanía, competencia para "aprender a aprender", competencia para cuestionar críticamente y competencia para lograr autonomía e iniciativa personal. Dichas habilidades son necesarias para el desarrollo de los componentes cognitivos y actitudinales de la alfabetización estadística.

3. METODOLOGÍA

Esta es una investigación cualitativa, en la perspectiva de Creswell (2010), más específicamente una investigación bibliográfica documental. Analizamos los documentos oficiales del Ministerio de Educación y Cultura - MEC y la Secretaría de Estado de Educación de São Paulo - SEDUC-SP, respectivamente, la Base Currículo Nacional Común Curricular – BNCC (Brasil, 2018) y Plan de estudios de São Paulo (São Paulo, 2020), además de los Cuadernos Estudiantiles de las disciplinas Proyecto de Vida, Tecnología y Innovación y optativas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En 2018, se aprobó la versión final del BNCC (Brasil, 2018). Desempeñando un papel normativo, establece la presencia de la Estadística y de la Probabilidad a lo largo del curso del estudiante en educación básica, desde los años iniciales de la escuela primaria hasta el final de la escuela secundaria. Este documento oficial se basa en la existencia de diez competencias generales, la competencia se define como la movilización de conocimientos (conceptos y procedimientos), habilidades (prácticas cognitivas y socioemocionales), actitudes y valores para resolver demandas complejas de la vida cotidiana, del ejercicio pleno de la ciudadanía. y el mundo del trabajo.

En la competencia 2, BNCC (Brasil, 2018) sugiere que el estudiante debe ejercer curiosidad intelectual y recurrir al enfoque específico de las ciencias, incluida la investigación. La competencia 6 destaca la importancia de valorar la diversidad del conocimiento cultural, haciendo elecciones en línea con su proyecto de vida. La competencia 7 considera la necesidad de argumentar sobre la base de hechos, datos e información confiables para formular, negociar y defender ideas. Finalmente, la competencia 10 afirma que el estudiante debe actuar personal y colectivamente con autonomía.

Uno de los pilares de BNCC (Brasil, 2018), en la disciplina de las Matemáticas, radica en su compromiso con la alfabetización científica, articulando el conocimiento matemático en el proceso de investigación científica en situaciones cotidianas, considerando aspectos éticos y una conducta socialmente responsable cuando se trata con problemas de carácter. sociales, como las relacionadas con situaciones de salud, sostenibilidad, las implicaciones de la tecnología en el mundo del trabajo, utilizando el conocimiento matemático utilizando el lenguaje científico. Expande la primera competencia, alentando a los estudiantes a tomar decisiones, proponiendo situaciones en las que necesitan tomar una decisión conjunta para investigar cuestiones de relevancia social. Las habilidades indicadas para el desarrollo de esta competencia movilizan el conocimiento matemático y las herramientas necesarias para desarrollar proyectos. Es necesario reconocer y caracterizar nuevos conceptos y procedimientos matemáticos.

El desarrollo de proyectos tiene como objetivo mejorar las actividades de investigación científica mediante la aplicación de conocimientos matemáticos, pero también respondiendo preguntas de urgencia social. Es necesario cooperar en equipos en la planificación y el desarrollo de la investigación, fomentando la confrontación de ideas, basadas en principios solidarios, éticos y sostenibles, valorando la tolerancia y el respeto a la diversidad de opiniones.

La BNCC (Brasil, 2018) enfatiza, en su quinta competencia para la escuela secundaria, el papel de la investigación y la elaboración de conjeturas sobre diferentes conceptos y propiedades matemáticas, empleando recursos y estrategias como el reconocimiento y caracterización de patrones y experimentos, con el uso de tecnologías digitales o no, evaluando la necesidad y adecuación de demostraciones progresivamente más complejas y formales, en la validación de dichas conjeturas. El desarrollo de esta competencia específica requiere un conjunto de habilidades relacionadas con las habilidades de investigación y la formulación de explicaciones y argumentos que pueden surgir de las experiencias empíricas. Al formular conjeturas, a partir de sus investigaciones, los estudiantes podrán buscar contraejemplos para refutarlos y, cuando sea necesario, desarrollar argumentos consistentes en busca de validación. Dicha validación puede involucrar argumentos empíricos, pero también argumentos matemáticamente formales, llegando, lenta y gradualmente, a una demostración más rigurosa de varias proposiciones.

Con respecto a la investigación, BNCC (Brasil, 2018) la necesidad de que los estudiantes participen en acciones para investigar desafíos en el mundo contemporáneo y tomar decisiones conscientes sobre temas de impacto social. Con respecto al desarrollo de proyectos, destaca la necesidad de que los estudiantes identifiquen e investiguen los nuevos conceptos y procedimientos matemáticos requeridos para completar su investigación. La realización de proyectos mejora las actividades de investigación no solo para aplicar el conocimiento matemático, sino también para responder preguntas de urgencia social. El trabajo del proyecto debe favorecer la interacción de los estudiantes con sus compañeros de manera cooperativa para aprender y enseñar matemáticas. Tal enfoque debería proporcionar condiciones para la planificación y ejecución de la investigación, identificando aspectos consensuados o no en la discusión de proyectos, basados en principios solidarios, éticos y sostenibles, valorando la diversidad y el respeto por las opiniones de los grupos sociales y las personas.

La provincia brasileña de São Paulo dio sus primeros pasos hacia el cumplimiento de las determinaciones del BNCC (Brasil, 2018), elaborando el plan de estudios de São Paulo (São Paulo, 2020) e implementando las disciplinas Proyecto de Vida (PV), Tecnología & Innovación (T & I) y el componente curricular llamado Electivas. Según SEDUC-SP, la primera versión contó con la participación de profesores, gerentes, directores, estudiantes y representantes de universidades y la sociedad civil a través de su sitio web, con un total de 44,443 personas, que contribuyeron con 103,425 sugerencias para el texto introductorio y 2,557. 779 para los diversos componentes curriculares.

Con el compromiso con el desarrollo de las competencias previstas en el BNCC (Brasil, 2018) para la promoción de la alfabetización múltiple, el gobierno de São Paulo distribuyó, además de los libros elegidos en el Programa Nacional de Libros de Texto - PNLD, los Cuadernos de Estudiantes con los Itinerarios Formativos. Este material trajo a la Educación Básica, los componentes curriculares PV, T&I, y Electivas. Según BNCC (Brasil, 2018), los itinerarios de capacitación se pueden estructurar con un enfoque en un área de conocimiento, capacitación técnica y profesional y la movilización de competencias y habilidades de diferentes áreas. Depende de cada red educativa, pública o privada, ofrecer diferentes itinerarios de capacitación teniendo en cuenta cada realidad local, los deseos de la comunidad escolar y los recursos físicos, materiales y humanos de las redes e instituciones escolares, con el fin de proporcionar posibilidades efectivas para que los estudiantes construyan y desarrollar sus proyectos de vida e integrarse consciente y autónomamente en la vida ciudadana y en el mundo laboral. Así, los itinerarios deben garantizar la apropiación de los procedimientos cognitivos y el uso de metodologías que favorezcan el protagonismo juvenil inherente a la investigación científica. La creación de estas disciplinas por SEDUC, generó interesantes posibilidades de exploración para el desarrollo de la Educación Estadística.

La disciplina optativa permitió al maestro desarrollar un curso, relevante para los proyectos de vida de los estudiantes, relacionado con la disciplina PV. Dicha disciplina debería significar, para el estudiante, un espacio para discutir sus sueños, sus objetivos, sus perspectivas, en función de su realidad socioeconómica y cultural. Los temas cubiertos se han vuelto más complejos a lo largo de los años, hasta culminar en discusiones más elaboradas, al final de la escuela secundaria, sobre temas como los exámenes de ingreso, la elección de carrera, el mercado laboral, la adquisición de la casa propia, etc. En la disciplina de T&I, el profesor utiliza, entre otras cosas, *softwares*, *apps* y redes sociales, para lograr sus objetivos de investigación. Por lo tanto, los maestros y estudiantes de la red de educación del estado de São Paulo comenzaron el año 2020 tratando de adaptarse al nuevo plan de estudios, con las tres nuevas asignaturas de itinerarios de capacitación, así como la expansión de la carga de trabajo. En este contexto, lleno de noticias e incertidumbres, el país se está hundiendo en una crisis sin precedentes y el estado de São Paulo se encuentra con aproximadamente 3.5 millones de estudiantes y 260 mil maestros en una situación de aislamiento horizontal.

La BNCC (BRASIL, 2018), así como el Currículo de São Paulo (São Paulo, 2020), buscan promover, entre otras cosas, la implementación de metodologías activas, liderazgo estudiantil en la realización de investigaciones y trabajo colaborativo. Dentro de sus posibilidades, las escuelas públicas intentan desarrollar proyectos, incluidas las tecnologías digitales de información y comunicación, TDIC.

Presentaremos aquí las prácticas de una escuela pública estatal, en la región del gran São Paulo, que vive con esta realidad. Es una escuela primaria, ciclo II y escuela secundaria, con clases en los períodos de mañana y tarde, con aproximadamente 800 estudiantes. Aunque se encuentra en un vecindario periférico, según una encuesta del perfil de los estudiantes, realizada por el equipo de gestión de la escuela, la mayoría de ellos tienen smartphones. A través de este equipo, los estudiantes ya utilizaron recursos como calculadoras científicas, hojas de cálculo, *softwares* de Geometría Dinámica y realidad aumentada, como el *GeoGebra*, entre otros, además del uso frecuente de las redes sociales. Casi todas las clases tienen grupos de *WhatsApp* en el aula y generalmente se mantienen en contacto a través de esta u otras redes sociales (como *FaceBook, Twitter* e *Instagram*), con sus maestros. Esta familiaridad con las redes sociales facilitó el contacto con los docentes, así como el acceso a las clases ofrecidas por SEDUC a través de la aplicación del Centro de Medios Educativos de São Paulo (CMSP), que se descarga gratuitamente en tiendas como *Google Play* y *Apple Store*.

Desde el 27 de abril, después del final de las vacaciones escolares anticipadas por la pandemia, el CMSP ha brindado clases de 45 minutos en 16 asignaturas escolares: Matemáticas, Ciencias. Física, Química, Biología, Lengua portuguesa, Lengua inglesa, Artes, Educación Física, Historia, Geografía, Sociología, Filosofía, además de los itinerarios de capacitación Proyecto de Vida (PV), Electivas y Tecnología & Innovación (T&I). Fue posible asistir a estas clases, en vivo o cuando fue posible, a través del perfil de *FaceBook* del Centro de Educación de Medios de São Paulo. Pueden hacerlo, a través de *YouTube* o televisión digital (canales de televisión TV Educação y Univesp). La escuela se comunicó con los estudiantes a través de redes como *WhatsApp* o *Twitter*, creó su propio *blog* para orientación, difusión y recepción de tareas escolares, entregó folletos y libros elegidos en el Programa Nacional de Libros de Texto (PNLD) e incluso cómics (HQ), enviados por la SEDUC. La escuela también usó *Google Classroom* y *Microsoft Teams*, tanto para promover la interacción entre estudiantes y maestros, como también entre ellos, en sus reuniones pedagógicas con los profesores.

En este contexto, el enfoque por proyectos fue fundamental. Los estudiantes de secundaria, por ejemplo, fueron invitados a organizarse en pequeños grupos, como propuso Garfield (1993) y a desarrollar proyectos de investigación estadística, como propusieron Batanero y Díaz (2011), abordando los problemas que consideraban más relevante en el contexto del aislamiento social causado por la pandemia de COVID-19.

En esta propuesta, siguiendo los pasos del ciclo de investigativo, los estudiantes formulan una pregunta guía para sus investigaciones, definen la población objetivo y la muestra de la investigación, así como los procedimientos de muestreo, elaboran instrumentos de recolección de datos, recopilan y organizan los datos, presentan, a través de medidas resumidas de tendencia central y dispersión, tablas de distribución de frecuencia y gráficos estadísticos, analizan, proban hipótesis, reformulan ideas y presentan sus resultados finales a la sociedad, plantean preguntas para nuevas investigaciones y realimentan el ciclo. Debido a las limitaciones impuestas por la pandemia, la recopilación de datos no es en persona, sino que a través de las redes sociales, las conversaciones entre los estudiantes son mediadas por *Google Meet*, *Skype* o *Zoom*, así como la difusión de resultados, a través de un *blog* creado por los propios estudiantes o canal de *YouTube.*

5. CONCLUSIONES

En este artículo, tratamos algunos cambios curriculares en progreso en la red estatal de São Paulo, que ocurren simultáneamente con los impactos de la pandemia COVID-19. Los docentes deben buscar alternativas, en términos de metodologías de enseñanza, para hacer frente a esta situación imprevista de aprendizaje a distancia. En este contexto, destaca una metodología activa propuesta tanto por BNCC (Brasil, 2018) como por el currículum de São Paulo (São Paulo, 2020): el enfoque a través de proyectos con la inserción de temas transversales de la actualidad.

En la propuesta de enseñanza y aprendizaje de Estadística a través de proyectos, según Batanero y Díaz (2011), es esencial, para comprender el proceso de construcción del conocimiento científico, que el alumno vaya al campo a recolectar datos con la ayuda de un instrumento que él mismo ha elaborado y participado activamente en todas las etapas del ciclo de investigación, desde la elección del tema hasta la socialización de los resultados, comparándolos con los resultados de otras investigaciones, así como con su realidad inmediata.

Esperamos haber contribuido a la discusión sobre los caminos de la educación básica brasileña, en particular, de la educación estadística, en tiempos de la pandemia COVID-19.

6. REFERENCIAS

Batanero, C.; Díaz, C. (2004) El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Em J. P. Royo (Ed.). *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.

Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Universidad de Granada.

Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1991). Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.

Brasil. (2018) *Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base*: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação e Cultura.

Creswell, J. W. (2010) *Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed.

Garfield, J. (1993) Teaching statistics using small-group cooperative learning. *Journal of Statistics Education*, v. 1, n. 1, p. 1-9.

São Paulo. (2014). *Currículo Paulista*. São Paulo: SEDUC, 2020.

METÁFORAS EN EL LENGUAJE MATEMÁTICO ESCOLAR. EL CASO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Erika Andrea Acero Castillo[1], Oscar Fernández Sánchez[2]

Resumen

Se muestran aquí los resultados del proyecto de investigación titulado “incidencia del lenguaje metafórico docente en la enseñanza del concepto de número entero en grado sexto de la institución educativa instituto Mistrató del municipio de Mistrató”, en el cual con un enfoque de investigación fenomenológico y herramientas de investigación cualitativas, se indagó sobre el efecto en el entendimiento de los estudiantes, de las metáforas conceptuales presentes en el discurso de dos profesoras de matemáticas cuando abordaron el concepto de números enteros. Se pretendía averiguar si al mostrar a una de las profesoras el efecto de las metáforas en su discurso, de qué manera se podría afectar dicho discurso. Así mismo, se hizo una caracterización del discurso de las dos profesoras en el marco de la teoría de la metáfora conceptual.

Palabras claves: aprendizaje, enseñanza, metáfora conceptual, matemáticas, números enteros.

Abstract

The results of the research project entitled "the incidence of the teaching metaphorical language in the teaching of the integers number concept in the sixth grade of the educational institution Mistrató localize in the municipality of Mistrató" are shown here, in which with a phenomenological research approach and tools qualitative research studies, investigated the effect on the student's understanding of the conceptual metaphors present in the discourse of two mathematics teachers when they approached the concept of whole numbers. The aim was to find out if by showing one of the teachers the effect of metaphors on her speech, how this speech could be affected. Likewise, a characterization of the discourse of the two teachers was made within the framework of the theory of conceptual metaphor.

Keywords: learning, teaching, conceptual metaphor, mathematics, integers.

1. INTRODUCCIÓN

En la labor de docentes de matemáticas se encuentran algunas brechas que muestran las dificultades que se dan cuando se enseña matemáticas; ¿por qué ocurre esto? la investigación se realiza a partir de los factores que generalmente atañen a los estudiantes y docentes en el momento de enseñar un concepto matemático; es decir, en esta investigación se podrán observar muchos de los aspectos que pueden llegar a intervenir (sea de forma positiva o negativa) en la enseñanza específicamente del concepto de número entero en jóvenes de grado 6° de la Institución Educativa Instituto Mistrató del municipio de Mistrató (localizado en el departamento de Risaralda-Colombia)

El documento se centra en las metáforas usadas por los docentes en el área de matemáticas precisamente en la enseñanza del concepto de número entero y estudia el

[1] Universidad Tecnológica De Pereira;Colombia; eaacero@utp.edu.co
[2] Licenciado en Matemáticas, Magister en Ciencias Matemáticas y Doctor en Ciencias de la Educación; Profesor Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; oscarf@utp.edu.co

impacto que tienen estas metáforas en el proceso de enseñanza en el docente y en los estudiantes. También se encuentra un análisis detallado que busca que el lector pueda comprender qué idea tenía el docente y cómo entendió el estudiante esta idea.

El análisis de las metáforas usadas en clase para la enseñanza del concepto de los números enteros se hace por medio de la recolección de datos: clases grabadas, fotografías, encuestas y también algunos videos; esto con el fin de estudiar cada aspecto que interviene en una clase de matemáticas, posterior a esta recolección de la muestra se hace el análisis de resultados mediante la organización de los datos adquiridos en tablas estadísticas, gráficos y un estudio en general.

Es importante resaltar que la investigación tiene varias facetas: una evaluando a un docente que no conoce de las metáforas en la clase, después de que al docente se le haya grabado y analizado su clase se procede con la grabación de la segunda clase, pero antes se realiza una retroalimentación al docente sobre el resultado de la incidencia de las metáforas usadas en la primera clase, posteriormente se hace la segunda grabación, pero impartida a un grupo diferente. Luego se continúa con las grabaciones del segundo docente en la cual se enseñará el mismo tema, pero desde la perspectiva de un profesor que conoce del lenguaje metafórico.

Finalmente, este proyecto pretende dar herramientas de análisis en la enseñanza del concepto de número entero que puedan ser usadas por otros docentes en sus clases, además deja abierta la exploración para futuros trabajos investigativos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En la investigación se usan los siguientes instrumentos teóricos basados en las teorías cognitivas y la epistemología relacionadas con la teoría cognitiva de la matemática, la metáfora conceptual de (Lakoff y Núñez 2000), metáforas que nos piensan de (Lizcano, 2006), la teoría del análisis de contenido como metodología en la investigación y la estructuración del concepto de los números enteros.

2.1. Teoría cognitiva de las matemáticas: La teoría cognitiva de la matemática abre las diversas posibilidades de enseñanza teniendo en cuenta los conocimientos previos del estudiante, claramente consiste en el intercambio de conocimiento a partir del diálogo, (Pina, F. H., & Ayala, E. S. 1997, pg. 26) describe la teoría cognitiva de la matemática como un medio por el cual los conceptos matemáticos enseñados se abordan desde los saberes previos del estudiante, "Skemp sostiene que las matemáticas son un sistema de conceptos que se organizan a niveles más altos de abstracción" (Holmes, 1985 citado en Pina, F. H., & Ayala, E. S. 1997, pg. 26), Pina, F. H., & Ayala, E. S. 1997, continúa el texto argumentado que "para comprender los conceptos matemáticos los niños deben integrarlos en sus propias estructuras" e indaga en los diversos ejemplos de una clase de matemáticas enseñada a los niños pequeños, allí muestra como a los niños se les enseña a partir de los conceptos previos que tienen de su entorno y se plantea la relación de los nuevos conceptos matemáticos con lo ya conocido para ellos.

2.2. Pensamiento metafórico: Un ejemplo de metáfora expuesto Lakoff y Núñez (2004, p. 43) es "UNA DISCUSIÓN ES UNA GUERRA" en esta metáfora se sugiere la relación entre dos conceptos completamente diferente la "discusión" y "la guerra"[1]. Este vínculo que se crea entre dos conceptos aparentemente diferentes es propio del nexo que indirectamente el hombre ha creado a nivel cultural.

2.2.1. El origen de la metáfora: No es arbitrario el origen de las metáforas, estas surgen de diversas formas y por diversas causas. Se atribuye que surgen a partir de la experiencia o a la percepción (Grady 1999 citado en Soriano 2012 p. 89).

2.2.2. Concepto de metáfora. El concepto de metáfora se construye a partir de los aportes históricos que datan de Aristóteles. A pesar de que durante mucho tiempo no se concibió a la metáfora de una forma sistémica y de que se le atribuyera sólo propiedades lingüísticas, hoy en día es posible determinar que es más que esto. "Aristóteles fue el primer pensador que trató sistemáticamente el tema de la metáfora, este menciona que la metáfora es traslación de nombre del género a la especie o viceversa o por analogía" (Aristóteles ,1974, citado en Arango 2019, p.34). Después de este gran avance en lo que concierne a la estructura de la metáfora y en cómo lejos de ser aparentemente superficial, se convierte entonces en un significativo avance en torno al análisis del pensamiento metafórico y cómo este es expresado.
Se ha demostrado recientemente que la metáfora aborda un significado más profundo, estos estudios concernientes a la metáfora le atribuyen a esta la propiedad de "enseñar un concepto mediante otro", es decir un término abstracto puede ser comprendido mediante un término del concepto más concreto, así lo manifiesta Lakoff y Núñez (2000, p. 39). Un ejemplo claro de esta afirmación es el uso de las expresiones metafóricas de nuestro lenguaje que evidencian esta propiedad de las metáforas y puede explicar la naturaleza (o el trasfondo de esta). La expresión "EL TIEMPO ES DINERO" representa una típica expresión metafórica la cual describe el trasfondo mencionado anteriormente. Esta frase es explicada mediante las aclaraciones expuestas por Lakoff y Johnson (2004)

2.2.3. Clasificación de metáforas: En cuanto a la definición usada por Lakoff y Johnson (1995) se encuentras varias metáforas conceptuales entre ellas tres tipos de las cuales se basan frases metafóricas usadas por los docentes en las clases analizadas en el proyecto. Estas metáforas se denominan: metáforas orientacionales, metáforas ontológicas y metáforas estructurales, estas están inmersas dentro de la comunicación a partir de miles de años de transformaciones y adaptaciones a nivel cultural.

2.3. Número entero: Según el artículo de Fernández (2011) "las configuraciones epistémicas asociadas a la ley de los signos" se plantean ciertas pautas para tener en cuenta a la hora de abordar el concepto del número entero en el aula, en este se plantea la importancia de la contextualización y de cómo esta estrategia podría contribuir al aprendizaje específicamente del producto de los números enteros.

---

[1] "Una parte de la red conceptual de la batalla caracteriza parcialmente el concepto de discusión, y el lenguaje le sigue la corriente. Puesto que las expresiones metafóricas de nuestro lenguaje se encuentran enlazadas con conceptos metafóricos de una manera sistémica, podemos usar expresiones lingüísticas metafóricas para estudiar la naturaleza de los conceptos metafóricos y alcanzar una comprensión de la naturaleza metafórica de nuestras actividades" (Lakoff y Núñez, 2004, p. 43)

2.3.1. Construcción histórica del concepto de número entero: Las concepciones de los números de acuerdo con la posición según datan los historiadores fueron originalmente obtenidas por los babilonios, ellos desarrollaron un sistema de numeración basado en el lugar y el orden del número, lo cual fue un avance valiosísimo para las civilizaciones siguientes "Este sistema apareció por vez primera alrededor de 1900-1800 a. C. (Sánchez, 2012 p.50). No todas las sociedades desarrollaron el concepto de número entero al mismo tiempo, específicamente la concepción del número cero era absurda para muchas sociedades ya establecidas y desarrolladas. Un ejemplo de esta postura era la civilización griega, quienes por temor a lo desconocido o al vacío no concebían la idea del cero (Fernández, 2010). La adaptación al lenguaje matemático del número entero negativo surge de las diversas necesidades que aquejan en el momento del conteo. "Se dice que los números negativos tienen su origen en la práctica matemática pues los matemáticos de tiempo atrás al realizar manipulaciones matemáticas llegaron a formulas algebraicas (resolver una ecuación lineal de la forma $x + a = 0$, ***donde a es un número positivo)*** que no tenían solución en los números naturales" (Sánchez, 2012 p.58).

2.3.2. Definición de número entero: se usan varias definiciones formales de diversos autores como lo son las definiciones que se menciona en el Cálculo de Apóstol (1973) y también de algunos textos del Ministerio De Educación Nacional.

3. METODOLOGÍA: La metodología está diseñada con el fin de analizar datos recolectados en algunas clases (3 clases) sobre el concepto de número entero (dos de las clases las dictará el docente 1 y la otra clase la dictará el docente 2). Los datos que se pretenden recolectar son las metáforas usadas por los docentes (las cuales serán extraídas de las frases metafóricas usadas en las clases), se analizará la coincidencia entre los conceptos enseñados por el docente (1 y 2) y lo que los estudiantes entendieron de estas explicaciones (COINCIDENCIA 1), posteriormente se realizará un análisis detallado de la explicación dada del profesor y las definiciones formales del término enseñado (COINCIDENCIA 2), finalmente se analizará la relación (coherencia) que existe entre la COINCIDENCIA 1 y la COICIDENCIA 2 a esta relación se le llamará INCIDENCIA. Esta "incidencia" es directamente relacionada con el aprendizaje del concepto de número entero. Para realizar dichas relaciones se usará la escala Likert (Hernández et al., 2006, p.341) como insumo fundamental

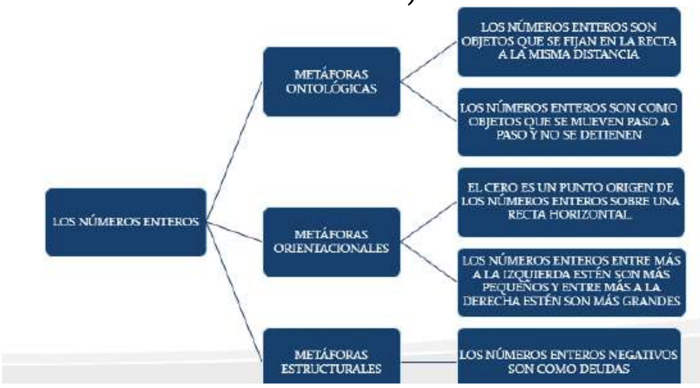
3.1 Tablas y figuras: Las muestras recolectadas mediante encuestas tanto al docente como a los estudiantes fueron analizadas de la siguiendo un orden, cada clase analizada tuvo una duración máxima de 50 minutos

Tabla 1. *Resumen de asignación de toma de muestras y duración de las clases. Elaboración propia*

Número de clase	Docente	Número de estudiantes	Duración de la clase
CLASE 1	DOCENTE 1	27	42 minutos
CLASE 2	DOCENTE 1	24	41 minutos
CLASE 3	DOCENTE 2	20	50 minutos

Tras realizarse la recolección del material audio grabado, fotografías y las encuestas se procede al análisis de cada uno de los discursos de los docentes. Un ejemplo de los análisis recolectados se presenta a continuación, en donde se analizan el tipo de metáforas conceptuales presente en el primer discurso impartido por la DOCENTE 1 en su primera clase de números enteros:

Figura 1. Clase 1 Docente 1 (Esquema relacional del pensamiento metafórico del docente 1)



En este caso se realiza la organización del esquema teniendo en cuenta que las metáforas que están en primer lugar son el mayor tipo de metáforas usadas por la Docente 1. en la clase 1. En este caso predomina en el discurso metafórico de la docente las metáforas ontológicas, seguidas de las metáforas orientacionales y finalmente se encuentran las metáforas estructurales. Luego de realizar el análisis del discurso metafórico se analizan el tipo de encuestas y se realiza la comparación de resultados (de acuerdo con la estala Likert) concernientes a las respuestas otorgadas por las docentes y las respuestas dadas por sus estudiantes. Esta comparación entre "Docente, ¿Ud. Que quiso decir cuando dijo …" y al estudiante "Estudiante, ¿Ud. que entendió cuando la docente dijo…" se obtienen varios resultados en donde se muestra el grado de Coincidencia 1 tiene el docente con sus estudiantes en cada una de las metáforas identificadas.

3.2 Acrónimos: Frase metafórica 1 del docente 1 (F1D1)

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De acuerdo con los análisis recolectados sobre cómo fue la Incidencia 1 (comparativo entre lo que la docente dijo y lo que el estudiante entendió) en su primera clase se obtuvo la siguiente tabla en la cual el color verde indica que hubo una coincidencia positiva:

Tabla 2. Análisis de coincidencia 1 de metáfora del Docente 1 – clase 1

	5	4	3	2	1				Coincidencia		
	Muy De Acuerdo	De Acuerdo	Indiferente	En Desacuerdo	Muy En Desacuerdo	Suma	Frec Rel (3)	Suma Pond	Promedio	Media Pond	Med Pon/Prom
F1D1	4	14	0	4	4	26	0,00%	88	3,3846154	5,8666667	1,7333333
F2D1	11	13	0	0	2	26	0,00%	109	4,1923077	7,2666667	1,7333333
F3D1	10	10	2	1	3	26	7,69%	101	3,8846154	6,7333333	1,7333333
F4D1	12	6	4	3	1	26	15,38%	103	3,9615385	6,8666667	1,7333333
F5D1	2	13	5	4	2	26	19,23%	87	3,3461538	5,8	1,7333333
F6D1	6	7	4	3	6	26	15,38%	82	3,1538462	5,4666667	1,7333333
F7D1	3	11	2	6	4	26	7,69%	81	3,1153846	5,4	1,7333333
F8D1	1	15	4	2	4	26	15,38%	85	3,2692308	5,6666667	1,7333333
F9D1	1	19	5	0	1	26	19,23%	97	3,7307692	6,4666667	1,7333333
F10D1	0	23	1	0	2	26	3,85%	97	3,7307692	6,4666667	1,7333333
F11D1	1	17	7	1	0	26	26,92%	96	3,6923077	6,4	1,7333333
F12D1	5	16	4	0	1	26	15,38%	102	3,9230769	6,8	1,7333333
F13D1	11	3	5	5	2	26	19,23%	94	3,6153846	6,2666667	1,7333333
F14D1	11	5	7	2	1	26	26,92%	101	3,8846154	6,7333333	1,7333333
SUMA	78	172	50	31	33	364		1323	3,6346154		
Frec Rel	21,43%	47,25%	13,74%	8,52%	9,07%						
MAX	12	23	7	6	6						
MIN	0	3	0	0	0						

Conclusiones

- La frase metafórica 2 del docente 1 (F2D1) tuvo la mayor incidencia positiva en el grupo con un puntaje de 4,19 en el promedio ponderado de la coincidencia 1 y también 5 en la coincidencia 2.
- En el discurso metafórico de docente 1 en su clase 1, de docente 1 en su clase 2 y del docente 2 en su clase 1 predominan las metáforas ontológicas.
- La coincidencia 1 del docente 1 tuvo valores sobre 3
- La incidencia del docente 1 en su primera clase fue negativa en casi todas las frases metafóricas usadas.
- La incidencia del docente 1 en la segunda clase sobre números enteros mejoró.
- Hacer el análisis de las metáforas usadas en clase puede incidir de forma positiva en próximas experiencias con la enseñanza en este caso del concepto de número entero.

5. REFERENCIAS

FERNÁNDEZ, O. (2010). Pensamiento Matemático de los Mayas, una creación metafórica. Entre Ciencia e Ingeniería, 4(8), 174-188.

Sfard, A. (2009). Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Pina, F. H., & Ayala, E. S. (1997). Enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria, la: una experiencia didáctica. EDITUM.

LAKOFF, G. Y NÚÑEZ, R. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. New York.

Pina, F. H., & Ayala, E. S. (1997). Enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria, la: una experiencia didáctica. EDITUM.

LIZCANO, E. (2006). Metáforas que nos piensan. Sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones. Creative Commons 2.1.

APOSTOL, T., (1976). Análisis Matemático. 2nd ed. Editorial Reverté.

Fernández, O. Gonzáles, J. Escobar, C. (2011). Configuraciones Epistémicas Asociadas A La Ley De Los Signos. Scientia et Technica. Año XVII, (No 47,), 240-243.

Lakoff, G., & Johnson, M. (2004). Metáforas de la vida cotidiana (Sexta ed.). Madrid, España: Cátedra.

Soriano, C. (2012). La metáfora conceptual. En I. Ibarretxe, & J. Valenzuela, *Lingüística cognitiva* (págs. 87 - 109). Barcelona, España: Anthropos.

Sánchez, O. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza de (z,+, .) a estudiantes de septimo grado.* Tesis de Maestría , Universidad Tecnólogica de Pereira, Pereira.

JOGOS DE LINGUAGEM DE ALUNOS SURDOS: EM FOCO A OPERAÇÃO MULTIPLICAÇÃO

Francisca Melo Agapito[1], Leda Maria Giongo[2], Morgana Domênica Hattge[3]

Resumo

O artigo objetiva analisar as matemáticas praticadas por um grupo de alunos surdos do 4° e 5° Anos Iniciais de uma Escola Bilíngue para Surdos localizada no município de Imperatriz, estado do Maranhão/Brasil. As lentes teóricas são do campo da Etnomatemática em seus entrecruzamentos com as ideias de Ludwig Wittgenstein e conceitos de Michel Foucault. O material empírico é constituído de observações, filmagens, fotos, materiais produzidos por oito alunos surdos nas aulas de Matemática. O exame do material mostrou que os jogos de linguagem dos alunos surdos têm especificidades, mas também apresentam semelhanças de família com aqueles vinculados Matemática Escolar. Há a valorização por parte das professoras acerca dos jogos praticados pelos alunos surdos e na emergência dos jogos de linguagem da forma de vida analisada há distintos modos de matematizar.

Palavras-chave: Escola Bilíngue para Surdos, Etnomatemática, Semelhanças de família.

Abstract

The article aims to analyze the mathematics practiced by a group of deaf students from the 4th and 5th Initial Years of a Bilingual School for the Deaf located in the municipality of Imperatriz, state of Maranhão/Brazil. Theoretical lenses are from the field of Ethnomathematics in their intersection with the ideas of Ludwig Wittgenstein and concepts of Michel Foucault. The empirical material consists of observations, footage, photos, materials produced by eight deaf students in mathematics classes. Examination of the material showed that the language games of deaf students have specificities, but also have family similarities with those linked to School Mathematics. There is an appreciation on the part of teachers about the games played by deaf students and in the emergence of language games of the analyzed way of life there are different ways of mathematizing.

Keywords: Bilingual School for the Deaf, Ethnomathematics, Family Similarities.

1. INTRODUÇÃO

Na Escola Bilíngue para Surdos a mediação dos processos de ensino e aprendizagem é baseada na proposta educacional bilíngue. Isto é, a língua natural do surdo, no caso do Brasil, a Língua Brasileira de Sinais (Libras) é utilizada como primeira língua, ao passo que, a Língua Portuguesa adentra nesse cenário educacional como segunda língua na modalidade escrita. Neste espaço, a cultura surda é amplamente valorizada e difundida, propiciando que as aprendizagens se concretizem tendo como base as características deste grupo. E aqui incorporamos as matemáticas que podem emergir a partir de suas expressões culturais.

---

[1]Doutora em Ensino; Docente da Universidade Federal do Maranhão-UFMA; Brasil; franciscaagapito@gmailcom
[2] Doutora em Educação; Coordenadora do PPG Ensino-Universidade do Vale do Taquari-Univates; Brasil; igiongo@univates.br
[3] Doutora em Educação; Docente do Centro de Ciências Humanas e Sociais e do PPG Ensino-Universidade do Vale do Taquari-Univates; Brasil; mdhattge@univates.br

Nesse sentido, buscamos aproximações com a perspectiva Etnomatemática tecida a partir das lentes teóricas de Knijnik et al. (2013), que entendem a Etnomatemática como uma caixa de ferramentas, possibilitando investigar os discursos sobre a matemática escolar e acadêmica, além do exame sobre os jogos de linguagem e suas semelhanças de família. Neste estudo, em particular, nos interessa a segunda parte da conceituação, ou seja, as investigações de Ludwig Wittgenstein em seu período de maturidade, para sustentar nossas discussões.

Assim sendo, com os aportes que sustentam a investigação, consideramos que alunos surdos inseridos num contexto educacional bilíngue realizam práticas matemáticas que estão vinculadas aos seus artefatos culturais. Tal assertiva orientou a questão desta investigação: quais jogos de linguagem emergem com a operação multiplicação a partir das práticas matemáticas de um grupo alunos surdos dos Anos Iniciais de uma escola bilíngue do município de Imperatriz/MA/Brasil? Para visualizar alguns desses jogos fomos ao campo empírico da pesquisa e realizamos observações, filmagens das aulas de Matemática nas turmas do 4° e 5° Anos Iniciais, utilizamos também o diário de campo e materiais produzidos pelos alunos.

Dito isto, o texto está estruturado como segue. Na continuidade desta breve introdução tecemos alguns apontamentos sobre a perspectiva Etnomatemática que baliza nossas discussões e enfocamos alguns pontos que se remetem ao contexto bilíngue para surdos, buscando interlocuções com a Etnomatemática. Descrevemos os caminhos metodológicos, alguns achados da pesquisa e argumentamos as possibilidades de construções de conhecimentos matemáticos a partir de outros modos.

2. ETNOMATEMÁTICA E EDUCAÇÃO BILÍNGUE PARA SURDOS: POSSIBILIDADES DE INTERLOCUÇÕES

A perspectiva Etnomatemática que embasa nossa investigação encontra sustentação diante das ideias de Ludwig Wittgenstein em seu período de maturidade. Suas argumentações sobre a negativa de uma linguagem universal, são assonantes com os questionamentos empreendidos sobre a ocorrência de uma linguagem matemática universal. Como afirma Condé (2004), o filósofo desnaturaliza a linguagem como algo fixo, uma essência que esteve sempre ali. O que ocorre são possibilidades de entendimentos outros para as palavras, sua significação depende do contexto, como é usada e para que propósito.

Pautada nessa premissa, isto é, de que não há garantias fixas de que a linguagem seja única, Knijnik (2016, p. 21) indaga "[...] também a existência de uma matemática única e com significados fixos". Sendo assim, os estudos de Wittgenstein tem sido potentes "[...] para seguir pensando as coisas da Etnomatemática" (KNIJNIK, 2016, p. 19), visto que esse campo da Educação Matemática propicia uma variedade de usos, suscitando que distintas matemáticas possam emergir e assim novas possibilidades sejam consideradas no ensino e na aprendizagem desta disciplina.

Ademais, diante do posicionamento de Wittgenstein, cabe ainda o registro sobre a produção de múltiplas linguagens, conforme o contexto que se apresenta. Segundo o filósofo, "[...] essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos" (WITTGENSTEIN, 2014, p. 27). O filósofo descreve ainda que todos esses processos podem ser concebidos como jogos de linguagem, porque são entendidos como "[...] a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada" (IBIDEM, p. 22). Seguindo esse parecer, podemos aludir que, no ensino de

Matemática, algumas atividades que são particulares, se enquadram em processos que configuram-se como jogos de linguagem.

Acerca desse aspecto, Giongo (2008, p. 152) também afirma que "[...] os jogos de linguagem e as regras que os constituem estão fortemente imbricadas pelo uso que deles fazemos, ou seja, é parte integrante de uma determinada forma de vida". Em outros termos, para adquirir sentido um determinado jogo de linguagem deve estar inserido em um contexto específico, com vivências de um grupo social que possui práticas culturais, as quais, o fazem ter sentido mediante o uso. Logo, com estes apontamentos nosso olhar direciona-se para o contexto educacional bilíngue para surdos.

A Educação bilíngue para surdos visa a aprendizagem destes sujeitos tendo como elemento motriz suas especificidades linguística e cultural. Seu desenvolvimento ocorrendo em escolas específicas possibilita a constituição de um espaço em que a língua de sinais flui de modo amplo, a visualidade está presente nos processos de ensinar e aprender, enfim é imprescindível que a "[...] educação oferecida para pessoas visuais deve contemplar um currículo visual, uma pedagogia visual, uma metodologia visual" (NASCIMENTO; COSTA, 2014, p. 165). Além disso, destacamos a trocas entre semelhantes que partilham a mesma condição, a socialização com pessoas fluentes na língua de sinais, em suma, os discursos ali presentes valorizam a diferença surda, que é utilizada como propulsora para as aprendizagens.

Diante do exposto, consideramos as possibilidades para interlocução com a Etnomatemática. Com base nas teorizações aqui expressas e nos processos que ocorrem numa Escola Bilíngue para Surdos, entendemos que alunos surdos dos Anos Iniciais realizam ações que podem ser configuradas como jogos de linguagem matemáticos. Consideramos que, estes como um grupo cultural específico, usuários de uma língua própria, isto é, a Libras, realizam práticas matemáticas que ganham sentido no interior de suas formas de vida.

Nessa lógica, buscamos aproximações com a perspectiva Etnomatemática como discute Knijnik et al. (2013), visto que este campo da educação matemática valoriza as matemáticas produzidas por grupos como indígenas, camponeses, entre outros, considerando "[...] especificamente suas *formas de organizar, gerar e disseminar os (conhecimentos matemáticos) presentes em suas culturas*" (WANDERER, 2014, p. 183) [grifos nossos]. Em síntese, com estes apontamentos nossa incursão ao campo de pesquisa buscou visualizar práticas que possivelmente convergissem com nossas teorizações. Para tanto, destacamos inicialmente os caminhos metodológicos para dar conta de encontrar respostas à nossa questão orientadora.

3. CAMINHOS METODOLÓGICOS

Os caminhos metodológicos utilizados para esta investigação iniciaram com a solicitação de liberação da pesquisa na Secretaria de Educação do município que a referida escola se situa. A seguir esta foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa para apreciação, após aprovação os demais passos foram sendo delineados. O campo empírico da pesquisa foi uma escola que tem a proposta educacional bilíngue para surdos como base para os processos de ensino e aprendizagem. Criada em 2012, é a primeira instituição do estado do Maranhão/Brasil a utilizar tal proposta. Atualmente funciona em período de tempo integral atendendo alunos surdos da educação infantil, Anos Iniciais (1° ao 5°) e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

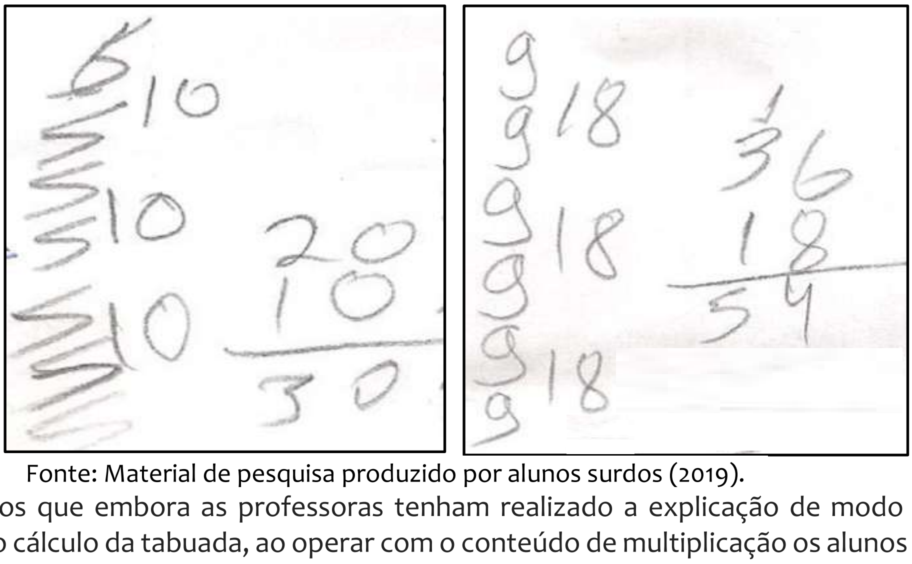
Na incursão a este *lócus* realizamos os convites às professoras e aos pais dos alunos surdos que prontamente assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Para os alunos foram assinados os termos de assentimento de menor. Nesse sentido, participaram as professoras das turmas do 4° e 5° Anos Iniciais e oito alunos, sendo quatro de cada ano, de uma escola bilíngue para surdos, no município de Imperatriz/MA/Brasil.

O material da pesquisa foi constituído de observações, excertos do diário de campo das pesquisadoras, filmagens, registros fotográficos e materiais produzidos pelos alunos surdos nas aulas de Matemática. Tendo estes materiais em mãos seu escrutínio se deu com base nas teorizações da perspectiva Etnomatemática discutida neste texto, além da análise de discurso como propõe Michel Foucault. Nessa perspectiva, os discursos são "[...] práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam" (FOUCAULT, 2016, p. 60). Logo, como ensina o filósofo, o empreendimento analítico é a partir do que dizem e das regras que os conformam, não havendo o interesse em buscar algo oculto sobre o que seria. Com as ideias propostas por Wittgenstein, temos o embasamento para examinar jogos de linguagem no contexto investigado, buscando semelhanças de família com a Matemática Escolar. Em suma, estas lentes nos propiciaram embasamentos para as análises que seguem na próxima seção.

4. EMERGÊNCIA DOS JOGOS DE LINGUAGEM DE ALUNOS SURDOS E ALGUNS APONTAMENTOS

Com base no material gerado no campo empírico identificamos que os alunos surdos têm distintas formas de realizar cálculos do conteúdo multiplicação. Registramos inicialmente que todos os processos eram realizados por meio da Libras; assim o exemplo que citamos é 6x5=. Foi constatado que para resolver este cálculo, alguns alunos surdos fizeram a decomposição, seguido do processo de adição, isto é: 5+5+5+5+5+5, em seguida agruparam entre pares, 5+5, o resultado das somas iniciais foram calculadas, ou seja, 10+10, e finalizaram a soma 20+10. A Figura 1 (imagem à esquerda) demonstra a explicação. Ao lado apresentamos outro exemplo, o resultado de 6x9 desta recorrência identificada nas duas turmas investigadas.

Figura 1. Modo de calcular multiplicação realizado por alunos surdos

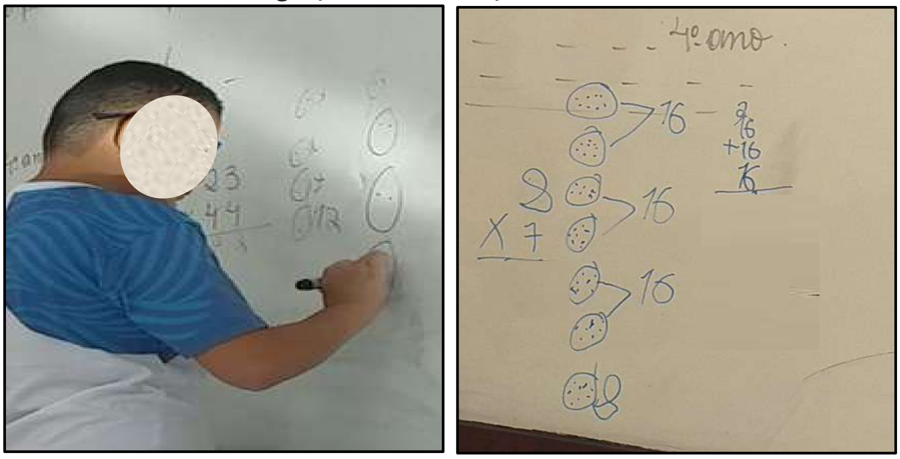


Fonte: Material de pesquisa produzido por alunos surdos (2019).

Averiguamos que embora as professoras tenham realizado a explicação de modo direto, conforme o cálculo da tabuada, ao operar com o conteúdo de multiplicação os alunos surdos seguiram um modo específico. Importante pontuar que foram identificadas várias recorrências nas turmas do 4° e 5° Anos Iniciais, sendo expressas por todos os alunos investigados. Na análise realizada confirmamos que há semelhanças de família entre os jogos de linguagem praticados pelos alunos e aqueles oriundos da Matemática Escolar, isto porque o uso de decomposição, agrupamento e adição são próprios desta forma de vida. Nossa assertiva ganha sustentação diante do explanado por Knijnik (2017, p. 50) ao enfocar que jogos de linguagem de outras formas de vida "[...] podem ser consideradas como "matemáticos", porque identificamos semelhanças de famílias entre tais jogos e aqueles nos quais fomos escolarizados no mundo ocidental".

Outro procedimento evidenciado foi o uso de círculos para representar cálculos de multiplicação. Neste modo de calcular foram identificadas diferentes formas de uso, quais sejam: círculos sem pontos, círculos com pontos, círculos sem pontos e agrupamentos em pares e círculos com pontos e agrupamentos em pares. Dentre estas, apresentamos na Figura 2 duas recorrências distintas, isto é, círculos com pontos e círculos com pontos e agrupamentos em pares.

Figura 2. Multiplicação com uso de círculos com pontos e círculos com pontos e agrupamentos em pares



Fonte: Das autoras (2019).

O uso de círculos se dava para representar um dos algarismos da multiplicação e os pontos para o outro. Como exemplo enfocamos na Figura 2 (imagem à esquerda) o cálculo 23 x 44 realizado por um dos alunos. Na parcela inicial 3x4 os círculos representavam o algarismo 4 (multiplicador) e os pontos no interior o algarismo 3 (multiplicando). Em seguida o aluno realizou as adições e escreveu ao lado de cada círculo a soma referente ao resultado, isto é, no primeiro círculo registrou o número 3, no segundo o 6 e assim sucessivamente. Outro ponto relevante que convém registrar reside na representação visual dos círculos por parte dos alunos. Tal ação converge com um de seus artefatos culturais – a experiência visual –, pois como argumenta Perlin (2012, p. 56) a cultura surda "[...] é disciplinada por uma forma de ação e atuação visual". Sendo assim, compreendemos que esta maneira de desenvolver os cálculos constitui-se um dos modos de apreensão da forma de vida surda, diante de determinadas situações em que sintam necessidade de representação visual para otimizar seu entendimento.

Pontuamos também a valorização por parte das professoras, isto é, elas incentivaram os jogos de linguagem expressos pelos alunos surdos no desenvolvimento dos cálculos. Ao permitir que seus modos pudessem ser incorporados à sistematização proposta percebemos uma abertura muito produtiva para a emergência de outras formas de matematizar. Diante dessa confirmação podemos aludir que as matemáticas que emergiram na forma de vida analisada puderam se articular, propiciando que houvesse uma otimização das construções de conhecimentos.

Retomando a analítica realizada no campo empírico desta pesquisa, constatamos que há a valorização dos jogos de linguagem ali gestados e que estes possuem uma gramática específica. Diante das recorrências também denotamos que há semelhanças de família com os jogos oriundos da Matemática escolar, ou seja, o uso de decomposição, adição e agrupamentos entre pares. Outro fator relevante se refere as dissimilitudes dentro da forma de vida em análise, isto é, o uso de círculos com ou círculos com pontos e agrupamentos em pares, entre outros.

Nesta ótica, como explicita Wittgenstein (2014), em uma mesma forma de vida pode haver dessemelhanças. Complementa essa assertiva Condé (2004, p. 57), ao ratificar que "[...] ainda que uma semelhança de família possibilite analogias, ela também permite perceber as diferenças". Este aspecto nos permite confirmar ainda que há diferenças dentro um mesmo grupo cultural e que estas podem ser extremamente produtivas, ou seja, diante da diversidade constatada podemos argumentar sobre a relevância de tal valorização, pois, a heterogeneidade das práticas que emergiram possivelmente responderam às necessidades de cada sujeito que se encontrava imerso naquele grupo.

Logo, este estudo ratificou as possibilidades de interlocução entre a perspectiva Etnomatemática por nós abordada e a educação bilíngue para surdos. Esta praticada em escola específicas permite que os artefatos culturais sejam amplamente difundidos e valorizados, como consequência diferentes aprendizagens matemáticas podem se materializar, tais como as identificadas na operação multiplicação. Por fim, registramos a relevância da Etnomatemática investigar mecanismos outros que possibilitem a apropriação de conceitos matemáticos que talvez sejam necessários aos diferentes grupos culturais, mitigando assim as fronteiras ainda existentes na construção de tais conhecimentos.

REFERÊNCIAS

Condé, M. L. L. (2004). *As teias da razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna*. Belo Horizonte, Argvmentvm Editora.

Foucault, M. (2016). *A arqueologia do saber*. – 8 ed. – Rio de Janeiro: Forense universitária.

Giongo, I. M. (2008). *Disciplinamento e Resistência dos Corpos e Saberes: Um estudo sobre a educação matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação, Unisinos, São Leopoldo.

Knijnik, G.; Wanderer, F.; Giongo, I.; Duarte, C. G. (2013). *Etnomatemática em movimento.* – 2 ed. –Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Knijnik, G. (2016). *Um modo de teorizar no campo da pesquisa em educação matemática.* In: Wanderer, F; Knijnik, G. Educação matemática e sociedade. São Paulo: Editora Livraria da Física.

_______ (2017). *A ordem do discurso da matemática escolar e jogos de linguagem de outras formas de vida*. Revista Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 10, n. 22 – Seção Temática, p. 45-64.

Nascimento, S. P. de F. do; Costa, M. R. (2014). *Movimentos surdos e os fundamentos e metas da escola bilíngue de surdos: contribuições ao debate institucional*. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, Edição Especial n. 2/2014, p. 159-178.

Perlin, G. (2012). Identidades Surdas. In: Skliar, C. (2012). A *surdez: um olhar sobre as diferenças*. 3. ed. Porto Alegre: Editora Mediação, p. 51-74.

Wanderer. F. (2014). *Educação, jogos de linguagem e regulação*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Wittgenstein, L. (2014). *Investigações filosóficas.* 9 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista Universitária São Francisco.

5 TO
ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

PROCESOS DE RESOLUCIÓN EN UNA TAREA AUTÉNTICA Y UNA NO AUTÉNTICA: EL CASO DE UNA ESTUDIANTE DE BACHILLERATO

David Nexticapan Cortes[1], Estela Juárez Ruiz[2]

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo analizar los procesos de resolución de una tarea no auténtica y su rediseño a una auténtica por una estudiante de segundo año de nivel media superior a través de una entrevista clínica. Se realizó un análisis cualitativo mediante el método heurístico de las cuatro fases de Polya. Los resultados del análisis indicaron que la estudiante no tuvo éxito en la resolución de la tarea no auténtica porque ésta no cumplía el aspecto de información y datos, uno de los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström para tareas auténticas, sin embargo, cuando la tarea se volvió auténtica gracias a la retroalimentación de expertos, la estudiante, comprendió mejor el problema, fue capaz de configurar un plan, lo ejecutó llevando a cabo un razonamiento inductivo con el uso de variables y relacionó sus resultados en otros contextos.

Palabras claves: *Autenticidad, método de Polya, resolución de problemas, tarea.*

Abstract

The purpose of this work is to analyze the resolution processes of a non-authentic task and its redesign to an authentic task by a high school second-year student through a clinical interview. A qualitative analysis was performed using the heuristic method of the four phases of Polya. The results of the analysis indicated that the student didn't succeed in solving the non-authentic task because it didn't meet the information/data aspect, one of the five aspects proposed by Palm and Nyström for authentic tasks, however, when the task became authentic thanks to expert feedback, the student had a better understanding of the problem, was able to configure a plan, executed it, carried out inductive reasoning with the use of variables, and related her results in other contexts.

Key words: *Authenticity, Polya's method, problem solving, task.*

1. INTRODUCCIÓN

Es importante hacer una cuidadosa selección de problemas contextuales que permitan una amplia variedad de estrategias de solución, preferiblemente estrategias de solución que en sí mismas reflejen una posible ruta de aprendizaje. Se trata que los estudiantes, quienes al principio no poseen herramientas matemáticas suficientes, las reinventen a partir de abordar problemas presentados en contextos y situaciones realistas (Gravemeijer y Terwel, 2000).

En sus estudios, Palm (2006) mostró que un aumento en la autenticidad de la tarea, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea,

[1] Licenciado en Actuaría; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; david.nexticapan@alumno.buap.mx
[2] Doctora en Matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; estela.juarez@correo.buap.com

aumentó la tendencia de los estudiantes a usar su conocimiento del mundo real de manera efectiva en la solución a problemas verbales.

El objetivo general de este trabajo consiste en analizar los procesos de resolución de un problema no auténtico y un auténtico que realiza una estudiante de nivel media superior mediante el método heurístico de Polya.

La pregunta de Investigación que se ha planteado es: ¿Qué procesos realiza una estudiante de nivel medio superior cuando resuelve una tarea no auténtica versus una auténtica, a través del método heurístico de Polya?

De esta forma, en este trabajo se propone plantear a una estudiante una tarea, la cual consiste en la resolución de una situación problema con dos preguntas. Inicialmente la tarea será no auténtica y después auténtica, para observar sus procesos cognitivos de resolución a través del método de Polya mediante una entrevista clínica y comprobar la afirmación de Palm (2006) en la cual una modificación del texto en la tarea puede ayudar a que el alumno la resuelva más fácilmente.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Podemos partir de una definición ya clásica de problema:

> Un problema es una tarea por lo que: el individuo o el grupo que se confronta con éste quiere o tiene necesidad de hallar una solución; no existe un procedimiento inmediatamente accesible que garantice o determine en modo completo las soluciones; el individuo o grupo deben hacer un esfuerzo para hallar una solución" (Lester, 1983, citado en Pozo, 1994, p. 5).

Los autores Margolinas et al. (2013) definieron tarea como todo aquello que el profesor utiliza para realizar demostraciones matemáticas, para el seguimiento del aprendizaje del estudiante o para solicitar que los estudiantes hagan algo. En ese sentido, el término tarea abarca, por ejemplo, la realización de ejercicios rutinarios o repetitivos, la construcción de objetivos o ejemplos que refuercen las definiciones, o la resolución de problemas. Lupiáñez (2016) afirmó que las tareas tienen por objetivo movilizar el conocimiento de los estudiantes sobre un tema determinado, activar sus competencias estratégicas, contribuir a su desarrollo y reflexionar sobre el uso de las matemáticas.

2.1 Autenticidad de las tareas

La teoría de tareas auténticas de Palm (2006) alude a la correspondencia entre problemas verbales y situaciones del mundo real. Palm propuso los siguientes aspectos de las situaciones de la vida real que se consideran importantes en su simulación: el evento, la pregunta, información y datos, la presentación, las estrategias de solución, las circunstancias, los requisitos de solución y el propósito en el contexto figurativo, algunas de ellas con diversos sub-aspectos.

Posteriormente, Palm y Nyström (2009) en su trabajo propusieron sólo cinco aspectos como los más importantes que debe cumplir una tarea para que se considere auténtica. Las definiciones de estos aspectos se presentan a continuación:

Evento. El evento descrito en la tarea escolar haya tenido lugar en la vida real o tenga alta probabilidad de ocurrir.

Pregunta. La pregunta en la tarea escolar es una que en realidad podría plantearse en el evento de la vida real descrito.

Propósito en el contexto de la tarea. El propósito de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes en la situación escolar como lo sería en la situación de la vida real correspondiente.

Uso del lenguaje. La tarea escolar no incluye, por ejemplo, términos difíciles que impidan a los estudiantes la resolución de las tareas.

Información/datos. Se refiere a la existencia entre la información disponible en la tarea escolar y la información disponible en la situación simulada.

2.2 Método heurístico de las cuatro fases de Polya

Polya (1965) explicó que lo natural ante la resolución de un problema es que primero se deba familiarizar con el problema como un todo; esto estimula la memoria. Ya visualizado se tiene claro qué se tiene que resolver, y, una vez que suceda este proceso, se comprende el problema; aquí ya se aíslan las partes y se comienza a resolver por partes el problema.

Primera Fase: Comprender el problema. Consiste en la compresión del problema, es la fase del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas.

Segunda Fase: Concepción de un plan. Polya (1965) afirmó que tenemos un plan cuando sabemos, al menos "grosso modo", qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita.

Tercera Fase: Ejecución del plan. Es aquí donde los estudiantes aplican las operaciones pertinentes estipuladas en el plan y el docente es un guía que está pendiente y direcciona el trabajo del estudiante.

Cuarta Fase: Visión retrospectiva. Los estudiantes realizan un análisis y reflexión de todo el proceso resolutivo, y para ello, el docente es guía en esta fase.

3. METODOLOGÍA

El tipo de investigación utilizado para este trabajo es del tipo cualitativa. Para la recolección de datos se llevó a cabo una entrevista clínica realizada a una estudiante de 16 años que cursaba el segundo año de nivel media superior en el ciclo escolar 2019-2020, en una escuela privada ubicada en la Ciudad de Puebla, México. Se escogió intencionalmente a esta informante por su gusto y capacidad estratégica en la resolución de problemas matemáticos y por ser una estudiante promedio en el área.

Para el desarrollo de esta investigación se utilizó como instrumento un problema extraído de un libro de texto, diseñado para estudiantes de segundo año de nivel media superior como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Problema aplicado durante la entrevista clínica.

Un almacén informa que a partir de la siguiente semana aumentará 10% el precio de una computadora portátil, al tiempo que anuncia una rebaja de 10% en todos los artículos para esos días.

1. ¿Me conviene comprar el equipo antes de que aumente de precio, o cuando aplique la rebaja?
2. ¿Cómo podría predecir cuál será el nuevo precio para cualquier computadora, bajo estas condiciones?

Este problema fue sometido a juicio de expertos para validar su autenticidad con base en los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009) descritos anteriormente. La retroalimentación de los expertos nos indicó que esta tarea no era auténtica al no cumplir el aspecto de información y datos, pero que al asignarle un precio específico a la computadora portátil tendría más sentido en la vida real y cumpliría los cinco aspectos de autenticidad.

El procedimiento para la recolección de datos consistió en realizar la entrevista clínica a la informante proporcionándole inicialmente el problema no auténtico (Figura 1) para analizar sus procesos de resolución. Posteriormente, se le ofreció a la informante el mismo problema ya auténtico para su resolución al pedirle que le asignara un precio a la computadora portátil. El análisis de sus procesos cognitivos de resolución de las tareas no auténtica inicialmente y auténtica después, se realizó utilizando las cuatro fases de método heurístico de Polya (1965).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Análisis de la tarea no auténtica

Al entregar el problema impreso se observó que la estudiante no se tomó el tiempo para analizar detalladamente la primera pregunta y como consecuencia dio una respuesta intuitiva sin realizar ningún procedimiento matemático explícito.

En el análisis de la primera fase del método de Polya la estudiante aparentemente comprendió el enunciado verbal y las dos preguntas porque fue capaz de replantearlo con sus propias palabras. Sin embargo, erróneamente identificó que la incógnita era buscar el precio de una computadora portátil para después aplicarle los porcentajes, lo que implicó una dificultad en la comprensión del problema.

El hecho de que el precio de una computadora aumentara un 10% y disminuyera un 10% causó una confusión en la estudiante, pues le resultaba contradictorio. Además, se dio cuenta de que, si tuviera como dato el precio de la computadora, el problema estaría mejor planteado y sería más fácil de resolver. Esta observación por parte de la estudiante coincidió con la retroalimentación de los expertos al carecer de especificidad en los datos, aspecto considerado por Palm y Nyström (2009) para la autenticidad de una tarea.

Se procedió a analizar la fase dos del método de Polya donde el plan de la estudiante era responder a la primera pregunta calculando el 10% del precio de la computadora mediante una regla de tres, pero se dio cuenta de que no podía hacerlo por falta de datos, por lo que procedió a concebir un plan para responder a la segunda pregunta en la cual su plan consistió en plantearse una ecuación.

Esto dio paso al análisis de la fase 3 donde la estudiante utilizó a la variable x como el precio de la computadora para finalmente plantearse una ecuación errónea igualando precio con porcentajes (ver Figura 2) y considerando sólo el 10% de descuento sin tomar en cuenta el 10% de aumento., concluyendo que el precio para cualquier computadora portátil bajo las condiciones del problema era de 90.

Figura 2: Ecuación planteada por la informante para responder la segunda pregunta del problema.

$$x = 100 - 10$$
$$x = 90$$

Finalmente, en el análisis de la fase 4, la estudiante justificó erróneamente que su respuesta satisfacía las condiciones del problema porque está explícito un valor desconocido que representa el precio de la computadora y además porque tenía la rebaja aplicada. La estudiante no se da cuenta de su error.

4.2 Análisis de la tarea auténtica

Analizando una vez más la fase 1 del método de Polya, la estudiante ya no consideró como incógnita el precio de la computadora, sino el valor del porcentaje que se le aplicará. Ya con un precio fijo, la estudiante pudo explicar el problema con sus propias palabras y a la par tuvo un plan para el proceso matemático que iba a realizar, lo cual establece una conexión con la fase dos. Sin embargo, siguió prevaleciendo en el antes y después de la autenticidad de la tarea, la confusión del aumento del 10% y el descuento del 10%.

Una vez que la estudiante fijó el precio para la computadora le quedó claro que el plan para responder a la primera pregunta era hacer una regla de tres como lo había querido hacer antes de la autenticidad de la tarea. Para la solución de la segunda pregunta, la estudiante llevó a cabo un razonamiento inductivo en el cual fue de lo particular (un precio fijo) a lo general (un precio cualquiera) utilizando ahora dos variables x representando al precio de la computadora y con la variable y el 10% del precio de la computadora.

Cuando la estudiante ejecutó su plan para la primera pregunta, se hizo evidente su confusión del aumento del 10% y el descuento del 10%, porque realizó procesos erróneos que la regresaron al precio inicial que había considerado para la computadora portátil. En la segunda pregunta, la estudiante obtuvo una expresión correcta para determinar el precio de cualquier computadora con su aumento del 10% (ver Figura 2).

Figura 5. Fórmula para dar respuesta a la segunda pregunta de la tarea auténtica.

$$\begin{array}{l} 100 - x \\ 10 - y \end{array} \qquad \underline{x + (x)(10) \div 100 = y}$$

Finalmente, la estudiante asegura que sus respuestas son correctas porque aplicó correctamente los porcentajes y porque la fórmula encontrada sirve para resolver problemas similares con la simple sustitución de valores.

4.3 Conclusiones

Se resalta el orden en la ejecución de los procesos de la estudiante resolutora del problema, pues cuando la tarea no precisó un precio para la computadora portátil (tarea no auténtica), no pudo plantear la expresión algebraica para responder la segunda pregunta, sin embargo, cuando la tarea fue auténtica pudo realizar un proceso inductivo para tratar de llegar al resultado resolviendo el problema con un precio conocido (inciso 1 del problema) y luego hallando la expresión para el caso de un precio arbitrario (inciso 2 del problema). Este resultado muestra que es necesario proponer problemas secuenciados que lleven al estudiante de lo particular a lo general, para reforzar sus procesos inductivos y para mejorar la comprensión de la modelación matemática como solución de un problema.

Finalmente, los resultados de esta investigación sugieren que en el aula se trabaje bajo la resolución de problemas auténticos para una mejor comprensión del problema y así los estudiantes puedan concebir un plan de un amplio catálogo de estrategias sin encuadrarlos en metodologías o procedimientos algorítmicos para que puedan ejecutarlo sin dificultad permitiendo desarrollar su razonamiento inductivo y sus capacidades estratégicas. Asimismo, que las tareas se propongan en grados escalonados de dificultad, permitiendo que los estudiantes desarrollen esquemas conceptuales que les permitan no tener una carga cognitiva intrínseca excesiva que les impida realizar sus procesos adecuadamente.

5. REFERENCIAS

Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, *32*(6), 777–796.

Lupiáñez, J. (2016). Lo ordinario y lo extraordinario en el aula de Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *15*, 253–268.

Margolinas, C., Ainley, J., Bolite, J., Doorman, M., Kieran, C., Leung, A., Ohtani, M., Sullivan, P., Thompson, D., Watson, A., & Yang, Y. (2013). Introduction. En A. Watson, M. Ohtani, J. Ainley, J. Bolite, M. Doorman, C. Kieran, A. Leung, C. Margolinas, P. Sullivan, D. Thompson, & Y. Yang (Eds.), *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI study 22*.

Palm, T. (2006). Word problemas as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learningn of Mathematics*, *26*(1), 42–47.

Palm, T., & Nyström, P. (2009). Gender Aspects of Sense Making In Word Problem Solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 59–76.
Polya, G. (1965). Primera parte En el salón de clases. En G. Polya (Ed.), *Cómo plantear y resolver problemas* (1a ed., Vol. 136, pp. 25–46). TRILLAS.

Pozo, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo & M. del P. Pérez (Eds.), *La solución de problemas* (pp. 14–50). Santillana.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA COMERCIAL

Maritza Galindo Illanes[1], Adriana Breda[2]

Resumen

Se identifica la interpretación geométrica de la derivada (IGD) que presentan 91 estudiantes de ingeniería comercial de una universidad privada chilena en la asignatura de cálculo aplicado a los negocios. Con herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, se analiza el uso de procedimientos, argumentos, propiedades, representaciones y definiciones relacionados a la IGD presentes en la resolución de cinco problemas abiertos. Los resultados indican que los estudiantes presentan dificultades para construir el significado de la recta tangente como límite de rectas secantes, que la concepción euclídea de la recta tangente a una curva dificulta la comprensión de la interpretación geométrica de la derivada, dificultades al realizar operaciones para calcular la pendiente de una recta y al operar con funciones.

Palabras claves: *Interpretación geométrica de la derivada, Estudiantes de Ingeniería Comercial, Enfoque Ontosemiótico.*

Abstract

The geometric interpretation of the derivative (IGD) that 91 students of commercial engineering from a Chilean private university present in the subject of calculation applied to business is identified. With theoretical tools of the ontosemiotic approach to cognition and mathematical instruction, the use of procedures, arguments, properties, representations and definitions related to the IGD present in the resolution of five open problems is analyzed. The results indicate that students present difficulties in constructing the meaning of the tangent line as the limit of secant lines, that the Euclidean conception of the tangent line to a curve makes it difficult to understand the geometric interpretation of the derivative, difficulties in performing operations to calculate the slope of a line and when operating with functions.

Key words: *Geometric Interpretation of the Derivative, Commercial Engineering Students, Ontosemiotic approach.*

1. INTRODUCCIÓN

El objeto derivada (y sus diferentes modos de representación) es uno de los más utilizados en ingeniería comercial (IC), específicamente en microeconomía. Sin embargo, la literatura muestra la complejidad cognitiva de la derivada (consecuencia de los diferentes significados que a lo largo de la historia se han asociado al objeto derivada) manifestada, entre otras, en las dificultades sobre la comprensión gráfica de la derivada de la función en

[1] Mg. Educación superior mención pedagogía universitaria; Universidad San Sebastián; Chile; maritza.galindo@uss.cl
[2] Dra. Educación en Ciencias y Matemáticas; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@ub.edu

un punto (García, Azcarate y Moreno, 2006) y en la compresión de la relación de los modos de representación gráfico, numérico y analítico en contextos gráficos (Asiala et al, 1997).

En ingeniería comercial, el objeto derivada es utilizado para la modelización de fenómenos y el estudio de los procesos de tomas de decisiones de agentes económicos, lo cual implica tanto la comprensión de los conceptos económicos y matemáticos, como la relación entre ellos (García, Azcarate y Moreno, 2006). Por otra parte, la investigación, devela dificultades en la aplicación de los objetos matemáticos a contextos económicos y se evidencian dificultades para la interpretación de representaciones gráficas de la derivada en contextos económicos por parte de los estudiantes (Ariza y Llinares, 2009).

En la línea de profundizar en las dificultades relacionadas con la interpretación gráfica de la derivada de los estudiantes de las ciencias económicas, el objetivo de la investigación que se presenta es analizar cómo usan la interpretación geométrica de la derivada 91 estudiantes de ingeniería comercial de la Facultad de Economía y Negocios de una universidad privada chilena, en cinco problemas (que se podían resolver con el significado geométrico de la derivada) resueltos durante la implementación de una secuencia de tareas para trabajar la derivada.

2. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

En el EOS se asume que la actividad matemática tiene como objetivo la resolución de tareas/problemas. Como resultado de un proceso de problematización, el sujeto, o la institución, asume resolver un problema, realizando, para ello, prácticas matemáticas. Para su realización y para la interpretación de sus resultados como válidos, se necesita, además del problema, poner en funcionamiento otros objetos matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2019). En la resolución es necesario el uso de lenguajes (verbales, simbólicos, etc.), que son la parte ostensiva de una serie de definiciones, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de los argumentos que permiten resolver el problema. En consecuencia, cuando un sujeto realiza y evalúa una secuencia de prácticas matemáticas, activa un conglomerado formado por situaciones-problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulados en lo que, en términos del EOS, se llama una configuración de objetos primarios (Font, Godino y Gallardo, 2013).

De acuerdo con el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019), por interpretación geométrica de la derivada se entiende las prácticas que realiza el alumno para resolver problemas en los que el significado geométrico de la derivada (entendido como pendiente de la recta tangente) tiene un papel relevante en la resolución, lo cual implica concebirla también como "conocimiento y aplicación de las normas" que regulan la práctica y los objetos primarios que intervienen en ella (problemas, procedimientos, proposiciones, definiciones y argumentos). En particular se han considerado cinco problemas que se pueden resolver con el significado geométrico de la derivada y se ha analizado el uso de los procedimientos, proposiciones, argumentos, representaciones y definiciones, presentes en las respuestas de 91 estudiantes de ingeniería comercial de la Facultad de Economía y Negocios de una universidad privada chilena.

3. METODOLOGÍA

Participaron en la investigación 91 estudiantes de IC de segundo año que cursaron la asignatura de cálculo aplicado a los negocios, exclusiva para estos estudiantes, que tiene como requisitos haber cursado y aprobado las asignaturas de métodos cuantitativos y álgebra.

La trayectoria didáctica (TD) tuvo una duración de 3 semanas, con 3 sesiones semanales de 80 minutos. Las 9 sesiones se dividieron en tres etapas: i) la primera de ellas (sesiones 1, 2, 3 y 4) tuvo como objetivo construir el concepto de la pendiente de una recta tangente a una curva C en un punto A sobre la curva, como límite de las pendientes de las rectas secantes; ii) la segunda (sesiones 5 y 6) tuvo como objetivo utilizar la definición de la derivada de f en el punto A como la pendiente de la recta tangente que intersecta f en el punto A; iii) la tercera (sesiones 7, 8 y 9) tuvo como objetivo transitar de la derivada de una función en un punto a la definición formal de la función derivada.

A continuación, se presentan las imágenes de los 5 problemas utilizados en las diferentes etapas de la TD cuya resolución nos permitió identificar en las respuestas de 91 estudiantes el uso (o no) de procedimientos, proposiciones, argumentos, representaciones y definiciones.

Los problemas 1, 2 y 3, permiten evaluar la interpretación de la recta tangente como límite de rectas secantes.

Imagen 1: Problema 1

Determinar la pendiente de las rectas secantes a la curva $y = f(x) = x^2$ que contienen los puntos P y Q, donde $P(1,1)$ y Q está dado en las siguientes tablas que debe completar:

Punto Q	(2.5,6.25)	(2,4)	(1.5,2.25)	(1.25,1.5625)	(1.1,1.21)	(1.01,1.0201)
Pendiente de PQ						

Punto Q	(0,0)	(0.5,0.25)	(0.75,0.5625)	(0.9,0.81)	(0.99,0.9801)	(0.999,0.9980)
Pendiente de PQ						

Observando la tabla, determine el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x) = x^2$ en el punto $P(1,1)$.

Fuente: Galindo, Chamorro y Alvarado (2018)

Imagen 2: Problema 2

Utilice su teléfono para escanear el siguiente código QR o acceda al siguiente link https://ggbm.at/pPAJ6Zf8.

Fije el punto A sobre la curva y aproxime el punto B (perteneciente a la gráfica de la función f), hacia el punto A

a) Luego de realizada la manipulación de la animación explique con sus propias palabras el concepto de recta tangente de f en el punto A.
b) ¿A qué valor se aproximan las pendientes de las rectas secantes, cuando nos acercamos al punto A.
c) explique con sus propias palabras por qué puede determinar la pendiente de la recta tangente f en el punto de abscisa 4 y determine su valor.

Fuente: Chamorro, Galindo y Alvarado (2018)

Imagen 3: Problema 3

Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 5x^2 + x$ en el punto de abscisa $x = 1$.

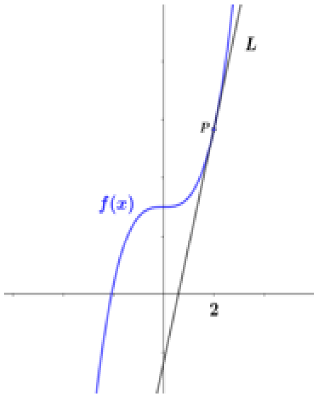
Nota: Para determinar la pendiente de la recta tangente debe utilizar la definición.

Fuente: Galindo et al. (2018)

Mientras que, los problemas 4 y 5 nos permite evaluar el impacto que tiene, en la construcción de la interpretación geométrica de la derivada por los estudiantes, la concepción euclídea de la recta tangente a una curva.

Imagen 4: Problema 4

Considerando el gráfico de la función f. Determine la derivada de f en el punto de abscisa 2, si se sabe que la recta L es tangente a la gráfica de f en el punto P de abscisa 2 y ésta intersecta al eje x en $7/12$ y corta al eje y en $-7/3$.



Fuente: Chamorro et al. (2018)

Imagen 5: problema 5

Sea f es una función real cualquiera. ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera? Justifique cada una de las alternativas que a su juicio son falsas.

a) La derivada de f en un punto A es igual a la recta tangente que contiene al punto A.

b) La pendiente de una recta tangente cualquiera es igual a la derivada de f en el punto A.

c) La derivada de f en el punto A es igual a la pendiente de la recta tangente que intersecta f en el punto A.

d) La pendiente de una recta que contiene al punto A es igual a la derivada de f en el punto A.

Fuente: Galindo et al. (2018)

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación, por motivos de espacio, en las siguientes tablas se presentan los resultados obtenidos en cuatro de los problemas mencionados en la metodología, resueltos por 91 estudiantes de ingeniería comercial. En la primera columna se presentan solo las acciones principales relacionadas con la interpretecion geometrica de la derivada que deben ser realizadas , en la segunda columna se presentan solo los objetos primarios determinantes puestos en juego, en la tercera columna se presenta el porcentaje de alumnos que realizaron correctamente la acción y, en la cuarta columna, se presenta el porcentaje de alumnos que no la realizaron correctamente .

Tabla N°1: Resultados problema 1 (n=91).

Acciones para la IGD	Objeto primario	Sí	No
Identifica y utiliza correctamente la fórmula de la pendiente de una recta (conocidos dos puntos) para completar la tabla.	Procedimiento	79%	21%

Determina el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto solicitado.	Procedimiento (cálculo de la pendiente de la recta tangente como el límite de las pendientes de las rectas secantes)	16%	84%

Fuente: las autoras

* Si no se tienen en cuenta los errores de cálculo al calcular la pendiente, el porcentaje llega a 98% (que son los que escriben correctamente la fórmula de la pendiente de una recta conocidos dos puntos de ella).

Tabla N°2: Resultados problema 2 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Explica correctamente el concepto de recta tangente a una curva en el punto A (como límite de las rectas secantes)	Definición	42%	58%
Determina correctamente el valor al que se aproximan las pendientes de las rectas secantes a la curva	Procedimiento	77%	23%
Determina correctamente el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva en x=4, además justifica adecuadamente.	Argumento/Procedimiento	22%	78%

Fuente: las autoras

Tabla N°3: Resultados problema 3 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Identifica la ecuación de la recta, que deberá construir.	Representación	32%	68%
Identifica la pendiente de la recta tangente utilizando la definición simbólica de límite.	Definición	28%	72%
Calcula correctamente f (a+h) y f (a) para luego reemplazarlo en la definición de pendiente de una recta tangente	Procedimiento	18%	82%
Calcula correctamente el límite propuesto en la definición.	Procedimiento	3%	97%
Determina la pendiente de la recta tangente igualándola al resultado del límite.	Procedimiento	2%	98%
Construye correctamente la ecuación de la recta tangente.	Procedimiento	0%	100%

Fuente: las autoras

Tabla N°4: Resultados problema 4 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Identifica correctamente la fórmula de pendiente	Definición	86%	14%
Identifica correctamente los puntos pertenecientes a la recta que le permitirán realizar el cálculo de pendiente	Representación	68%	32%
Utiliza correctamente la fórmula de pendiente	Procedimiento	60%	40%
Relaciona correctamente la pendiente de la recta tangente a la curva con la derivada de la función en el punto de tangencia	Definición	33%	8%

Fuente: las autoras

Finalmente, considerando los resultados obtenidos se puede concluir que un 16% (Tabla 1) y un 22% (Tabla 2) de los estudiantes construye el significado de la recta tangente como límite de rectas secantes.

Además, en un grupo, no menor de estudiantes, la interpretación euclídea de la recta tangente a una curva (como la que toca a la curva en un solo punto) dificulta la construcción de la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente que, a su vez, es el límite de rectas secantes, ya que sólo el 33% de los estudiantes asocia la pendiente de la recta tangente a una curva con la derivada de la función en el punto de tangencia (Tabla 4). Este resultado es coherente con las investigaciones en torno a la recta tangente a una curva de Biza, Christou y Zachariades (2008), Biza y Zachariades (2010), Santi (2011) y Orts, Llinares y Boigues (2018).

5. AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

6. REFERENCIAS

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, *16*(4), 399-431.

Ariza, A., y Llinares, S. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económico en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 121-136.

Biza, I., Christou, C. & Zachariades, T. (2008). Student perspectives on the relationship between a curve and its tangent in the transition from Euclidean Geometry to Analysis. *Research in Mathematics Education*, *10*(1), 53-70.

Biza, I., & Zacharides, T. (2010). First year mathematics undergraduate's settled images of tangent line. *The Journal of Mathematical Behavior*, *29*(4), 218-229.

Chamorro, D., Galindo, M., & Alvarado, H. (2018). Diseño de enseñanza de la derivada mediante Flipped Classroom dirigido a estudiantes de ingeniería. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 32). Universidad de Medellín, Colombia

Font, V., y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 69, 33-52.

Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(1), 97-124.

Galindo, M., Chamorro, D., & Alvarado, H. (2018). Dificultades de comprensión sobre la derivada en estudiantes de ingeniería. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 32). Universidad de Medellín, Colombia.

García, L., Azcárate, C., y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 85-116.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.

Orts, A., Llinares, S., y Boiges, F. (2018). Trayectorias de aprendizaje del concepto de recta tangente en alumnos de Bachillerato. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(3), 121-40.

Santi, A. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics*. 77 (2-3), 285-311.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

UNA INTRODUCCIÓN A LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES GEOMÉTRICOS: ANÁLISIS DE UNA TAREA REALIZADA POR ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO.

Eliana Pulido Orellano[1], Evelyn Ariza Muñoz[2], José Antonio González Calero[3]

Resumen

En la presente comunicación se expone el análisis de una tarea con el proceso de generalización de patrones geométricos realizada por estudiantes de sexto grado, esta tarea hace parte de una secuencia de enseñanza propuesta en el curso de un trabajo de investigación como medio para realizar una aproximación al álgebra. Para este análisis se tienen en cuenta las estrategias empleadas por los estudiantes y las principales dificultades que emergen cuando resuelven la tarea. En los resultados sobresale que los estudiantes prefieren las estrategias aditivas y que se encuentran en diferentes niveles de la trayectoria de aprendizaje por lo que se prioriza el trabajo individual.

Palabras claves: *Generalización, patrones geométricos.*

Abstract

In this paper we present the analysis of a task with the process of generalization of geometric patterns carried out by sixth grade students. This task is part of a teaching sequence proposed in the course of a research paper as a means to make an approach to algebra. This analysis takes into account the strategies employed by the students and the main difficulties that arise when they solve the task. The results show that students prefer additive strategies, which are found in different levels of learning path, hence individual work is prioritized.

Key words: *Generalization, geometric patterns.*

1. INTRODUCCIÓN

Las tareas con patrones geométricos presentan en su enunciado los primeros términos de una secuencia mediante representaciones gráficas, cuya forma y cantidad de elementos que las constituyen aumentan siguiendo un patrón. En estas tareas se pide continuar la secuencia encontrando el número de elementos que conforman las siguientes representaciones gráficas, hasta encontrar una expresión algebraica para el término general de la secuencia (Arbona et al., 2017) Este tipo de tareas ha sido utilizada por diferentes autores como Radford (2006, 2015); Rivera (2009, 2013); Zapatera y Callejo (2014); Zapatera

(2018a, 2018b) como medio para iniciar la enseñanza del álgebra desde los primeros años escolares, pues a través de las tareas con patrones se espera que los estudiantes analicen el

[1] Licenciada en matemáticas; Universidad del Norte; Colombia; edpulido@uninorte.edu.co
[2] Magister en Educación; Universidad del Norte; Colombia; evelynm@uninorte.edu.co
[3] Doctor en didáctica de las Matemáticas; Universidad Castilla La Mancha; España; jose.gonzalezcalero@uclm.es

comportamiento de una secuencia, formulen, refuten y generalicen conjeturas para expresar de forma oral o escrita la fórmula general (Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN], 2006).

El trabajo de investigación en curso pretende contribuir a este campo de investigación mediante el diseño y aplicación de una secuencia de enseñanza sobre generalización de patrones geométricos a estudiantes de sexto grado, como medio para analizar el proceso de generalización, las estrategias que emplean los estudiantes y las principales dificultades que presentan. Esta propuesta se inscribe en las perspectivas teóricas del pre-álgebra, pues pretende mejorar la transición de la aritmética al álgebra.

La investigación que se adelanta se fundamenta en una metodología basada en el diseño y es implementada mediante un estudio de casos con cinco estudiantes de sexto grado de una institución de carácter público del departamento del Atlántico. En la siguiente parte de este documento se esbozan los sustentos teóricos en los que se basa esta investigación, seguidamente se explica la metodología y finalmente se presenta un análisis de los principales resultados obtenidos en una de las tareas de generalización que conforman la secuencia de enseñanza.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Durante años la enseñanza del álgebra ha sido un tema de interés para la investigación en educación matemática debido a las dificultades que presentan los estudiantes en su aprendizaje, autores como (Mason, 1999; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Radford, 2006, 2015; Rivera, 2009, 2013) han concluido que la enseñanza del álgebra debe iniciarse desde los primeros años escolares y que una manera de lograrlo es mediante la generalización de patrones. Los patrones son sucesiones de elementos que se construyen siguiendo una determinada regla, esta regla se ha de deducir a partir del análisis de casos particulares que sirven para generalizar el patrón y continuar la sucesión (Zapatera, 2018a). Según Rivera (2013) el estudiante al trabajar con patrones se enfrenta a dos tareas, una, es que aprendan a identificar puntos variantes e invariantes en cada una de las etapas y la otra, es que adquieran la práctica que para hallar las próximas etapas de un patrón se puede encontrar una expresión general.

Los patrones pueden ser de repetición o recurrencia los que a su vez pueden ser geométricos o numéricos, en este caso en la secuencia de enseñanza se utilizan patrones geométricos porque éstos son una representación gráfica de los términos de una secuencia creciente de números naturales y esta representación está formada por elementos cuya cantidad corresponde al valor del término de la secuencia representado (Arbona, et. al, 2017). En este sentido, los patrones geométricos facilitan al estudiante mediante las representaciones visuales la identificación de los puntos variantes e invariantes de cada figura y a partir de ello la formulación, argumentación, comprobación y generalización de conjeturas sobre los valores de los siguientes términos de la secuencia.

Lo anterior hace parte de habilidades características del pensamiento algebraico, Zapatera (2018b) propone una trayectoria de aprendizaje que permite evaluar el progreso del pensamiento algebraico en los estudiantes. Esta trayectoria está compuesta de 10 niveles que van desde que el estudiante no continúa la secuencia hasta que es capaz de expresar algebraicamente la regla general del proceso inverso. Éstos niveles se han tenido en cuenta para la creación de las tareas y para la organización de ellas dentro de la secuencia de enseñanza, así mismo han servido como referente del proceso de generalización para el análisis de resultados. Este autor también clasifica las estrategias empleadas por los estudiantes al resolver tareas de generalización de patrones geométricos de la siguiente manera:

Estrategias aditivas: El estudiante identifica que en cada término aumenta una diferencia constante, estas estrategias pueden ser de tres tipos (i) Recuento, que son cuando el estudiante encuentra el término solicitado contando de uno en uno sobre un dibujo los elementos que conforman la representación. (ii) Proceso iterativo, se reconoce y utiliza el carácter iterativo de la pauta lineal. (iii) Proceso recursivo, se halla el número de elementos a partir de uno conocido siguiendo el carácter iterativo de la pauta lineal. **Estrategias funcionales:** El estudiante encuentra una expresión para hallar el valor de cada término, que puede ser de generalización local o de generalización global. **Razonamiento proporcional:** El estudiante utiliza razonamientos proporcionales con multiplicaciones o regla de tres y halla erróneamente el valor del término solicitado (Zapatera y Callejo, 2011).

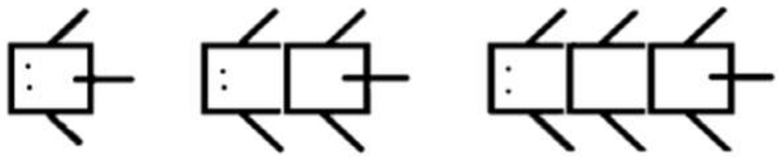
3. METODOLOGÍA

El trabajo de investigación que se está realizando se inscribe metodológicamente en la investigación basada en el diseño de enfoque cualitativo y es aplicada mediante un estudio de casos con cinco estudiantes de sexto grado que no habían recibido instrucción previa sobre la resolución de tareas de generalización de patrones geométricos.

La tarea que se describe a continuación (Véase figura 1) fue desarrollada en la tercera sesión de aplicación de la secuencia de enseñanza, la pregunta *a* de esta tarea pide dos términos cercanos que pueden encontrar fácilmente haciendo un recuento, las preguntas *b* y *c* solicitan el valor de términos próximos para los cuales es conveniente utilizar las estrategias funcionales. En este sentido, con esta tarea se espera que el estudiante exprese verbalmente o por escrito un proceso matemático que le permita hallar el valor de los términos solicitados.

Figura 1. Tarea *Las hormigas.* Fuente: Adaptación de Pulgarín (2015)

Tarea: Las hormigas
Robert y sus amigos están dibujando hormigas utilizando pitillos y cada vez van haciendo una hormiga la van haciendo más grande a la anterior, así como se muestra a continuación:

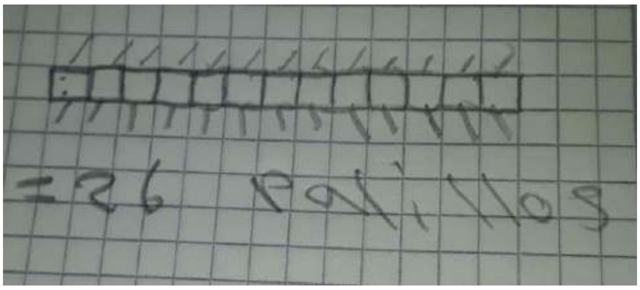


a) ¿Qué cantidad de palillos se necesitan para dibujar la hormiga número 4? y para dibujar la hormiga número 5?
b) Si Robert y sus amigos quieren dibujar la hormiga número 14 ¿cuántos palillos necesitan? ¿Cómo lo sabes?
c) Si quieren dibujar la hormiga número 22 ¿Cuántos palitos necesitan? Explica cómo encontraste el procedimiento.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para el análisis de las respuestas se tuvieron en cuenta las estrategias empleadas por los estudiantes y los niveles de la trayectoria de aprendizaje propuesta por Zapatera (2018b). En la primera pregunta, los estudiantes utilizaron estrategias aditivas, ellos encontraron la cantidad de palillos necesarios para dibujar la hormiga 4 y la hormiga 5 contando de 5 en 5, argumentando que la cantidad de palillos entre cada representación va aumentando en 5. En el siguiente interrogante emplearon estrategias funcionales, sin embargo, uno de ellos se mantuvo en las estrategias aditivas de recuento, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 2: Respuesta del estudiante 2, interrogante *b* de la tarea *Las hormigas*



El estudiante a pesar que hizo la representación gráfica no respetó las estructuras espaciales y numéricas de la secuencia, pues en su dibujo no incluyó la parte final de la hormiga (seis palillos más), de igual manera en el conteo no tuvo en cuenta todos los palillos, solamente contabilizó los que representan las patas de las hormigas, lo que lo hizo llegar a una respuesta errónea. En este sentido, este estudiante en esta tarea presenta características del nivel 0 que describe Zapatera (2018b) porque no fue capaz de continuar la secuencia.

Por otro lado, un caso de un estudiante que utilizó estrategias funcionales es el siguiente:

Investigador [I]: Si Robert y sus amigos quieren dibujar la hormiga número 14 ¿cuántos palillos necesitan? ¿Qué procedimiento harías para saberlo?

Estudiante2 [E2]: sería $6 \times 14 + 1$ porque siempre este palito está de último, entonces … ¿por qué seis y no siete? porque este palillo siempre se repite de último (señala el palillo que se encuentra de manera horizontal sobre el último palillo en posición vertical) o también podría ser cinco, entonces serían 73 palillos.

I: ¿Se necesitarían 73 palillos? ¿Cómo lo hiciste?

E2: Este palillo siempre se repite al final y este que es el complemento de este (señala el último palillo que está en posición vertical), entonces lo que tenía que hacer era contar estos, los demás, multiplicarlos por catorce y sumar los otros tres.

I: ¿Por qué multiplicar por catorce?

E2: Porque dice la hormiga catorce, porque si voy contando de palillo en palillo ¿Cuánto tiempo me demoraría?

I: Exacto, has encontrado una forma más fácil de hacerlo.

El estudiante establece una relación funcional equivalente a $f(14) = 14 \times 5 + 3$, aunque esta expresión presenta un error que el estudiante más adelante corrigió y es que en su justificación expresó como término independiente el número 2 al referirse a los dos palillos que se mantienen constantes en todas las representaciones gráficas, pero al resolver las operaciones sumó 3 en vez de 2, en este sentido, el estudiante estaría en el nivel 5 de la trayectoria de aprendizaje porque fue capaz de expresar la regla general al recurrir de inmediato a una estrategia funcional.

Los resultados obtenidos en esta tarea han permitido concluir que para encontrar las representaciones cercanas los estudiantes prefieren las estrategias aditivas y que debido a que los estudiantes se encuentran en diferentes niveles de la trayectoria de aprendizaje sería pertinente continuar la implementación de la secuencia de enseñanza con actividades individualizadas acordes a las necesidades de cada estudiante.

5. REFERENCIAS

Arbona, E., Beltrán, M., Jaime, A., y Gutiérrez, Á. (2017). Aprendizaje del álgebra a través de problemas de patrones geométricos. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, 86, 39 - 46.

Callejo, M. L., y Zapatera, A. (2014). Flexibilidad en la Resolución de Problemas de Identificación de Patrones Lineales en Estudiantes de Educación Secundaria. Bolema - Mathematics Education Bulletin, 28(48), 64–88. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a04

Mason, J. (1999). La incitación del estudiante hacia el uso de su capacidad natural para expresar generalidad: las secuencias de Tunja. EMA, 4(3), 232-247.

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares básicos de competencias matemáticas. Bogotá, D.C.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author

Pulgarín, J. A. (2015). Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años. Tesis de maestría, Universidad Nacional, Facultad de Ciencias, Medellín, Colombia.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. En S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, y A. Méndez (Eds.), Proceedings of the Twenty Eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (págs. 2-21). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Radford, L. (2015). Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. PNA, 9(3), 129-141.

Rivera, F. (2009). Visual Alphanumeric mechanisms that support pattern generalization. En I. Vale y A. Barboza (Eds.) Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education., (págs. 123 - 136).

Rivera, F. (2013). Teaching and Learning Patterns in School Mathematics Ferdinand Rivera Psychological and Pedagogical Considerations. San José, California, Estados Unidos : Springer. doi: DOI 10.1007/978-94-007-2712-0

Zapatera Llinares, A. (2018a). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y

Primaria. Números, 97, 51–67. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/97/Articulos_04.pdf

Zapatera Llinares, A. (2018b). Cómo los alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 87-114.

Zapatera Llinares, A., y Callejo, M. L. (2011). Nivel de éxito y flexibilidad en el uso de estrategias resolviendo problemas de generalización de pautas lineales. Investigación en Educación Matemática XV, 599-610.

¿QUÉ TIENEN QUE DECIR LAS INVESTIGACIONES EN EL MODELO DNR SOBRE LA INVESTIGACIÓN FUTURA?

Diana Isabel Quintero Suica[1]

Resumen

La consolidación de un panorama investigativo a la hora de iniciar un proyecto de investigación en el marco de grupos de investigación o de programas posgraduales, se configura en uno de los pasos esenciales para nuevas investigaciones. Usando el método de la teoría fundamentada, se analizan 22 reportes de investigación que comportan el empleo del modelo de instrucción DNR, buscando la respuesta a las preguntas ¿Cuáles problemas se han abordado en el campo de investigación, cuando este comporta el modelo de instrucción DNR? y ¿Qué perspectivas de trabajo permanecen vigentes para orientar investigaciones futuras? Se hallan ocho tendencias investigativas y se plantean tres perspectivas de investigación en torno a la caracterización de las formas de entender y de pensar, al principio de razonamiento repetido y a la exploración de contextos escolares.

Palabras claves: *Modelo de instrucción DNR, Teoría Fundamentada, Estado del Arte, Enseñanza y aprendizaje de la matemática.*

Abstract

The consolidation of a research overview when starting a research project in the framework of research groups or postgraduate programs is one of the essential steps for new research. Using the grounded theory method, 22 research reports involving the use of the DNR instruction model are analyzed, seeking the answer to the questions: What problems have been addressed in the research field, when it involves the DNR instruction model? ? and What job prospects remain valid to guide future research? Eight research trends are found and three research perspectives are proposed around the characterization of ways of understanding and thinking, the claim of repeated reasoning and the exploration of school contexts.

Key words: DNR-based model instruction, Grounded Theory, State of Art, Teaching and Learning of mathematics.

1. INTRODUCCIÓN

La consolidación de un panorama investigativo a la hora de iniciar un proyecto de investigación en el marco de grupos de investigación o de programas posgraduales, se configura en uno de los pasos esenciales para identificar y reconocer el trabajo ya hecho por otros, así como establecer los derroteros abordables en estos nuevos proyectos.

En ese sentido, este documento pretende ilustrar avances en la caracterización del panorama investigación en relación con un modelo de instrucción de la enseñanza de las

[1] Estudiante Doctorado en Educación Matemática; Universidad Antonio Nariño; Colombia; dquintero72@uan.edu.co

matemáticas, construido e ilustrado por el docente investigador Guershon Harel[1], el cual se denomina DNR[2], al estudiar los reportes de investigación que comportan dicho modelo. Todo esto, en el marco del desarrollo de una tesis doctoral en el programa de Doctorado de la Universidad Antonio Nariño por parte de la autora del documento.

En singular, y atendiendo a la metodología de la investigación cualitativa, se pretende responder a las preguntas ¿Cuáles problemas se han abordado en el campo de investigación, cuando este comporta el modelo de instrucción DNR? y ¿Qué perspectivas de trabajo permanecen vigentes para orientar investigaciones futuras?

Toda vez que se establece las preguntas que orientan la búsqueda, se procederá a describir el marco de referencia de este modelo, la descripción metodológica del análisis de la información, la cual se basa en el empleo de la Teoría Fundamentada, los resultados hallados y las conclusiones pertinentes del caso.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En el documento ¿Qué es la matemática? Una respuesta pedagógica a una pregunta filosófica, Harel (2008) sienta con claridad las bases de un modelo de instrucción y comprensión de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, construido en sus investigaciones con base en diversas experiencias de aula y de análisis de textos matemáticos.

Basado en una visión Piagetiana del aprendizaje, el modelo DNR comporta tres elementos fundamentales que se interrelacionan entre sí para ofrecer una visión analítica de este, a saber: *i*) ocho premisas, que conforman el sustento epistemológico del modelo; *ii*) cuatro conceptos, que conceptualizan los elementos centrales del aprendizaje; y *iii*) tres principios, denominados Dualidad, Necesidad y Razonamiento repetido, que explican las interrelaciones entre los demás elementos del modelo.

2.1 Premisas.

Como Harel (2018) afirma "El [modelo] DNR tiene ocho premisas; son posiciones filosóficas de teorías ya existentes… " (p. 7). Estas premisas son: Matemáticas, Epistemofilia, Saber, vínculo conocer-conocimiento, dependencia del contexto, enseñanza, subjetividad e interdependencia.

2.2 Conceptos.

Para abordar los conceptos, Harel (2008) llama la atención sobre los actos mentales que involucra el razonamiento humano, tales como interpretar, resolver problemas, conjeturar, entre otros. A partir de estos, se establecen los conceptos "formas de entender" y "formas de pensar" de los actos mentales, como un **producto** y una **característica** cognitiva asociados a estos, respectivamente.

Por ejemplo, al ver el símbolo ½ es posible obtener interpretaciones como "un objeto para dos objetos", "1-1/2" o "un uno y un dos con una barra en medio". Estas intepretaciones son productos del acto mental de interpretar por lo cual se configuran en formas de entender

1 Afiliado al departamento de Matemáticas de la universidad de California, San Diego.
2 ***D***ualidad, ***N***ecesidad y ***R***azonamiento repetido - DNR

el símbolo señalado. Por su parte, la observación repetida de las formas de pensar de un acto mental produce una característica común a todas ellas, la cual se configura en la forma de entender de ese acto mental.

Los otros dos conceptos del modelo DNR son la necesidad intelectual y la justificación epistemológica. La primera definida como una situación problemática que propicia un desequilibrio en las estructuras mentales del individuo y que requiere de una pieza nueva de conocimiento para su comprensión. Por su parte, la justificación epistemológica representa el nivel más alto del conocimiento matemático pues permite reconocer como un concepto nace y se desarrolla a través de una situación problemática (Harel, 2018).

2.3 Principios.

Se establecen en el modelo tres principios, a saber:

- ✓ Dualidad: "Los estudiantes desarrollan formas de pensar solo a través de la construcción de formas de entender, y las formas de entender que ellos producen, son determinadas por las formas de pensar que ellos poseen" (Harel, 2008, p. 19).
- ✓ Necesidad: "Para que los estudiantes aprendan lo que procuramos enseñarles, ellos deben tener una necesidad de aprenderlo, donde "necesidad" se refiere a necesidad intelectual, no una necesidad económica o social." (Harel, 2008, p. 20).
- ✓ Razonamiento repetido: "Los estudiantes deben practicar el razonamiento con el fin de internalizar, organizar y retener formas de entender y formas de pensar" (Harel, 2008, p. 21).

3. METODOLOGÍA

Con el fin de dar respuesta a las preguntas mencionadas en la introducción, se procede con la recolección de la información constituida por reportes de investigaciones que comportan el modelo DNR. Para ello, se realiza una búsqueda en las bases de datos *Springer Link, Science Direct*, *Scopus*, *Taylor and Francis Online*, *Web of Science* y JSTOR, con los descriptores *DNR*, *mathematics*, *DNR perspective* sin fijar un rango de fechas hasta 2019.

Con esta primera búsqueda se encuentran 173 registro iniciales, los cuales son filtrados por medio de la lectura del resumen o *abstract*, consolidando así 22 documentos que son objeto de revisión.

Para el procesamiento de la información se involucra el método de análisis de información cualitativa descrita por el modelo de la teoría fundamentada de Strauss y Corbin (2002), en la cual se hace un análisis microscópico de los datos, leyendo y codificando línea por línea, para luego proceder con la estructuración de los códigos en categorías identificables por sus dimensiones y alcances, y así terminar con una descripción inferencial sobre los hallazgos, que permita la solución de las preguntas planteadas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con el empleo del método de análisis sobre la información recolectadas y los datos seleccionados, se identifican ocho tendencias de problemas investigativos a la hora de abordar pesquisas con el modelo de instrucción DNR, para los tres elementos de este: premisas, conceptos y principios. En el Gráfico 1 se presenta un resumen de lo anterior.

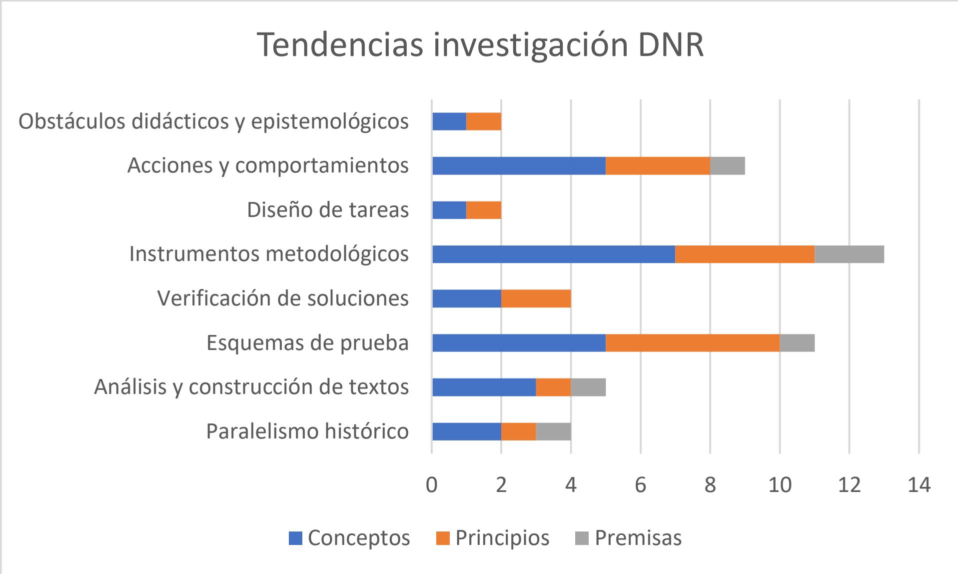


Gráfico 1: Tendencias investigativas para los reportes sobre el modelo DNR

La línea sobre obstáculos didácticos y epistemológicos se ubica la investigación de Harel (2017) en la cual se observa la construcción de conocimiento viable en un experimento de enseñanza orientado al aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales. Así, en el proceso se identifican algunos de los obstáculos didácticos y epistemológicos en la puesta en marcha de dicho experimento.

En la tendencia sobre acciones y comportamientos se ubican las investigaciones de Koichu, Harel y Manaster (2013), Watson y Harel (2013), Harel, Fuller y Soto (2014), y Foster y de Villiers (2016). Estos reportes investigan las acciones y comportamientos de estudiantes y docentes en los niveles universitarios al involucrarse, ya sea, en el aprendizaje de la matemática con una unidad curricular construida con base en el modelo de instrucción, o en la enseñanza de la matemática orientando esta con o sin el modelo de instrucción. Se busca desde esta perspectiva caracterizar dichas acciones y comportamientos para generar modelos de comprensión de los mismo.

Sobre el diseño de tareas se ubica la investigación reportada por Lim (2009), en la que se promueve la reflexión en la elaboración de tareas susceptibles de ser movilizadas en el aula con base en el principio de necesidad intelectual y el principio de necesidad establecidos por el modelo DNR.

Koichu y Harel (2007), Harel y Koichu (2010), Harel (2013c), Harel (2013a), Lockwood (2014), Anzola (2017), Bakar, Suryadi, Darhim, Tonra y Noto (2018), y Harel (2018) constituyen los documentos relacionados con la tendencia de instrumentos metodológicos. Estas investigaciones han abordado la problemática de la creación de instrumentos para la validación de aprendizajes cuando en un contexto particular se han desarrollado actividades de aprendizaje con el modelo. Estos instrumentos pueden ser de enseñanza, de validación, de correlación, entre otros.

Una tendencia que busca la investigación acerca de las motivaciones y modelos de comprensión en el proceso de verificación de una determinada solución a un problema matemático por parte de estudiantes universitarios, la constituyen las investigaciones de Kontorovich (2018) y Kontorovich (2019).

Los esquemas de prueba, una de las mayores tendencias investigas cuando se habla del modelo de instrucción DNR, se representa por medio de las investigaciones de Sowder y Harel (2003), Housman y Porter (2003), Harel (2013c), Harel (2013a), Harel, Fuller y Soto (2014) y Harel (2017). En estas se piensan los esquemas de prueba o demostración como patrones de razonamiento a la hora de realizar la justificación de conjeturas y hechos matemáticos, por lo cual, los esquemas de prueba sirven como ejemplo por excelencia de las formas de pensar postuladas en el modelo DNR.

En la construcción y análisis de textos se incluyen las investigaciones que abordan la construcción de unidades curriculares basadas en el modelo DNR o el análisis de textos con base en los elementos de dicho modelo como, por ejemplo, textos de reconocida enseñanza del álgebra lineal en los Estados Unidos. Así, se hallan los reportes de Harel (2013b), Harel (2013c) y Harel (2019).

Por último, aquellas investigaciones que buscan una comparación o confrontación de experiencias de enseñanza o configuraciones curriculares con el desarrollo histórico de un tema u objeto particular de la matemática, es la esencia de la tendencia de paralelismo histórico. Aquí se incluyen los reportes de Harel (1999) y Harel (2013b).

Con estos hallazgos queda por responder la pregunta ¿Qué perspectivas de trabajo permanecen vigentes para orientar investigaciones futuras? En esta dirección, se toman algunas acotaciones hechas por Sriraman, VanSprosen y Haverhals (2010) en el comentario al modelo DNR, las cuales se revisan a la luz de las tendencias antes presentadas.

Así, se evidencia que aun cuando la investigación analizada tiene un profundo interés en el estudio de las formas de entender y de pensar desde las ocho perspectivas presentadas, prevalecen insuficiencias a la hora de poder reconocerlas y determinarlas en las producciones de los estudiantes. El mismo Harel (2008) plantea la necesidad pedagógica de establecer formas de entender y de pensar deseables para establecer una correspondencia con el diagnóstico inicial de un estudiante. No obstante, tal correspondencia aún no es evidente en las investigaciones analizadas, lo cual constituye un punto de mejora a abordar.

Por otro lado, el principio de razonamiento repetido puede ser caracterizado con mayor profundidad pues, aunque se involucra en algunos de los reportes estudiados, permanecen aún algunas preguntas sobre si es el modo privilegiado para la apropiación de conocimiento y, en caso de serlo, cuánta repetición es necesaria para lograr el efecto deseado.

Por último, la mayor parte de la investigación en torno a este modelo se ubica en la enseñanza de las matemáticas universitarias, ya sea en la formación de docentes o de matemáticos. Muy poca versa sobre un contexto experimental en la educación secundaria, primaria e, incluso, en ambientes extraescolares. Esto supone un nuevo horizonte para confrontar y enriquecer el modelo en estos ambientes experimentales.

5. REFERENCIAS

Anzola, C. (2017). *Avances en la caracterización del pensamiento combinatorio.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

Bakar, M., Suryadi, D., Darhim, D., Tonra, W., & Noto, M. (2018). The association between conceptual understanding and reasoning ability in mathematics: An analysis of DNR-based instruction models. *The 6th South East Asia Design Research International Conference* (p. 1-6). Asia: SEADR.

Foster, C., & de Villiers, M. (2016). The definition of the scalar product: an analysis and critique of a classroom episode. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 750-761.

Harel, G. (1999). Students' understanding of proofs: a historical analysis and implications for the teaching of geometry and linear algebra. *Linear algebra and its applications*, 601-613.

Harel, G. (2008). *What is Mathematics? A pedagogical answer to a Philosophical Question.* California: Universidad de California.

Harel, G. (2013a). Classroom-based interventions in mathematics education relevance, significance, and applicability. *ZDM Mathematics Education*, 483-489.

Harel, G. (2013b). DNR-Based Curricula: The Case of Complex. *Journal of Humanistic Mathematics*, 2-61.

Harel, G. (2013c). The Kaputian Program and Its Relation to DNR-Based Instruction: A Common Commitment to the Development of Mathematics with Meaning. In S. Hegedus, & J. Roschelle, *The SimCalc Vision and Contributions* (p. 437-448). Australia: Springer Science+Business Media Dordrecht.

Harel, G. (2017). The learning and teaching of linear algebra: Observations andgeneralizations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 69-95.

Harel, G. (2018). The Learning and Teaching of Linear Algebra Through the Lenses of Intellectual Need and Epistemological Justification and Their Constituents. In S. Stewart, C. Andrews-Larson, A. Berman , & M. Zandieh, *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra* (p. 3-27). Londres: Springer.

Harel, G. (2018). Types of Epistemological Justifications, with Particular Reference to Complex Numbers. In G. Harel, & A. Stylianides, *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving* (p. 35-47). Londres: Springer.

Harel, G. (2019). Varieties in the use of geometry in the teaching of linear algebra. *ZDM*, 1031-1042.

Harel, G., & Koichu, B. (2010). An operational definition of learning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 115-124.

Harel, G., Fuller, E., & Soto, O. (2014). DNR-Based Instruction in Mathematics: Determinants of a DNR Expert's Teaching. In Y. Li, E. Silver, & S. Li, *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches* (p. 413-437). London: Springer.

Housman, D., & Porter, M. (2003). Proof schemes and learning strategies of above average mathematics students. *Educational Studies in Mathematics*, 139-158.

Koichu, B. (2019). A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In P. Felmer, P. Liljedahl, & B. Koichu, *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher* (p. 43-66). Londres: Springer.

Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 349-365.

Koichu, B., Harel, G., & Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science*, 681-698.

Kontorovich, I. (2018). Non-examples of problem answers in mathematics with particular reference to linear algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 1-12.

Kontorovich, I. (2019). Why do students not check their solutions to mathematical problems? A field-based hypothesis on epistemological status. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1050-1062.

Lim, K. (2009). Provoking Intellectual Need. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 92-99.

Lockwood, E. (2014). A set-oriented perspective on solving counting problems. *For the Learning of Mathematics*, 31-37.

Sowder, L., & Harel, G. (2003). Case Studies of Mathematics Majors'Proof Understanding, Production, and Appreciation. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 251-267.

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada.* Antioquia: Universidad de Antioquia.

Watson, A., & Harel, G. (2013). The Role of Teachers' Knowledge of Functions in Their Teaching: A Conceptual Approach With Illustrations From Two Cases. *Canadian Journal of science, mathematics and technology education*, 154-168.

RELAÇÃO ENTRE O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E O LIVRO DITÁTICO DIANTE DA PROBABILIDADE CONDICINAL

Ciledade Carvalho Figueiredo[1], Auriluci De Queiroz E Silva Coutinho[2]

Resumo

Neste artigo comparamos questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a abordagem de coleções de livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), no Brasil, quanto ao tema Probabilidade Condicional. A pesquisa é qualitativa, do tipo bibliográfica e documental, e analisou livros didáticos e a prova do ENEM 2019. As análises foram feitas à luz da teoria antropológica do didático com o olhar da organização praxiológica e as categorias de contexto, presentes no relatório do exame PISA e em cenários de investigação de Skovsmose. Dentre as constatações da nossa pesquisa, observamos a semelhança no tipo de contexto, o que não ocorre em termos de complexidade das tarefas e técnicas encontradas

Palavras-chave: ENEM, livro didático, probabilidade, Educação Estatística.

Abstract

In this article, we compare questions from the National High School Examination (ENEM) and the approach in textbook collections approved by the National Textbook Program (PNLD), in Brazil, on Conditional Probability. The research is qualitative, bibliographic, and documentary, and analysed three textbooks selected and the ENEM 2019 exam. The analysis was based on the anthropological theory of the didactic, under the praxiological organization perspective and the context categories found in both the PISA report and Skovsmose's landscapes of investigation. One of the findings of our research is the similarity in the type of context, which does not occur in terms of the complexity of the tasks and techniques identified.

Key words: ENEM, Textbook, Probability, Statistical Education.

1. INTRODUCCIÓN

A presente pesquisa tem por objetivo estudar semelhanças e dessemelhanças entre as questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a abordagem feita em coleções de livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), no Brasil, quanto ao tema Probabilidade Condicional. Alguns trabalhos estudam a abordagem dos livros didáticos para o tema Probabilidade, tais como Coutinho (2013) e Coutinho (2019), enquanto outros, como Pereira e Sousa (2016), trabalham sobre a análise das questões do ENEM, e Goulart (2007), sobre a relação entre a abordagem do livro didático para a probabilidade e as questões do ENEM.

Realizado anualmente, o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) colabora para o acesso à educação superior, e os resultados também permitem o desenvolvimento de

[1] unimes, aurilucy@uol.com.br
[2] puc-sp, cileda.coutinho@gmail.com,

estudos e indicadores educacionais no Brasil. O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é mantido pelo Ministério da Educação, e é responsável pela compra e distribuição das coleções aprovadas e escolhidas para todas as escolas públicas brasileiras.

A partir dos resultados observados nesta pesquisa, esperamos contribuir com a formação de professores e com as abordagens realizadas para a probabilidade condicional. Esta pesquisa analisará a questão do ENEM com tema em probabilidade condicional e, a partir dela, buscará em livros didáticos exercícios que tenham tratamento semelhante ao encontrado no ENEM. O texto está organizado em quatro seções: introdução, marco teórico, metodologia e procedimentos metodológicos, e análises e resultados da investigação.

2. MARCO DA PESQUISA

A pesquisa se fundamenta em três pilares: a Teoría Antropológica do Didático - TAD (Chevallard, 1999), os ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000) e as categorías de contexto presentes no relatório 2019 da OCDE sobre o exame Pisa. Quanto à TAD, utilizamos a noção de organização matemática para a análise das questões quanto ao conteúdo matemático. Para isso identificamos as tarefas (ação demandada), as técnicas (a forma de executar essas tarefas) e o discurso metodológico-teórico (discurso que fundamenta as técnicas).

Os ambientes de aprendizagem e as categorías de contexto embasam a análise dos enunciados propostos tanto no ENEM como nos livros didáticos. Segundo Skovsmose, existem seis ambientes, três sob o paradigma do exercício, e três sob o paradigma de cenários de investigação, que classifica segundo três tipos de situação: situação matemática, situação da semi-realidade e situação da realidade.

Em relação às categorias de contexto do exame presentes no relatório da OCDE, são quatro: pessoal, ocupacional, de sociedade e científico, usadas para classificar os itens de avaliação desenvolvidos para a pesquisa do PISA. Discorreremos com mais detalhes sobre nosso marco teórico ao longo das análises à medida que os conceitos pertinentes forem mobilizados.

3. METODOLOGÍA

Esta pesquisa é qualitativa, do tipo bibliográfica e documental. Serão assim analizados livros didáticos (pesquisa bibliográfica) e a prova do ENEM 2019 (pesquisa documental). Nesse ano, a prova do ENEM foi composta de 90 questões, sendo 44 de Matemática e suas Tecnologia, das quais duas mobilizam conhecimentos de probabilidade para sua resolução.

Os procedimentos metodológicos consistem em analisar essa prova do ENEM, identificando as questões relativas à probabilidade e, entre elas, as que tenham como marco teórico a probabilidade condicional. A seguir, definimos as coleções aprovadas e mais negociadas no PNLD2018. Escolhemos as quatro mais negociadas, mas como não tivemos acesso a uma delas, nossa pesquisa se concentrou nas demais três coleções.

Buscamos então o capítulo destinado à abordagem da probabilidade, na seção de probabilidade condicional. Nessa seção, buscamos os exercícios cuja característica seja semelhante à que identificamos na prova do ENEM 2019, que foi aplicada a alunos que cursaram o ensino médio com livros didáticos aprovados no PNLD2018.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Neste item analisaremos a questão do ENEM 2019 que trata de probabilidade condicional, e a questão de um livro didático que se refere ao mesmo tipo de tarefa, buscando identificar possíveis relações a partir da comparação entre os respectivos contextos e técnicas.

Segue a questão proposta no ENEM de 2019, prova azul, analisada neste texto.

Questão 173, prova azul.

Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

A) 0,0500 B) 0,1000 C) 0,1125 D) 0,3125 E) 0,5000

É um problema de probabilidade condicional, cujo contexto é uma semi-realidade em paradigma de exercício (refere-se a um país genérico, ano genérico). Para Skovsmose (2010, p.8),

> A semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é relevante para a resolução do exercício, mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo. Uma semi-realidade é um mundo sem impressões de sentidos (...) de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes. Além disso, toda informação quantitativa é exata (...).

O autor completa a descrição desse ambiente afirmando que se torna possível sustentar apenas uma resposta correta.

Segundo as categorias de contexto anunciadas pela OCDE (2019), podemos classificar o exercício como apresentado em contexto ocupacional, pois é centrado no mundo do trabalho, por envolver cálculo de importo de renda pela Receita Federal. No documento, a OCDE (2019, p 88) afirma que "*os contextos ocupacionais podem estar relacionados a qualquer nível da força de trabalho, de um trabalho sem necessidade de habilidades específicas até o mais alto nível de trabalho profissional.*" Ou seja, temos aqui um exercício proposto na semi-realidade em um contexto ocupacional, mas complexo pela linguagem de sua apresentação, incomum na escola básica, conforme discutiremos mais adiante. Tal complexidade aumenta o grau de dificuldade do exercício, pois o ENEM é um exame a ser realizado em tempo bem definido, e que contém itens de outros campos da Matemática e de outra área do saber (no caso, Ciências da Natureza e suas Tecnologias). A limitação do tempo introduz o fator emocional na organização de um raciocínio suficientemente avançado para a compreensão das etapas a serem desenvolvidas para a resolução do exercício.

Para analisar a complexidade matemática do exercício, nos inspiramos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), conforme Chevallard (1999), particularmente no conceito de Organizações Praxeológicas. Assim, identificamos o tipo de tarefa (T) e a tarefa (t) em jogo, as possíveis técnicas relacionadas ($\hat{o}$) e o bloco tecnológico-teórico que tornam explicam e justificam essa técnica ($[\theta, \Theta]$). Um tipo de tarefa T é a ação demandada no problema em seu enunciado, enquanto a tarefa t particulariza essa ação ao enunciado específico.

A tarefa T identificada é "determinar uma probabilidade condicional P(A/B) sabendo-se o valor de P(B/A) ", enquanto t pode ser enunciada como: "Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta". Apresentamos no Quadro 1 a seguir uma possível técnica a ser usada.

Quadro 1. Técnica $\hat{o}$

1° passo: identificar os dados contidos no enunciado.

Sejam os eventos:

I: declaração inconsistente F: declaração fraudulenta N: declaração não inconsistente

P(I) = 0,20 P(F/I) = 0,25 P(F/N) = 0,0625

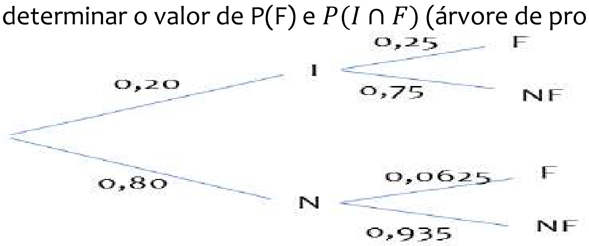
2° passo: identificar a tarefa:

P(I/F)

3° passo: subtarefa t_1 – identificar a propriedade ou definição a ser aplicada

$$P(I/F) = \frac{P(I \cap F)}{P(F)} \qquad \text{eq 1}$$

4° passo: subtarefa t_2 – determinar o valor de P(F) e $P(I \cap F)$ (árvore de probabilidade)



$$P(I \cap F) = 0{,}20 \times 0{,}25 = 0{,}05 \qquad \text{eq 2}$$
$$P(N \cap F) = 0{,}80 \times 0{,}0625 = 0{,}05 \qquad \text{eq 3}$$
$$P(F) = 0{,}05 + 0{,}05 = 0{,}1 \qquad \text{eq 4}$$

5° passo: determinar P(I/F)

$$P(I/F) = \frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = 0{,}5 \qquad \text{eq 5}$$

Fonte: as autoras

Tal resultado indica que a resposta correta é o item E. O discurso tecnológico-teórico é composto pela definição de probabilidade condicional, probabilidade de intersecção de eventos, árvore de probabilidades, todos no campo da teoria de probabilidades.

Observamos que todos os problemas propostos em exames como o ENEM (exames de larga escala) estão no paradigma do exercício, já que não propiciam a reflexão e pesquisa necessária para que sejam categorizados como um cenário de aprendizagem. Isto se justifica pelo fato do ENEM ser uma avaliação e não uma situação de aprendizagem.

Para atingir nosso objetivo, que é o de buscar semelhanças ou dessemelhanças entre o que se avalia no ENEM e o que se aborda no ensino médio pelos livros didáticos, identificamos as coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018 (Brasil, 2018). Entre as oito coleções, escolhemos as quatro mais negociadas com as escolas, segundo tabela do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), disponível no site https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dadosestatisticos. Não tivemos acesso a uma destas. Nas demais, analisamos o capítulo de Probabilidades, particularmente a seção Probabilidade Condicional. Apenas uma, a mais negociada, apresenta um único exercício com um tipo semelhante de tarefa observada no exercício do ENEM. No entanto, percebe-se que a tarefa principal foi subdividida em duas subtarefas que diminuem o grau de complexidade do exercício.

Exercício 36, p.282 – (desafio em dupla)
Um pescador tem 80% de chance de conseguir pescar algum peixe se não chover, e 30%, se chover. Suponha que, em determinado dia, a chance de chover é de 40%. *a - Qual é a chance de o pescador não pescar nenhum peixe* *b - Sabendo que o pescador não pescou nenhum peixe, qual a chance de ter chovido.*

Tal como o problema proposto no ENEM, este traz um contexto de semi-realidade em um paradigma de exercício, apesar de não ser uma questão de múltipla escolha. Quanto às categorias propostas em OCDE (2019), trata-se de um contexto ligado à sociedade: Problemas classificados no contexto social tem foco em na comunidade de uma pessoa (Local, nacional ou global). (...) Ainda que indivíduos estejam envolvidos em todas essas coisas de forma pessoal, na categoria de contexto social o foco do problema está na perspectiva da comunidade. (OCDE, 2019, p.88)
No quadro 2 a seguir, apresentamos uma técnica $\hat{o}$ para sua resolução:

Quadro 2 - técnica $\hat{o}$

1º passo: identificar os dados fornecidos pelo enunciado P(C) = 0,4 P(P/C) = 0,3 P(P/NC) = 0,8
2º passo: identificar as subtarefas presentes **t_1:** determinar a probabilidade de não pescar nenhum peixe, ou seja, determinar P(NP) $P(P) = P(P \cap C) + P(P \cap NC)$ eq 6 Mas $P(P \cap C) = P(C) \times P(P/C) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$ eq 7 Da mesma forma, $P(P \cap NC) = P(NC) \times P(P/NC) = 0{,}8 \times 0{,}4 = 0{,}32$ eq 8 Logo, pela eq 6, P(P) = 0,44 eq 9 Como P(NP) = 1 – P(P), tem-se que P(NP) = 1 – 0,44 = 0,56 eq 10 **t_2:** sabendo que não pescou, qual a chance de ter chovido, ou seja, determinar P(C/NP) Observe que a diferença para o exercício do ENEM é que não é fornecido pelo enunciado o valor de P(NP/C), o que caracterizaria o mesmo tipo de tarefa. $P(C/NP) = \frac{P(C \cap NP)}{P(NP)} = \frac{0{,}32}{0{,}56} \cong 0{,}57$

Fonte: as autoras

Neste exercício, o tipo de tarefa é "determinar a probabilidade condicional de dois eventos dados", e tem duas subtarefas que constituem, em sua união, a técnica necessária para resolver a tarefa principal, que é a determinação da probabilidade de chover sabendo que o indivíduo não pescou. O enunciado não menciona a probabilidade de não pescar, dado que choveu. Dessa forma, a tarefa t_1, que é determinar a probabilidade de não pescar, permite a construção da técnica que resolve a tarefa t_2 sem a complexidade oferecida no exercício do ENEM.

Não encontramos nos livros nenhum exercício (observando que tais coleções não trazem problemas no paradigma de cenário de investigação) que permita que os alunos se familiarizem com o tipo de exercício solicitado pelo ENEM, ainda que os contextos e suas categorias sejam de mesmo tipo. Destacamos apenas que o enunciado do ENEM é mais complexo, ainda que de mesmo tipo dos encontrados nos livros.

Nestas condições, observamos a semelhança no tipo de contexto mas a dessemelhança em termos de complexidade das técnicas a serem aplicadas para a resolução da tarefa. Fica assim a cargo do professor oferecer exercícios que façam "a ponte" entre os dois tipos encontrados, ENEM e livro didático.

5. REFERENCIAS

Brasil. (2019). ENEM Provas e gabaritos. Insituto Nacional de Ensino e Pesquisa Educacionais Nacional Anísio Teixeira – INEP. http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *PNLD 2018: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio*. Secretaria de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Reserches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Coutinho, C. Q. S. (2019). Probabilidade: contexto e construção do letramento probabilístico. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística.* www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Coutinho, C. Q. S. (2013) Introdução ao conceito de probabilidade e os livros didáticos para Ensino Médio no Brasil.. In A. Salcedo (Org.), *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas. Vol. 1* (1st ed., pp. 193-201). Universidad Central de Venezuela.

Goulart. A. (2007). *Os objetos institucionais relativos ao ensino e a aprendizagem de probabilidade na escola básica*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

OECD (2019), *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en.

Pereira, F.A., & Souza, F.S.S. (2016). O Exame Nacional do Ensino Médio e a Construção do Letramento e Pensamento Estatístico. *Educ. Matem. Pesq.*, *18*(3) 1319-1343.

Skovsmose, Ole. (2000) Cenários para investigação. *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, 14, 66-91.

COMPONENTE TEÓRICO DE UN PROGRAMA DE FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y CIENCIAS EN EDUCACIÓN STEM

Jaime Andrés Carmona-Mesa[1], Jhony Alexander Villa-Ochoa[2]

Resumen

La literatura reporta la necesidad de programas que aporten a la formación de los profesores en Educación STEM. Debido a tensiones como la caracterización de una disciplina en el contexto de las demás y el delimitar los aprendizajes específicos de cada disciplina en una implementación interdisciplinar, existe un especial interés en los profesores de matemáticas y ciencias pues enfrentan más tensiones al favorecer la educación STEM por los fundamentos epistemológicos de dichas disciplinas. En el estudio que se reporta en este documento se ofrece una aproximación al componente teórico de un programa de formación de profesores de matemáticas y ciencias en educación STEM. A partir de una revisión de literatura, se identificaron características fundamentales y nucleares en el componente teórico del programa: los conocimientos a desarrollar, las experiencias a beneficiar y el favorecimiento de una configuración de comunidades de aprendizaje profesional.

Palabras claves: Programa de formación de profesores, *educación STEM, formación de profesores, profesores de Matemáticas, profesores de Ciencias.*

Abstract

The literature reports the need for programs that contribute to teacher training in STEM education. Due to tensions such as the characterization of a discipline in the context of the others and the delimitation of specific learning of each discipline in an interdisciplinary implementation, there is a special interest in the teachers of mathematics and science since they face more tensions when favoring STEM education because of the epistemological foundations of these disciplines. The study reported in this document offers an approach to the theoretical component of a mathematics and science teacher training programme in STEM education. Based on a review of the literature, fundamental and core characteristics were identified in the theoretical component of the program: the knowledge to be developed, the experiences to be benefited and the fostering of a configuration of professional learning communities.

Key words: Teacher training program, STEM education, teacher training, Mathematics teachers, Science teachers

1. INTRODUCCIÓN

En la década de 1990 emergió la educación STEM como un enfoque interdisciplinar para afrontar los problemas que enfrenta la ciencia y la sociedad actual (Sanders, 2009), en este enfoque, los conceptos se analizan a partir del mundo que los rodea y a través de la aplicación de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés)

[1] Magíster en Educación; profesor en la Universidad de Antioquia, Facultad de Educación; Medellín-Colombia; jandres.carmona@udea.edu.co
[2] Doctor en Educación; profesor titular Universidad de Antioquia, Facultad de Educación; Medellín-Colombia; jhony.villa@udea.edu.co

en contextos que permiten integrar estas disciplinas (Chesky y Wolfmeyer, 2015). Al respecto, Sanders (2009) sostienen que existe evidencia suficiente del potencial de la educación STEM en cuanto a los logros educativos, interés y motivación en los estudiantes, que justifican una mayor investigación e implementación en los diferentes niveles educativos.

Existe cierto consenso en la comunidad académica del papel fundamental que juegan los profesores en la implementación de la educación STEM en el sistema escolar (Li, Ernst y Williams, 2016); por ello, su formación se ha constituido como una de las principales líneas de investigación a nivel internacional (National Academy of Engineering and National Research Council, 2014). En ese sentido, Wilson (2011) realizó una revisión de las investigaciones desarrolladas en Estados Unidos sobre la formación de profesores e identificó que muchos programas se centraron en una ayuda genérica y era escasa la evidencia empírica para determinar cómo lograr una formación efectiva en la educación STEM.

En la línea de lo anterior, Baker y Galanti (2017) destacan que la educación STEM es especialmente difícil para los profesores de matemáticas pues, dentro de este enfoque, a menudo se caracteriza esta disciplina como los cálculos o las representaciones de datos en las aulas de ciencias y laboratorios tecnológicos. Además, se informa en la literatura que el logro de matemáticas a través de la integración con otras disciplinas es difícil de realizar y es probable que se necesite mayor apoyo para ver cómo los conceptos y habilidades específicas de esta disciplina se integran con las demás (National Academy of Engineering and National Research Council, 2014).

Por su parte, Carmona-Mesa, Cardona y Castrillón-Yepes (2020) apuntan la existencia de tensiones derivadas de la naturaleza del conocimiento disciplinar que enfrentan los profesores de matemáticas en el diseño de lecciones interdisciplinares. Al respecto, Satchwell y Loepp (2002) consideran como una alternativa con mayor potencial el favorecimiento de una relación disciplinar de los profesores de matemáticas y ciencias hacia las demás disciplinas, posiblemente justificado en ser quienes enfrentan más tensiones en la implementación de la educación STEM.

En síntesis, existe evidencia de que se requieren acciones y programas que aporten a la formación de los profesores en educación STEM y los profesores de matemáticas y ciencias se reconoce como una alternativa con mayor potenciar por ser posiblemente quienes enfrentan más tensiones al favorecer la educación STEM. Por lo tanto, este estudio presenta una aproximación al componente teórico de un programa de formación de profesores de matemáticas y ciencias en educación STEM, a partir de lo reportado en la literatura existente. La presente comunicación es un avance en uno de los objetivos propuestos en una investigación más amplia, que proyecta la implementación y análisis de un componente teórico y otro metodológico.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Aproximación conceptual a la educación STEM.

Encontrar una definición común de la educación STEM es una difícil tarea, pues en la literatura se identifica énfasis tanto en la denominación como en el nivel de integración de las disciplinas que componen dicho acrónimo. Sanders (2009) destaca que en la mayoría de las ocasiones se refieren a STEM y se ignora que sin la palabra educación es una referencia a los campos profesionales en los que trabajan los científicos, ingenieros y matemáticos.

En consecuencia, Nadelson y Seifert (2017) sugieren la denominación de integración STEM como la amalgama perfecta de contenidos y conceptos de múltiples disciplinas STEM; esta integración se considera simultánea sin tener en cuenta la disciplina, sino más bien en el contexto de un problema, proyecto o tarea. De forma similar, Carmona-Mesa et al. (2019)

plantean que algunas iniciativas tienden a desconocer la tendencia académica de educación STEAM, en donde la “A” en el acrónimo involucra el desarrollo humano y social que sugiere otras discusiones frente a cómo las áreas sociales buscan involucrarse en los procesos interdisciplinares.

Entre las diferentes denominaciones existentes en la literatura, se identifican usualmente cuatro niveles de integración (Carmona-Mesa et al., 2019). El disciplinario, donde los conceptos y habilidades se aprenden en una disciplina de manera independiente de las demás; el multidisciplinario, donde los conceptos y habilidades se aprenden por separado en cada disciplina, pero dentro de un tema común; el interdisciplinario, donde los conceptos y habilidades estrechamente vinculados son aprendidos de dos o más disciplinas con el objetivo de profundizar los conocimientos y habilidades; y el transdisciplinario, donde el conocimiento y las habilidades aprendidas en dos o más disciplinas fomentan nuevos marcos metodológicos y teóricos.

Para delimitar el componente teórico se consideran las investigaciones que se demarcan en las denominaciones de Educación STEM y STEAM. De igual forma, se examinan las investigaciones que establecen la integración de al menos dos de las disciplinas que componen ambos acrónimos. En el apartado siguiente se desarrolla con mayor precisión el horizonte teórico delimitado para la formación de profesores, el desarrollo profesional en educación STEM.

2.2 Desarrollo profesional de profesores en educación STEM

El desarrollo profesional es un factor clave para que los profesores reflexionen y se adapten nuevas prácticas educativas que permitan transformen los sistemas escolares (Forawi, 2015). A pesar de reconocerse el papel del desarrollo profesional de profesores en la transformación educativa, se identifican como desafíos: la diferencia entre sus habilidades y la percepción de capacidad y el trabajo aislado para la planificación y solución de problemas pedagógicos (Movshovitz-Hadar y Shriki, 2015). Esta situación se agudiza al considerar la inclusión de la educación STEM al sistema escolar, pues vincula problemas complejos que afectan nuestra sociedad y que discutirlas de manera disciplinar en el aula de clase no es suficiente para su comprensión (Beswick y Fraser, 2019)

Adicional al desafío conceptual implícito en las problemáticas que son discutidas en la educación STEM, autores como Kaur, Cheng, Wong y Seto (2019) cuestionan el tipo de estrategias habitualmente implementadas en el desarrollo profesional de profesores. Al respecto, Box (2019) reporta que muchas de las experiencias de desarrollo profesional priorizan el contenido disciplinar y en menor grado la pedagogía y el conocimiento del contenido pedagógico, componentes reconocidos como vitales para la trasformación de las prácticas.

En la literatura se registra una tendencia creciente por programas que encuentran fundamento en la reflexión, perspectivas de aprendizaje orientadas a la transformación educativa y en los cuales los profesores juegan un papel fundamental en su propio desarrollo profesional (Zaslavsky et al., 2003). El principal planteamiento en este tipo de programa está en que el conocimiento profesional no se puede transferir, se construye activamente a nivel individual y social a través de experiencias personales con el entorno y las interacciones con los demás, lo que implica reflexión y adaptación (Zaslavsky et al., 2003). En ese sentido, el desarrollo profesional se presenta como un proceso continuo y de por vida (Zaslavsky et al., 2003).

En particular, esta investigación promueve el desarrollo profesional del profesor con experticia en educación STEM, por tanto, se asume como un proceso de transformación del conocimiento y las prácticas del profesor como experto (Lin y Rowland, 2016). En ese sentido, se explicitan a continuación la ruta metodológica que ha permitido caracterizar los principios para la transformación del conocimiento y la práctica del profesor con experticia en educación STEM

3. METODOLOGÍA

Se desarrolló una revisión sistemática de literatura a partir de las siete etapas propuestas por Petticrew y Roberts (2006): 1) formular la pregunta de investigación que orientan la revisión, 2) determinar los tipos de estudios que deben ubicarse para responder a las preguntas (criterios de inclusión y exclusión), 3) realizar una búsqueda exhaustiva en la literatura para localizar los estudios deseados (bases de datos), 4) analizar los resultados de la búsqueda (análisis bibliométrico), 5) evaluar críticamente los estudios incluidos (análisis categorial), y 6) sintetizar los estudios y evaluar la heterogeneidad entre los hallazgos del estudio. En cuanto a la pregunta, se consideró ¿cuáles son los principios reportadas como significativas en la formación de profesores de matemáticas y ciencias en educación STEM?; como criterios de inclusión, se consideraron artículos, memorias de eventos académicos, capítulos de libro y libros revisados por pares, se descartaron los documentos que evocaban la educación STEM/STEAM como algo nominal, sin discusión conceptual profunda; para la búsqueda, las bases de datos elegidas fueron Scopus y ERIC. En particular, esta comunicación presenta algunos de los avances en el análisis en la categoría adjetivada como componente teórico.

4. COMPONENTE TEÓRICO PARA EL DISEÑO DEL PROGRAMA DE FORMACIÓN DE PROFESORES EN EDUCACIÓN STEM

En el presente estudio, se asume el diseño de un programa de carácter teórico y con soporte en investigaciones orientadas a la formación de profesores en la educación STEM. El componente teórico del programa es primario y reportado en la literatura como necesidades de formación en el desarrollo profesional, por ello, se reconocen como características fundamentales y nucleares en el diseño del programa: los *conocimientos a desarrollar*, las *experiencias a beneficiar* y el favorecimiento de una configuración de *comunidades de aprendizaje profesional*.

El *conocimiento o las nociones teóricas* que se espera promover en el programa de formación, es reconocido como fundamental para el desarrollo profesional de los profesores (Scaradozzi et al., 2019). Este conocimiento en la educación STEM no se interesa por una comprensión profunda en cada disciplina sino por el desarrollo de capacidades para establecer conexiones y relaciones explícitas entre saberes disciplinas y su aplicación (National Academy of Engineering and National Research Council, 2014). De igual forma, debe favorecer una transformación disciplinar, pedagógica, didáctica y en estrategias de investigación de los profesores en ejercicio profesional (Ufnar y Shepherd, 2018). Por tanto, el conocimiento a desarrollar en el programa de formación se propone aportar en aspectos como la fluidez y flexibilidad disciplinar en la enseñanza (Lin y Rowland, 2016), los cuales son reconocidos como relevantes para materializar la experticia en educación STEM.

Las *experiencias prácticas* que permitan identificar ejemplos concretos para incorporar en el ejercicio profesional son reconocidas como una necesidad en el desarrollo profesional (Scaradozzi et al., 2019). Por lo tanto, las experiencias en un programa de formación en educación STEM para el desarrollo profesional deben favorecer experimentos en sus aulas y motivar el discutir las prácticas y preocupaciones en colectivos de profesores, por medio del examinar y reflexionar los desafíos del aula con académicos y profesores (Kaur et al., 2019); por la conexión epistemología con las disciplinas centrales en esta investigación, los experiencias prácticas se orientarán inicialmente a estrategias de modelación matemática e indagación, con posibilidad de ser ampliadas al aprendizaje basado en proyectos (Carmona-Mesa et al., 2020).

La *configuración de comunidades de aprendizaje profesional* que favorezcan el compartir y actuar colectivamente es un componente clave en el programa (Smith, Svendsen y Gray, 2017), en la cual se permita apoyar, transformar y cualificar el desarrollo profesional de los profesores al establecer redes en las que se comparte y cuestiona la práctica desde un punto de vista crítico (Holman, 2017). En ese sentido, se sitúa la práctica educativa en educación STEM en el contexto particular de cada profesor y se abordan problemas educativos específicos que se centra en el aprendizaje de los estudiantes (Borko Jacobs y Koellner, 2010). Las comunidades de aprendizaje profesional en STEM son un indicador clave para reconocer la apropiación que se está logrando en las instituciones y permite investigar cómo se cierran las brechas en el conocimiento y la experiencia de los docentes (Chai, 2019). En particular, la presente investigación asume el desarrollo profesional de profesores con experticia en educación STEM a partir de una comunidad de aprendizaje virtual (Lin y Rowland, 2016).

5. CONSIDERACIONES FINALES

Ante la necesidad reconocida en la literatura relacionada con el diseño de programas que aporten a la formación de los profesores de matemáticas y ciencias en educación STEM, este estudio reporta, a partir de los avances en una revisión sistemática de literatura, una delimitación del componente teórico. En específico, se reconoce como características fundamentales y nucleares del programa: los *conocimientos a desarrollar*, las *experiencias a beneficiar* y el favorecimiento de una *configuración de comunidades de aprendizaje profesional*. Además, este estudio permite considerar como futuras investigaciones las implicaciones y ajustes que pueden tener estos componentes al ser implementados en diferentes contestos; de igual forma, es necesario complementar los resultados parciales de este estudio con un componente metodológico que permita hacer operativo los tres precios delimitados en la revisión sistemática.

6. REFERENCIAS

Baker, C. K., y Galanti, T. M. (2017). Integrating STEM in elementary classrooms using model-eliciting activities: responsive professional development for mathematics coaches and teachers. *International Journal of STEM Education*, 4(1), 10. doi:10.1186/s40594-017-0066-3

Borko, H., Jacobs, J., & Koellner, K. (2010). Contemporary Approaches to Teacher Professional Development. In *International Encyclopedia of Education* (pp. 548–556). Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-08-044894-7.00654-0

Box, C. (2019). The Professional Development of Teachers. In *Formative Assessment in United States Classrooms* (pp. 105–130). Cham: Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-030-03092-6_5

Carmona-Mesa, J. A., Cardona, M. E., & Castrillón-Yepes, A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque en educación STEM. *Uni-pluriversidad*, *20*(1), in press.

Carmona-Mesa, J. A., Arias-Suárez, J., & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Formación inicial de profesores basados en proyectos para el diseño de lecciones STEAM. In E. Serna (Ed.), *Revolución en la Formación y la Capacitación para el Siglo XXI (2a ed.) (Vol. I)* (pp. 483–492). Medellin: Editorial Instituto Antioqueño de Investigación. doi: 10.5281/zenodo.3524356

Chesky, N. Z., y Wolfmeyer, M. R. (2015). *Philosophy of STEM Education* (Vol. 44). New York: Palgrave Macmillan US. doi:10.1057/9781137535467

Chai, C. S. (2019). Teacher Professional Development for Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) Education: A Review from the Perspectives of Technological Pedagogical Content (TPACK). *The Asia-Pacific Education Researcher, 28*(1), 5–13. doi: 10.1007/s40299-018-0400-7

Forawi, S. A. (2015). Science teacher professional development needs in the United Arab Emirates. *Science Education in the Arab Gulf States*, 49–68. doi: 10.1007/978-94-6300-049-9_3

Holman, J. (2017). Professional Development of Teachers at the Science Learning Centres in the UK. *Children and Sustainable Development*, 283–289. doi: 10.1007/978-3-319-47130-3

Li, S., Ernst, J. V., y Williams, T. O. (2016). Supporting students with disabilities and limited English proficiency: STEM educator professional development participation and perceived utility. *International Journal of STEM Education, 3*(1), 2. doi:10.1186/s40594-016-0035-2

Lin, F.-L., & Rowland, T. (2016). Pre-Service and In-Service Mathematics Teachers' Knowledge and Professional Development. In *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 483–520). Rotterdam: SensePublishers. doi: 10.1007/978-94-6300-561-6_14

Movshovitz-Hadar, N., & Shriki, A. (2015). The Evolution of Mathematics-Teachers' Community-of-Practice. *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 597–600. doi: 10.1007/978-3-319-12688-3

National Academy of Engineering and National Research Council. (2014). *STEM Integration in K-12 Education*. (Committee on Integrated STEM Education & N. A, Eds.). Washington, D.C.: National Academies Press. doi:10.17226/18612

Nadelson, L. S., y Seifert, A. L. (2017). Integrated STEM defined: Contexts, challenges, and the future. *The Journal of Educational Research, 110*(3), 221–223. doi:10.1080/00220671.2017.1289775 Petticrew, M., & Roberts, H. (2006). *Systematic reviews in the social sciences : a practical guide*. Blackwell Publishing.

Satchwell, R. E., & Loepp, F. L. (2002). Designing and Implementing an Integrated Mathematics, Science, and Technology Curriculum for the Middle School. *Journal of Industrial Teacher Education, 39*(3), 41–66.

Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMAnia. *Technology Teacher, 68*(4), 20–26.

Ufnar, J. A., y Shepherd, V. L. (2018). The Scientist in the Classroom Partnership program: an innovative teacher professional development model. *Professional Development in Education*,1–17. doi:10.1080/19415257.2018.1474487

Wilson, S. M. (2011). Effective Stem Teacher Preparation, Induction, and Professional Development. The Committee on Highly Successful Schools or Programs for K-12 STEM Education, 1–23

Zaslavsky, O., Chapman, O., & Leikin, R. (2003). Professional Development of Mathematics Educators: Trends and Tasks. *Second International Handbook of Mathematics Education*, 877–917. doi: 10.1007/978-94-010-0273-8_28

7. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Comité para el Desarrollo de la Investigación (CODI) de la Universidad de Antioquia, por el financiamiento del proyecto "Fundamentación y desarrollo de una propuesta de formación STEM para futuros profesores de matemáticas". De igual forma, al Programa de Becas de Excelencia Doctoral del Bicentenario de MinCiencias-Colombia por el financiamiento del proyecto "Diseño y validación de una propuesta de formación STEM para profesores del Departamento de Antioquia".

DESENHO DE UM CURSO DE FORMAÇÃO QUE COMBINA O USO DO LESSON STUDY E DA IDONEIDADE DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA REFLEXIVA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Viviane Beatriz Hummes[1], Adriana Breda[2], Vicenç Font[3]

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar o desenho de um curso de formação dentro de uma proposta de estudo que visa investigar o desenvolvimento da reflexão sobre a própria prática na formação de professores de matemática, por meio do desenho e da implementação de um curso de formação que combina o uso da metodologia *Lesson Study* e da Idoneidade Didática, como ferramenta metodológica para desenvolver e organizar a reflexão do professor. Algumas considerações sobre o curso mostram que os Critérios de Idoneidade Didática estão presentes nas diferentes etapas de um ciclo de *Lesson Study*. Além disso, realizar uma experiência de *Lesson Study* pode ser uma boa maneira de iniciar os dispositivos formativos que pretendem ensinar a ferramenta Critérios de Idoneidade Didática. Por outro lado, os Critérios de Idoneidade Didática podem ser uma ampliação da metodologia *Lesson Study* como uma pauta ampla e detalhada para organizar a reflexão dos docentes.

Palavras chave: *Reflexão de professores, Lesson Study, Idoneidade Didática.*

Abstract

The aim of this work is to present the design of a training course within a study proposal that aims to investigate the development of reflection on one's own practice in the training of mathematics teachers, through the design and implementation of a training course that combines the use of Lesson Study methodology and Didactical Suitability, as a methodological tool to develop and organize the teacher's reflection. Some considerations about the course show that the Didactical Suitability Criteria are present in the different stages of a Lesson Study cycle. In addition, conducting a Lesson Study experiment can be a good way to start the training devices that intend to teach the Didactical Suitability Criteria tool. On the other hand, the Didactical Suitability Criteria can be an extension of the Lesson Study methodology as a broad and detailed agenda for organizing the reflection of teachers.

Key words: Teacher reflection, Lesson Study, Didactical Suitability.

1. INTRODUÇÃO

No formação de professores, seja ela inicial ou continuada, a reflexão de professores sobre a sua própria prática ou a de um outro colega de profissão é uma estratégia essencial para o desenvolvimento profissional docente, pois serve como estratégia para analisar os processos de ensino e aprendizagem e prevê o seu respectivo aprimoramento.

[1] Estudante de Doutorado; Universitat de Barcelona; Brasil; vivihummes@gmail.com
[2] Doutora; Universitat de Barcelona; Espanha; adriana.breda@ub.edu
[3] Doutor; Universitat de Barcelona; Espanha; vfont@ub.edu

Para superar as dificuldades que os professores enfrentam todos os dias, é essencial que adotem uma postura reflexiva, ou seja, a capacidade de questionar situações práticas em seu contexto, a fim de ampliar sua formação profissional. A prática reflexiva é entendida como o primeiro passo para romper a rotina, permitir a investigação de diferentes estratégias para cada situação e reforçar a autonomia do professor no cotidiano e, consequentemente, o seu desenvolvimento profissional. Nessa perspectiva, a reflexão sobre sua própria prática e o desenvolvimento profissional dos professores surge como uma equipe inseparável e promove novas dinâmicas que realmente ativam instrumentos de mudança e inovação educacional.

Nesse sentido, a competência reflexiva é um processo que tem papel em muitos referenciais teóricos utilizados em pesquisas sobre formação de professores, como, por exemplo, a pesquisa-ação (Elliot, 1993), o olhar profissional (Llinares, 2012), o estudo do conceito (Davis, 2008), a idoneidade didática (Godino, Batanero, & Font, 2019; Breda, Font, & Pino-Fan, 2018) e o *lesson study* (Huang, Takahashi, & Da Ponte, 2019).

Com base no exposto, como este trabalho, que é parte de uma pesquisa mais ampla cujo objetivo geral é investigar o desenvolvimento da reflexão sobre a prática na formação de professores de matemática por meio da concepção e implementação de um curso de formação que combina o uso da metodologia *Lesson Study* e da Idoneidade Didática como ferramenta metodológica para desenvolver e organizar a reflexão do professor, de forma a produzir uma sinergia entre as duas abordagens teóricas, apresenta-se o desenho do curso.

2. A abordagem Lesson Study (LS)

LS surgiu no Japão como uma metodologia de trabalho docente apoiada em atitudes investigativas e práticas colaborativas entre professores, que visa, ao mesmo tempo, o aprendizado dos alunos, a melhoria da prática docente e desenvolvimento profissional de professores. Consiste basicamente no planejamento colaborativo e detalhado de uma aula, sua implementação e observação direta em sala de aula e uma subsequente análise conjunta (Fernández, & Yoshida, 2004; Hart, & Alston , 2011).

A ideia é que um grupo de professores e especialistas reúnam-se com um problema comum em relação ao aprendizado de seus alunos, planeje uma lição para os alunos e, finalmente, examine e discuta o que observam na implementação. Por meio de várias interações desse processo, os professores têm oportunidades para discutir os aspectos relacionados com a aprendizagem dos alunos e como o ensino influencia isso.

De acordo com pesquisadores internacionais, existem diferentes modelos de ciclo de LS. Um ciclo realizado no Japão, por exemplo, considera as seguintes etapas: estudo do currículo e objetivos; planejamento da aula; implementação e observação da aula; reflexão conjunta sobre os dados gravados e redesenho. Para cada etapa do ciclo, existem alguns critérios que devem ser considerados para realizar o desenvolvimento de um ciclo completo de LS (Hurd, & Lewis, 2011; Lim-Ratnam, 2013).

Na primeira etapa, *currículo e objetivos*, analisam-se como cada tópico do currículo é apresentado e distribuído nas diferentes etapas educacionais. Para isso, é essencial que o grupo de professores conheça o currículo da instituição educacional em que trabalha, bem como o currículo regional e nacional. A reflexão nesta primeira etapa não deve se restringir apenas aos currículos e deve ser ampliada com a consulta de diferentes materiais didáticos e investigações científicas que abordam o ensino do conteúdo que será o núcleo do LS.

A segunda etapa, o *planejamento da aula*, começa após a escolha do tópico que o grupo de professores almeja que seus estudantes aprendam. O grupo de professores deve estar consciente da importância do assunto para o desenvolvimento de um LS que justifique o esforço pessoal e coletivo. Além disso, nesta fase, as justificativas de como as metas estabelecidas na etapa anterior funcionarão no planejamento desta classe devem ser explicitamente declaradas. Os próximos passos serão em direção o desenho da sequência de tarefas e os materiais que serão utilizados, bem como a avaliação e algumas diretrizes sobre como a aula será realizada.

Na terceira etapa, *implementação e observação*, um professor desenvolve a aula enquanto os outros observam e registram o processo de ensino e aprendizagem. Para isso, esse professor deve concordar que os outros possam testemunhar sua classe ao vivo ou que a classe seja gravada para ser examinada na próxima etapa. O professor que implementa a aula deve estimular momentos em que os alunos, cuidadosamente orientados, compartilham seus entendimentos, analisam, comparam e contrastam criticamente suas ideias.

Na quarta etapa, a *reflexão crítica*, realizada após a aula ser implementada, o grupo que a planejou, juntamente com outros profissionais convidados, se reúne para analisar os impactos do ensino na aprendizagem dos alunos. Nesse momento, cada observador apresenta suas impressões sobre o aprendizado dos alunos, a gestão da sala de aula, entre outros aspectos. Após a reflexão em grupo, os professores podem fazer ajustes para uma aula futura sobre o mesmo tópico. Isso corresponde ao início de um novo ciclo - redesenho e nova implementação. Este novo planejamento e implementação que pode ser aplicado em outras escolas ou com outros alunos.

3. A IDONEIDADE DIDÁTICA

Os Critérios de Idoneidade Didática (CI) propostos no referencial teórico *Enfoque Ontosemiótico* (EOS), pretendem ser uma resposta parcial a seguinte questão: quais critérios devem ser utilizados para planejar uma sequência de atividades, que permitam avaliar e desenvolver a competência matemática dos alunos e quais mudanças devem ser feitas no seu redesenho para melhorar o desenvolvimento dessa competência?

Os CI podem primeiro servir para guiar os processos de ensino e aprendizagem de matemática e, segundo, para avaliar suas implementações. No EOS, os seguintes CI são considerados (Godino et al., 2019): idoneidade epistêmica, para avaliar se a matemática ensinada é "boa matemática"; idoneidade cognitiva, para avaliar, antes de iniciar o processo de instrução, se o que se quer ensinar está a uma distância razoável daquilo que os alunos sabem, e após o processo, se as aprendizagens adquiridas estão próximas daquilo que se pretendia ensinar; idoneidade interacional, para avaliar se as interações resolvem as dúvidas e dificuldades dos alunos; idoneidade mediacional, para avaliar a adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional; idoneidade afetiva, para avaliar o envolvimento (interesses e motivações) dos alunos durante o processo de instrução; idoneidade ecológica, para avaliar a adequação do processo instrucional ao projeto educacional do centro educativo, as diretrizes curriculares e as condições do entorno social e profissional.

A operacionalidade dos CI requer a definição de um conjunto de indicadores observáveis, que permite avaliar o grau de qualidade de cada um desses critérios. Por exemplo, há um consenso de que é necessário implementar "boa" matemática, mas é possível entender coisas muito diferentes sobre isso. Em Breda et al. (2018) se estabelece um sistema de indicadores que serve como uma guia para a análise e avaliação da Idoneidade Didática, que se destina a um processo instrucional em qualquer estágio educacional e explica como esses critérios foram gerados e seus respectivos componentes e indicadores.

A noção de Idoneidade Didática teve um impacto relevante na formação de professores em diferentes países (Mallart, Font, & Malaspina, 2015; Seckel, & Font, 2015). Esse impacto está relacionado à ideia de que um dos componentes do conhecimento e da competência didático-matemática do professor é aquele que permite avaliar e justificar a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

4. DESENHO DE UM CURSO QUE COMBINA O LESSON STUDY E OS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA

Este estudo é parte de uma pesquisa mais ampla que pretende analisar em que medida um curso de formação baseado no Lesson Study e na Idoneidade Didática promove o desenvolvimento da reflexão de professores de matemática em exercício quando planejam, implementam, avaliam e redesenham sequências de tarefas para seus alunos do Ensino Básico.

Para tanto, foi projetado e implementado um curso de formação que permitiu combinar o LS com os CI. O curso teve a seguinte estrutura: i) Primeira fase: desenvolvimento de um ciclo de LS completo; ii) Segunda fase: fazer com que os participantes observem que na fase de LS usaram explícita ou implicitamente alguns dos componentes e indicadores do CI; iii) Terceira fase: Ensino dos CI; e iv) Quarta fase: Utilização dos CI como ferramenta metodológica que permite organizar e aprimorar a reflexão realizada na fase de LS, o que repercute em melhores propostas de redesenho da sequência de tarefas elaboradas na LS.

Para este desenho, foram consideradas as fases típicas de um LS: 1) Planejamento das aulas: um grupo de professores escolhe os temas a serem desenvolvidos e estabelece os objetivos. 2) Realização e observação da aula: um professor compartilha sua aula enquanto os demais observam e registram o processo de ensino/aprendizagem. 3) Reflexão conjunta sobre os dados registrados: após a aula, os professores reúnem-se para avaliar a execução da aula, refletindo, entre outros aspectos, sobre as atitudes dos alunos e do professor durante a aula. 4) Redesenho: a partir das discussões realizadas na etapa anterior, o plano de aula é reestruturado considerando as contribuições do grupo.

Por sua vez, para o ensino de CI, foi feita uma adaptação significativa ao desenho já aplicado e vivenciado nos mestrados para a formação de professores de matemática do ensino médio da Espanha. Em diversos Mestrados em Formação de Professores em Matemática Secundária, a utilização de CI tem desempenhado um papel relevante, visto que são conteúdos a serem ministrados com o objetivo de serem utilizados como norteadores para a organização da própria prática. Este ciclo está dividido em duas disciplinas: Inovação e investigação sobre a própria prática e Dissertação Final de Mestrado (TFM), de acordo com a seguinte sequência: a) análise de caso; b) emergência de níveis de análise didática; c) tendências no ensino da matemática; d) teoria (critérios de idoneidade); e e) ler e comentar partes de alguns projetos finais de mestrado de cursos anteriores.

No caso do curso desenhado nesta pesquisa, as duas primeiras fases foram substituídas pelas fases correspondentes ao LS, pois ao realizar o LS os professores teriam feito reflexões sobre como deve ser a sequência de tarefas que propõem. As referidas reflexões foram utilizadas como evidência da utilização implícita de alguns componentes e indicadores dos CI, o que deu origem à explicação dos itens c e d, enquanto os últimos itens são substituídos por uma nova reflexão, orientada pelo CI, sobre a aula realizada e avaliados sem as diretrizes do CI.

5. ALGUMAS COSIDERAÇÕES

O planejamento e a implementação do ciclo de formação para professores de matemática realizados mostram que é viável aplicar a metodologia LS, juntamente com os CI, ao planejamento, implementação, avaliação e redesenho das sequências de aulas. Com a expectativa de cumprir o objetivo de encontrar concordâncias entre o LS e os CI, conclui-se que os CI estão presentes nas diferentes etapas de um ciclo de LS. Especificamente, os critérios que os professores devem levar em consideração para realizar cada estágio de um ciclo LS convergem com os CI. Uma explicação plausível para esse fato é que tanto os CI quanto os critérios propostos em cada estágio do LS foram gerados por um amplo consenso na comunidade de Educação Matemática sobre o que é considerado importante levar em conta para realizar o ensino e a aprendizagem da matemática. No entanto, a ausência de todos os componentes propostos pelo CI nos estágios do LS pode ser devida ao fato de as diretrizes e critérios presentes nos estágios do LS serem mais gerais e, de certa forma, pouco detalhados.

A metodologia LS é muito útil para melhorar a fase inicial da metodologia CI e fornecer um espaço para reflexão conjunta (entre o professor e seus colegas de classe); esta última é uma extensão da metodologia LS para gerar uma diretriz para organizar a reflexão da professor. Dessa forma, a metodologia LS pode se tornar um tipo de dispositivo de formação que incentiva que alguns dos indicadores e componentes do CI apareçam como consensos para a reflexão do grupo de professores, o que leva à extensão do LS com um ciclo de formação para introduzir indicadores, componentes e critérios de idoneidade didática. Se a metodologia LS é muito útil para melhorar a fase inicial da Idoneidade Didática, esta última é uma extensão da metodologia LS para gerar um padrão para organizar a reflexão do professor. Esse resultado é consistente com os obtidos no estudo piloto desenvolvido e implementado anteriormente com professores brasileiros (Hummes, Font, & Breda, 2019) e com a revisão de literatura sobre as experiências de LS (Hummes, Breda, Seckel, & Font, 2020; Hummes, Breda, & Seckel, 2019).

6. REFERÊNCIAS

Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios Valorativos y Normativos en La Didáctica de las Matemáticas: el Caso del Constructo Idoneidad Didáctica. *Bolema*, *32*(60), 255-278. Doi: 10.1590/1980-4415v32n60a13.

Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM)*, *14*(2), 86-91.

Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.

Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah: Erlbaum.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 37- 42.

Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. Netherlands: Springer.

Huang, R., Takahashi, A. y da Ponte, J. P. (2019). Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics around the World. In *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics* (pp. 3-12). Springer, Cham.

Hummes, V., Breda, A., Seckel, M., & Font, V. (2020). Criterios de Idoneidad Didáctica en una clase basada en el *Lesson Study*. *Praxis & Saber, 11*(26), e10667. https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.10667

Hummes, V. B., Breda, A. & Seckel, M. J. (2019). Idoneidad didáctica en la reflexión de profesores: análisis de una experiencia de estudio de clases. En Marbán, J. M.; Arce, M.; Maroto, A.; Muñoz-Escolano, J. M.; Alsina, A. (Eds.), Investigación *en Educación Matemática XXIII* (pp. 393-402). Valladolid, España: SEIEM.

Hummes, V. B., Font, V. & Breda, A. (2019). Combined Use of the Lesson Study and the Didactic Suitability for the Development of the Reflection on the own Practice in the Training of Mathematics Teachers. *Acta Scientiae*, *21*(1), 64-82.

Hurd, J., y Lewis, C. (2011). Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction. EUA: Heinemann Educational Books (164 p).

Lim-Ratnam, C. (2013). Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 2(3), 304-306.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53-70.

Mallart, A., Font, V., & Malaspina, U. (2015). Reflexión sobre el significado de qué es un buen problema en la formación inicial de maestros. *Perfiles Educativos, 38*(152), 14-30.

Seckel. M. J., & Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educacional, 11*(19), 55-75.

EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y LA CIUDADANÍA TRANSCENDENTALES DENTRO DEL AULA

Sandra Yolima Ruiz Yacumal[1], Yilton Riascos Forer[2]

Resumen

El presente artículo estudia la relación entre la formación de pensamiento matemático y la construcción de ciudadanía, en el entendido que el empoderamiento de un ciudadano debe manifestarse en el aula de clase de matemáticas en términos del dominio de los espacios de reflexión y argumentación, ya que el compromiso social no es sólo robustecer el pensamiento matemático, sino empoderar a nuevos ciudadanos para que sean más receptivos, argumentativos y con mejores habilidades para resolver problemas en su vida cotidiana, intrapersonal, interpersonal y laboral.

Palabras claves: Pensamiento Matemático, Educación básica, Construcción de ciudadanía, Aula de Matemáticas

Abstract

This article studies the relationship between the formation of mathematical thought and the construction of citizenship, with the understanding that the empowerment of a citizen must be manifested in the mathematics classroom in terms of mastering the spaces for reflection and argumentation, since social commitment is not only to strengthen mathematical thinking, but to empower new citizens to be more receptive, argumentative and with better skills to solve problems in their daily, work and interpersonal lives.

Key words: Mathematical Thought, Basic Education, Construction of citizenship, Mathematics Classroom

1. INTRODUCCIÓN

Los docentes de matemáticas tienen un reto importante ante la sociedad actual, dentro de las preguntas frecuentes que realizan los estudiantes, en el aula de clase, ¿y esto para qué me va a servir en mi vida?, al referirse a ciertos contenidos de la matemática escolar. Y en realidad, existen temas y subprocesos de la matemática complejos, que a los docentes se les dificultará contestar cuál será la funcionalidad o aplicación directa en la vida de los estudiantes, sin embargo, aprender matemáticas no es solamente resolver sumas, restas, ecuaciones o hallar el perímetro, entre otras, implícitamente va más allá; involucrarse con las matemáticas implica desarrollar pensamiento matemático, el cual es un factor importante en otros campos de la educación integral, por ejemplo la formación en ciudadanía , género y valores, entre otros.

La función de la escuela en la actualidad debe trascender y no simplemente transmitir sapiencias, como lo afirma Rosario Jaramillo "No basta con tener el conocimiento; hay que ir más lejos y usarlo para producir cosas, ideas, soluciones a problemas, buscar alternativas"(Ministerio de Educación Nacional, 2004, p. 1), puesto que dentro y fuera de las

[1] M.Sc; Docente Tutora del Programa del Ministerio de Educación Nacional "Todos a Aprender (PTA)" en la Institución Educativa Francisco Antonio de Ulloa; Colombia; sandray@unicauca.edu.co
[2] M.Sc., Ph.D; Profesor Titular Departamento de Matemáticas, Universidad del Cauca; Colombia; yirifo@unicauca.edu.co

instituciones educativas, nuestros estudiantes se deben enfrentarse a múltiples situaciones considerando relaciones intrapersonales e interpersonales, dentro de una sociedad que cada día es más compleja. Por esta razón, el rol que desempeñan los profesores es de mucha responsabilidad y su práctica de enseñanza debe comprometerse cada vez más con actividades que apoyen una buena formación del individuo, en particular en este trabajo estamos interesados en reflexionar sobre las prácticas de los profesores de matemáticas y su relación con la construcción de ciudadanía.

Teniendo en cuenta estas consideraciones y otras provenientes de las experiencias de aula del investigador, surge el siguiente interrogante: ¿Qué tipo de relaciones existen entre las prácticas de los docentes de básica secundaria para el desarrollo del pensamiento matemático y las actividades de construcción de ciudadanía?

Para dar respuesta a este interrogante se planteó una investigación cualitativa que permite establecer, a partir de los discursos de los docentes, las relaciones que pueden existir entre las prácticas docentes, el desarrollo del pensamiento matemático y las actividades de construcción de ciudadanía que realizan con los estudiantes de educación básica secundaria.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El pensamiento es una capacidad que tenemos exclusivamente los seres humanos y nos diferencia de los otros animales de manera considerable; desde la psicología se denomina funcionamiento cognitivo, es un término no definible fácilmente y es tema de grandes desarrollos teóricos tanto en Filosofía como en Psicología y en general en la Educación.

Para Carretero y García (1984), un argumento para no poder responder a la pregunta ¿qué es el pensamiento? se basa en que "…es tal la cantidad de aspectos relacionados con el pensamiento, y tan cuantioso y distinto a la vez, el trabajo experimental realizado, que no podemos responder a

esta pregunta" (Pág. 20), por ello es más común encontrar esta palabra calificada con un adjetivo, de tal forma que se habla de pensamiento crítico, pensamiento emocional, pensamiento abstracto, pensamiento matemático, etc., que, aunque hacen más asequible el término, también presentan bemoles para comprenderlo en cada caso. (Carretero & García , 1984)

En este trabajo se ubica específicamente el pensamiento matemático en el contexto de la formación escolar y particularmente en la perspectiva de la importancia que tiene para un docente de matemáticas de educación básica y media, en lo que hace referencia a su trabajo en y para el aula de matemáticas, aceptando la afirmación de Penrose (1995) acerca de que "no existe una diferencia fundamental entre el pensamiento matemático y otros tipos de pensamientos" (pág. 111) aunque sabemos que "Es más extrema que la mayoría de esas otras formas en lo que se refiere a la naturaleza abstracta, impersonal y universal de los conceptos que maneja, y en el rigor de sus criterios para establecer la verdad". (pág. 111)

Pensamiento matemático

En las matemáticas hay mucho más que sólo reglas lógicas, y cuando señalamos la fuente de sus dificultades se deben plantear las cuestiones epistemológicas más básicas relacionadas con la naturaleza de su conocimiento, puesto que, en su inaccesibilidad,
parecen sobrepasar a todas las otras disciplinas científicas. Por ende, la cuestión real es más cualitativa que cuantitativa y puede expresarse en una pregunta que no es del todo novedosa ¿cómo la abstracción matemática difiere de otras clases de abstracciones en su naturaleza, en la manera en que se desarrolla, en sus funciones y aplicaciones? (Sfard, 1991)

Dos palabras diferentes serán usadas para denotar el conocimiento matemático construido: la palabra "concepto" (a veces "noción") para determinar una idea matemática en su forma "oficial" y la palabra "concepción" para dar a entender el grupo total de representaciones y asociaciones internas evocadas por el concepto en el interior del sujeto o universo del conocimiento humano. (Sfard, 1991)

Aunque, en lo concerniente al lenguaje, las semejanzas entre las matemáticas y otras ciencias parecen resaltar más que sus diferencias, debemos reconocer que, a diferencia de los objetos materiales, los constructos matemáticos son totalmente inaccesibles a nuestros sentidos, ellos sólo pueden ser vistos con los ojos de la mente. Por ende, tener la capacidad de ver de algún modo estos objetos, parece ser una componente esencial de la habilidad matemática.

En este caso podremos hablar de la concepción estructural de las matemáticas, para dar a entender que se hace referencia a objetos abstractos; y de la concepción operacional, cuando se hace referencia a procesos, algoritmos o acciones. Es importante señalar que las concepciones operacionales y estructurales del mismo concepto matemático no son mutuamente excluyentes, aunque se refieren a facetas inseparables y dramáticamente diferentes, por lo que nos referimos a una dualidad del objeto matemático más que a una dicotomía.

Desde la perspectiva de la escuela, todas las teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se basan en diferentes definiciones de pensamiento matemático y su desarrollo para identificar errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información, de tal forma que el profesor pueda actuar en consecuencia con la comprensión del conflicto cognitivo del estudiante, siendo sensible a las ideas previas que éste manifestó, logrando un progreso en el aprendizaje. (Godino, Batanero, & Font, 2004)

Es de tener presente, hoy en día, algunas cuestiones que se hacen importantes al abordar la enseñanza de las matemáticas tales como ¿para qué sirven las matemáticas en la cotidianidad de las personas?, ¿de qué manera ayudan a desarrollar capacidades y habilidades para desempeñarse dentro de una estructura humana y social? y ¿cómo se logran evidenciar los provechos en la vida cotidiana?, para entender y atender los señalamientos que pronuncia el estado a través de la expedición de referentes de calidad.

En los estándares básicos de competencias en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) el fortalecimiento del pensamiento matemático se logra a partir de la comprensión y puesta en práctica de los procesos generales de formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

En este sentido, la Educación Matemática tiene el compromiso de responder a nuevas demandas globales y nacionales, que tienen que ver con una educación para todos, con la atención a la diversidad, a la interculturalidad y particularmente a la formación de ciudadanos con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y sus deberes democráticos (Ministerio de Educación Nacional, 2006), lo cual se pretende hacer a partir del fortalecimiento del pensamiento matemático en la escuela.

En esta dirección, la evolución de las sociedades humanas ha generado, en el contexto educativo y particularmente en la escuela, una mirada hacia el docente y el alumno, centrando la atención en cómo y de qué manera la enseñanza y el aprendizaje han sufrido transformaciones, implicando que la formación matemática, evidenciada en el desarrollo del pensamiento matemático, se convierta en una herramienta del pensamiento crítico de las personas, permitiéndoles alcanzar mayores niveles de alfabetización matemática[1] procurando un papel similar en la sociedad al de la alfabetización. (Skovsmose, 1999, pág. 30)

Para este autor, el conocimiento reflexivo se debe desarrollar en un meta-nivel basado en la relación entre un *conocimiento tecnológico*, entendido como el conocimiento necesario para desarrollar y usar la tecnología y el *conocimiento reflexivo*, el cual puede entenderse como un meta-conocimiento, de tal forma que la tesis que los relaciona se basa en que el primero en sí mismo es incapaz de predecir y analizar los resultados de su propia producción; por lo que se necesitan las reflexiones del segundo. En relación con la enseñanza de las matemáticas para la ciudadanía, se puede apreciar en la Tabla 1.

Tabla 3. Esquema De Conocimiento Reflexivo En Matemáticas

Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas			Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía
Escuela para la democracia (Henry Giroux)	Alfabetización (Paulo Freire)	Alfabetización matemática (Ole Skovsmose)	Hacer matemáticas y formar en educación matemática exige al contexto educativo adaptarse a esos cambios. La clase se convierte en un lugar en el que se involucran personalidades muy diferentes no sólo a nivel personal, sino en lo social y cultural. (Vanegas & Giménez, 2010, p. 1)
Si la alfabetización matemática tiene un papel que jugar en la educación -similar pero no idéntico al papel de la alfabetización- para tratar de desarrollar una competencia democrática, entonces la alfabetización matemática debe verse como una composición de diferentes competencias. (1997, p. 208)			Los profesores se enfrentan a una nueva realidad, actitudes negativas hacia las matemáticas.
El Conocimiento Reflexivo Pero si las matemáticas tienen un papel especial que jugar, se vuelve natural suponer que la educación matemática debe ponerse en la mira, y esto lleva de nuevo nuestra discusión al concepto de alfabetización matemática. (Skovsmose, 1997, p. 205)			Las investigaciones en educación matemática, relacionadas con el desarrollo profesional del profesor, se han centrado al contenido matemático. (Vanegas & Jiménez, Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. Educación Matemática y Ciudadanía, 2010, pág. 2)
El Conocimiento Tecnológico (nació corto de visión) Desarrollar Usar Saber Hacer			Falta por profundizar en investigación: análisis de la formación del profesor de matemáticas como sujeto social de sus acciones el papel de la educación matemática en el desarrollo de la competencia transversal de "aprender a educar en ciudadanía".

[1] La importancia de la alfabetización matemática como una competencia integrada implica que los principios guías de la educación matemática no se encuentran más en las matemáticas sino en su contexto social. (Skovsmose, 1999, p. 130)

Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas	Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía
Manejar Construirlo Repararlo	

3. METODOLOGÍA

Para llevar a término los objetivos propuestos en la investigación, se determinó como enfoque la investigación cualitativa, así poder hacer una aproximación de las prácticas docentes, en el pensamiento matemático y ciudadanía; teniendo como apoyo sus discursos.

El diseño utilizado es "grupos focales" ese término es usado en el sentido de preguntas muy específicas o directas. Las preguntas que se hacen en lo que se suele llamar "entrevistas abiertas" o "libres", y que en el caso de los grupos focales se definen de manera muy amplia y como una invitación a hablar sobre un punto de un tema. Por ejemplo: ¿cómo se enteraron de esa situación? ¿Qué opinan del siglo XX? (p.e.: un actor social, un político, un cambio habido). (Montero, s.f., pág. 9)

Este trabajo de investigación, se realizó bajo las siguientes características: revisión documental, análisis y discusión sobre artículos de: pensamiento matemático, historia del concepto de ciudadanía, prácticas docentes y diseños de investigación.

El pensamiento matemático obedece al ideal de ofrecer a toda la población del país una educación básica masiva con equidad y calidad, lo que implica buscar también la integración social y la equidad en y a través de la educación matemática, es decir, formar en matemáticas a todo tipo de alumnos y alumnas.[1] (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 47)

Por lo tanto dentro del aula de matemáticas el discurso del docente debe dar un paso más del disciplinar, apoyado en los procesos matemáticos establecidos en los EBC, la formulación, tratamiento y resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento ya que estos se encuentran implícitamente ligados a las competencias ciudadanas dadas en los tres grandes grupos que son: convivencia y paz, participación y responsabilidad democrática y pluralidad, identidad y valoración de las diferencias, ejemplos en los cuales podemos encontrar la conexión entre estos dos campos:

a) Hacer un uso adecuado de las señales de tránsito
b) Argumentar llegar tarde al trabajo
c) Votar por un candidato
d) Tener varias posibilidades para hallar o no la solución a un problema, etc.

"Fomentar el pensamiento de los estudiantes, aportar elementos en el pensamiento matemático de los estudiantes, aportar elementos en el desarrollo de competencias transversales, y en particular, la competencia ciudadanía." (Vanegas, 2013, pág. 121)

La clase de matemáticas no es solamente un espacio de transmisión de objetos matemáticos, como suele suceder con la pregunta ¿para qué me sirven?, se refiere a cómo se

[1] Por ello, se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

desarrolla el pensamiento matemático y lo direcciona a otros espacios, campos y niveles de complejidad. Uno de ellos puede ser la participación en la consulta anticorrupción con 11, 674, 951 votos lo que no alcanzó para superar el umbral, ¿por qué? Los docentes de matemáticas tienen un compromiso social y los encontramos teóricamente en los EBC de las competencias ciudadanas. "De modo que la enseñanza de las matemáticas sacaría provecho de las investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento matemático y sobre las formas en que se concibe la construcción social del conocimiento matemático." (Cantoral, 2013, pág. 4)

El tamaño ideal de un grupo focal oscila entre siete y once miembros. (Montero, s.f., pág. 15)

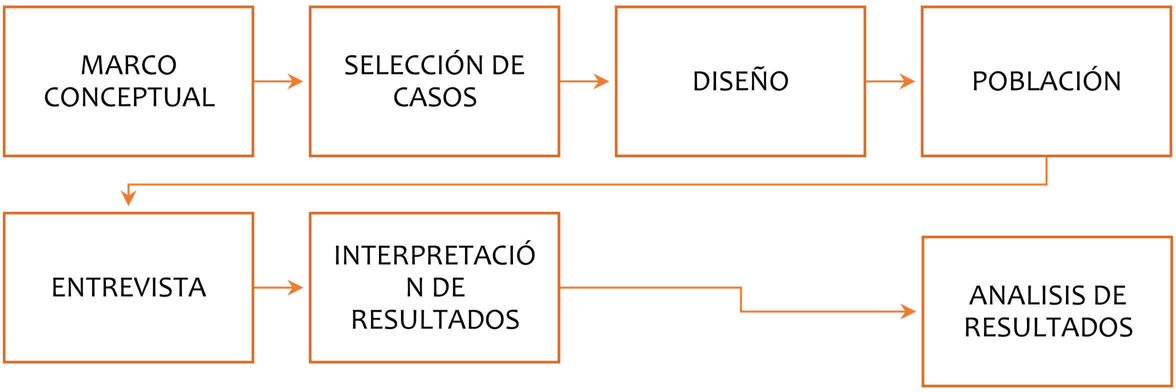
La conformidad final de los sujetos participantes se presenta en la tabla 7.

Tabla 4. Conformación de los sujetos participantes por sexo y profesión

Docentes		Coordinadores		Total
Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	
2	2	2	1	7

Fuente: Elaboración propia

Figura 1. Esquema del diseño de investigación



Fuente: Elaboración propia

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Analizando los discursos de los docentes ante ¿Cuándo prepara su jornada laboral qué tiene en cuenta o cuáles son sus prioridades? Ellos han ido transformando sus prácticas dentro y fuera del aula en el transcurso de su praxis; al enfrentarse a la vida laboral de ser docentes, se encuentran con varias frustraciones una de ellas es: no saben cómo enseñar lo aprendido, como presentarse ante los estudiantes, miedos a las preguntas, temor a no saber la respuesta; la universidad no lo ha preparado para equivocarse y menos para resolver problemas de niños o adolescentes. Docente "antes tenía temor a muchas cosas, tenía un guion listo y si el estudiante se iba por otro lado- Yo le decía no señor, no señor, por la programación". Al ir ganando experiencia van transformando los miedos y sus prioridades.

Docente "En cambio, hoy voy acomodando las situaciones. Antes no me importaba con quien iba a trabajar, en cambio ahora veo con quien voy a trabajar, hay grupos muy diferentes dependiendo con el grupo humano"

¿Al realizar la clase utilizo un lenguaje oral o escrito preciso, más académico o de acuerdo a los estudiantes cuando damos las clases? La mayoría de las clases se encuentran diseñada teniendo en cuenta la parte disciplinar sin olvidar la parte humana, pero en el transcurso de la clase pueden ir cambiando las circunstancias, dependiendo de los estudiantes y el ritmo de aprendizaje. Pero es importante enseñar el lenguaje matemático, no porque lo exija un currículo o el MEN. El docente no debe solamente limitarse a un lenguaje coloquial cuando se presentan dificultades en el acercamiento de los objetos matemáticos, ya que los estudiantes deben aprender a leer matemáticas, por el simple hecho de tener un empoderamiento ante la sociedad y poder argumentar a conciencia.

Docente "Yo, les hablo de corrupción- corrupción en el aula y que somos simplemente una reproducción de nuestra sociedad, sobre todo cuando ellos se copian, porque les dijo uno no puede estar criticando- ósea insisto mucho en la parte de la coherencia- uno no puede estar diciendo este país de corruptos, cuando usted le está copiando al compañero eso es una forma de corrupción. Evadir cosas."

Los docentes manejan una frase popular, "enseñamos contenidos del siglo XIX, con docentes del siglo XX, a estudiantes del siglo XXI", realizando un paralelo se podría decir que todavía utilizamos modelos clásicos y modernista[1], ya que el constructivista estamos en etapa de aprestamiento. Docente "los chicos adquieran algunos conceptos de los objetos matemáticos, pero no de la manera tradicional (no por medio de la transmisión, sino de situaciones problemas.

Ahora que soy coordinador le digo a mis profesores que lo importante no son los contenidos sino cómo hacer que los chicos construyan."

Como se mencionó anteriormente uno de los obstáculos es el cambio de uno mismo "aprender a desaprender" para ello hay que tener bien constituido los criterios para evaluarse, para evaluar a los demás, para exigirse y para formar expectativas. (Ministerio de Educación Nacional, 2004)

Docente "Lo más difícil es la calificación de exámenes, a veces uno se inventa un examen y para calificar …lo difícil es ceñirse a un plan del MEN- se ve limitada la autonomía. Ahora todo cae sobre el docente… ¡eso te limita!", por otra parte, también se encuentra la siguiente pregunta ¿Será que enseñé bien o de pronto no me hice entender?, esta pregunta es reflexiva, ya que se evidencia en los discursos de los docentes un proceso de transformación. Pero en ocasiones nuestro mismo contexto limita avanzar hacer cambios.

[1] Evolución del docente. (Gascón, 2001)

5. REFERENCIAS

Cantoral. (2013). *Desarrollo del pensamiento y Lenguaje variacional.*

Carretero, & García . (1984). *Psicología del Pensamiento: Aspectos históricos y metodológicos. En M. Carretero, & J. A. García Madruga, Lecturas de psicología del pensamiento: Razonamientos, solución de problemas y desarrollo cognitivo.* Madrid. España.

Godino, Batanero, & Font. (2004). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.*

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Educación para vivir en sociedad. En ElTablero.* Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87284.html

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Estándares básicos de competencias ciudadanas.*

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias matemáticas Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.*

Montero. (s.f.). *Focales*. Grupos Focales.

Parra. (2013). *Una Propuesta Didáctica para Construcción de Ciudadanía Crítica a Través del Aprendizaje de la Matemática.*

Penrose. (1995). *La inteligencia Matemáticas.* En J. Khalfa (ed.), ¿Qué es la inteligencia? Madrid, España: Alianza Psicología minor.

Sfard. (1991). *On the dual nature of mathematical conceptions: Reflection processes and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics.*

Skovsmose. (1997). *Competencia Democrática Y Conocimiento Reflexivo en Matemáticas.*

Skovsmose. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.*

Unidas, Econ, & Mundial. (2018). *Colombia lucha por salir del escalafón que lo mantiene entre los tres países más desiguales de América Latina*.

Vanegas. (2013). *Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas.*

Vanegas, & Jiménez. (2010). *Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. Educación Matemática y Ciudadanía.*

TO
ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRITÍCO EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO EN AULA VIRTUAL A TRAVÉS DEL LENGUAJE MATEMÁTICO Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES LINÉALES

Carlos José Jiménez Vanegas[1], Jesús David Pacheco Florez[2], Eddie Rodriguez Bossio[3]

Resumen

Aprovechándose el desarrollo de una propuesta sobre resolución de problemas con ecuaciones de una incógnita, mediante la teoría de Polya y haciéndose uso de herramientas tecnológicas que permiten potencializar habilidades de pensamiento crítico, necesarias para la formación académica en cuanto a la suministración de razonamiento que le permitan comprender y resolver de manera crítica y acertada cualquier ejercicio sobre el lenguaje algebraico y la resolución de ecuaciones de primer grado. Aplacándose la metodología investigación acción basándose en un enfoque cualitativo en ésta se vio necesario aplicar una prueba diagnóstica para identificar las dificultades en los estudiantes entorno al lenguaje algebraico y la resolución de problemas, para así fortalecer ese pensamiento crítico. Haciendo una revisión literaria y un análisis de investigaciones con sus referentes teóricos los cuales aportan de manera significativa a ésta, para apoyar la propuesta empleada. El estudiante desarrolló el pensamiento crítico con la aplicación de la propuesta.

Palabras claves: *Ecuaciones, lenguaje algebraico, resolución de problemas, pensamiento crítico.*

Abstract

Taking advantage of the development of a proposal on solving problems with equations of one unknown, by means of Polya's theory and making use of technological tools that allow to potentiate critical thinking skills, necessary for academic training in terms of supplying reasoning that allow understand and solve in a critical and correct way any exercise on algebraic language and the resolution of first degree equations. Postponing the action research methodology based on a qualitative approach, it was necessary to apply a diagnostic test to identify the difficulties in students around algebraic language and problem solving, in order to strengthen that critical thinking. Making a literary review and an analysis of research with its theoretical references which contribute significantly to it, to support the proposal used. The student developed critical thinking with the application of the proposal.

Key words: *Equations, algebraic language, problem solving, critical thinking.*

[1] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; osejimenez@est.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; jesusdpacheco@est.uniatlantico.edu.co
[3] Ph. D. en Ciencias de la Educación; Universidad del Atlántico; Colombia; eddierodriguez@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Los antecedentes relacionados con este trabajo de investigación que se destacan son: la investigación realizada por Alayo (2015), en la ciudad de Lima titulada, "*El entorno virtual de aprendizaje en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de física de estudiantes del tercer grado de secundaria*", el Artículo de Jesús (2013), publicado en la revista de Educación, Cooperación y Bienestar Social, titulado "*La resolución de problemas matemáticos y su impacto en el pensamiento crítico del ciudadano*", el trabajo de Franco (2019) titulado "*Influencias de las matemáticas en el pensamiento crítico*", el Artículo publicado por Emanuel, y otros (2020) titulado "*Contribución de la enseñanza en los procesos meta cognitivos y la resolución de problemas matemáticos*".

La falta de desarrollo de pensamiento crítico y la mala resolución de problemas de matemáticas en estudiantes, genera que no haya un buen progreso en todo el currículo académico, escolar y universitario; esto se puede observar en el área de matemáticas e incluso en el desarrollo de su pensamiento matemático en el momento de abordar temas que requieran de un análisis y comprensión, como el caso de ecuaciones lineales. Por ello se aplicó una propuesta para desarrollar el pensamiento crítico en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Técnica Blas de la Torres Torre.

En la sección 2, se presentan lo soportes teóricos de la investigación, en cuanto a la sección 3, en esta se resumen las técnicas e instrumentos que se empleó para recopilar información, que se sintetiza y analiza en la sección 4.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Ecuaciones lineales.

Según Gudiel (2018), citando Ángel, una ecuación es una igualdad con una o varias incógnitas que se representan con letras pueden ser fórmulas que se utilizan para encontrar una magnitud y es una afirmación de que dos cantidades o expresiones son iguales.

2.1.1 Ecuación lineal de una incógnita: Flores (como se citó en López, 2014) define la ecuación de primer grado con una incógnita como aquella igualdad que, después de efectuadas todas las reducciones posibles el exponente de la incógnita es 1. Así mismo indica que la ecuación está compuesta por un conjunto de términos divididos en dos partes separados por el signo igual, en donde los términos del lado izquierdo forman el primer miembro y los términos del lado derecho el segundo miembro.

Lázaro (como se citó en López, 2014)) afirma que una ecuación de primer grado con una incógnita es una igualdad de la forma ax+b=c donde (a, b, c son números conocidos) compuesto por dos miembros separados por el signo igual, ax + b = primer miembro y c = segundo miembro.

2.2 Resolución de problemas.

Según Cecilia (2013), citando a Ortega, Pecharromán y Sosas (2011) resolver problemas significa usar matemáticas en situaciones que surgen del mundo real, de otras ciencias o de las propias matemáticas, así "el reconocimiento de que aprender matemáticas es un proceso continuo que se ve favorecido en un ambiente de solución de problemas".

Para Sepúlveda y Santo (2006), permite al estudiante, ubicar y aterrizar su conocimiento mediante la comprensión y aplicación de los mismos en situaciones del contexto y del mundo, a partir de la internalización del proceso, del reconocimiento, del manejo autónomo del mismo, su propuesta y estrategia de solución. A través de la resolución de situaciones de problema se evidencia el saber hacer del estudiante en relación de la construcción de su conocimiento matemático y aplicación de conceptos, hechos, terminologías, notaciones, así como las destrezas, estrategias y razonamientos que realiza al tratar de dar respuesta a la situación.

2.3 Lenguaje.

Para Puga, Rodríguez y Toledo (2015), citando a Serrano (2005), Existen una diversidad de definiciones de lenguaje, manifiesta que "es una palabra ambigua puesto que se usa tanto para denotar la función comunicativa entre individuos, como para denotar un particular sistema de signos o símbolos o para describir el uso que se le da a este sistema en un contexto determinado".

De igual manera Saussure considera que el lenguaje está formado por el habla y la lengua. Define al habla como el uso de la lengua por una persona, en una situación específica, la entiende como un acto individual. En cambio, la lengua constituye la totalidad de los sistemas lingüísticos que poseen los miembros de una comunidad, es decir; la lengua "es un sistema de signos y el habla es la codificación de mensajes específicos, descifrados luego por quienes participan en el proceso de comunicación" (Serrano, 2005, p. 49).

En el mundo educativo formal el lenguaje, y por ende el habla y la lengua, es objeto de estudio y reflexión y en el caso de la enseñanza de la matemática más aún, por cuanto esta trata no sólo con el lenguaje matemático, sino con el natural, el corporal, el gestual, entre otros. Para entender lo señalado es importante definir los diferentes tipos de lenguaje, al respecto Alberto Pereira (1999) en su texto de Lingüística para comunicadores indica que el lenguaje se clasifica en lenguaje verbal (oral o escrito) o articulado y una serie de sistemas y lenguajes no verbales.

Además, clarifica que los hechos culturales se dan solamente cuando los hombres interactúan socialmente mediante el trabajo, los juegos, las prácticas rituales, etc., y adquieren la capacidad de codificar y simbolizar la realidad mediante diferentes formas y sistemas de interrelación, cuya representación más alta y compleja lo constituye el lenguaje verbal (Pereira, 1999, pp. 12, 19).

2.3.1 Filosofía del lenguaje: Según Puga, Rodriguez, y Toledo (2015), en su Artículo, "*Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje*" de la Universidad Tecnológica Equinoccial en Ecuador, la filosofía del lenguaje resuelve problemas, que en todo caso, son de naturaleza lingüística. Pero su importancia no reside sólo en este simple hecho sino también en que ayuda a plantear con más precisión y nitidez los problemas típicos de las disciplinas filosóficas. Por ejemplo, la filosofía del lenguaje tiene su parte en el enfoque de uno de los problemas más urgentes en la actualidad, el de la acción racional o de la racionalidad (Pérez, 1987, p. 2).

3. METODOLOGÍA

Está investigación se desarrolla con el diseño de investigación –acción , basándose en un enfoque cualitativo, que según Hernández (2014), hace referencia al planteamiento de un problema que es observado para desarrollar un proceso que permita descripciones, estudios e interpretaciones que generan teorías, por medio de técnicas para la recolección de datos, con relación al contexto que se encuentran, dicho de otra forma la investigación cualitativa se basa más en una lógica y proceso inductivo.

Por lo anterior se busca, identificar las habilidades de pensamientos critico presentes en la resolución de problemas en estudiantes de octavo grado, por medio actividades matemáticas que requieren el uso del lenguaje matemático, para establecer la relación de procesos cognitivos en la resolución de ecuaciones lineales.

A partir de lo anterior se tendrá en cuenta el diseño de investigación –acción, que de acuerdo con Hernández (2014), resuelve problemas cotidianos e inmediatos, y mejorar las prácticas concretas. Su propósito fundamental se centra en aportar información que guie la toma de decisiones, para programas, procesos y reformas estructurales. Los pilares sobre los cuales se fundamentan los diseños de investigación-acción son: los participantes que están viviendo un problema, la conducta de estas personas están influida de manera importante por entorno natural en que se encuentran.

Según Salgado (2007), citando Stringer (1999) las tres fases esenciales de los diseños de investigación-acción son: Observar (construir un bosquejo del problema y recolectar datos); Pensar (analizar e interpretar) y Actuar (resolver problemas e implementar mejoras), las cuales se dan de una manera cíclica, una y otra vez hasta que el problema es resulto, por lo cual la investigación centró su interés en la comprensión, interpretación y análisis de los fenómenos que ocurrieron en el aula de clase, a través de una descripción lo más ajustada posible de la realidad en las fase de observación, planificación, y ejecución.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Análisis de resultados.

Los estudiantes al principio no tenían desarrollados estas habilidades, pero al finalizar todas las actividades se les desarrollo las habilidades y pudieron realizar los ocho puntos de este ítem de manera correcta, donde cabe destacar que algunos estudiantes presentaron algunas diferencias para reconocer las características, que posee el lenguaje matemático, pero es así logran superar su tiempo de solución de la prueba, una vez aplicado el desarrollo de cada actividad el estudiante adquiere habilidades como de recordar conceptos, características y definiciones de expresiones algebraicas que están inversa en el lenguaje usual, eso le facilita comprender e interpretar la información que se le suministra en cada situación del problema y así dar respuestas correctas.

Desde un comienzo cuando se aplicó la prueba, mostraron resultados negativos dos estudiantes eso se presenta debido que a un ellos no tenían desarrollados estas habilidades, que posteriormente durante la investigación y con la implementación de las actividades fueron adquiriendo las habilidades de pensamiento crítico, además esos estudiantes presentaron cambios positivos en cada actividad y que posteriormente en la prueba final se evidencia que resaltan sus resultados en comparación a los de la prueba inicial son resultados positivos.

Continuando con el análisis se observan dos estudiantes que obtuvieron un puntaje inferior respecto a la prueba inicial, eso implica que durante el proceso de enseñanza presentaron remiendo deficiente en comparación con los de más estudiantes. Sin embargo, uno de los dos estudiantes, a pesar de que obtuvo un resultado inferior con respecto a la prueba inicial, en comparación con su compañero no fue tan negativo.

4.2 Conclusiones.

Al momento de iniciar la investigación y hacer la debida interpretación a la prueba diagnóstica realizada se evidencia que los estudiantes de octavo grado presentan dificultades al diferenciar aspectos algebraicos relacionados con el lenguaje usual, eso muestra que no aplican un procedimiento lógico que le permita llegar a una solución óptima a partir de una ecuación lineal de primer grado, haciendo uso del pensamiento crítico.

Analizándose cada uno de los datos se nota que las dificultades provienen de dudas, inseguridades, y vacíos con respectos a temas previos como son conceptos, operaciones con números enteros, aplicación de la propiedad de la uniformidad, expresiones algebraicas, la ecuación y sus elementos entre otros. Por lo anterior se ve reflejado el objetivo específico el cual menciona en determinar las dificultades presentes en los estudiantes de octavo grado en el desarrollo del pensamiento crítico al desarrollar cada una de los temas mencionados anteriormente.

Teniéndose en cuenta las dificultades notadas en un principio, al realizar la secuencia de las actividades a partir de los temas más sencillos hasta un nivel complejo que fueron necesarias para cumplir el objetivo de la propuesta, se logra observar en la prueba final un avance notable en la gran mayoría de los catorce estudiantes de la muestra, que desarrollaron habilidades de pensamiento crítico tales como observar, secuenciar-ordenar, comparar-contrastar, describir –explicar, recordar, emparejar, identificar detalles, inferir, nombrar-identificar, mostrándose una mejoría respecto al lenguaje algebraico y la resolución de ecuaciones de primer grado en cada estudiante llevándose a cabalidad el tercer y último objetivo específico.

5. REFERENCIAS

Alayo, B. (2015). *Una estrategia de enseñanza para desarrollar la capacidad de resolución de problemas de Física dirigido a estudiantes de 3° de secundaria* (tesis de grado). Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/6590

Cecilia, M. (2013). *Un estudio sobre el aprendizaje de ecuaciones lineales en secundaria apoyo en las TIC y la solución de problemas*. Universidad Virtual De Graduados en Educación, Bogotá.

Emanuel, P., Luz, L., María, P., Daniela, P., Kevin, G., Jennifer, F., y Princell, T. (02 de febrero de 2020). Contribución de la enseñanza en los procesos metacognitivos y la resolución de problemas matemáticos. *Espacios, 41* (4), 1-27. Obtenido de http://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/6048

Franco, A. (2019). *Influencia de las matemáticas en el pensamiento crítico* (Tesis de grado). Universidad internacional de la rioja, Barcelona.

Hernández. (2014). *Metodología de la investigación* (6ta. ed.). México: Interamericana editores.

Jesús, M. (2013). La resolución de problemas matemáticos y su impacto en el pensamiento crítico del ciudadano. *Educación, Cooperación y Bienestar Social*, 79-85.

Puga, Rodríguez, y Toledo. (2015). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Revista Universitaria de Investigación*, 1-49. Obtenido de https://www.redalyc.org/jatsRepo/4418/441846839009/html/index.html

Salgado, A. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit*, *13*(13), 1-8.

SECUENCIAS DIDACTICAS PARA DESARROLLAR PENSAMIENTO CREATIVO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS MEDIADOS POR LAS FUNCIONES EJECUTIVAS.

Maria Fernanda Escobar Vergara[1], Sonia Valbuena Duarte[2]

Resumen

Esta investigación bajo el enfoque cualitativo es trabajada con estudiantes del grado octavo de un colegio privado de la ciudad de Barranquilla, donde a través de la aplicación de distintas técnicas e instrumentos entre estas una batería neuropsicológica de las funciones ejecutivas y lóbulos frontales y la entrevista flexible, se recolecta información evidenciándose las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas algebraicos. La metodología desarrollada parte de una prueba diagnóstica y la aplicación de la Torre de Hanói, las sumas y restas consecutivas trabajando de manera transversal la estimulación sensorial y el pensamiento creativo, se analizó los datos por medio de una triangulación. A partir del desarrollo de la investigación podemos concluir que las categorías trabajadas como los son funciones ejecutivas, pensamiento creativo y resolución de problemas promueven a una mejor comprensión al momento de resolver problemas algebraicos.

Palabras claves: *Funciones ejecutivas, pensamiento creativo y resolución de problemas.*

Abstract

This research under the qualitative approach is carried out with eighth grade students from a private school in the city of Barranquilla, where through the application of different techniques and instruments, including a neuropsychological battery of executive functions and frontal lobes and the flexible interview, information is collected showing the difficulties that students have to solve algebraic problems. The methodology developed starts from a diagnostic test and the application of the Tower of Hanoi and the consecutive additions and subtractions working in a transversal way on sensory stimulation and creative thinking, the data was analyzed by means of a triangulation. From the development of the research we can conclude that the categories worked such as Executive functions, creative thinking and executive functions promote a better understanding when solving algebraic problems.

Keywords: *Executive functions, creative thinking and problem solving.*

[1] Licenciada en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, Maestrante en Neuropedagogía; Colegio Maria Auxiliadora Norte;Colombia;mafe199107@hotmail.com
[2] Magister en Educación, Magister en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación busca analizar como por medio de la mediación de las funciones ejecutivas tales como: memoria de trabajo, planeación, secuenciación y abstracción, se busca que los estudiantes de octavo grado puedan resolver problemas algebraicos de manera satisfactoria, usando como instrumento la batería neuropsicológica de las funciones ejecutivas y los lóbulos frontales junto con la entrevista flexible.

Con base en diferentes teóricos en el campo de la neurociencia (Luria,1986; Lezak,1995; Flores,1995), los procesos presentes en la resolución de problemas (Polya,1989; Chamorro,2005 Schoenfeld, 2007;) y atendiendo que en Colombia los resultados de los estudiantes en las pruebas nacionales (ICFES) e internacionales (programa de evaluación internacional de alumnos, PISA) no muestran avances significativos en el campo de las matemáticas, Atribuido entre otros a la poca innovación y a los escasos espacios de cualificación docente. Este trabajo busca que el estudiante por medio de secuencias neurodidacticas fortalezca la resolución de problemas algebraicos mediados por las funciones ejecutivas y actuando de manera transversal el pensamiento creativo y la estimulación sensorial.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Después de realizar un arqueo de los antecedentes investigativos relacionados con la descripción del problema. Se observaron investigaciones internacionales y nacionales que inciden en la variable resolución de problemas y neurodidacticas.

En esta búsqueda se encuentra en el año 2015, una investigación realizada por Priscila Olivares de Chile, titulada Diseño y Aplicación de una Secuencia didáctica en Resolución de Problemas Abiertos y Pensamiento Numérico Algebraico, la cual buscaba ayudar a los estudiantes a comprender problemas en diferentes contextos, partiendo del conocimiento de la neurociencia y la didáctica, permitiendo así crear estrategias neurodidacticas que mostraron como los estudiantes desarrollaban y comprendían un problema de tipo algebraico.

Para esta investigación, lo desarrollado por la investigación anterior tiene relevancia porque esta aborda, dos de las categorías en las cuales estamos trabajando como lo son neurodidacticas y la resolución de problemas algebraicos.

La investigación realizada por Rosario Romero en el 2014, titulada La gimnasia cerebral como estrategia para el desarrollo de la creatividad en los estudiantes, la cual buscaba la aplicación de la gimnasia cerebral y esta como aumenta los niveles de creatividad en estudiantes de la asignatura Desarrollo de HAB. del Pensamiento I del Programa Educación – UNERMB. Los resultados de esta investigación muestran como los estudiantes mejoraron en su creatividad, además esto permite deslumbra una de las categorías de la investigación actual, como es la creativa pero esta llevada al campo de la educación matemática específicamente en el pensamiento algebraico.

Otra de las investigaciones que contribuyen a la propuesta de investigación actual es la realizada por María Arroyo en el año 2014, titulada Habilidades de planificación y organización, relación con la resolución de problemas matemáticos en escolares argentinos, la cual buscaba desde el análisis de las funciones ejecutivas y la resolución de problemas matemáticos, como los estudiantes planificaban y organizaban los problemas propuestos para llegar a una posible solución. Esto permito reflexionar sobre la importancia de estos procesos y como se podrían incluir la memoria de trabajo, el control inhibitorio y la flexibilidad cognitiva, y estos como se asocian al rendimiento del estudiante al llevar a cabo un problema de tipo algebraico.

En la universidad estatal de Costa Rica se llevó a cabo la investigación realizada por Melendez en el 2009, titulada neurodidáctica y el desarrollo de las funciones ejecutivas, la cual muestra la importancia de conocer la cartografía cerebral, es decir las locaciones cerebrales en las que se encuentran o deberían encontrarse representadas las distintas funciones para aprender esto es de suma importancia ya que nos permite visualizar que actividades se llevarían a cabo para activar esas zonas del cerebro.

En el presente trabajo toma importancia la investigación realizada por Rosa Gómez en el 2019, sobre estrategias neurodidácticas en la resolución de problemas matemáticos en el aprendizaje del algebra, la cual analizaba la habilidad de resolución de problemas en el álgebra, mediada por estrategias neurodidácticas en las estudiantes de noveno grado, esta investigación dentro de una de las etapas desarrollo la evaluación de la prueba neuropsicológica de funciones ejecutivas y lóbulo frontales BANFE-2 la cual le permito identificar cuales eras esos aspectos en donde los estudiantes presentaban dificultad, este elemento es fundamentas para la investigación actual ya que por medio de la aplicación de la batería podemos identificar en el grado octavo grado cuáles son esas áreas en donde el estudiante presenta dificultad al momento de abordar un problema algebraico.

Maricel Esquiaqui y Yorsis Pérez,2018 su estudio fue realizado en Cartagena(Colombia) y es titulada Plan de mejoramiento de la calidad educativa de la institución educativa de isla fuerte (Cartagena) a partir de las cada con un enfoque neuropedagógico la cual buscaba fortalecer los niveles de comprensión lectora y la resolución de problemas en el ciclo de básica primaria dándole calidad a los procesos de calidad educativa sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las competencias básicas de lenguaje y matemática.

Esta investigación busca que el estudiante al momento de llevar a cabo el acompañamiento en cuanto a la resolución de problemas en ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita pueda hacer uso de las funciones ejecutivas tales como el control inhibitorio, flexibilidad cognitiva y memoria de trabajo y la relación que guarda con la corteza prefrontal, siendo más exactos la corteza dorsolateral y estas como permiten fortalecer el pensamiento creativo.

3. METODOLOGÍA

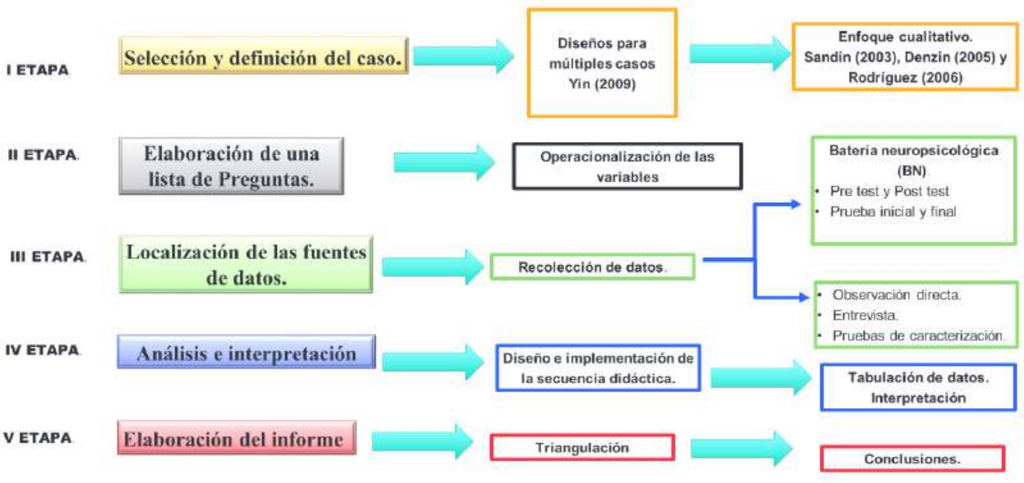
Esta investigación es de carácter cualitativo se según Sandín (2003), Denzin (2005) y Rodríguez (2006) consideran que esta recolecta información de un determinado fenómeno, partiendo del contexto natural y como desde él, se puede profundizar, explorar y comprender a los participantes.

La presente investigación es de carácter cualitativo. Según Hernández (2012), en el método cualitativo afirma. "Se busca comprender desde la perspectiva de los participantes a cerca de los fenómenos que los rodean, para profundizar en sus experiencias, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente a la realidad", lo cual permite tener claridad en aspectos que conciernan en cómo actúan los estudiantes al momento de resolver problemas sobre ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita y por medio de este tipo de investigación llegará a conclusiones que ayuden a tomar decisiones objetivas para el futuro de la investigación.

En el desarrollo de la investigación, el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes se hizo mediante diferentes instrumentos extraídos de técnicas como la entrevista flexible (individual y grupal), el manejo de neuroalgebra, gráficas, videos y materiales didácticos.

Por medio de esta investigación se busca que los estudiantes obtengan claridad al momento de resolver problemas de ecuaciones lineales con una incógnita teniendo presente el contexto natural del estudiante, tomando las funciones ejecutivas como una herramienta eficaz que desarrolle el pensamiento creativo, y a su vez que este apoye la ejecución de las actividades planteadas en el diseño metodológico.

Figura 1: Adaptado de Montero y León 2002 ,Diseño de la investigación



A través del diseño metodológico se pretende alcanzar cada uno de los objetivos y darles respuesta a los interrogantes planteados, apoyados en las estrategias operativas para llegar a conclusiones valederas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Desde los análisis de la investigación vista desde las tres categorías como lo son funciones ejecutivas (memoria de trabajo, planeación, abstracción y secuenciación), pensamiento creativo y resolución de problemas se observa, que cada una de ella son importante en las actividades desarrolladas durante la implementación de la propuesta neurodidactica, cabe resaltar que la estimulación sensorial ayuda a que las estudiantes aumenten su concentración al momento de resolver o crear un problema en algebra.

Dentro del desarrollo de la secuencia neurodidactica las estudiantes mostraron una mayor concentración dando a conocer por medio de la entrevista flexible, como llegaron o crearon una situación problema y además cual fue su posible solución según Carol Dweck (como se citó en Cantavella,2018) explicar cómo funciona el cerebro, reconociendo la capacidad de moldear gracias a su plasticidad. Lo escrito anteriormente según el proceso neurobiológica de las estudiantes permite que de alguna manera ser el reconocer que cada ser humano en su proceso de desarrollo en continuo constante y permanente.

Dentro de la realización de la prueba diagnostico los resultados obtenidos en cuanto a la resolución de problemas algebraicos y las funciones ejecutivas no fueron las mejores, pero luego en la aplicación de la prueba final del instrumento se pudo encontrar y resaltar aspectos importantes como se muestra a continuación los cuales muestran un avance de las estudiantes en las funciones ejecutivas tales como (memoria de trabajo, planeación, abstracción y secuenciación)

Tabla 1: Batería neuropsicológica de las funciones ejecutivas y los lóbulos frontales.

	Resta 3-3				Resta 7-7				Suma 5-5				
Edad	Aciertos	Errores	Tiempo	Pcod	Aciertos	Errores	Tiempo	Pcod	Aciertos	Errores	Tiempo	Pcod	Movimi
13	8	5	188	1	8	6	300	1	20	0	95	2	7
13	13	0	74	2	12	2	144	2	20	0	160	1	13
13	6	3	86	1	3	5	300	1	7	3	300	1	7
14	13	0	47	4	11	3	137	3	20	0	79	1	7
14	12	1	69	3	14	0	58	5	20	0	34	5	9

Torre de Hanoi 3 fichas					Torre de Hanoi 4 fichas					
Pcod	Error 1	Error 2	Tiempo	Pcod	Movimi	Pcod	Error 1	Error 2	Tiempo	Pcod
5	0	0	32	5	25	5	0	0	100	3
2	0	0	42	5	33	3	0	0	99	3
5	0	0	40	5	26	4	0	0	142	3
5	0	0	42	3	39	3	1	0	216	2
5	0	0	52	3	20	5	0	0	76	5

Como resultado de esta investigación podemos concluir que se pudo cumplir con el objetivo de realizar problemas algebraicos mediados por las funciones ejecutivas y estas como de manera transversal con la estimulación sensorial lograba generar creatividad en las estudiantes, es importante dentro del desarrollo de la educación matemáticas que las estrategias neurodidactica sean un elemento importante para el desarrollo de las clases ya que esta permite potencializar los procesos de enseñanza aprendizaje.

5. REFERENCIAS

Nacional., M. d. (2018). *Resultados Nacionales Saber 3°,5° y 9° 2012-2017.* Bogota.: Gobierno de Colombia-ICFES 2018.
Florez, j. (2005). *Desarrollo neuropsicologico de lobulos frontales y funcion ejecutiva.* mexico.: el manual moderno.

Fernandez., I. (Marzo De 2010). Altablero. Obtenido De Altablero.: Https://Www.Mineducacion.Gov.Co/1621/Article-241773.Html

Morejon. (2012). *Como propiciar el talento y la creatividad en la escuela.* Mexico.: Manual moderno.
Melendez. (2009). *Neurodidactica y el desarrollo de las funciones ejecutivas.* Costa Rica.: Congreso de educa

Montero, K. L. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos. Escenarios., 13.
Barranquilla., A. d. (2018). *Matemáticas didácticas- Método Singapur.* Barranquilla.: Alcaldia de Barranquilla.
Chamorro, M. *Didáctica para las matemáticas para la Educación Preescolar.* Madrid: Editorial Pearson Educación, 2005.

Rosselli., E. M. (2012). *Bases biológicas y desarrollo de la función ejecutiva.* El manual moderno.
Villamor, J. G. (2014). La Motivación en la Resolución de Problemas Aritmético-algebraicos. *Educational Psychology*, pp. 83-106.
Latorre., A. (2012). Investigación Acción. En A. Latorre., *Investigación Acción.* (Pág. 16). Grao.
Lusminia Alvarado, M. G. (2008). Caracteristicas Mas Relevantes Del Paradigma Socio Critico. *Sapiens*, 16.
Gómez, D. R. (2013). *Metodología de la investigación.*

Díaz, R. O. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Manizales, Manizales, Colombia.
Ballestero, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas. *Educación.*, 27.

FESTIVAL CONCIENCIARTE: UN PROYECTO DE INTEGRACIÓN ENTRE LAS CIENCIAS Y EL ARTE

Juan José Ortiz García[1], Adonay David García Jaramillo[2]

Resumen

Este escrito tiene como pretensión mostrar cómo el festival CONCIENCIARTE incentivó a la comunidad a la expresión de nuevas formas de aprendizaje y, además, cómo se logró hacer una apreciación más clara de la interdisciplinariedad de las diferentes áreas de conocimiento enseñadas en el aula. Se hará un recuento de los conceptos de ciencia y arte para exponer algunas de las causas que llevaron a la creación del festival, anclado con algunos sustentos teóricos que ayudan a vincular esta propuesta al desarrollo de los procesos en las áreas de ciencia y arte en el aula de clase, sin dejar de lado los contenidos específicos de cada una; se retoma la creatividad como eje central del proceso educativo, la metodología activa en el proceso de construcción del contenido matemático y artístico, y del proyecto pedagógico integrador que permite hacer los vínculos entre las áreas logrando una mejor aprehensión de los marcos conceptuales de estos campos.

Palabras claves: *Aprendizaje significativo, arte, ciencia, integración curricular, proyecto pedagógico productivo*

Abstract

This paper aims to show how the CONCIENCIARTE festival encouraged the community to express new forms of learning and, furthermore, how they achieved a clearer appreciation of the interdisciplinary nature of the different areas of knowledge taught in the classroom. A review of the concepts of science and art will be presented to expose some of the causes that led to the creation of the festival, linked with some theoretical grounds that help to connect this proposal to the development of the processes in the subjects of science and art in the classroom, without leaving aside the specific contents of each one. Creativity is taken up as the central axis of the educational process, the active methodology in the procedure of constructing the mathematical and artistic content, and the integrating pedagogical project that allows to make the links between the areas, achieving a better understanding of the conceptual frameworks of these fields of knowledge.

Key words: Significant learning; Art, Science, Curriculum integration; Productive pedagogical project.

1. INTRODUCCIÓN

No es un misterio que en el espacio escolar se ha destinado un lugar importante para la enseñanza de las ciencias. Se enseñan ciencias sociales, ciencias naturales, física, química y matemáticas y son estas asignaturas, además de ser muchas, las que mayor intensidad horaria poseen en la mayoría de los colegios. Sin embargo, y pese a su amplia presencia curricular, se ha demostrado en la generalidad, que son las áreas menos apetentes por la

[1] Matemático; Docente; Colombia; juanjoseortiz@cecas.edu.co
[2] Artista plástico; Docente; Colombia; adonay.garcia@cecas.edu.co

mayoría de los estudiantes pues en muchas ocasiones parecen diseñadas para un mundo distinto al que hoy habitamos.

Esta última posición se ha incrementado, entre otras razones, debido al proceso de su enseñanza pues tampoco es raro encontrar en aula, en la voz de algún profesor, que una cosa es hacer ciencia de verdad y otra hablar de cosas que ya están claras, aludiendo a las ciencias exactas y a las sociales respectivamente, o valorizar más el esfuerzo de un biólogo o un físico en su trabajo que el de un artista, sólo por citar un ejemplo.

El panorama mencionado anteriormente quizá también fue profundizado con la especificidad de algunas ramas de ciencias particulares, la super especialización decantó en islas de conocimiento que naufragan en un mar que las aleja cada día más y que no permite evidenciar las conexiones entre ellas. Frente a esta especificidad vale la pena mencionar que muchas de las investigaciones actuales se realizan de forma interdisciplinar, lo cual es muy útil al tener en el equipo de trabajo personas con saberes alternos que permitan oxigenar las búsquedas y métodos usados, mezclando diversas formas de ver el mundo y así lograr resolver problemas, fin último de la presencia de estas ciencias en la educación.

Hace ya algún tiempo se ha venido insistiendo por parte del Ministerio de Educación Nacional en articular la enseñanza en aula por medio de proyectos pedagógicos que integren diversos saberes, constituyendo un proceso investigativo real en el cual los miembros de la comunidad educativa intervengan, se comuniquen, compartan, dialoguen y lo más importante, les den solución a problemas locales. Es bajo este enfoque que el 30 de septiembre de 2019, se dio apertura al primer festival CONCIENCIARTE en el Centro educativo Carlos Castro Saavedra (CECAS), un espacio propiciado por las áreas de ciencia y arte de la institución, posibilitando generar experiencias reflexivas, pedagógicas y estéticas en la comunidad educativa. En el marco de este festival, se contó con la exposición de proyectos artísticos del grado undécimo, la exhibición de una tabla periódica tridimensional, la apertura de campañas de manejo de residuos sólidos, la exhibición de máquinas de Goldberg, la apertura de exposición de homenaje a Leonardo Da Vinci, la presentación de feria científica, una caminata ecológica a la reserva el Romeral, una visita al Museo de Antioquia, un concurso de fotografía ambiental y el desarrollo de un campaña animalista, entre otras actividades.

Este escrito tiene como pretensión mostrar cómo este festival incentivó a la comunidad a la expresión de nuevas formas de aprendizaje y, además, cómo se logró hacer una apreciación más clara de la interdisciplinariedad de las diferentes áreas de conocimiento enseñadas en el aula. Para lograrlo primero se hará un recuento de los conceptos de ciencia y arte para exponer algunas de las causas que llevaron a la creación del festival, anclado con algunos sustentos teóricos que ayudan a vincular esta propuesta al desarrollo de los procesos en las áreas de ciencia y arte en el aula de clase, sin dejar de lado los contenidos específicos de cada una; se retoma la creatividad como eje central del proceso educativo, la metodología activa en el proceso de construcción del contenido matemático y artístico, y del proyecto pedagógico integrador que permite hacer los vínculos entre las áreas logrando una mejor aprehensión de los marcos conceptuales de estos campos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Aproximación a los conceptos de ciencia y arte

Aunque los dos términos son usados con frecuencia por las personas, es una tarea no muy sencilla el intentar delimitar los conceptos de ciencia y arte. Según Asencio (2013) el propósito que debe tener la ciencia en el aprendizaje es integrar la ciencia a la cultura y frente a ello menciona algunas de las tareas planteadas por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), entre estas se encuentra el promover una educación científica que permita el reconocimiento del mundo circundante y con ello permitir una mejor toma de decisiones. Para lograrlo es necesario reconocer la ciencia como una empresa humana con continuos vaivenes que no posee la verdad absoluta, pues esta verdad puede cambiar en el proceso de desarrollo de la ciencia, afectada por cuestiones políticas, económicas e históricas.

Posterior a esta introducción, Asencio (2013) realiza un rastreo epistemológico del concepto de ciencia a partir de su enseñanza, del que se retoma lo siguiente en aras de, como ya se expuso, dar una cohesión teórica a la experiencia aquí descrita. Así, entre los elementos constitutivos de la ciencia según la autora, se rescatan

Cuerpo de conocimiento: cuando la ciencia se entiende desde integración de un objeto de estudio, conceptos relevantes a este objeto y un proceso sistemático y coherente en continuo desarrollo y construcción.

Proceso: la ciencia como actividad humana, organizada y en pro de búsqueda de nuevo conocimiento en la que se deben usar ciertas herramientas, métodos, procedimientos y técnicas especiales.

Institución social: la ciencia como organización estructurada que tiene una comunidad científica que aprueba, reprueba, anima o censura la actividad de sus miembros.

Fuerza productiva: Cuando se le da un valor intrínseco a la investigación científica por la capacidad para mejorar las condiciones del ser humano.

Alrededor de estos cuatro ejes se puede aproximar el concepto de ciencia, sin embargo, hay otras cualidades que la hacen mucho más compleja. Siguiendo a la misma autora, la ciencia tiene, además, un carácter sociocultural, pues es un legado cultural que ha sido desarrollado en todas las sociedades humanas y que ha permitido como se menciona anteriormente un mejoramiento de las condiciones de ser humano. Asimismo, posee un carácter histórico, pues en sus investigaciones representa una época determinada por los intereses y las pretensiones del contexto. Un carácter ético, ya que la ciencia debe estar comprometida con los valores, las estructuras y deferentes agentes sociales, no puede ser neutral. Y resumiendo todo la anterior, la ciencia tiene un carácter complejo que migra en muchas escalas de la sociedad y por tal motivo, debería ser transmitida de igual manera en el aula. Lamentablemente la enseñanza de la ciencia y en particular de las matemáticas, se ha caracterizado por darse en forma aislada, enseñando mayoritariamente procesos abstractos sin carga en la realidad y con una imposición de precisión en la que limitan el pensar la ciencia como un objeto construido y que porta la verdad absoluta.

De otro lado, podemos hablar del arte con las mismas cualidades de la ciencia, excepto quizá el valor productivo que este posee, en un contexto neoliberal como el actual. Vale la pena mencionar que la formación artística contemporánea le ha otorgado al arte un valor más allá de las técnicas, asignándole un lugar importante al sentido de las obras y de los procesos desarrollados en ellas, lo cual permite que el arte se acerque a la filosofía, extendiendo por citar un ejemplo, el papel del artista hacia la definición de qué es arte. La discusión sobre este tópico puede ser más extensa que la demostración del último teorema de Fermat, lo cual abre la dimensión de este campo. Es por ello por lo que, en aras del propósito de este texto, se retoma aunado a lo presente, el enfoque de enseñanza de las artes en la educación básica y media.

Waisburd y Sefchovich, como se citó en Rodríguez, Aragón y Grande (2017) señalan que "el propósito de la escuela no es formar artistas, sino que el maestro le muestre al estudiante nuevos mundos que le permitan desarrollar su creatividad, reflexividad y criticidad, brindándole herramientas que le posibiliten cambiar su contexto". (p.46)

De allí que en la experiencia que aquí se narra, no ha existido la pretensión de formar matemáticos o artistas, sino de visibilizar la confluencia de estos campos curriculares para potenciar aprendizajes significativos en el contexto escolar.

2.2 Consideraciones teóricas

El eje central de esta propuesta se cimienta sobre la metodología activa, la creatividad como perspectiva educativa y los proyectos pedagógicos integradores. Para realizar un acercamiento a cada uno de ellos retomaremos las ideas de Puga y Jaramillo (2015), Elisondo (2015) y el MEN (2010) respectivamente.

Las matemáticas y las ciencias en general, como se especificó en el apartado anterior, tienen una carga que va más allá de su contenido intrínseco y sus métodos; y su estudio no debería corresponder con la simple repetición de métodos desarrollados y avalados por la comunidad científica, sino que requiere dar un valor más amplio a su conocimiento, centrándolo en un momento histórico, dando una delimitación y precisión a las preguntas que posibilitaron la adquisición de dichos conocimientos, pues estos se generaron con el fin de dar solución a un problema específico, en un contexto determinado.

Aiche citado por Puga y Jaramillo (2015) propone que la metodología activa para construcción de conocimiento

"busca formar en el estudiante habilidades tales como autonomía, desarrollo del trabajo en pequeños equipos multidisciplinares, actitud participativa, habilidades de comunicación y cooperación, resolución de problemas, creatividad, tomando en cuenta estos aspectos, los métodos que se ajustan bien a esta realidad son el aprendizaje mediante resolución de problemas, y el aprendizaje cooperativo." (p.297)

De manera que, al involucrar al estudiantado en su proceso de aprendizaje, se pase de una mirada transmisionista del saber, hacia el desarrollo y fortalecimiento de habilidades y competencias que permitan al alumnado contar con herramientas para pensar la realidad, en clave de la resolución de problemas y el sentido de los aprendizajes escolares.

De otro lado, Elisondo (2015) concibe que

"Es importante una mirada creativa de la educación, al menos, por tres motivos, por el impacto positivo que la creatividad tiene en la vida de las personas, por las posibilidades que generan de innovaciones educativas y, fundamentalmente, por la significatividad social de promover la creatividad en diferentes contextos, niveles y situaciones" (p.2)

Y en esta misma línea, la institución educativa CECAS ha encaminado su propuesta educativa hacia la promoción de actividades de enseñanza y aprendizaje auténticas, que concuerdan con el objetivo de evaluar que es, según su SIEE, monitorear el aprendizaje por parte de estudiantes, docentes y padres de familia, como un dispositivo de aprendizaje que además es un proceso democrático en cual se valoran saberes, habilidades y actitudes.

Todo lo anterior tiene correspondencia con la propuesta del MEN (2010) sobre los proyectos pedagógicos productivos (PPP) en la cual se indica que dichos proyectos hacen posible la construcción de aprendizajes significativos que den cuenta de un “saber hacer” y un “saber sabiendo” (p.31) mediante las siguientes características:

- Movilizar la curiosidad, la predisposición y el interés del estudiante s través de la relación entre conocimientos previos y conocimientos nuevos, es decir, en teoría y práctica.
- Desarrollar la autonomía cognitiva para el aprendizaje significativo, autónomo y autorregulado.
- Desarrollar el pensamiento y la acción proactiva para aplicar los conocimientos en contextos productivos y establecer relaciones entre el conocimiento escolar y el conocimiento construido por las comunidades.
- Reconocer la importancia de aportar a la sostenibilidad ambiental y formarse en valores para construir una cultura ambiental ética y responsable. (p.31)

3. METODOLOGÍA

El festival CONCIENCIARTE contó con diversas actividades, que permitieron la exploración y puesta en práctica de diferentes habilidades y conocimientos de los estudiantes. Entre las propuestas, se llevó a cabo la realización de máquinas de Goldberg por parte de los estudiantes de grado décimo y el concurso de homenaje a Leonardo Da Vinci.

Para la construcción de las máquinas de Goldberg se realizó primero una introducción teórica a las leyes de Newton en el área de física, mientras que en el área de artística se desarrolló un proceso de aprendizaje de técnicas básicas del dibujo técnico. De manera posterior, se propuso a los estudiantes formar grupos de cuatro personas en los cuales debía desarrollar primero una investigación corta sobre las máquinas de Goldberg y realizar los planos en escalas de medidas reales de los instrumentos usados para la construcción de dichas máquinas. En este proceso, los estudiantes debían proponer una máquina de Goldberg con su diseño, a manera de anteproyecto y

posteriormente debían ensamblarla. A medida que se llevaba a cabo el ejercicio práctico, en el área de física se abordaron en clase las leyes de Newton de manera operacional por medio de ecuaciones. Propiciando que los estudiantes se percataron, en la contrastación entre teoría y práctica, que algunas ideas iniciales propuestas en sus máquinas eran imposibles tanto experimentalmente como teóricamente, o bien que su proceso estaba bien encaminado, de esta manera, se realizaron nuevos diseños, más completos y exigentes, a la luz de la teoría estudiada.

Después de realizar el diseño, verificación y ensamble de sus máquinas, los estudiantes formularon un trabajo escrito a manera de proyecto e hicieron una presentación grupal en donde debían explicar el funcionamiento de sus máquinas a luz de las leyes de Newton. Al terminar las exposiciones se llevó a cabo un proceso de retroalimentación conceptual y fueron seleccionados algunas de las máquinas para el festival, en el cual realizaron la exposición para todos los miembros de la comunidad educativa.

El segundo gran evento en el marco del festival fue el homenaje a Da Vinci, el cual inició con la convocatoria a los estudiantes para que se realizara un proyecto en el cual se estudiara de manera exhaustiva alguna de las máquinas de Da Vinci, con esta información se realizaron planos con el diseño de algunas máquinas usando las herramientas del dibujo técnico. En estos trabajos debía existir una precisión acerca de los materiales necesarios para su realización, por último, se debía presentar el prototipo de la máquina elegida.

Al término de la convocatoria el comité integrado por los profesores de las áreas de artes y ciencias eligieron a los galardonados que como premio participarían en la apertura del nuevo Museo institucional.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Dados los elementos presentados, se puede catalogar el festival CONCIENCIARTE como una primera etapa de un PPP, que busca darle cabida a la integración de saberes específicos de las áreas en relación, en aras de promover y potenciar los siguientes elementos:

1. Una ruta de diálogo entre saberes en aula anclados con lo real, no aislados sino con carácter interdisciplinar, respondientes a la necesaria relación entre escuela y contexto.
2. El desarrollo de competencias, entendidas como un saber hacer complejo e interrelacionado, que van desde la parte motriz hasta la capacidad de indagación y argumentación.
3. La comunicación continua entre las diferentes partes involucradas en el proceso educativo, motivando la construcción de trabajo colectivo, colaborativo y el reconocimiento de las diversas habilidades de los estudiantes.
4. La vinculación de las familias en el proceso de evaluación de los saberes desarrollados en el centro educativo, como parte integral de la formación humana.

La comunidad educativa bajo la realización del festival logra darle otros sentidos a la dinámica escolar, desde el aprender de otra manera, más creativa y que permite la construcción de conocimiento en obras de artes, máquinas, exposiciones, fotografías y lo más importante, la vinculación de todos los miembros de la institución en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

El festival además, gracias a sus resultados, se propuso como un evento en continuidad para el año 2020, planteando la consolidación de equipos de trabajo de estudiantes y profesores para promover y liderar diferentes campañas, que en diálogo entre las ciencias y el arte, consolidara nuevos procesos como el reciclaje, la recolección y donación de víveres a albergues animales, y asimismo, el homenaje a otro personaje histórico que permitiera enlazar desde su obra el mundo de las ciencias y el arte. Sin embargo, las propuestas que se vieron menguadas por la situación de pandemia. Pese a ello, el festival sigue compartiendo sus iniciativas, en provecho del entorno virtual por medio de un blog institucional https://concienciarte.wixsite.com/concienciartececas y desde la página oficial del colegio https://www.cecas.edu.co/. La comunidad educativa espera que el festival siga creciendo, aportando y diversificando los saberes escolares, vinculando más áreas y personas al proceso.

5. REFERENCIAS

Cabot, E. (2014). Una aproximación a la concepción de ciencia en la contemporaneidad desde la perspectiva de la educación científica. Ciência & Educação (Bauru), 20(3), 549-560. https://doi.org/10.1590/1516-73132014000300003

Elisondo, R. (2015). La creatividad como perspectiva educativa. Cinco ideas para pensar los contextos creativos de enseñanza y aprendizaje. Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación". VOL. 15 NÚM. 3. DOI 10.15517/AIE.V15I3.20904. Recuperado apartir de: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/aie/article/view/20904

MEN (2010). Proyectos pedagógicos productivos una estrategia para el aprendizaje escolar y el proyecto de vida. Panamericana. Bogotá.

Puga L. y Jaramillo L. (2015). Metodología activa en la construcción del conocimiento matemático. Sophia: colección de Filosofía de la Educación, 19(2), pp. 291-314.

Rodríguez D., Aragón, M. y Grande, C. (2019). Proyecto integrador desde las artes plásticas: una experiencia creativa en el aula. RASTROS Y ROSTROS DEL SABER, 2(3), 44-55. de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/rastrosyrostros/article/view/9150

PENSAMIENTO ALEATORIO: PROBABILIDAD EN PRIMARIA

Christian Camilo López[1], Pedro Gómez[2]

Resumen

Presentamos los avances de un proyecto de investigación que se centra en indagar lo que los estudiantes deberían aprender en probabilidad en primaria. En primer lugar, realizamos un análisis de los fenómenos, conceptos y representaciones que dan sentido a la probabilidad en este nivel educativo. Posteriormente, describimos información propuesta por expertos en el tema y analizamos algunos documentos curriculares de países en el mundo. Con base en esta revisión, identificamos los diferentes aspectos que deben ser concretados para el aprendizaje de la probabilidad en primaria. Como ejemplo, las herramientas tecnológicas como GeoGebra y Excel son importantes para que los estudiantes de primaria aprendan probabilidad. Esperamos que esta propuesta sea una contribución para nuestros colegas de otras regiones en el mundo y continúen con este trabajo de investigación.

Palabras claves: Educación matemática y currículo, Pensamiento aleatorio, Primaria, Probabilidad, Tecnología.

Abstract

We present some ideas of a research project that focuses on finding out what students should learn in probability in primary school. First, we carry out an analysis of the phenomena, concepts and representations that give meaning to probability at this educational level. Then, we describe information proposed by experts in the field and analyse some curricular documents from countries around the world. Based on that, we identified the different aspects that should be specified for learning about probability in primary education. As an example, technological tools such as GeoGebra and Excel are important for primary school students to learn probability. We hope that this proposal will be a contribution to our colleagues in other regions of the world and that they will continue with this research work.

Key words: Mathematics Education and Curriculum, Primary, Probabilistic thinking, Probability, Technology.

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad y los conocimientos probabilísticos son cada vez más importantes para los individuos que viven en nuestra sociedad. El aprendizaje de la probabilidad se considera de gran importancia para que nuestros estudiantes puedan comprender los diferentes fenómenos aleatorios y situaciones de azar que nos rodean en la vida diaria (Batanero, 2014). Por estas razones, investigadores y profesores se han interesado por indagar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en los distintos niveles educativos: desde primaria hasta niveles universitarios con el propósito de formar individuos

[1] Magíster en Educación Matemática; Universidad de Los Andes; Colombia; clopezcamilom@gmail.com
[2] Doctor en Matemáticas (especialidad Didáctica de la Matemática); Universidad de Los Andes; Colombia; argeifontes@gmail.com

capacitados probabilísticamente para solucionar situaciones en la vida diaria y en el campo laboral (Gal, 2002). Sin embargo, la literatura pone de manifiesto que se requiere abordar con prioridad lo que los estudiantes deberían aprender en probabilidad en sus primeros años de educación. La probabilidad no ha sido abordada de la mejor manera en primaria y los aprendizajes en esta área deberían ser claros y específicos (López, Rodríguez, Povedano y Fanjul, 2015). En este artículo, presentamos algunas ideas sobre una propuesta de expectativas de aprendizaje para probabilidad en primaria. Esta propuesta la estamos desarrollado en un trabajo de investigación en la Universidad de los Andes en Bogotá. En primer lugar, establecimos la estructura conceptual para primaria en probabilidad. Luego, indagamos en diferentes fuentes sobre lo que se debería aprender en probabilidad en este nivel educativo, revisamos documentos curriculares y documentos escritos por expertos en el tema. Por último, concretamos en términos de expectativas de aprendizaje lo que los estudiantes deberían aprender en probabilidad en primaria.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En el marco conceptual, definimos la estructura conceptual del tema de probabilidad para primaria y presentamos la noción de expectativa de aprendizaje que concretamos para nuestra propuesta.

2.1 Estructura conceptual.

Determinamos los conceptos, procedimientos, representaciones y fenómenos que dan sentido a la probabilidad en primaria. Para ello, realizamos un análisis de contenido del tema con base en (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2018). En la figura 1, presentamos los términos claves que dan sentido a la estructura conceptual.

Figura 1. Estructura conceptual probabilidad.

2.1 Expectativa de aprendizaje.

Para establecer los aprendizajes de probabilidad en primaria, concretamos estos aprendizajes en términos de expectativas de aprendizaje. Definimos una expectativa de aprendizaje en probabilidad como información que tiene el profesor para describir lo que se espera que aprendan sus estudiantes en probabilidad. Estas expectativas se cumplen en un tiempo específico y se proponen para niveles o diferentes grados académicos de la educación (González y Gómez, 2018).

3. METODOLOGÍA

Este es un estudio de tipo descriptivo. Para establecer los aprendizajes de probabilidad en primaria, revisamos la información curricular de primaria para probabilidad de los países que participaron en los estudios TERCE (Unesco, 2013) y TIMSS 2015 (Mullis, Martin y Foy, 2016). También, revisamos documentos de expertos en el tema que se han interesado en identificar lo que los estudiantes deberían aprender. Analizamos documentos de expertos como Alsina (2016), Fischbein (1975), Gal (2002), Gal (2005), López et al. (2015), y Nacarato y Grando (2014). Para concretar los aprendizajes en probabilidad, establecimos códigos con base en la información de la figura 1 y consideramos códigos adicionales como la tecnología.

Codificamos la información de cada uno de los documentos analizados (países y expertos) usando los códigos descritos anteriormente. Con base en esta información, identificamos, en primer lugar, los códigos comunes o con mayores frecuencias (mayores al 75%) en la codificación y los códigos que consideramos pertinentes deberían incluirse según los expertos en los aprendizajes de la probabilidad. Por ejemplo, la tecnología no fue un código con mayor frecuencia en la información de los países; no obstante, los expertos afirman que este aspecto es primordial, por lo tanto, lo incluimos como aspectos claves para nuestra propuesta. Por último, describimos en detalle lo que implica cada una de las expectativas de aprendizaje. Para ello, tomamos como referencia al currículo colombiano que contempla el pensamiento aleatorio para abordar el aprendizaje y la enseñanza de la estadística y la probabilidad en la educación primaria. La educación primaria se desarrolla en este país en cinco años: desde grado primero hasta grado quinto (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2016)

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Presentamos los resultados de la codificación en términos de expectativas de aprendizaje para probabilidad en primaria. Luego, detallamos un ejemplo de expectativa de aprendizaje para un grado de primaria. Finalmente, describimos las conclusiones de este estudio.

4.1 Aprendizajes en primaria para probabilidad.

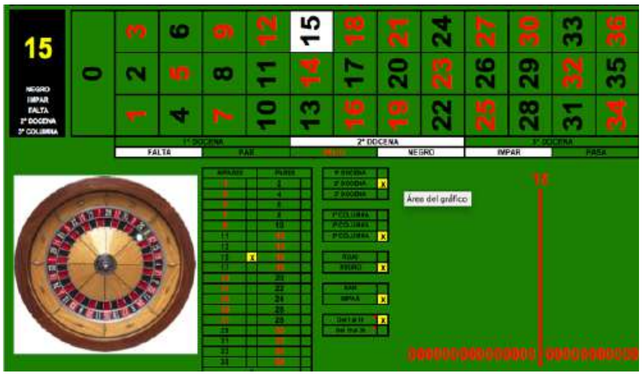
Con base en la revisión y análisis de la información, identificamos que los estudiantes en primaria en probabilidad deberían ser capaces de distinguir situaciones aleatorias y deterministas en diferentes contextos de la vida real. Los estudiantes deberían ser capaces de establecer el espacio muestral que se relaciona con una situación aleatoria representándolo con diagramas de árbol o con un listado y determinar el cardinal de ese espacio muestral con el uso de técnicas de conteo como permutación y combinación. Para determinar la probabilidad de sucesos, los estudiantes deben distinguir las concepciones de probabilidad (clásica, frecuentista y subjetiva) y determinar probabilidad de sucesos en diferentes situaciones aleatorias. Por último, los estudiantes deberían ser capaces de usar herramientas tecnológicas como GeoGebra o Excel para determinar la probabilidad de sucesos.

4.1 Ejemplo expectativa de aprendizaje.

Para dar un ejemplo de expectativa de aprendizaje en un grado especifico de primaria, tomamos como referencia al grado quinto de primaria del currículo colombiano. El grado quinto de primaria es el último grado de este nivel educativo en Colombia.

La expectativa de aprendizaje es: “Determinar e interpretar la probabilidad de sucesos con base en la concepción frecuentista de la probabilidad de un experimento aleatorio con ayuda de una herramienta tecnológica”. Esta expectativa proviene de los códigos y términos claves: sucesos, concepción frecuentista, experimento aleatorio y tecnología. Esta expectativa implica que los estudiantes sean capaces de distinguir la frecuencia de un suceso que se observa en la simulación de un experimento aleatorio que se repite una gran cantidad de veces. Para iniciar, los estudiantes deben ser capaces de usar una herramienta (como ejemplo Excel) para simular un experimento aleatorio como el lanzamiento de una bolita en una ruleta y determinar la probabilidad de sucesos desde las concepciones clásica y frecuentista. En la figura 2, se muestra un ejemplo de una simulación de ruleta en el programa Excel.

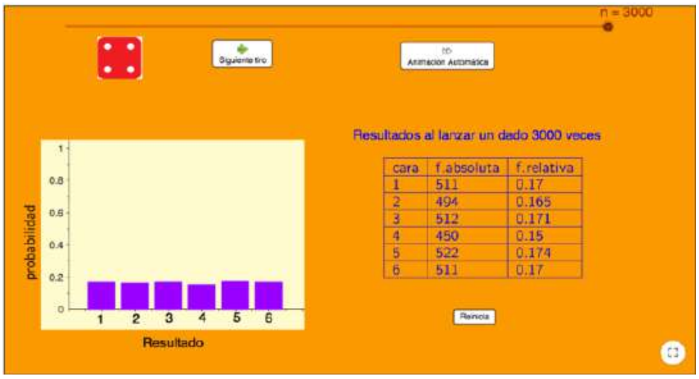
Figura 2. Ejemplo GeoGebra probabilidad concepción clásica



Fuente: https://stricker-ruben-dario.webnode.es/products/simulador-de-ruleta/

Con esta expectativa, se espera también que los estudiantes sean capaces de usar una herramienta para interpretar e identificar la probabilidad de sucesos. Por ejemplo, en la figura 3, se muestra la simulación de lanzamiento de un dado 3000 veces en GeoGebra.

Figura 3. Ejemplo GeoGebra probabilidad concepción frecuentista



Fuente: https://www.geogebra.org/m/yWFvHW2F

Con el uso de estas herramientas tecnológicas se pueden generar discusiones para que los estudiantes encuentren relaciones y diferencias entre las concepciones clásica y frecuentista de la probabilidad.

4.3 CONCLUSIONES

En este documento, presentamos los avances de un proyecto de investigación que tiene el propósito de indagar y establecer los aprendizajes de probabilidad en primaria. Identificamos los conceptos, procedimientos, representaciones, operaciones, técnicas y fenómenos que dan sentido a este tema en este nivel educativo. Presentamos lo que los estudiantes deberían aprender en probabilidad en primaria con base en el análisis de documentos curriculares del diferentes países del mundo y documentos escritos por expertos en el tema. Identificamos algunos aspectos que según los expertos son importantes para el aprendizaje de la probabilidad, pero que aún, no se incluyen como primordiales en el aprendizaje de la probabilidad en currículos escolares, como ejemplo, la tecnología. Invitamos a colegas profesores o investigadores que se interesan por el aprendizaje y enseñanza de la probabilidad en primaria a que continúen con este trabajo y fortalezcan las ideas descritas.

5. REFERENCIAS

Alsina, Á. (2016). La estadística y la probabilidad en educación primaria.¿ Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de Innovación Educativa, 251*, 12 citation_lastpage= 17.

Batanero, C. (2014). Probability Teaching and Learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 491-496). Dordrecht, Netherlands: Springer.

Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53-112). Bogotá: Universidad de los Andes.

Fischbein, H. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children* (Vol. 85): Springer Science & Business Media.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International statistical review, 70*(1), 1-25.

Gal, I. (2005). Towards" probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Boston, MA.: Springer.

González, M. J. y Gómez, P. (2018). Análisis cognitivo. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 113-196). Bogotá: Universidad de los Andes.

López, R. B., Rodríguez, M. T., Povedano, N. A. y Fanjul, N. N. J. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad.* Conferencia presentada en el Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016). *Derechos básicos de aprendizaje (versión 2)*. Autor. Bogotá.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O. y Foy, P., & Hooper, M. (2016). TIMSS 2015 International Results in Mathematics. Recuperado de http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/

Nacarato, A. M. y Grando, R. C. (2014). The Role of Language in Building Probabilistic Thinking. *Statistics Education Research Journal, 13*(2), 93-103.

Unesco. (2013). *Tercer estudio regional comparativo y explicativo Terce. Análisis curricular*. Santiago de Chile: Autor.

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR EN LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA SENO UTILIZANDO LAS TIC

Iván Andrés Padilla Escorcia [1]

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo caracterizar el conocimiento especializado del profesor que incorpora las TIC de manera efectiva en la enseñanza de la función trigonométrica seno. Para esto, se utiliza una metodología con enfoque cualitativo y diseño estudio de caso de tipo instrumental. Debido a que se pretende utilizar la recolección de los datos para analizarlos, interpretarlos, describirlos y comprenderlos de acuerdo a las percepciones producidos por la experiencia de un participante al utilizar GeoGebra en la enseñanza de la función trigonométrica seno. Esto a partir del conocimiento del profesor sobre los contenidos y la enseñanza de las matemáticas, subdominios del modelo de conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas (MTSK), referente teórico de la investigación. Evidenciándose que el participante tiene formación en TIC y lo articula en sus conocimientos matemáticos y didácticos pedagógicos de su quehacer en el modelado de la función seno en GeoGebra.

Palabras claves: conocimiento especializado, profesor de matemáticas, TIC, modelación

Abstract

This research aims to characterize the specialized knowledge of the teacher that incorporates ICT effectively in teaching the sine trigonometric function. For this, a methodology with a qualitative approach and an instrumental case study design is used. Because it is intended to use data collection to analyze, interpret, describe and understand it according to the perceptions produced by the experience of a participant when using GeoGebra in teaching the trigonometric function sine. This is based on the teacher's knowledge of the content and teaching of mathematics, subdomains of the specialized knowledge model of the teacher who teaches mathematics (MTSK), the theoretical reference of the research. Evidencing that the participant has training in ICT and articulates it in their mathematical and pedagogical didactic knowledge of their work in the modeling of the sine function in GeoGebra.

Key words: specialized knowledge, mathematics Teachers , ICT, modeling

1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años distintas modelos y teorías en educación matemática han intentado profesionalizar el rol del licenciado en matemáticas, siendo Shulman (1986) y Ball et al (2009) de los pioneros en establecer elementos que son necesarios debe tener un profesor de matemáticas para enseñar esta área del conocimiento. No obstante, no es hasta el año 2013 cuando Carrillo y sus colaboradores reúnen insumos de modelos anteriores y proponen el modelo MTSK (Mathematics Teacher Specialized Knowledge), en español conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas, modelo que centra su mirada en el conocimiento matemático y didáctico-pedagógico que son necesarios tenga el profesor de matemáticas dentro de su formación. De esta manera, esta investigación busca caracterizar el conocimiento especializado del profesor para enseñar las funciones trigonométricas,

[1] Licenciado en Matemática, Estudiante de Maestría, Universidad del atlántico; Colombia.

particularmente la función seno mediada por las TIC, herramientas que de acuerdo a organismos internacionales como OCDE (2019) y UNESCO (2017) están consideradas como competencias del profesorado en siglo XXI. Es así, como este modelo cuenta con elementos claves para llevar a cabo el análisis de la práctica de un profesor que enseña matemáticas utilizando las TIC (GeoGebra), en donde se espera que en la práctica de este se evidencien relaciones entre los conocimientos de la matemática que enseña tanto en lo didáctico-pedagógico, como en lo propiamente disciplinar de esta ciencia.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación se fundamenta en el modelo MTSK (Carrillo *et al*, 2013; Carrillo *et al*, 2018). Este se interesa, en definir el conocimiento matemático y didáctico-pedagógico que requiere un profesor para enseñar contenidos de la matemáticas. Estos elementos, se consideran en esta investigación, ya que permiten analizar el conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas escolares utilizando las TIC, de igual manera permite establecer relaciones entre el conocimiento disciplinar y didáctico – pedagógico del profesor mediados por la tecnología y alineados a las necesidad actuales.

Ahora bien, este modelo, propone dos dominios que conforman al conocimiento especializado del profesor, estos son el MK(conocimiento de las matemáticas) y PCK (conocimiento didáctico – pedagógico), siendo que cada uno de estos se divide en tres subdominios de conocimiento. En el caso del MK, se tiene: el KoT (conocimiento de los temas), que se define como el conocimiento del profesor acerca de los contenidos que enseña, el cual es un conocimiento superior al que se espera que los estudiantes logren, dentro de este subdominio se encuentra el conocimiento de las definiciones, propiedades, procedimientos, registros de representación y fenomenología de las matemáticas; KSM (conocimiento de las estructuras matemáticas), que se define como el conocimiento del profesor para realizar conexiones inter conceptuales e intra conceptuales y auxiliares de los contenidos de las matemáticas que enseña; KPM (conocimiento de las prácticas matemáticas), que es el conocimiento del profesor para saber demostrar, justificar y validar los contenidos que enseña, así mismo las formas de proceder y modelar en matemáticas.

Por su parte, en el caso del PCK, se tiene: el KFML (conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas), el cual se define como el conocimiento del profesor acerca de las fortalezas y dificultades que tienen los estudiantes para aprender matemáticas, basado en su experiencia y de teorías en educación matemática; KMT (conocimiento de la enseñanza de las matemáticas), el cual es el conocimiento del profesor acerca de recursos materiales y virtuales para llevar a cabo la enseñanza de las matemáticas, así como el potencial que les ofrece cada una de estos; KMLS (conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas), que es el conocimiento del profesor acerca de los aprendizajes que debe lograr un estudiante en matemáticas, dependiendo a su nivel académico.

METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo (Stake, 2005), ya que busca comprender, analizar e interpretar el conocimiento especializado del profesor que enseña la función trigonométrica seno al utilizar las TIC de manera efectiva. Con diseño de estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 2010), ya que a partir de una situación única se pretende analizar la realidad que conlleva la enseñanza de las matemáticas escolares, utilizando las

TIC. Para la elección del participante, se utilizaron los criterios de Simons (2011), con respecto a que de una serie de casos, se seleccionó un profesor que tuviera conocimiento de las TIC para enseñar matemáticas .

Entre las técnicas de recolección de la información se tuvo las siguientes: (i) cuestionario de caracterización del profesor en uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, (ii) observaciones no participante durante 13 sesiones de clase; (iii) diario de campo, (iv) análisis de videograbación de las clases del profesor, algunas presenciales y otras en la modalidad virtual – remota.

Las observaciones de clase, se realizaron en el grado décimo, en una institución privada en Barranquilla – Colombia, y a partir de las planeaciones ya establecidas por el profesor, tomándose como episodios de análisis aquellos en los cuales el profesor utilizó GeoGebra y otros elementos TIC, para enseñar las funciones trigonométricas. Siendo que para esta presentación en particular, el análisis se centra en actividades relacionadas con la modelación de la gráfica seno, para a partir de estas realizar interpretaciones del dominio y rango de la función seno clásica, así como de funciones familia de esta, a su vez, de elementos como la traslación. Lo cual, fue relevante para la identificación de indicadores de conocimiento del MTSK en los subdominios de análisis para este episodio que componen al modelo, puntualmente de los subdominios: KoT y KMT.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se destaca que, el profesor participante, muestra indicios de conocimiento acerca de categorías que componen el KoT, como es el caso de las definiciones, ya que a través del modelado de la gráficas $sen\, x$ y $\frac{-1}{2} sen\, x$, le pide a sus estudiantes que a través de la visualización, analicen si existen variaciones entre el rango de función seno original, con la función seno cuyo coeficiente es $\frac{-1}{2}$ con respecto a los valores – 1 y 1, por lo que se intuye que este sabe que a partir de los coeficientes de la función se define el rango de las mismas. Lo cual se comprueba con preguntas que realiza a sus estudiantes como: *¿será que puedo afirmar lo siguiente: $y = a\, sen\, x$, el valor de a, me determina el rango de la función seno?*, preguntas inducidas y que apoya con el modelado de las gráficas en GeoGebra. Siendo relevante a su vez, el conocimiento del profesor acerca de ejemplos para la enseñanza de las matemáticas, categoría del KMT, ya que el profesor propone, no solamente modelar a la función $sen\, x$, sino también $\frac{-1}{2}\ sen\, x$, lo que se percibe realiza, para que los estudiantes comprendan que no todas las funciones relacionadas con $seno$ y con coeficiente distinto a 1, cuentan con rangos iguales. Del mismo modo, se evidencia conocimiento del participante acerca de otra categoría del KMT, correspondiente al potencial del recurso para la enseñanza, en este caso de GeoGebra, ya que este le pide a sus estudiantes que visualicen el comportamiento de las funciones $sen\, x, \frac{-1}{2} sen\, x, 4\ senx\ y\ 10\ sen\, x$ a través del modelado de sus gráficas en GeoGebra, la amplitud de las ondas que componen su gráfico, de igual manera su dominio. Lo cual es relevante si se tiene en cuenta que el profesor a través del comando de colores del software les da identificación a las gráficas para permitirle a los estudiantes mayor análisis entre las funciones. Lo que denota la relación que existe entre el KoT y el KMT, subdominios de dominios diferentes del MTSK, ya que para analizar el rango y período de varias funciones de manera simultánea, se requiere saber acerca de ¿qué es el rango? Y ¿qué es el período? Lo que muestra evidencia de conocimiento especializado del profesor, al relacionar su conocimiento matemático, con su conocimiento didáctico-pedagógico para la enseñanza de función trigonométrica seno apoyado en el uso de las TIC (Geogebra) como software de modelación.

Este estudio evidencia subdominios del MTSK en la práctica del profesor en la enseñanza de función trigonométrica seno utilizando las TIC, particularmente de GeoGebra, estas son, el KoT y KMT, y algunas de las categorías que la componen como lo son: saber las definiciones, potencialidad de los recursos y conocimientos de ejemplos y tareas que contribuyan en la enseñanza, comprobándose que es necesario que el profesor conozca de las definiciones de los contenidos matemáticos que enseña para poder plasmarlos, modelarlos y analizarlos visualmente de manera efectiva utilizando las TIC. Siendo determinante el conocimiento del profesor para relacionar su conocimiento matemático con el didáctico -pedagógico. De modo que exista concordancia en estos dos dominios conocimiento especializado para enseñar matemáticas en cualquier nivel académico (Padilla- Escorcia y Acevedo - Rincón, 2020).

REFERENCIAS

Ball, D; Thames, M; & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What makes it Special? Journal of
Teacher Education, Vol. 59(5), pp. 389 - 407.

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. American Educational Research
Association, pp. 4 – 14

OCDE. (2009). 21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD countries. OECD Education Working Papers

Padilla – Escorcia, I. y Acevedo – Rincón, J. (2020). El Conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas: Mediaciones con TIC para las funciones trigonométricas. Serie Educar Matemática, 43, 109-118. **DOI:** 10.36229/978-65-86127-63-8.CAP.13

Stake, R. (2010). Qualitative research. Studying how things work. The Gilford Press. New York - London

Stake, R. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), The Sage handbook of
qualitative research, pp. 443 – 466.

UNESCO. (2017). E2030: Educación y Habilidades para el Siglo XXI. Santiago de Chile. UNESCO.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

DISEÑO EN LA CONFECCION DE TAPABOCAS. PRÁCTICA ARTESANAL EMERGENTE EN EL MARCO DE LA COVID-19

Rafael Martínez Fonseca[1], Nicanor Jaraba Salcedo[2], Armando Aroca Araujo[3]

Resumen

El problema de investigación consiste en la necesidad de reconocer otras formas de pensamiento geométrico vinculado con las actividades de diseño y medición en la práctica de la confección de tapabocas producto de la pandemia COVID-19. El objetivo general fue identificar la *geometría* desarrollada en los procesos de *Diseño* y *Medición* en la confección de tapabocas. El marco teórico está basado en el Programa Etnomatemática. La metodología empleó un enfoque cualitativo utilizando un diseño etnográfico con un análisis descriptivo, por medio de la entrevista semiestructurada y observación participante. los principales resultados fueron la identificación de aspectos *geométricos* como la medición de longitudes, construcción, descomposición de figuras, comparación de figuras a partir de las medidas de sus dimensiones geométricas. Se concluye la identificación de aspectos *geométricos* en la práctica de la confección de tapabocas, los cuales muestran un potencial aporte a la educación *geométrica* que deberá realizarse en medio de la pandemia por la COVID-19 para poblaciones escolares específicas.

Palabras claves: *Etnomatemática, Geometría, Práctica Artesanal, Diseño.*

Abstract

The research problem is recognizing forms of geometric thinking linked to design and measurement activities in the practice of making surgical masks resulting from the COVID-19 pandemic. The general objective was to identify the geometry developed in the design and measurement processes in the manufacture of surgical masks. The theoretical framework is based on the Ethnomathematical Program. The methodology employed a qualitative approach using an ethnographic design with descriptive analysis, through the semi-structured interview and participating observation. The main results were the identification of geometric aspects such as the measurement of lengths, construction, decomposition of figures, comparison of figures from the measurements of their geometric dimensions. The identification of geometric aspects in the practice of making surgical masks is concluded, which show a potential contribution to geometric education that must be carried out in the midst of the pandemic by COVID-19 for specific school populations.

Key words: Ethnomathematics, Geometry, Craft Practice, Design.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de las actividades universales que desarrollan pensamiento matemático planteadas por Alan Bishop se encuentran el *Diseño* y la *Medición,* actividades predominantes en la práctica de la confección de tapabocas, según Bishop (2005), *Diseñar* significa

[1] Estudiante de Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; martinezfonsecarafael@gmail.com.
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; njaraba@mail.uniatlantico.edu.co
[3] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

transformar la materia en otra estructura deseada, también plantea que el *diseño* implica la abstracción mental del objeto que se quiere obtener durante el proceso y *Medir* es una de la actividades más importantes en el desarrollo de la geometría, involucra acciones tales como la comparación, ordenación y cuantificación. Por su parte Alsina (2005), afirma que la actividad de *Diseñar* está intrínsecamente relacionada con la *geometría*, plantea que esta se relaciona con la creatividad en el espacio tridimensional, por lo que la geometría está presente en la creación de *diseño*, también afirma que el *diseño* busca soluciones *geométricas* para otorgar forma y medida a los objetos, los cuales serán diseñados para cumplir funciones determinadas a favor de la comunidad o cultura. Gerdes (2013), plantea que de acuerdo al contexto donde se encuentre una persona o una determinada cultura, la actividad de Medir se manifiesta de maneras distintas, debido a que cada comunidad o cultura desarrolla su propia matemática y su sistema de medida. La actividad de Medir está presente en muchos aspectos de la cotidianidad. Por lo tanto, para realizar una determinada actividad de diseño se debe tener en cuenta aspectos geométricos. El diseño que se da en la confección de tapabocas es producto de una necesidad sanitaria del contexto global y este diseño está vinculado también con una práctica tradicional que se reinventó bajo la situación socioeconómica actual, diversos procesos de diseño están relacionados intrínsicamente con la geometría, desarrollándose así un potencial aporte a la educación geométrica.

El problema de investigación consistió en la necesidad de reconocer otras formas de pensamiento geométrico relacionado a las actividades de diseño y medición inmersas en una práctica artesanal, en nuestro caso en la práctica de la confección de tapabocas dada la pandemia COVID-19. Se identificaron aspectos geométricos en la práctica de la confección de tapabocas, los cuales se cuentan como una opción para dar solución al problema abordado.

En síntesis lo que se busca con esta investigación es dar a conocer esos aspectos geométricos que están inmersos en el proceso de confección de tapabocas, siempre han estado pero no habían sido identificados y puesto en marcha, los cuales se cuentan como un gran aporte a la educación matemática, específicamente a la educación geométrica para poblaciones escolares donde las familias dependan económicamente de la práctica de la modistería, específicamente de la producción de tapabocas en medio de la pandemia COVID-19.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación se tomó como referente teórico el Programa de Etnomatemática. Bishop (1999, 2005) plantea la búsqueda de similitudes matemáticas en entornos culturales, en una determinada etnia o comunidad, donde su búsqueda es orientada a las actividades que conducen al desarrollo de las matemáticas, actividades tales como contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar, todas estas actividades están motivadas por necesidades relacionadas con el entorno, la cultura y al mismo tiempo ayudan a motivar estas necesidades. Todas ellas estimulan diversos procesos cognitivos y todas estas actividades son importantes para el desarrollo de las matemáticas en cualquier cultura. Para D'Ambrosio (2001), la Etnomatemática es la matemática que se practica en grupos culturales, gremio de trabajadores, comunidades urbanas y rurales, indígenas y otros grupos que tienen un objetivo en común. Para Blanco (2006), el surgimiento de la Etnomatemática se da debido a que la matemática y la antropología cada una por su lado, no posibilitan explicar las prácticas matemáticas de grupos o comunidades sociales bien diferenciados. El autor plantea que la

Etnomatemática es una relación entre la antropología y las matemáticas. De acuerdo con Enríquez, Millán & Aroca (2012), la Etnomatemática nos aproxima al objeto de estudio, debido al empleo de diversidad de prácticas y saberes de un determinado grupo o comunidad, enseñar desde esta perspectiva implica tener en cuenta la cultura de los estudiantes. Gerdes (2014), plantea que la Etnomatemática se da a partir del cubrimiento de la antropología cultural, la Matemática y la Educación Matemática, basándose en la necesidad de la existencia de múltiples matemáticas, con respecto a las diferentes culturas. De acuerdo con D'Ambrosio y Knijnik (2020) hacer Etnomatemática implica realizar trabajo de campo donde se utilizan técnicas etnográficas tales como la observación participante, diario de campo, grabación de audio y entrevistas, sin embargo; la Etnomatemática no solo implica Etnografía, pero si utiliza algunos de sus elementos, la Etnomatemática relaciona la investigación de campo y el trabajo pedagógico desarrollado en la escuela.

Esto trae a colación que la Etnomatemática nos aproxima a la matemática que se practica en diferentes culturas, y que a partir de esta matemática se puede hacer un paralelo con respecto de la matemática escolar. La Etnomatemática no solo es trabajo de campo, pero desde nuestro enfoque sí tiene origen en él para luego problematizarlos en aulas de clases de matemáticas, es decir; se puede destacar la relación existente entre la etnografía de prácticas artesanales y el trabajo pedagógico y didáctico que se desarrolla en la escuela.

3. METODOLOGÍA

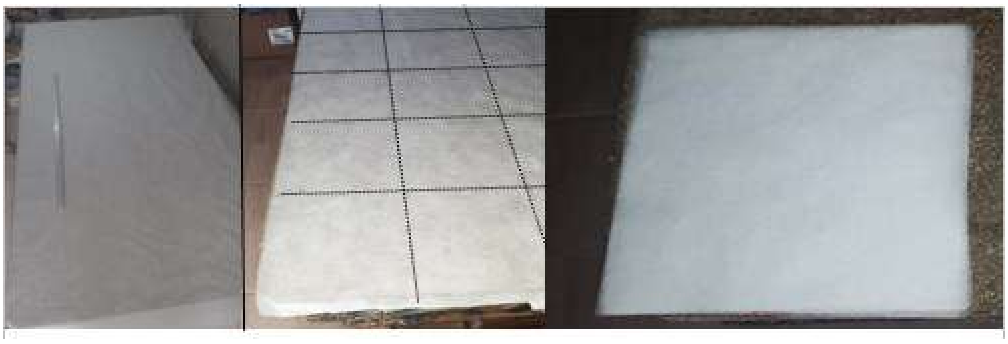
La investigación es de tipo cualitativa, con un carácter descriptivo, a partir de un diseño etnográfico. Este marco metodológico se asume a partir de Vasilachis (2006) y Hernández (2014). Debido a la pandemia COVID-19, los talleres de confección se han visto en la necesidad de producir tapabocas para su sustento económico, de donde se toma como muestra para la recolección de datos a dos modistas que laboran en talleres ubicados en la ciudad de Barranquilla y Soledad ambos en el departamento del Atlántico, Colombia. Los métodos de recolección se basaron en entrevistas semiestructuradas, transcripciones de registros audiovisuales, notas de campo, registros audiovisuales, fotografías y la observación participante, los autores de esta investigación también son artesanos, participan del proceso de confección de tapabocas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El proceso de confección de tapabocas se realiza en 6 fases: Fase 1. Tendido, trazado y corte de la tela. Fase 2. Corte de elásticos. Fase 3. Cerrado de bordes. Fase 4. Generado de pliegues o dobles. Fase 5. Postura del bies y elásticos. Fase 6. Empacado y venta. En la primera fase las modistas realizan algunos trazos sobre el tendido de la tela, los cuales implican el uso de habilidades geométricas, para poder determinar la cantidad de tapabocas resultantes del trazo, también se registró el uso de operaciones numéricas para determinar el número de piezas de tela cortadas en cada trazo, se evidencio el uso de medidas de longitud a través de patrones fijados por las modistas, por moldes es implementos propios de esta práctica.

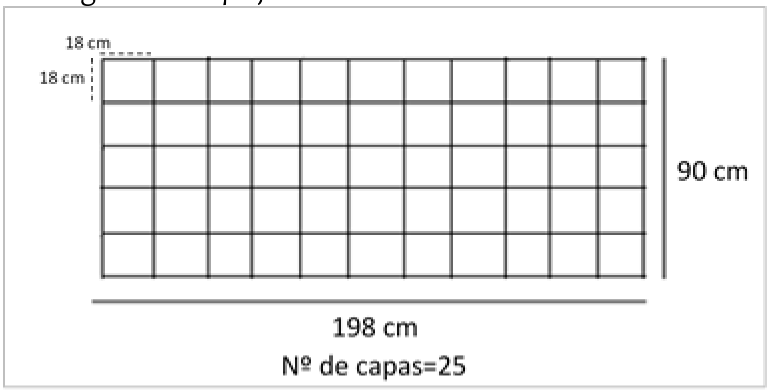
Se muestran algunos aspectos geométricos identificados en la fase 1 del proceso de confección de tapabocas por medio de figuras y tablas, (ver figura 1 y 2).

Figura 1. *Tendido de la tela, trazo y corte de los tapabocas.*



Fuente: Fotografía de los autores trabajo de campo

Figura 2. *Bosquejo del trazado sobre el tendido de la tela*



Fuente: elaboración propia

Tabla 1.
Aspectos geométricos

DESCRIPCIÓN	DETALLES NUMÉRICOS
Dimensiones iniciales del tapaboca	*largo: 18 cm, ancho: 18 cm.*
Superficie inicial del tapaboca	*324 cm cuadrados.*
Dimensiones del rollo de tela	*largo: 512 m, ancho: 1,80 m. o 180 cm.*
Dimensiones de la tela tendida	*ancho 90 cm, largo: 1,98 m o 198 cm.*
Cantidad de capas de tela plegada	*25 capas una sobre la otra.*
Cantidad de piezas resultantes (largo)	*11 piezas o cuadros*
Cantidad de piezas resultantes (ancho)	*5 piezas o cuadros*
Cálculo de las piezas resultantes totales	*25 x 11 x 5 = 1475 piezas o cuadros*

A continuación, se muestra la elaboración de un tapaboca desde la primera fase hasta la última fase, ver figura 3.

Figura 3. *Proceso general de diseño de un tapabocas.*

El proceso de confección de tapabocas

Fase 1: (a) Tendido

Fase 1: (b) trazado

Fase 1: (c) corte de la tela

Fase 2. Corte de elásticos.

Fase 3. Cerrado de bordes y Fase 4. Generado de pliegues o

Fase 5. Postura del bies y elásticos.

Fase 6. Empacado y venta.

Fuente: elaboración propia

Podemos resaltar algunos aspectos *geométricos* que se identificaron durante la primera fase de la confección del tapaboca tales como la Medición de longitudes en la tela, estimaciones de cantidades de piezas de tela a través de operaciones aritméticas, Construcción de figuras, comparación de figuras a partir de las medidas de sus lados, Propiedades de figuras involucradas en el proceso de medición; identificación, construcción y comparación de figuras a partir de su área; medida de la superficie de figuras y se concluye que en la práctica de la confección de tapabocas existe geometría inmersa que se relaciona con las actividades de *diseño* y *medición.*

Estos son los resultados de la fase etnográfica que se van a problematizar mediante el enfoque didáctico del Programa Etnomatemática, mediante una enseñanza paralela y comparativa, (Aroca, 2018)

5. REFERENCIAS

Alsina, C. (2005). *Los secretos geométricos en diseño y arquitectura [Material del aula]*. Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España.

Aroca, A. (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. 11(2), 4-7. Recuperado a partir de https://bit.ly/3hVVoHG

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Cali, Colombia: Universidad Del Valle

Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un Programa en Construcción. *Revista BOLEMA: Boletim de Educacao Matemática* 19(26), 49-75. Recuperado de http://hdl.handle.net/123456789/3770

D´Ambrosio, U. y Knijnik G. (2020). Encyclopedia of Mathematics Education (second edition). Stephen Lerman Editor. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

D´Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Brasil: Autêntica Editora.

Enríquez, W., Millán, B., y Aroca, A. (2012). Análisis de los diseños de los sombreros de iraca elaborados en Colón – Génova, Nariño. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica.* 15(1), 227-237. DOI: https://doi.org/10.31910/rudca.v15.n1.2012.820

Gerdes, P. (2013). Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana. Lima: Ministerio de Educación.

Gerdes, P. (2014). Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(2), 108-118.

Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F, México: Industria Editorial Mexicana, Reg.

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de Investigación Cualitativa*. Gedisa Editorial. DOI. https://doi.org/10.31910/rudca.v14.n1.2011.766

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS PARA PREESCOLAR

Liliana Gómez Arévalo[1], Jhon Darwin Erazo Hurtado [2], Eliecer Aldana Bermúdez [3]

Resumen

La experiencia educativa durante la primera infancia representa una secuela perdurable en el desarrollo de los niños y las niñas, por lo que cobran gran relevancia las prácticas pedagógicas que la orientan. En consecuencia, esta investigación apoya sus aportes en elementos teóricos del modelo de análisis didáctico y centra su interés en la importancia de potenciar asertivamente el desarrollo de pensamiento lógico matemático en el niño, aportando a la consolidación de bases sólidas para el posterior aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Como metodología se aplicó una encuesta a docentes en ejercicio, contrastada con una revisión sistemática para establecer los elementos y las estructuras conceptuales que deben ser trabajadas en este nivel. Surge como resultado inicial el análisis de los vacíos de formación y la desarticulación existente entre las orientaciones curriculares nacionales, la planeación de la práctica de aula y los procesos de desarrollo cognitivo propios de esta edad.

Palabras claves: análisis de contenido matemático, análisis didáctico, enseñanza–aprendizaje, educación inicial.

Abstract

Early childhood educational experience represents an enduring sequel to the development of children, so the pedagogical practices that guide it are of great importance. Consequently, this research supports its contributions in theoretical elements of the didactic analysis model and focuses its interest on the importance of assertively enhancing the development of mathematical logical thinking in the child for the subsequent learning of mathematical content

As a methodology, a survey of teachers in the field was applied, contrasted with a systematic review to establish the elements and conceptual structures that should be worked on at this level. As an initial result, the analysis of training gaps and disarticulation between national curricular orientations, classroom practice planning and cognitive development processes of this age arises as an initial result.

Key words: mathematical content analysis, didactic analysis, teaching–learning, initial education.

[1]Licenciada en pedagogía infantil; maestranda en ciencias de la educación Universidad Del Quindío; Colombia; liliana.gomeza@uqvirtual.edu.co
[2] Magister en ciencias de la educación; Universida del Quindío; Colombia ; jderazo@uniquindio.edu.co
[3]Doctor en Educación Matemática; Universidad de Salamanca ; Colombia; eliecerab@uniquindio.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Es preciso reconocer a las matemáticas como un elemento significativo en el presente, el pasado y el futuro de la cultura humana puesto que impregna y da soporte a la ciencia, la tecnología y otros aspectos de su devenir. Ante este escenario surge la necesidad de reflexionar sobre el carácter especializado que debe tener el maestro para formular currículos que superen el interés meramente disciplinar y articulen un efectivo desempeño didáctico con un ejercicio político de reflexión permanente, que potencie integralmente los procesos de desarrollo de los niños y aporte a la consolidación de escenarios de participación y reconocimiento de la primera infancia; en este sentido se debe entender el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, no solo, como la actividad que ejerce en el aula, sino también, como cualquier actividad relacionada con la gestión de los procesos de enseñanza y aprendizaje, desde la preparación de sus clases, la reflexión sobre las mismas y los procesos de evaluación entre otros. Montes, Contreras y Carrillo (2018).

La metodología utilizada, se sustenta en el protocolo de revisiones sistemáticas exploratorias de Manchado (2009), la cual, facilitó el arqueo y análisis de los documentos seleccionados, entre ellos, normativa nacional, artículos de revistas y tesis reseñados en idioma español. Las reflexiones expuestas en ésta ponencia son desarrolladas principalmente desde dos organizadores curriculares del análisis de contenido (1).historia de la educación preescolar (2). Estructura conceptual matemática para preescolar, lo que permite dar un panorama de los desafíos de la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades.

Los siguientes apartados amplían en primer lugar el marco de la investigación ,en el que se exponen los fundamentos teóricos que sustentan esta investigación, más adelante se encuentra la metodología aplicada para el desarrollo de la investigación, donde se detallan las fases y herramientas utilizadas; posteriormente el análisis de los resultados donde se encuentran las reflexiones a partir de las variables definidas en la búsqueda, y finalmente en las conclusiones se plantean los aportes de esta investigación a la conceptualización del contenido de las matemáticas en la educación inicial.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En coherencia con lo planteado anteriormente, este apartado resalta la didáctica de las matemáticas puesto que permite propiciar propuestas dinámicas, que aporten a una enseñanza matemática pertinente, que al articularla con el marco teórico del análisis didáctico y la pedagogía crítica genera reflexiones en torno a las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el grado transición. Por su parte, Espinoza, Reyes y Rivas (2019) señalan la importancia del aprestamiento a las matemáticas en esta etapa de educación y proponen como acciones vitales "la creación de currículos y estrategias didácticas en educación infantil, que realmente propicien procesos de desarrollo integral en la infancia, y que partan de una visión integradora y flexible, lo que privilegia la comprensión, experiencia e interiorización, antes que la memorización, mecanización y recepción pasiva" (p.120)

En las últimas décadas, grupos de investigación en educación matemática han debatido frente a la formación en matemáticas de los profesores de preescolar y primaria. Preocupados por fortalecer el rol del maestro en los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ponen relieve a la importancia de articular el conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido para que los nuevos maestros en su gestión del aula puedan tomar decisiones oportunas que les permitan movilizar procesos de aprendizaje y trascender elementos curriculares.

En este sentido, el planteamiento de una práctica problematizadora e intencionada permite, no solo, elegir las mediaciones más convenientes, sino establecer los mejores criterios para valorar los logros de los niños y las dificultades que enfrentan al realizar las actividades propuestas. Alsina, Aymerich y Barba (2008). Insisten en que los maestros "deberíamos ser sobre todo mediadores, profesionales que sepamos ofrecer herramientas, ambientes ricos en descubrimientos a los niños y niñas para un buen andamiaje en el proceso de construcción de conocimiento matemático" (p.14). Se asume entonces que para asegurar el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes requieren de un docente preparado, hábil en la comunicación y conexión de conocimientos matemáticos, en la organización de su conocimiento didáctico, y sobre todo, consciente de que el pensamiento matemático está presente en la cotidianidad los niños, en sus juegos experiencias, y contextos los cuales deben servir de excusa para promover los aprendizajes posteriores

3. METODOLOGÍA

En las últimas décadas, la educación inicial ha conquistado un escenario importante dentro de la agenda política por lo que se han hecho visibles investigaciones en la enseñanza de las matemáticas que pone de manifiesto una serie de interrogantes y reflexiones que son abordados en el contenido del presente documento. La literatura consultada para establecer un panorama preciso, fue seleccionada mediante el protocolo de *revisiones sistemáticas exploratorias de* Manchado (2009) el cual permitió recopilar libros, artículos de investigación, normativa curricular nacional, artículos de reflexión, monografías y tesis doctorales que arrojaron datos significativos sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación inicial desde dos escenarios de indagación, de un lado, aborda el pensamiento matemático en los niños y los aspectos significativos del aprendizaje matemático en la educación inicial y por otro lado, expone un recorrido minucioso por la normativa curricular colombiana que orienta las practicas pedagógicas

La investigación en educación abre un abanico de perspectivas para abordar el contexto educativo y los procesos de enseñanza aprendizaje, en este sentido y de acuerdo con los objetivos y la naturaleza de este estudio, su perspectiva corresponde a una investigación de tipo crítico social, en la que se asume la autorreflexión crítica como escenario para la transformación de problemas sociales originados principalmente en las estructuras de poder –en referencia a las dinámicas educativas que hegemonizan las prácticas sociales y el conocimiento-, allí se encuentra sustentado el enfoque de carácter cualitativo

Desde esta teoría crítica se entiende al sujeto como un constructor de su experiencia en directa relación con tradiciones culturales, ideologías y relaciones de poder que se encuentran en constante tensión y que deben ser contenidos pedagógicos , En palabras de Jiménez y serón (1992: pág.121) la tendencia crítica, acentúa la función emancipadora, liberadora que debe convertir a estos saberes en un factor de transformación social y no permitir su instrumentalización.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El conocimiento matemático escolar es un conocimiento matemático que abarca en nuestro contexto en primer lugar , una serie de competencias formales y en segundo lugar, un conocimiento tecnológico ya que se refiere a la capacidad para aplicar unos determinados conceptos y procedimientos a la resolución práctica de problemas y, de un modo más sistemático, a la consecución de metas tecnológica rico (1995: 9) sin embargo el conocimiento matemático debe ser reflexionado más allá de sus estructuras formales considerando que este está conectado con la vida social

La enseñanza de las matemáticas en las aulas de preescolar ha privilegiado principalmente lo numérico sobre los demás aspectos del pensamiento, al respecto Fernández, Gutiérrez, Gómez, Jaramillo y Orozco (2004) afirman que "existe la arraigada creencia de que las matemáticas se circunscriben a los conceptos de número y cantidad por encima de otros conceptos" (p.69). Sin embargo, Alsina y Coronata (2014) exponen que "la identificación numérica y el conteo son procesos muy importantes en el desarrollo de la matemática temprana, no obstante, la capacidad de nombrar y trazar los números no significa su comprensión" (p. 23) y en efecto un alto número de investigaciones en educación inicial se orientan al desarrollo de competencias que permitan la construcción de la noción de número privilegiando lo numérico sobre otros conceptos.

En este mismo sentido, los aportes de Contreras y Vecca (2013) indican que las "competencias matemáticas en Transición apuntan a desarrollar cuatro funcionamientos cognitivos: cuantificación y principios de conteo, comunicación de cantidades, establecimiento de relaciones de orden y resolución de problemas aditivos" (p. 42) mientras Marroquín y Valenzuela (2019) agregan que las competencias matemáticas también "abarcan diversos ámbitos como la formación del sentido lógico, el enriquecimiento del ámbito numérico, la estructuración del espacio y la geometría, y el sistema de medidas" (p. 20).

5. REFERENCIAS

Alsina, A. Aymerich, C. Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil. Uno Revista de Didáctica de las matemáticas. 10-19

Alsina, A. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3(2), 23-36. Chile

Contreras, C., Vecca, L. (2013) la construcción del concepto de número natural en preescolar: una secuencia didáctica que involucra juegos con materiales manipulativos. Trabajo de grado licenciatura en educación básica. universidad del valle. Cali Colombia. en: http://funes.uniandes.edu.co/11265/1/Cer%C3%B3n2013La.pdf

Espinoza, F, Reyes C y Rivas (2019). "El Aprestamiento a La Matemática en Educación Preescolar". Conrado Revista pedagógica de la Universidad de Cienfuegos, 15(66): 193-203. Recuperado de http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado

Fernández, K. Gutiérrez, I. Gómez, P. Jaramillo, L. Orozco, M. (2004) el pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. creencias y prácticas de docentes de

Barranquilla (Colombia). Zona próxima. 5 (42-72) en: http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewArticle/1748

Jiménez, R y Serón, j.(1992) " paradigmas de investigación en educación hacia una concepción critico constructiva". *Revista Tavira*, (9):105-128

Manchado, R, Tamames,S López, M, Mohedano, L, D´Agostino, M, y Veiga de Cabo, J. (2009). Revisiones Sistemáticas Exploratorias. Medicina y Seguridad del Trabajo, 55(216), 12-19. Madrid. Recuperado en 20 de febrero de 2018, dehttp://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0465546X2009000300002&lng=es&tlng=es

Montes, M. Contreras, L y Carrillo, J. (2018). Maestro ¿Cuál es el número más grande que existe? Trascendiendo el currículum en la exploración del conocimiento especializado del profesor. Revista AIEM. España ISSN 2254-4313

MEJORAMIENTO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN PROPORCIONALIDAD MEDIANTE UN AULA VIRTUAL MOODLE

Luz Adriana Arango Taborda[1]

Resumen

El mejoramiento de competencias matemáticas en proporcionalidad mediante un aula virtual Moodle es una investigación que se llevó a cabo en Medellín, Antioquia; con el fin de fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes de grado séptimo, a través del diseño y la implementación de una estrategia didáctica en la plataforma virtual Moodle, aportando un ambiente virtual donde se aprende a utilizar la proporcionalidad directa e inversa, en situaciones problemas cotidianas y de las diferentes ciencias, un aula abierta para que los docentes y estudiantes puedan acceder a ella con facilidad.

Este proyecto se desarrolla desde un enfoque constructivista, la plataforma Moodle permite crear espacios donde de manera personal y colectiva se pueden diseñar estrategias pedagógicas significativas; por otro lado, la metodología utilizada es mixta, evidenciando, el mejoramiento en competencias matemáticas en proporcionalidad y el impacto positivo en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Palabras claves: *aula virtual, competencias matemáticas, Moodle, proporcionalidad.*

Abstract

Un resumen en inglés siguiendo las indicaciones dadas anteriormente.
The improvement of mathematical skills in proportionality through a Moodle virtual classroom is an investigation that is carried out Medellín, Antioquia; in order to strengthen the mathematical competences of seventh grade students, through the design and implementation of a didactic strategy in the Moodle virtual platform, it provides a virtual environment in which students learn to use direct and inverse proportionality, in real life problem situations and of the different sciences, an open classroom so that teachers and students can easily access to it.

This reason, this project is developed from a constructivist approach, the Moodle platform allows to create virtual spaces where in a personal and collective way meaningful pedagogical strategies can be designed, otherwise, the methodology used is mixed, evidencing the improvement in mathematical competences in proportionality and the positive impact on the teaching processes of mathematics learning.

Key words: virtual classroom, Mathematical competences, Moodle, proportionality.

1. INTRODUCCIÓN

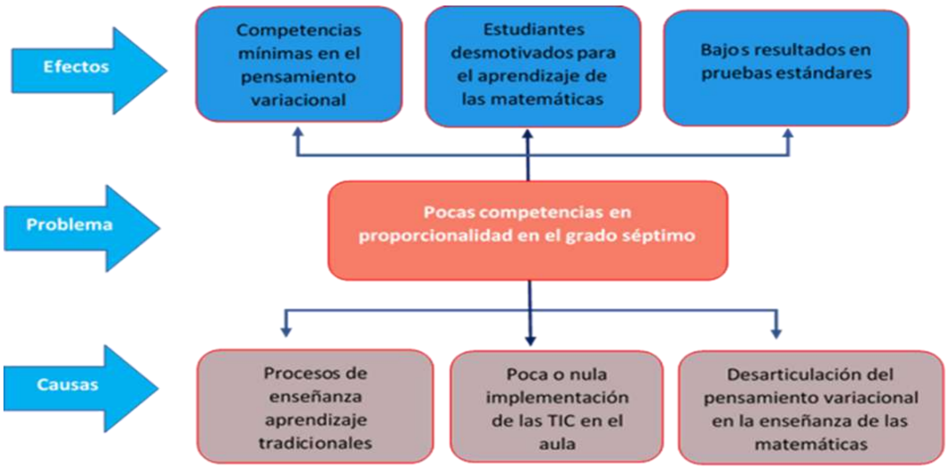
El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas exige en el siglo XXI mayor conocimiento por parte de estudiantes y docentes de los avances de las nuevas tecnologías

[1] Magister en Gestión de la Tecnología Educativa; Universidad de Santander; Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Universidad de Antioquia, Colombia; hnaluzadriana@gmail.com.

en el ámbito educativo, ya que con ellas se pueden cerrar las grandes grietas que deja la educación tradicional en las instituciones oficiales del país. Así, una de las mayores dificultades que se viene presentando en la educación matemática es la falta de apropiación por parte de los estudiantes de conceptos indispensables como la proporcionalidad, para el desarrollo de competencias que van a necesitar para su progreso académico y para contextos de la vida cotidiana.

De esta manera, al empezar el trabajo investigativo, se evidenció que en la Institución Educativa Manuel J. Betancur del municipio de Medellín Antioquia, hay poco desarrollo de competencias en el tema de la proporcionalidad por parte de los estudiantes del grado séptimo, cuyas causas son los procesos tradicionales de enseñanza aprendizaje, la poca o nula implementación de las nuevas tecnologías en las aulas de clase y la desarticulación del pensamiento variacional en la enseñanza de las matemáticas; ocasionando, estudiantes desmotivados para aprender matemáticas, bajas competencias en el pensamiento variacional y bajo rendimiento en pruebas estándares, por tal razón, se vio la necesidad de implementar un proyecto que ayudara a disminuir el impacto negativo que genera este problema y los efectos que de él se desprenden, como se ilustra en la figura 1.

Figura 1. Problema, causas y efectos



En este sentido, se propuso el diseño y la implementación de un aula virtual en Moodle para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes de grado séptimo, específicamente en el eje temático de la proporcionalidad, aportando una herramienta tecnológica donde tanto maestros como estudiantes, pueden utilizarla para los procesos de enseñanza aprendizaje, creando un ambiente de aula diferente, motivador, dinámico y dispuesto para la comprensión de las matemáticas.

Ahora bien, para ayudar a resolver el problema se utilizaron las bases del constructivismo y el aprendizaje significativo, desde la aplicación de la plataforma Moodle, para ayudar a cerrar la brecha que ha dejado la educación matemática tradicional, es este aspecto, Adamuz, Bracho, Jiménez & Maz-Machado, (2012) afirman:

> Moodle facilita la comunicación entre el profesor y los alumnos, así como entre ellos. Parece que es una forma de eliminar esas invisibles barreras de jerarquía vertical profesor-alumno que se dan en el aula, y facilita una relación de tipo horizontal, donde el profesor es solamente

quien guía e interviene cuando por ellos mismos no logran clarificar dudas o no alcanzan consensos. (p.42).

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La aplicación de las nuevas tecnologías en los contextos educativos actuales se realiza a través de programas y plataformas virtuales que constituyen modelos activos y constructivistas que favorecen los procesos de enseñanza aprendizaje en diferentes áreas y disciplinas educativas a través de aulas virtuales. Moodle es una plataforma de aprendizaje diseñada para proporcionarle a educadores y estudiantes un sistema integrado, único y seguro para crear ambientes personalizados, se enfoca en el fortalecimiento de los procesos de enseñanza aprendizaje, como una estrategia para la implementación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en diferentes actividades académicas, esta plataforma ha sido estudiada, en el exterior e interior del país, en los últimos años en artículos de revista, congresos, investigaciones, entre otros, para validar su uso eficaz en el campo educativo.

Por otro lado, el eje temático de proporcionalidad en el área de matemáticas es tan importante que se le debe dedicar un espacio considerable en cada uno de los grados de la educación básica, los docentes y estudiantes deben abordarlo desde la variación y comparación entre cantidades, el razonamiento proporcional involucra un sentido de variación entre dos cantidades para comparar múltiples valores, enfocándose así, es posible que los estudiantes adquieran mejores competencias en el área de matemáticas. Es por esta razón, que se han llevado a cabo diferentes investigaciones a nivel internacional y nacional, que ayudan a comprender mejor el fortalecimiento de las competencias en el área de matemáticas y en el concepto de proporcionalidad en la educación básica.

Ahora bien, la educación en sus procesos de enseñanza aprendizaje, ha venido incorporando, de manera paulatina, el uso de las nuevas tecnologías como una herramienta que brinda posibilidades de aprender de manera diferente, permitiendo que se pueda acceder a la información de manera sincrónica y asincrónica desde cualquier lugar, además, los maestros mejoran sus procesos educativos desde la innovación, construyendo ambientes y aulas virtuales, interactuando con sus estudiantes y logrando una formación integral, desde este punto de vista, el aprendizaje significativo y el constructivismo tomaron fuerza dentro de la investigación porque permitían crear y consolidar espacios propicios para el aprendizaje de las matemáticas desde ambientes virtuales.

2.1 Aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo ha impactado durante mucho tiempo a los docentes, pedagogos y personal encargado de los currículos, ya que se ocupa de lo que ocurre en el aula y cómo facilitar los aprendizajes que se generan en ella, es la teoría que postuló Ausubel, en la cual los estudiantes no comienzan su aprendizaje de la nada, sino que van aportando sus experiencias y conocimientos a este proceso para llenarlo de significado (Gaila, 2015).

El papel del docente radica en llevar a cabo este proceso de manera efectiva y asertiva, ya que el estudiante no puede ser un receptor pasivo, por el contario debe hacer uso de los significados que ya interiorizó, para adecuar los que los materiales educativos le ofrecen. En ese proceso, al mismo tiempo que está diferenciando progresivamente su estructura cognitiva, está también haciendo reconciliación integradora para poder identificar semejanzas y diferencias, reorganizando su conocimiento. Según lo establece Gaila, 2015

> El aprendizaje se torna significativo cuando los estudiantes pueden relacionar un nuevo conocimiento a las estructuras cognitivas que tienen, de allí es necesario que los materiales de aprendizaje sean potencialmente significativos por sí mismos y que se cuente con requisitos cognoscitivos necesarios por parte de los estudiantes y que tengan una motivación propiciada por la necesidad de aprender, comprender y actuar racionalmente en el proceso de relación con el medio. (p. 53).

2.2 Constructivismo

El principio básico de esta teoría proviene de su significado, la idea central es que el aprendizaje humano se construye, que la mente de las personas elabora nuevos conocimientos a partir de la base de enseñanzas anteriores; el aprendizaje de los estudiantes debe ser activo, deben participar en actividades en lugar de permanecer de manera pasiva observando lo que se les explica. Según Piaget, 1952

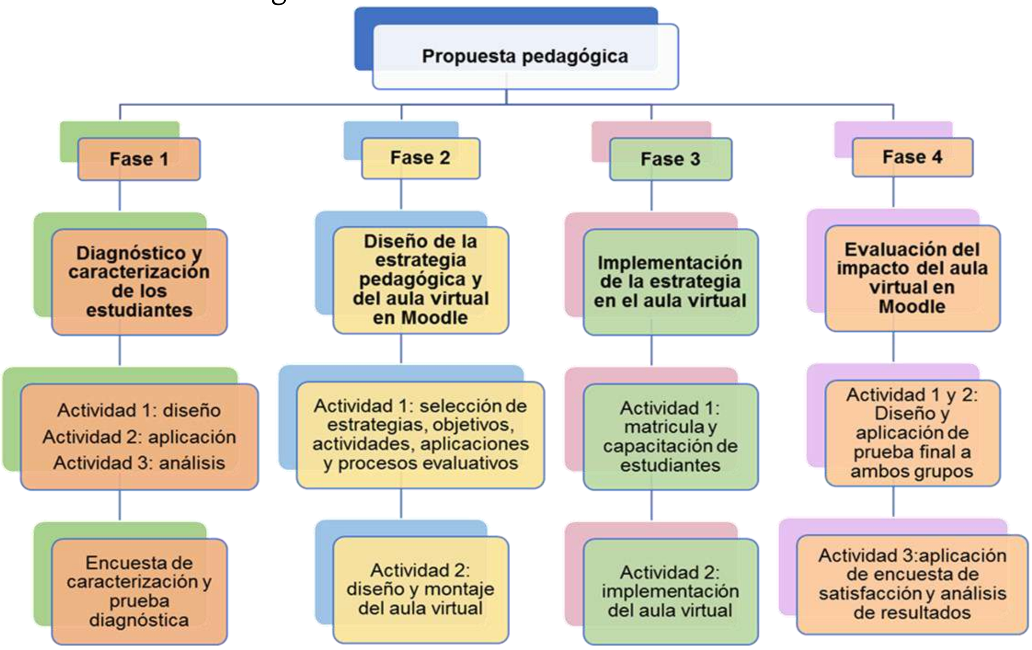
> El constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en sus aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un producto del ambiente ni un resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. En el constructivismo, el conocimiento se crea a partir de los esquemas que la persona ya posee, es decir, con los que construyó en relación con el medio que lo rodea.

Desde este punto de vista, el aprendizaje es un proceso activo en el cual el estudiante construye nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos anteriores, para el constructivismo, lo importante es el proceso no el resultado, el estudiante selecciona y transforma la información, construye hipótesis y toma decisiones basándose en una estructura cognitiva, este posee estructuras mentales previas que se modifican a través del proceso de adaptación y es quien construye su propia representación de la realidad a través de acciones, el estudiante mantiene un rol activo durante su proceso cognitivo y formativo.

3. METODOLOGÍA

Para efectos de este trabajo que se realizó en el campo educativo, se tuvo en cuenta una investigación mixta que consiste en integrar los métodos cuantitativo y cualitativo, a partir de los elementos que la integran, así, desde el enfoque cuantitativo, la hipótesis se sometió a un análisis de datos numéricos a través de la estadística, teniendo en cuenta, aspectos importantes en el desarrollo de las competencias matemáticas a través de la implementación de un aula virtual, dando lugar a una investigación objetiva y rigurosa; por otro lado, el enfoque cualitativo, permitió recoger los datos necesarios y las observaciones pertinentes para descubrir de manera discursiva categorías conceptuales, favoreciendo la comparación de resultados y la interpretación de los mismos. La investigación se realizó en cuatro fases como lo muestra la figura 2.

Figura 2. Fases de la investigación



En la primera fase de la investigación se diseñó, aplicó y analizó la encuesta de caracterización y la prueba diagnóstica para determinar la relación y el uso que les dan los estudiantes a las herramientas tecnológicas en la institución educativa y en sus hogares, además, conocer el nivel de desempeño y las competencias que poseen en el tema de proporcionalidad. Por su parte, en la segunda fase se realizó el diseño de la estrategia pedagógica y del aula virtual, al igual que el montaje de los contenidos en la plataforma Moodle, a su vez, en la fase tres, se implementó y ejecutó dicha plataforma, dentro de las aulas de clase y en las casas de los estudiantes, cuando había problemas de conectividad en la institución educativa.

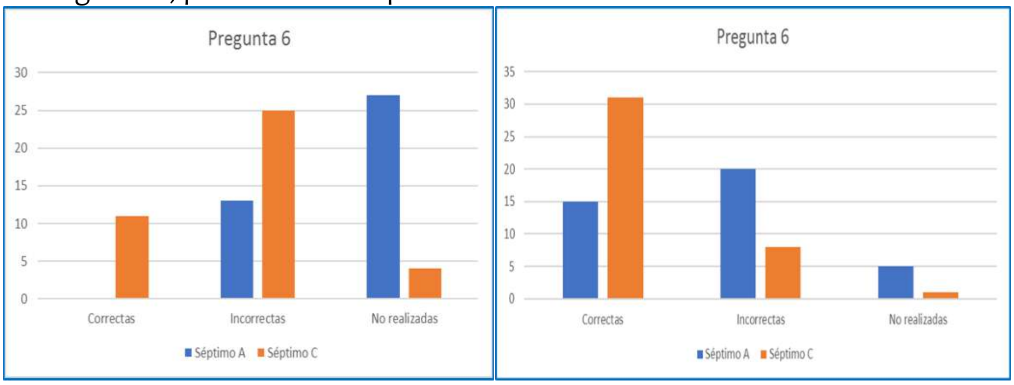
Por último, en la fase cuatro de la investigación se realiza la evaluación final y el impacto generado por la misma, tanto en los estudiantes como en los procesos de enseñanza aprendizaje de la proporcionalidad en matemáticas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la prueba final permitieron hacer un análisis comparativo entre los grados de séptimo A y C, los cuales tuvieron dos maneras diferentes de acercarse al tema de proporcionalidad, el primero, lo hizo a través de la forma tradicional de enseñanza en clase y se convirtió en el grupo de control, y el segundo, lo hizo por medio del aula virtual creada en la plataforma Moodle, convirtiéndose en el grupo experimental, los estudiantes de séptimo A, no tiene las competencias matemáticas suficientes para enfrentarse a situaciones cotidianas de proporcionalidad directa, inversa y compuesta, mostrando mayor desmotivación y apatía por los procesos cognitivos desarrollados en el aula de clase.

Por su parte, los estudiantes del grado séptimo C, fueron capaces de responder asertivamente la mayor cantidad de preguntas, se observa un análisis matemático a los problemas planteados y procesos que dejan ver mayor adquisición de competencias en el tema de proporcionalidad directa e inversa. Así mismo, dejan ver mayor capacidad para manejar los conceptos teóricos asociados a los ejes temáticos de razones y proporciones, asumiendo una postura más responsable y dinámica en la realización de la prueba final. como lo muestra la gráfica 1.

Gráfica 1. Pregunta 6, prueba inicial vs prueba final



De esta manera, se pudo concluir que la implementación del aula virtual en Moodle ayudó a los estudiantes a descubrir una manera diferente de ver las matemáticas y los procesos de enseñanza aprendizaje de la misma, porque, se pasa del método tradicional y absolutista a la posibilidad de construir el aprendizaje desde las vivencias de cada estudiante y la asimilación de procesos y estrategias que ayudan al trabajo colaborativo y a la adquisición de un aprendizaje significativo, basado en la experiencia de los estudiantes.

Por otra parte, el resultado de la prueba final demuestra un incremento en las competencias asociadas al eje temático de la proporcionalidad directa, inversa y compuesta, y a los procesos y estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver situaciones problemas, de igual forma, la encuesta de satisfacción permite evidenciar el agrado de los estudiantes por la implementación de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.

Como sugerencia, se puede continuar con este proceso investigativo dentro del área de matemáticas para darle continuidad en otros grados, además, para futuras investigaciones en el campo tecnológico, se sugiere seguir por la línea de los ambientes y las aulas virtuales de aprendizaje, ya que se motiva a docentes y estudiantes para que sigan haciendo uso de las nuevas tecnologías en las diferentes áreas del conocimiento.

5. REFERENCIAS

Adamuz, N., Bracho, R., Jiménez, N., & Maz-Machado, A., (2012). El foro en la plataforma Moodle: un recurso de la participación cooperativa para al aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Educación Mediática y TIC*, 1(2), 29-47. Recuperado de https://helvia.uco.es/handle/10396/11636

Gaila, J. (2015). El aprendizaje significativo de la química general en el Instituto Medio Industrial de Luanda. La Habana: Editorial Universitario.

Piaget J (1952). The origins of intelligence in children. New York: International Universities press.

REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE CAMPESINOS DE LOS DEPARTAMENTOS DE ATLÁNTICO Y CÓRDOBA SOBRE MEDIDAS DE SUS CULTIVOS

Jorge Armando Rada Olivero[1], Luis Antonio Alvarez Martinez[2], Armando Alex Aroca Araujo[3]

Resumen

El problema de la presente investigación se centra en comparar las medidas de terrenos para cultivar en los departamentos de Córdoba y Atlántico, especialmente identificar el pensamiento espacial – métrico que desarrollan los campesinos de estos departamentos a partir de las representaciones gráficas. El objetivo general de esta investigación es analizar las representaciones gráficas hechas por los campesinos de Atlántico y Córdoba sobre las medidas de sus cultivos. El marco teórico tiene como referente al Programa Etnomatemática. La metodología aplicada es cualitativa con diseño etnográfico. Los principales resultados fueron el análisis de las diferentes formas de medir de los campesinos, las formas de representación gráficas de los campesinos, la cubicación como proceso matemático, entre otros. La principal conclusión fue evidenciar las diferencias, similitudes o equivalencias entre las medidas de terrenos, herramientas usadas y procesos matemáticos empleados al momento de hallar área y perímetro entre los campesinos de ambos departamentos de Colombia.

Palabras claves: *Etnomatemática, área y perímetro, medidas campesinas, representaciones gráficas.*

Abstract

The problem of the present investigation is centered in comparing the measurements of the land used for cultivate in the departments of Córdoba and Atlántico, especially to identify the spatial-metric thinking, which is developed by the farmers of these departments from graphic representations. The general objective of this research is to analyze the graphic representations made by the peasants of Córdoba and Atlántico on the measurements of their crops. The theoretical framework is based on the Ethnomathematics program. The applied methodology is qualitative with an ethnographic design. The main results were the analysis of the different ways of measurement of the farmers, the cubing or volume calculation as a mathematical process, among others. The principal conclusion was to evince the differences, similarities or equivalences between the lands measurements, the tools and the mathematical processes used by the farmers at the time of finding area and perimeter in both departments of Colombia.

Keywords: Ethnomathematics, área and perimeter, farmers measures, graphic representations.

[1] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; jarmandorada@mail.uniatlantico.edu.co ; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9488-4844
[2] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; lantonioalvarez@est.uniatlantico.edu.co ; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3824-1833
[3] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co ; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2786-4848

1. INTRODUCCIÓN

Medir es una actividad “universal” e importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se preocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia. Aunque todas las culturas reconocen la importancia de ciertas cosas, de nuevo vemos que no todas las culturas valoran las mismas cosas en la misma medida. Gran parte depende del entorno local y de las necesidades que esté provoca (Bishop, 1999). Así; en los departamentos de Atlántico y Córdoba, podemos notar que aunque la necesidad de medir sea la misma; las formas, herramientas y terrenos en los que se cultiva tienen similitudes pero no son iguales en su totalidad.

Hoy día, como resultado de un largo proceso de descolonización y de globalización, las culturas autóctonas entran en el proceso de redescubrir su historia y de valorizar sus tradiciones y conocimientos. Eso incluye las diferentes maneras de generar y organizar formas de comparar, clasificar, ordenar, cuantificar, inferir, medir, contar. En otros términos, diferentes maneras de hacer matemática. (D'Ambrosio U. , 2003). En este caso los campesinos de estos departamentos tienen tradiciones y costumbres, las mismas que vienen de generación en generación y son la piedra angular de su trabajo al momento de usar las herramientas, medir la tierra, sembrar, entre otras.

Las representaciones graficas hechas por los campesinos donde se evidencia el uso de procesos matemáticos empíricos al momento de medir las tierras en los departamentos de Córdoba y Atlántico, con el uso de herramientas básicas y rudimentarias, sirven como medio para medir y determinar el área y perímetro de los terrenos a cultivar. Modelos que pueden ser llevados al aula de matemáticas para problematización de resultados, porque la interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas. Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con lecturas de mapas, con la construcción etc…, acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas. (MEN, 1998).

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La etnomatemática es la matemática practicada por los grupos culturales, grupos trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes. (D'Ambrosio u. , 2008). En este aspecto la labor hecha por los campesinos también tiene sus tradiciones comunes las cuales son aprendidas de generación en generación y muchas veces por trasmisión oral, entre ellas están las formas de sembrado, las herramientas que emplean para trabajar y especialmente las que usan para medir además de las representaciones graficas de aquellos que terrenos en los que establecen sus cultivos.

Normalmente, el entorno local inmediato es el que proporciona las cualidades que se han de medir además de las unidades de medidas. Por ejemplo, el cuerpo humano fue, probablemente el primer dispositivo para medir que se planteó en todas las culturas. Tenemos la Ana (la anchura de 6 manos o 24 dedos), el codo, el dedo, el pie, el palmo, el paso y la braza (distancia entre los extremos de los brazos extendidos) todas ellas medidas muy prácticas de longitud. Estas unidades o sus equivalencias existen en la mayoría de las sociedades. (Bishop, 1999). Dentro de esta investigación observamos que los campesinos desarrollaban también muchas de estas formas de medir, especialmente la braza que dependiendo al entrono local cambian sus significantes.

La creación de una medida requiere de una actividad mental compleja, basada en la elección abstracta de una de las características propias de unos objetos dados y la comparación de estos en base a aquella. (Kula, 1980). Los campesinos crean diseños de las formas de sembrado haciendo representaciones graficas de los terrenos en los que se cultiva, dichas representaciones son el foco o la guía para la realizar su labor.

3. METODOLOGÍA

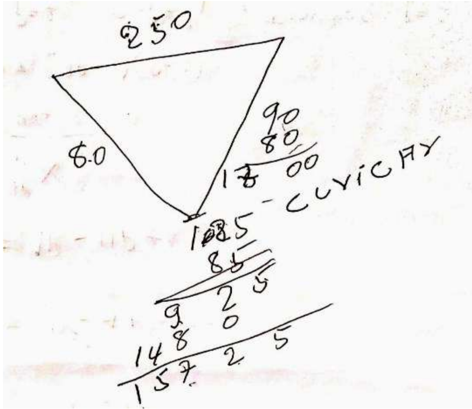
El desarrollo de esta metodología se basó en entrevistas de tipo etnográficas que como lo define Giddens (2007): La etnografía es el estudio directo de personas o grupos durante un cierto periodo, utilizando la observación participante o las entrevistas para conocer su comportamiento social, registrando una imagen realista y fiel del grupo estudiado; el trabajo de campo resulta ser una herramienta imprescindible.

Las entrevistas realizadas en los departamentos de Córdoba y Atlántico se hicieron eligiendo de forma aleatoria campesinos de estos departamentos (3 por cada departamento) quienes hablaron de su oficio como campesino, sus años de experiencia, los cultivos en los que trabajan, los terrenos en los que se cultiva, las épocas de siembra, el tratamiento de la tierra, la duración de la cosecha, así mismo definieron sus formas de medir a partir de herramientas empíricas como la pita, braza o vara, demostrando la aplicabilidad de las herramientas al momento de medir; es decir usando la pita y la braza. Todos estos datos fueron obtenidos a través de entrevistas semiestructuradas que consistió en visitar al campesino, conociendo su labor y las formas de medidas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

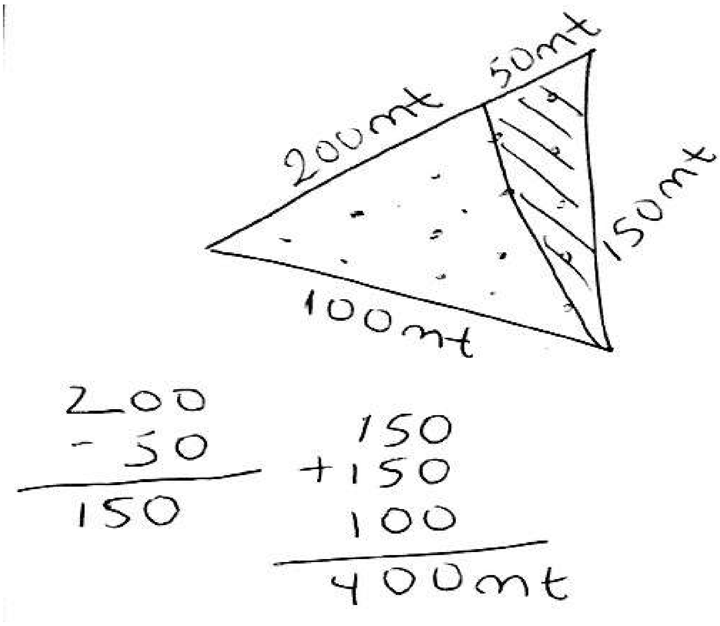
Esta investigación llevada a cabo en los departamentos de Atlántico y Córdoba arrojó resultados de cómo los campesinos miden y hacen uso de proceso matemáticos para hallar el área y perímetro de sus terrenos, entre los hallazgos de esta investigación está el de "cubicar" *ver figura 3.* Que según uno de los campesinos del Atlántico lo define como: "es medir la cantidad de metros que se va, que se va a trabajar en la tierra" (J. Rada, comunicación personal, 19 de julio de 2020).

Figura 3. Cubicar en el Atlántico.



En este sentido se descubrió que el método de cubicación existe como en Atlántico y Córdoba, en Córdoba lo definen muchas veces como cuadrar la tierra así lo plantea un campesino cordobés "a veces la tierra tiene una parte más ancha y otras más angosta ¿verdad? y entonces uno para cuadrar la hectárea tiene que cubicarla, es decir, medirle por aquí y por acá, si aquí tiene 100 y acá 150, por aquí 200 se le quita donde tenga más y se le pone donde tenga menos hasta que dé igual, eso uno lo cubica y da igual" ver figura 4. (C. Suarez, comunicación celular, 30 de mayo de 2020).

Figura 4. Cubicar en Córdoba.



4.1 Significado y significante de las medidas campesinas en los departamentos Córdoba y Atlántico.

Al inicio de esta investigación era muy recurrente escuchar hablar a los campesinos de palabras como cabuya, cuarterón tarea como aquellos sitios en los que sembraban sus

cultivos. Se hacía muy curioso escuchar estos términos en ambos departamentos a pesar de la distancia que hay entre ellos. A través de entrevistas realizadas a campesinos de los distintos departamentos se evidenció, que a pesar de que dichos terrenos tuviesen el mismo significado lingüístico el significante era muy diferente.

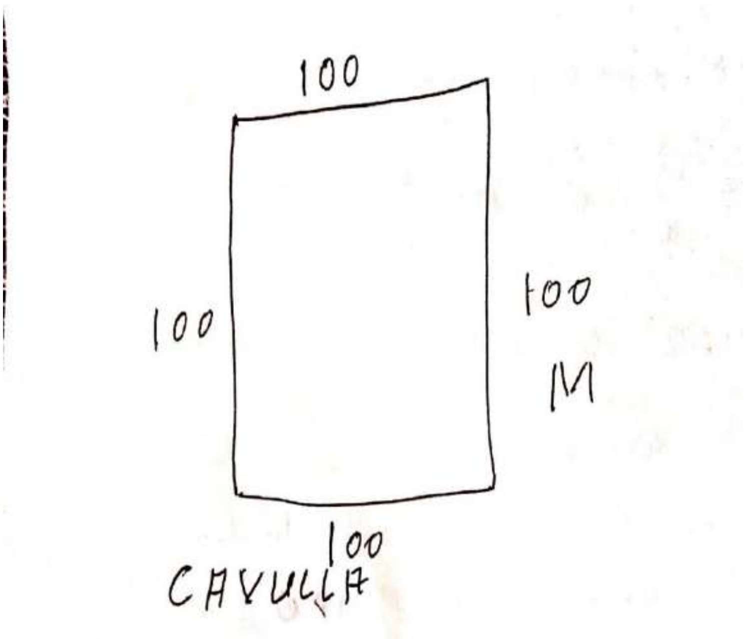


Figura 5. Una Cabuya en Atlántico

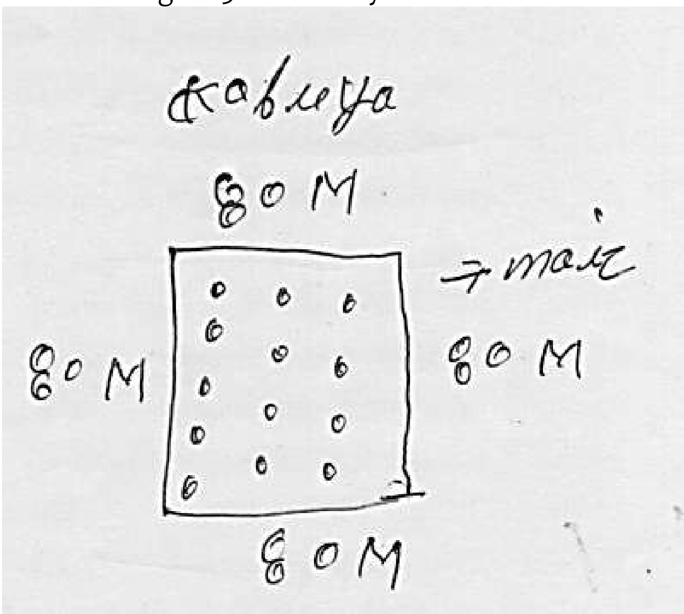


Figura 6. Una Cabuya en Córdoba

A manera de conclusión, en esta investigación hallamos varias representaciones gráficas hechas por los campesinos, representaciones de los terrenos en los que cultivan también de herramientas de medidas que son diferentes a las usuales y pueden aportar al momento de una clase de matemáticas una visión diferente del aprendizaje de las matemáticas donde los estudiantes puedan enriquecerse y conocer las matemáticas que hay en el campo.

5. REFERENCIAS

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós Ibérica.

Bishop, A. (1999). Enculturación Matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. En A. Bishop, *Enculturación Matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (págs. 55-55). Barcelona: Paidós Ibérica .

D'Ambrosio, U. (2003). las dimensiones politicas y educacionales de la etnomátematica. En U. D'Ambrosio, *las dimensiones politicas y educacionales de la etnomátematica* (Vol. 43, págs. 439-442). Revista números.

D'Ambrosio, u. (2008). *Etnomátemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad.* Ciudad de México.

Gerdes, P. (2013). *Geometría y cestería de los Bora en la Amazonía peruana.* Lima: Ministerio de Educación .

Giddens. (14 de abril de 2007). *André Sören*. Obtenido de André Sören: andresoren/blog

Kula, W. (1980). *Kula, W.* Madrid: Siglo XXI de España Editores.

MEN. (1998). *MEN.* Bogotá: Cooperativa Editorial magisterio.

Rada, J. (19 de julio de 2020). Comparación entre procesos de medidas campesinas del Tlantico y Córdoba, problematización en el aula de clase de matematica. (L. A. Jorge Rada, Entrevistador)

Suarez, C. (30 de mayo de 2020). comparaion entre procesos de medidas campesinas del Atlantico y Córdoba, problematización de resultados en el aula de clases de matematica. (J. R. Luis Alvarez, Entrevistador)

PREGUNTA SOCRÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO

Jeison Cantillo Correa[1], Keren Viloria Cabrera[2], Robinson Junior Conde-Carmona[3]
Teremy Tovar Ortega[4]

Resumen

El presente trabajo propone la pregunta socrática como estrategia didáctica en conjunto con la resolución de problemas, la cual se realiza como una investigación cualitativa, con un diseño de estudio de casos, con una muestra de cuatro estudiantes. En donde se evidenció el desarrollo del pensamiento crítico además de las habilidades que ayudan a obtener un aprendizaje significativo desarrollando el pensamiento matemático dentro del conjunto de los números enteros, por lo que se pudo concluir que la pregunta socrática en relación con el aprendizaje de las matemáticas permitió que el estudiante desarrollara la interpretación del texto, comprensión del enunciado, comprensión del concepto de números enteros, representación de los números enteros y realización de procedimientos aritméticos posibilitándole obtener el pensamiento numérico, además habilidades que le permita argumentar luego de un análisis previo de premisas, realizándose preguntas que lo haga avanzar en su aprendizaje, siendo consciente de su propio avance.

Palabras claves: Números enteros, *pregunta socrática, resolución de problemas.*

Abstract

This paper proposes the Socratic question as a didactic strategy in conjunction with problem solving, which is carried out as a qualitative investigation, with a case study design, with a sample of four students. Where the development of critical thinking was evidenced in addition to the skills that help to obtain significant learning by developing mathematical thinking within the set of integers, so it could be concluded that the Socratic question in relation to learning mathematics allowed the student to develop the interpretation of the text, understanding of the statement, understanding of the concept of whole numbers, representation of whole numbers and performing arithmetic procedures, making it possible to obtain numerical thinking, as well as skills that allow him to argue after a previous analysis of premises , asking yourself questions that will advance your learning, being aware of your own progress.

Key words: Whole numbers, Socratic question, problem solving.

1.INTRODUCCIÓN

La educación matemática se ha convertido en un reto para los docentes y de igual forma para los estudiantes, quienes buscan superar cada una de las dificultades que se les presentan al momento de enseñar - aprender, para lograr esto, constantemente se han ideado y propuesto estrategias didácticas que le permiten al docente cumplir

[1] Estudiante Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; jeisoncantillocorrea1@gmail.com
[2] Estudiante Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; kerenviloria.98@gmail.com
[3] Ph.D © en Educación Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; rjconde@mail.uniatlantico.edu.co
[4] Magister en Educación; Universidad del Atlántico; Colombia; ttovarortega@mail.uniatlantico.edu.co

satisfactoriamente con su labor de enseñar, dándole la posibilidad al estudiante de obtener un aprendizaje significativo. Por esta razón, en esta investigación se presenta la pregunta socrática como una estrategia didáctica con el fin de que el estudiante pueda superar los errores y dificultades que se le presentan al momento de resolver problemas con números enteros, como la incomprensión del enunciado, convertir del lenguaje cotidiano al leguaje matemático con números enteros, implementar la ley de los signos, realizar correctamente operaciones matemáticas, interpretar datos del enunciado e interpretar las incógnitas planteadas en el problema. Para ello, se realiza un taller en donde el investigador cumplirá el papel de guía por medio de la realización de preguntas socráticas que le permitirá al estudiante realizar un análisis, interpretando dentro del contexto presentado el problema para luego exponer la solución con sus argumentos, generando un pensamiento crítico a la vez que desarrolla el pensamiento numérico por medio de la realización de procedimientos para darle respuesta al problema presentado. Por la cual, se trabaja desde un diseño metodológico cualitativo con estudio de casos, posteriormente se presenta un análisis de la información obtenida por parte de los estudiantes, concluyendo el avance que se obtuvo con esta investigación en el aprendizaje de la resolución de problemas con números enteros.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Historia y epistemología de los números enteros.

El proceso histórico de la concepción del número es un reflejo de lo que se ve hoy en día en el sistema educativo, en las distintas etapas en que está dividida la enseñanza obligatoria, comenzando con la educación primaria, en donde el estudiante percibe la concepción del número como cantidad, como representación de lo concreto y con soporte lógico en el mundo natural y físico. Sin embargo, cuando el estudiante está culminando la educación primaria o al comenzó de la educación secundaria, se enfrenta a un cambio de conceptos al iniciar su aprendizaje de los números enteros, produciendo una ruptura entre lo concreto y físico, es decir, su desarrollo del proceso matemático no será fundamentado en lo real, intuitivo y concreto, soportando sus argumentos, conclusiones y respuestas dentro de las mismas reglas matemáticas (Herrera & Zapata, 2019).

2.2. Didáctica en el aprendizaje de los números enteros.

Si se quiere que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo con los números enteros, los docentes deben tener en cuenta el desarrollo cognoscitivo de cada estudiante, ya que el aprendizaje depende de diversos componentes, entre ellos el social, de esta forma, en el proceso de enseñanza – aprendizaje, se deben emplear las necesidades que presenta el estudiante en su entorno, esto para la aplicación de los números enteros en ella, de manera que se produzca en él un acercamiento con el tema tratado, y además, le sea más atractivo y disminuya su grado de complejidad, para que así, reconozcan la importancia de este tema (Maca & Patiño, 2016).

2.3. Resolución de problemas en Números Enteros.

En la actualidad, la resolución de problemas es parte esencial en la educación matemática, ya que, a partir de esta, el estudiante puede experimentar la potencia y utilidad de las matemáticas en su entorno o contexto. Además, para resolver un problema en matemáticas es necesario recurrir a conocimientos previos de esta y otras áreas, encontrando una relación con cada una de ellas, ya que la solución no consta de una sola forma en el desarrollo, sino que se puede hallar desde diferentes métodos, formas o caminos, para esto el estudiante debe tener una motivación o deseo de resolverlo, así le dará uso a todas sus capacidades y habilidades, obteniendo satisfacción al encontrar la solución, e incluso en el proceso de esta (Cañoli, 2019).

2.4. Pregunta socrática.

La mayéutica, donde se produce la pregunta socrática, busca la verdad que se encuentra en el individuo, la cual consiste en saber preguntar, y a cada correspondiente respuesta, contraponerle una nueva pregunta, esto hasta hallar una respuesta verdadera que supere la verdad parcial de todas las respuestas anteriores, siendo el estudiante el protagonista de su propio aprendizaje. De esta forma, la pedagogía de la pregunta se centra en el estudiante, de manera que despierta su curiosidad y desarrolla la capacidad de explorar por el mismo los fundamentos y argumentaciones que tiene en cuenta al responder, cuestionándose hasta lograr defender su hipótesis o desmentirla, llegando a comprobar que la realidad o verdad no consta solo de lo que alcanza a percibir con sus sentidos, ya que esta está más allá de lo que alcanza a ver o escuchar (Charris & Manga, 2018).

3. METODOLOGÍA

La presente investigación se desarrolla desde un enfoque cualitativo con un diseño de estudio de casos, ya que permite crear una relación directa con el fenómeno investigado, permitiendo vivir, comprender, e interpretar de una forma cercana la realidad presentada, de manera que se puede focalizar a los fenómenos de estudio desde múltiples perspectivas, lo que conlleva a una exploración más profunda y que el conocimiento obtenido sea más amplio (Comet & Jiménez, 2016). La cual se desarrolla por cuatro fases, en la primera se expone de forma clara los interrogantes que se plantean en la investigación mediante la indagación e identificación de la información obtenida, permitiendo obtener una noción de los problemas, dificultades y obstáculos que se va a enfrentar, con propósito de superarlos a través de la pregunta socrática evidenciando la forma en que se va a desarrollar, indicando su espacio – temporal; en la segunda se diseñan y crean las técnicas e instrumentos necesarios, como la actividad diagnostica, test y entrevista, enfocados a las necesidades que han mostrado los estudiantes anteriormente; en la tercera se implementan las técnicas y uso de instrumentos que soportaran la propuesta didáctica; y finalmente, en la cuarta de forma organizada se realizará un análisis de toda la información, datos y resultados obtenidos, para así, obtener la caracterización de las habilidades que permite desarrollar esta propuesta didáctica, y verificar si se logró el aprendizaje esperado.

De manera que los instrumentos utilizados en esta investigación fueron dos encuestas de resolución de problemas con números enteros, en donde la primera fue implementada como prueba diagnóstica para identificar las competencias académicas que tienen los estudiantes frente a la resolución de problemas con números enteros, y a su vez, obtener una visión sobre las debilidades que presentan al momento de realizar este tipo de actividades; la segunda fue utilizada como herramienta de apoyo, para que el estudiante por medio del proceso de análisis y reflexión, pueda construir sus propios argumentos durante el desarrollo de este. Además de una entrevista semi-estructurada, la cual fue realizada desde un enfoque socrático en donde el entrevistador o investigador no le enseña nada al estudiante, sólo lo guía mediante la indagación y el razonamiento. Para la implementación de los instrumentos mencionados anteriormente, fueron validados previamente mediante el método Delphi.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1. Prueba diagnóstica.

Estudiante 1: En el desarrollo del taller muestra un buen desarrollo de la resolución de problemas, sin embargo, en uno de los puntos se evidencia una falta de comprensión del enunciado, de manera que para resolver el problema no toma en cuenta datos importantes que se presentan en el enunciado, afectando el proceso de solución, produciendo una respuesta incorrecta.

Estudiante 2: En el desarrollo del taller se le presentó dificultad al realizar una suma (5+7=11), ejecutando incorrectamente esta operación, lo que le impidió llegar a la respuesta correcta. Por otra parte, se le presentó un obstáculo al traducir el enunciado de un problema de temperatura a un lenguaje matemático con números enteros, al convertir "10°C bajo cero" a un lenguaje matemático con números enteros se le presenta la dificultad del lenguaje que como lo menciona Aponte & Rivera (2017), que se genera debido a su incorrecto uso de símbolos y términos matemáticos.

Estudiante 3: Este estudiante presentó la misma dificulta que el estudiante 2 con respecto al segundo problema que es el de temperatura, en la cual, al pasar "10°C bajo cero" a un lenguaje matemático, lo planteó como 10 (Positivo), convirtiéndose esto en una dificultad en el lenguaje como se menciona en el párrafo anterior, además de interpretar de forma incorrecta una parte del enunciado, por lo que realizó una operación diferente a la requerida, catalogándose esto como una dificultad en la lectura comprensiva del problema como afirma Esparza & Lobos (2016), lo que hace que el estudiante no entienda el problema.

Estudiante 4: En el 50% de los problemas planteados esta estudiante tuvo una mala interpretación, haciendo que las operaciones realizadas para hallar la solución no sean las pertinentes, además, algunos de los datos tomados del enunciado los utiliza con signo positivo, cuando estos deben ser negativos, y a su vez añade información que no se presentan en el enunciado, conllevando que las operaciones den una solución errónea. Esto se debe a la falta de conocimiento lingüístico como lo presentan Hernández, Palarea, & Socas (2014), como también dificultad en el lenguaje (Aponte & Rivera, 2017) .

4.2. Taller con preguntas socráticas.

Estudiante 1: Para hallar la solución de un problema, expresó que había realizado una resta entre un numero positivo y un número negativo, cuando en realidad había realizado una suma de estos (30 + (-10) = 20), evidenciando la dificultad que se le presentaba para diferenciar una resta con números enteros negativos y una resta con números naturales, siendo esto según Aponte & Rivera (2017) una dificultad en el lenguaje matemático, pero a través de la pregunta socrática rápidamente logró identificar la diferencia de esto y comprender la operación. De manera que la entrevista con preguntas socráticas le ayudó a desarrollar dentro del pensamiento numérico la capacidad para interpretar los números enteros, su representación con el lenguaje matemático y sus operaciones matemáticas, esto según Cárdenas, Gordillo & Piamonte (2017).

Estudiante 2: Durante la resolución de este taller, según Hernández, palarea y socas (2014), tuvo dificultad en el conocimiento lingüístico al momento de interpretar la incógnita planteada, ya que no comprendió el significado de la palabra "cancelar" dentro del contexto de la pregunta "¿Qué cantidad de dinero debió cancelar en total la mamá de Sandro?", En otro punto, se le presenta una dificultad en la interpretación del problema, siendo ésta la dificultad del conocimiento lingüístico (Hernández, Palarea, & Socas, 2014), en la que el enunciado contiene información implícita necesaria para resolver el problema, sin embargo, este estudiante no pudo notar esta información. Pero, a través de la pregunta socrática logró superar las dificultades que tenía justificando y explicando detalladamente el proceso de solución. En este proceso, según Betancourth, Insuasti, & Riascos (2011), debido a la confrontación con preguntas socráticas, este estudiante pudo obtener un avance en su pensamiento crítico, expresando sus ideas, conocimientos y experiencias, además de desarrollar habilidades que le permitieron conocer, transformar y aplicar nuevos conocimientos dentro del contexto de cada problema para adquirir las respuestas correctas a los interrogantes presentados.

Estudiante 3: En el desarrollo del taller realiza una resta de forma incorrecta ("145.000 – 25.000 = 125.000"), pero debido a las preguntas realizadas por el entrevistador, el estudiante se pudo dar cuenta del error, corregirlo y entender el "por qué se había equivocado". Por lo tanto, la resolución de problemas con números enteros en contribución con la pregunta socrática, apoyado en lo que afirma Quintero (2006), avanzó su desarrollo del pensamiento numérico a través de la realización de diferentes métodos de cálculo (escrito, mental y estimación), construyendo conceptualmente operaciones como la adicción y la multiplicación con relación a la solución de problema, además de realizar procesos descriptivos, explicativos y argumentativos a lo largo del taller.

Estudiante 4: En este taller, presentó una dificultad al momento de realizar una multiplicación ("16.000 * 4 = 44.000"), Por otra parte, en un segundo punto, al leer la incógnita planteada (¿Qué cantidad de dinero debió cancelar en total?), expresa que desconoce lo que quiere decir la palabra "cancelar" en este contexto, siendo esta una dificultad en el conocimiento lingüístico para la comprensión del texto según Hernández, Palarea, & Socas, (2014), pero con la guía del entrevistador, logra comprender su significado. De manera que las preguntas realizadas por el entrevistador contribuyeron al desarrollo del pensamiento crítico, que como afirman Camargo & Useche (2015), es "el arte de pensar acerca del propio pensamiento", generando una mejora para un pensamiento claro, preciso, capaz de justificar y argumentar, en este caso, cada uno de los procedimientos matemáticos realizados para la resolución de los problemas planteados.

Conclusiones

Al juntar información acerca de la pregunta socrática y el aprendizaje de las matemáticas desde el marco teórico, se pudo concluir que estas buscan desarrollar un pensamiento crítico y lógico, de manera que le permita al estudiante crear sus propios métodos o proporcionar sus propios procedimientos a partir de lo conocido con anterioridad, generándose el mismo preguntas con el fin de constatar si lo supuesto, deducido o asumido es veraz, obteniendo un aprendizaje significativo, en donde el estudiante es consciente de sus avances y además, constantemente está en busca de respuestas a las dudas y preguntas que se plantea, generando un desarrollo cognitivo.

Luego de conocer las dificultades que tienen a los estudiantes al momento de resolver problemas y asimilar el concepto de números enteros, se diseñó dos actividades, la primera con el objetivo de constatar las dificultades y errores que tienen los estudiantes, en la cual se le presentan una serie de problemas en donde tienen que implementar el concepto de números enteros, realizar operaciones con estos, desarrollar procedimientos matemáticos que permitan encontrar la solución y justificarlo. La segunda, es un taller con problemas para resolver a través de operaciones con números enteros en donde interviene el investigador por medio de las preguntas socráticas como guía con el fin de que el estudiante por medio de sus propios conocimientos, argumentos y análisis pueda superar las dificultades que se le presenta.

En esta investigación se realizó una actividad que permitió el avance en el aprendizaje de los números enteros y las operaciones con estos (suma, resta y multiplicación), en la cual se implementó la pregunta socrática como estrategia didáctica en conjunto con la resolución de problemas, en donde se le presentaron dificultades en la interpretación del texto, comprensión del enunciado, comprensión del concepto de números enteros, representación de los números enteros y realización de procedimientos aritméticos con estos, pero la estrategia didáctica permitió que el estudiante pudiera asimilar conocimientos, conceptos y procedimientos, conllevándolo a superar las dificultades presentadas.

La resolución de problemas con números enteros apoyada en las preguntas socráticas le permitió desarrollar a los estudiantes un pensamiento crítico, superando el temor a expresar sus ideas, conocimientos y argumentos. Además de obtener habilidades que les ayuda a

conocer, transformar y aplicar nuevos conocimientos dentro del contexto de cada problema, generando una mejora para un pensamiento claro, preciso, capaz de justificar y argumentar. Además de esto, las preguntas socráticas en el marco de la resolución de problemas permitieron que los estudiantes comprendieran el concepto de números enteros, aprendieran a realizar operaciones con estos (suma, resta y multiplicación), aplicar correctamente la ley de los signos, comprender la diferencia entre las operaciones con números enteros y las operaciones con números naturales, y convertir del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático representando numéricamente el enunciado.
De acuerdo con lo concluido en la investigación, se recomienda:
Realizar esta investigación en un grupo más grande de estudiantes para la comparación de resultados.
Incentivar a la implementar la pregunta socrática como estrategia didáctica en conjunto con la resolución de problemas con números enteros en las clases de matemáticas de sexto grado.
Implementar esta estrategia con estudiantes de diferente contexto y comparar resultados.

5. REFERENCIAS

Aponte, P. & Rivera, M. (2017). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero presentadas en un objeto virtual de aprendizaje. Repository udistrital.

Betancourth, S.; Insuasti, K.; & Riascos, N. (2011). Pensamiento crítico a través de la discusión socrática en estudiantes universitarios. Revista Virtual Universidad Católica del Norte. Recuperado de http://revistavirtual.ucn.edu.co/

Camargo, L. & Useche, J. (2015). Las preguntas como herramientas intelectuales para el desarrollo de un pensamiento crítico. Dialnet.

Cañoli, I. (2019). Las actividades lúdicas como estrategia para la resolución de problemas en el conjunto de los números enteros en la institución educativa "Pedro Sánchez Gavidia" – Huánuco, 2017. Repositorio UDH.

Charris, L. & Manga, B. (2018). La pregunta socrática como estrategia pedagógica para favorecer el desarrollo del pensamiento crítico. Repositorio CUC.

Comet, C. & Jiménez, V. (2016). Los estudios de casos como enfoque metodológico. ACADEMO Revista de Investigación en Ciencias Sociales y Humanidades. Recuperado de Dialnet

Cárdenas, R.; Gordillo, P.; & Piamonte, S. (2017). Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. Revista Uptc.

Esparza, M. & Lobos, M. (2016). Resolución de problemas matemáticos: ¿Una dificultad permanente? Biblioteca digital.

Hernández, J.; Palarea, M. & Socas, M. (2014). Dificultades en la resolución de problemas de matemáticas de estudiantes para profesor de educación primaria y secundaria. Funes Universidad de los Andes.

Herrera, L. & Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. DIGIBUG (Universidad de Granada).

Maca, A. & Patiño, L. (2016). La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas (Articulo). Dialnet.

Quintero, M. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Funes Uniandes.

EL CONCEPTO DE FUNCIÓN INVERSA: UN ANÁLISIS DESDE LOS MODOS DE PENSAMIENTO.

Rocío Belén Navia Sepúlveda[1]

Resumen

La función es un concepto central en los curriculos a nivel mundial, y por ende lo es su función inversa. Uno de las principales preocupaciones sobre este tema es la focalización en el trabajo algebraico de las funciones y su baja comprensión desde la noción de relación. Es por esto que se describen los modos de pensamiento que poseen los estudiantes al trabajar este concepto y una invertigación sobre los elementos que logran articular los modos de pensamientos que fueron descritos a través de las producciones de los estudiantes en una clase que fue parte de un estudio de clases.

Palabras claves: Articuladores, función inversa, modos de pensamiento.

Abstract

Functions are a central concept in worldwide curricula, hence inverse function are too. One of the main concerns in relation to this topic is the focus on the algebraic work of functions, and also the students low understanding of the notion of relation. That is why the student's odes of thinking is described when working with this concept, and also an investigation about the elements that allow to articulate such modes of thinking that were described through the student's productions on a lecture that took part on a lesson study.

Key words: Inverse function, modes of thinking, articulators.

1. INTRODUCCIÓN

El concepto de función es central para comprender muchos objetos matemáticos sean o no más complejos y por esto está presente en el currículo escolar de diverso países. En este sentido, Hitt (1998) asegura que el desarrollo de la noción de funciones debería ser central en el currículum secundario y universitario.

El currículo de Chile contempla el concepto de función de forma transversal. Está presente implícitamente a partir de los primeros cursos, pero es formalizado en los cursos superiores (estudiantes de 14 a18 años). En particular, el tema de función inversa, que será el concepto tratado en este estudio, es trabajado con estudiantes de 15 a 16 años, pero el concepto de proceso inverso también es trabajado desde temprana edad.

[1] Magíster en Didáctica de la Matemática; Pontificia Universidad Católica de Valparaíso; Chile; rbnavia@uc.cl

Uno de los antecedentes más importantes que motivó este estudio, es la focalización en el trabajo algebraico al enseñar la función inversa (Prada-Núñez; Hernández-Suárez y Ramírez-Leal, 2016; Szanyi, 2016). Así, es que los articuladores entre esta forma de representar la función con las demás representaciones sean claves para poder lograr una compresión global del concepto en los estudiantes.

Por otra parte, Sierpinska (2000), nos provee de un marco teórico en el cual podemos identificar la forma de pensar de los estudiantes a través de tres modos de pensamiento, que serán operacionalizados para el caso del objeto matemático en estudio. Los modos de pensamiento se dividen en el modo sintético geométrico y los modos analíticos (analítico-aritmético y analítico-estructural). El tema de interés en este caso serán los elementos matemáticos que logran generar una articulación de estos modos para que los estudiantes lleguen a una comprensión global del objeto matemático.

A partir de lo anterior, el objetivo de este estudio es analizar los elementos articuladores que propician el tránsito entre los distintos modos de pensamiento de los estudiantes de 15 y 16 años en relación al concepto de la función inversa.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los modos de pensamiento de Sierpinska se distinguen tres modos: El modo sintético-geométrico, el analítico-aritmético y el analítico-estructural. La principal diferencia entre el modo sintético y los analíticos es que en el modo sintético los objetos matemáticos son dados directamente y luego se intentan caracterizar, mientras que el modo analítico los objetos son dados indirectamente a partir de sus propiedades. Ana Sierpinska (2000) menciona que mientras el modo sintético es parte de una forma practica de pensar, el modo analítico pertenece a una forma teórica de pensar.

Es importante mencionar que estos tres modos de pensamiento coexisten, no se desarrollan de forma separada. La aparición de un modo no anula la aparición de otros modos en el mismo contexto. Los transitos entre los diversos modos de pensamiento generan una ampliación del concepto que posee el estudiante sobre el objeto matemático.

Con respecto al *Pensamiento sintético-geométrico (SG)*, Sierpinska (2000) menciona que los argumentos utilizados en este modo de pensamiento no vienen propiamente del objeto matemático en juego. Pueden utilizarse como argumentos herramientas heurísticas, que ayuden en la visualización y que acorten el problema si se logra una compresión del objeto. Por otra parte, el *pensamiento analítico aritmético (AA)* es común que el objeto esté dado por una fórmula matemática, por relaciones o procedimientos que implican números. Finalmente, en el *pensamiento analítico-estructural* los objetos son presentados a través de sus características invariantes (estructurales).

En este estudio, se utilizará el marco de modos de pensamiento con el objetivo de analizar la forma en que los estudiantes entienden el concepto de función inversa. A continuación se detalla cada uno de los modos de pensamiento operativizado para el objeto matemático en estudio:

En primer lugar, *en el Pensamiento SG* el objeto tiene que estar dado directamente, luego la forma de dar el objeto matemático es a partir de la lectura diagrama sagital. En este caso nos centraremos solo una de las representaciones de las funciones (a través de diagramas sagitales) para conocer su función inversa. En este sentido, se podrá énfasis en que el diagrama sagital se pueda "leer" como función de izquierda a derecha (como es usual) y de derecha a izquierda (como función inversa). Por otra parte, el *Pensamiento AE* se verá reflejado cuando se trabaja la función inversa desde su estructura, analizando el dominio y recorrido de la función y sus roles "intercambiables". En este caso se debe reconocer la función como una relación xRy cuya inversa $yR^{-1}x$ es una función. Se utiliza la composición de funciones para reconocer que su composición debe ser la identidad. Finalmente en el *Pensamiento AA*, el objeto matemático será comprendido desde su representación algebraica, donde dada la función a partir de su regla de correspondencia se realizará el proceso de despejar la variable "x" para luego intercambiar el rol de las variables y obtener la regla de correspondencia de la función inversa.

3. METODOLOGÍA

La investigación es realizada en el contexto de un estudio de clases. Esta es la segunda implementación de la clase, de un total de 3 implementaciones. La unidad de análisis de este estudio será la implementación ya mencionada de la clase a un curso de II° medio, estudiantes de entre 15 y 16 años, en un colegio de Santiago de Chile.

Las categorías de análisis que serán utilizadas para esta clase se especifican en la tabla 1.

Tabla 1: Categorías de análisis para la función inversa.

Categoría	**Descripción**	**Rótulo**
Se activa el modo de pensamiento sintético geométrico	El estudiante identifica en la doble direccionalidad del diagrama sagital la existencia de dos funciones que vuelven sobre una pre-imagen.	SG
Se activa el modo de pensamiento analítico aritmético	El estudiante obtiene la función inversa a través del despeje la variable x de la función representada en su forma algebraica.	AA
Se activa el modo de pensamiento analítico estructural	El estudiante reconoce que la función es biyectiva y realiza la composición de la función junto con su inversa por la derecha y la izquierda. Identifica dominio y recorrido y su rol.	AE

Articulación entre SG y AA	1. En caso de ser posible, utilizar la regularidad numérica entre los pares del diagrama sagital, para llegar a la expresión algebraica de la función y su inversa.	SA
	2. Realizar los diagramas sagitales de la función y su inversa dada su representación algebraica.	AS
Articulación entre SG y AE	1. Representa la función y su inversa uniendo los diagramas sagitales $(Rec(f) = Dom(f^{-1}))$ y compone desde los diagramas con el objetivo de encontrar la función identidad.	SE1
	2. Encontrar regularidades en los diagramas para lograr las expresiones algebraicas de las dos funciones.	SE2
	3. A partir de las funciones en su representación algebraica, realizar diagramas sagitales para comprobar la composición y condiciones.	ES
Articulación entre AA y AE	1. Muestra propiedades que se deben cumplir para que una funcion tenga inversa.	AAE1
	2. Realiza la composición de la función y su inversa.	AAE2
	3. Menciona las condiciones para que la función tenga inversa y luego calcula su inversa despejando la variable x.	EAA

En la tabla 1 se muestra cada una de las categorías con su descriptor. Básicamente hay dos tipos de categorías, las categorías dadas por el marco teórico y las categorías en las que pone énfasis este estudio, que son las articuladoras entre cada uno de los modos de pensamiento. Se espera que con estas categorías de análisis planteadas de acuerdo al marco teórico y el objeto matemático se engloben todos los requerimientos de la clase.

Dadas las características de las tareas presentadas en la clase, se espera que los estudiantes activen los modos SG Y AA, mientras que en cuanto a las articulaciones entre los modos, se espera que dada la naturaleza de las tareas presentadas, se activen SA, AS, SE1 y ES.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Análisis de resultados

De acuerdo con lo recogido en la clase la activación de la categoría SG, en la produccion de los estudiantes se puede notar que la elección de los elementos del dominio de la función inversa no es al azar en la realizaciónd e un diagrama sagital ya que intercambia el rol del dominio con el recorrido en ambas funciones. Este elemento muestra que el estudiante logra comprender la función inversa como el intercambio de estos roles. Por otra parte, con respecto a la activación de la categoría de análisis AA, se pudo notar que si bien no se ve el proceso de despejar la variable x, se puede inferir de las producciones de los estudiantes que hay un proceso implícito que lleva a una cierta función f a su función inversa f^{-1}. Finalmente, con respecto a la categoría de análisis AE se pudo observar en las producciones de los estudiantes que argumentan que la función tendrá inversa cuando se puede volver a como se había empezado. Hace alusión (implicitamente) también la biyectividad de la función, o sea, detecta que la relación de la que se habla debe ser biyectiva y que al componer los procesos se debe obtener la identidad. Si bien no hay una representación de alguna función involucrada el estudiante es capaz de distinguir los elementos estructurales de la función inversa.

Por otro lado, se pudo detectar la activación de la articulación entre los modos de pensamiento SG y AA, con lo que se activa la categoría de análisis AS. Esta activación se realiza a partir de la graficación de una función y su inversa. Con esto podemos decir que la representación gráfica de la función es un factor articulador entre los modos de pensamiento de la función inversa. De igual forma, en las producciones de los estudiantes se puede apreciar que la argumentación sobre cuando un proceso tiene inversa activa la articulación entre el modo de pensamiento AA y AE, y por ende la categoría EAA.

4.2 CONCLUSIONES

Los antecedentes de investigaciones sobre la función inversa nos muestran que los estudiantes poseen un concepto de función inversa profundamente ligado a lo algebraico, mientras que el desarrollo de la estructura matemática de este concepto no es profundizado en el curriculum nacional. Al realizar un estudio sobre el concepto de la función inversa se lograron reconocer los modos de pensamiento de este objeto matemático. Los modos de pensamiento fueron descritos en concordancia con este objeto matemático con el objetivo de realizar un estudio sobre los articuladores entre estos.

A partir de los antecedentes se puede deducir que los estudiantes se mantienen en un modo de pensamiento analítico-aritmético y que el tránsito entre este modo de pensamiento y el analítico estructural está poco trabajado en el currriculum escolar chileno. Por otra parte, el modo sintético-geométrico se presenta de modo aislado, sin propiciar ni articular el tránsito hacia los modos analíticos.

Al llevar a cabo la investigación en la unidad de análisis, una clase realizada a partir de un estudio de clases y analizada a través de diversas categorías de análisis que fueron levantadas con respecto al marco teórico y al objetivo de este estudio. Al realizar este análisis se detectaron principalmente dos resultados.

1. Un articulador fundamental entre los modos de pensamiento de la función inversa es la tarea explicita del transito entre los modos de entender la función. Por ejemplo, al pedirle a los estudiantes el gráfico de una función podemos ver reflejado una articulación entre el modo de pensamiento SG y AA.
2. Al no poner el foco de las tareas matemáticas en la representación algebraica de la función, sino en la argumentación sobre la existencia de la función inversa los estudiantes son capaces de circular por el modo AE hacia otros modos de pensamiento.

Por otra parte, la clase analizada al ser una clase introductoria sobre el tema deja de lado el modo AA al trabajar desde lo enactivo a lo simbólico.

En un estudio posterior es posible realizar un análisis acabado de los modos de pensamiento, y analizando no solo una clase y las producciones de los estudiantes, sino que también clases posteriores desde el foco del estudiante como también de las tareas matemáticas propuestas por los profesores para poder analizar el transito de cada estudiante entre los modos de pensamiento y los modos típicamente utilizados en clases por los profesores.

5. REFERENCIAS

Hitt, F. (1998). Difficulties in the Articulation of Different Representations Linked to the Concept of Function. *Journal of Mathematical Behaivior, 17*(1)*,* 123-134

Ministerio de Educación de Chile (2015). *Bases curriculares Séptimo básico a Segundo medio.* Santiago, Chile: MINEDUC.

Prada-Núñez, R., Hernández-Suárez, C.A. y Ramírez-Leal, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de ingeniería. *Revista Científica, 25*, 188-205.

Sierpinska A. (2000). On some aspects of student’s thinking in linear algebra. Dans J-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 209-246). Kluwer Academic Publishers.

Szanyi, G. (2016). The impacts of the introduction of the function concept on students` skills. *Annales Mathematicae et Informaticae, 46*, 277-291.

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA COMERCIAL

Maritza Galindo Illanes[1], Adriana Breda[2]

Resumen

Se identifica la interpretación geométrica de la derivada (IGD) que presentan 91 estudiantes de ingeniería comercial de una universidad privada chilena en la asignatura de cálculo aplicado a los negocios. Con herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, se analiza el uso de procedimientos, argumentos, propiedades, representaciones y definiciones relacionados a la IGD presentes en la resolución de cinco problemas abiertos. Los resultados indican que los estudiantes presentan dificultades para construir el significado de la recta tangente como límite de rectas secantes, que la concepción euclídea de la recta tangente a una curva dificulta la comprensión de la interpretación geométrica de la derivada, dificultades al realizar operaciones para calcular la pendiente de una recta y al operar con funciones.

Palabras claves: *Interpretación geométrica de la derivada, Estudiantes de Ingeniería Comercial, Enfoque Ontosemiótico.*

Abstract

The geometric interpretation of the derivative (IGD) that 91 students of commercial engineering from a Chilean private university present in the subject of calculation applied to business is identified. With theoretical tools of the ontosemiotic approach to cognition and mathematical instruction, the use of procedures, arguments, properties, representations and definitions related to the IGD present in the resolution of five open problems is analyzed. The results indicate that students present difficulties in constructing the meaning of the tangent line as the limit of secant lines, that the Euclidean conception of the tangent line to a curve makes it difficult to understand the geometric interpretation of the derivative, difficulties in performing operations to calculate the slope of a line and when operating with functions.

Key words: *Geometric Interpretation of the Derivative, Commercial Engineering Students, Ontosemiotic approach.*

1. INTRODUCCIÓN

El objeto derivada (y sus diferentes modos de representación) es uno de los más utilizados en ingeniería comercial (IC), específicamente en microeconomía. Sin embargo, la literatura muestra la complejidad cognitiva de la derivada (consecuencia de los diferentes significados que a lo largo de la historia se han asociado al objeto derivada) manifestada, entre otras, en las dificultades sobre la comprensión gráfica de la derivada de la función en un punto (García, Azcarate y Moreno, 2006) y en la compresión de la relación de los modos de representación gráfico, numérico y analítico en contextos gráficos (Asiala et al, 1997).

[1] Mg. Educación superior mención pedagogía universitaria; Universidad San Sebastián; Chile; maritza.galindo@uss.cl
[2] Dra. Educación en Ciencias y Matemáticas; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@ub.edu

En ingeniería comercial, el objeto derivada es utilizado para la modelización de fenómenos y el estudio de los procesos de tomas de decisiones de agentes económicos, lo cual implica tanto la comprensión de los conceptos económicos y matemáticos, como la relación entre ellos (García, Azcarate y Moreno, 2006). Por otra parte, la investigación, devela dificultades en la aplicación de los objetos matemáticos a contextos económicos y se evidencian dificultades para la interpretación de representaciones gráficas de la derivada en contextos económicos por parte de los estudiantes (Ariza y Llinares, 2009).

En la línea de profundizar en las dificultades relacionadas con la interpretación gráfica de la derivada de los estudiantes de las ciencias económicas, el objetivo de la investigación que se presenta es analizar cómo usan la interpretación geométrica de la derivada 91 estudiantes de ingeniería comercial de la Facultad de Economía y Negocios de una universidad privada chilena, en cinco problemas (que se podían resolver con el significado geométrico de la derivada) resueltos durante la implementación de una secuencia de tareas para trabajar la derivada.

2. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

En el EOS se asume que la actividad matemática tiene como objetivo la resolución de tareas/problemas. Como resultado de un proceso de problematización, el sujeto, o la institución, asume resolver un problema, realizando, para ello, prácticas matemáticas. Para su realización y para la interpretación de sus resultados como válidos, se necesita, además del problema, poner en funcionamiento otros objetos matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2019). En la resolución es necesario el uso de lenguajes (verbales, simbólicos, etc.), que son la parte ostensiva de una serie de definiciones, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de los argumentos que permiten resolver el problema. En consecuencia, cuando un sujeto realiza y evalúa una secuencia de prácticas matemáticas, activa un conglomerado formado por situaciones-problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulados en lo que, en términos del EOS, se llama una configuración de objetos primarios (Font, Godino y Gallardo, 2013).

De acuerdo con el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019), por interpretación geométrica de la derivada se entiende las prácticas que realiza el alumno para resolver problemas en los que el significado geométrico de la derivada (entendido como pendiente de la recta tangente) tiene un papel relevante en la resolución, lo cual implica concebirla también como "conocimiento y aplicación de las normas" que regulan la práctica y los objetos primarios que intervienen en ella (problemas, procedimientos, proposiciones, definiciones y argumentos). En particular se han considerado cinco problemas que se pueden resolver con el significado geométrico de la derivada y se ha analizado el uso de los procedimientos, proposiciones, argumentos, representaciones y definiciones, presentes en las respuestas de 91 estudiantes de ingeniería comercial de la Facultad de Economía y Negocios de una universidad privada chilena.

3. METODOLOGÍA

Participaron en la investigación 91 estudiantes de IC de segundo año que cursaron la asignatura de cálculo aplicado a los negocios, exclusiva para estos estudiantes, que tiene como requisitos haber cursado y aprobado las asignaturas de métodos cuantitativos y álgebra.

La trayectoria didáctica (TD) tuvo una duración de 3 semanas, con 3 sesiones semanales de 80 minutos. Las 9 sesiones se dividieron en tres etapas: i) la primera de ellas (sesiones 1, 2, 3 y 4) tuvo como objetivo construir el concepto de la pendiente de una recta tangente a una curva C en un punto A sobre la curva, como límite de las pendientes de las rectas secantes; ii) la segunda (sesiones 5 y 6) tuvo como objetivo utilizar la definición de la derivada de f en el punto A como la pendiente de la recta tangente que intersecta f en el punto A; iii) la tercera (sesiones 7, 8 y 9) tuvo como objetivo transitar de la derivada de una función en un punto a la definición formal de la función derivada.

A continuación, se presentan las imágenes de los 5 problemas utilizados en las diferentes etapas de la TD cuya resolución nos permitió identificar en las respuestas de 91 estudiantes el uso (o no) de procedimientos, proposiciones, argumentos, representaciones y definiciones.

Los problemas 1, 2 y 3, permiten evaluar la interpretación de la recta tangente como límite de rectas secantes.

Imagen 1: Problema 1

Determinar la pendiente de las rectas secantes a la curva $y = f(x) = x^2$ que contienen los puntos P y Q, donde $P(1,1)$ y Q está dado en las siguientes tablas que debe completar:

Punto Q	(2.5,6.25)	(2,4)	(1.5,2.25)	(1.25,1.5625)	(1.1,1.21)	(1.01,1.0201)
Pendiente de PQ						

Punto Q	(0,0)	(0.5,0.25)	(0.75,0.5625)	(0.9,0.81)	(0.99,0.9801)	(0.999,0.9980)
Pendiente de PQ						

Observando la tabla, determine el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x) = x^2$ en el punto $P(1,1)$.

Fuente: Galindo, Chamorro y Alvarado (2018)

Imagen 2: Problema 2

Utilice su teléfono para escanear el siguiente código QR o acceda al siguiente link https://ggbm.at/pPAJ6Zf8.

Fije el punto A sobre la curva y aproxime el punto B (perteneciente a la gráfica de la función f), hacia el punto A

a) Luego de realizada la manipulación de la animación explique con sus propias palabras el concepto de recta tangente de f en el punto A.
b) ¿A qué valor se aproximan las pendientes de las rectas secantes, cuando nos acercamos al punto A.
c) explique con sus propias palabras por qué puede determinar la pendiente de la recta tangente f en el punto de abscisa 4 y determine su valor.

Fuente: Chamorro, Galindo y Alvarado (2018)

Imagen 3: Problema 3

Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 5x^2 + x$ en el punto de abscisa $x = 1$.

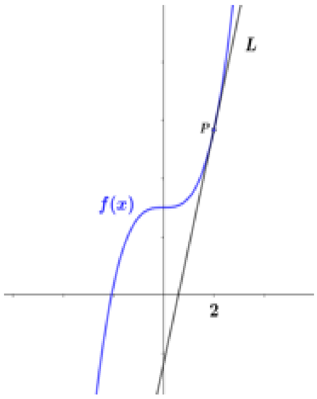
Nota: Para determinar la pendiente de la recta tangente debe utilizar la definición.

Fuente: Galindo et al. (2018)

Mientras que, los problemas 4 y 5 nos permite evaluar el impacto que tiene, en la construcción de la interpretación geométrica de la derivada por los estudiantes, la concepción euclídea de la recta tangente a una curva.

Imagen 4: Problema 4

Considerando el gráfico de la función f. Determine la derivada de f en el punto de abscisa 2, si se sabe que la recta L es tangente a la gráfica de f en el punto P de abscisa 2 y ésta intersecta al eje x en $7/12$ y corta al eje y en $-7/3$.



Fuente: Chamorro et al. (2018)

Imagen 5: problema 5

Sea f es una función real cualquiera. ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera? Justifique cada una de las alternativas que a su juicio son falsas.

a) La derivada de f en un punto A es igual a la recta tangente que contiene al punto A.

b) La pendiente de una recta tangente cualquiera es igual a la derivada de f en el punto A.

c) La derivada de f en el punto A es igual a la pendiente de la recta tangente que intersecta f en el punto A.

d) La pendiente de una recta que contiene al punto A es igual a la derivada de f en el punto A.

Fuente: Galindo et al. (2018)

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación, por motivos de espacio, en las siguientes tablas se presentan los resultados obtenidos en cuatro de los problemas mencionados en la metodología, resueltos por 91 estudiantes de ingeniería comercial. En la primera columna se presentan solo las acciones principales relacionadas con la interpretecion geometrica de la derivada que deben ser realizadas , en la segunda columna se presentan solo los objetos primarios determinantes puestos en juego, en la tercera columna se presenta el porcentaje de alumnos que realizaron correctamente la acción y, en la cuarta columna, se presenta el porcentaje de alumnos que no la realizaron correctamente .

Tabla N°1: Resultados problema 1 (n=91).

Acciones para la IGD	Objeto primario	Sí	No
Identifica y utiliza correctamente la fórmula de la pendiente de una recta	Procedimiento	79%	21%

(conocidos dos puntos) para completar la tabla.			
Determina el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto solicitado.	Procedimiento (cálculo de la pendiente de la recta tangente como el límite de las pendientes de las rectas secantes)	16%	84%

Fuente: las autoras

* Si no se tienen en cuenta los errores de cálculo al calcular la pendiente, el porcentaje llega a 98% (que son los que escriben correctamente la fórmula de la pendiente de una recta conocidos dos puntos de ella).

Tabla N°2: Resultados problema 2 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Explica correctamente el concepto de recta tangente a una curva en el punto A (como límite de las rectas secantes)	Definición	42%	58%
Determina correctamente el valor al que se aproximan las pendientes de las rectas secantes a la curva	Procedimiento	77%	23%
Determina correctamente el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva en x=4, además justifica adecuadamente.	Argumento/Procedimiento	22%	78%

Fuente: las autoras

Tabla N°3: Resultados problema 3 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Identifica la ecuación de la recta, que deberá construir.	Representación	32%	68%
Identifica la pendiente de la recta tangente utilizando la definición simbólica de límite.	Definición	28%	72%
Calcula correctamente f (a+h) y f (a) para luego reemplazarlo en la definición de pendiente de una recta tangente	Procedimiento	18%	82%
Calcula correctamente el límite propuesto en la definición.	Procedimiento	3%	97%
Determina la pendiente de la recta tangente igualándola al resultado del límite.	Procedimiento	2%	98%
Construye correctamente la ecuación de la recta tangente.	Procedimiento	0%	100%

Fuente: las autoras

Tabla N°4: Resultados problema 4 (n=91)

Acciones para la IGD	**Objeto primario**	**Sí**	**No**
Identifica correctamente la fórmula de pendiente	Definición	86%	14%
Identifica correctamente los puntos pertenecientes a la recta que le permitirán realizar el cálculo de pendiente	Representación	68%	32%
Utiliza correctamente la fórmula de pendiente	Procedimiento	60%	40%
Relaciona correctamente la pendiente de la recta tangente a la curva con la derivada de la función en el punto de tangencia	Definición	33%	8%

Fuente: las autoras

Finalmente, considerando los resultados obtenidos se puede concluir que un 16% (Tabla 1) y un 22% (Tabla 2) de los estudiantes construye el significado de la recta tangente como límite de rectas secantes.

Además, en un grupo, no menor de estudiantes, la interpretación euclídea de la recta tangente a una curva (como la que toca a la curva en un solo punto) dificulta la construcción de la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente que, a su vez, es el límite de rectas secantes, ya que sólo el 33% de los estudiantes asocia la pendiente de la recta tangente a una curva con la derivada de la función en el punto de tangencia (Tabla 4). Este resultado es coherente con las investigaciones en torno a la recta tangente a una curva de Biza, Christou y Zachariades (2008), Biza y Zachariades (2010), Santi (2011) y Orts, Llinares y Boigues (2018).

5. AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

6. REFERENCIAS

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399-431.

Ariza, A., y Llinares, S. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económico en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 121-136.

Biza, I., Christou, C. & Zachariades, T. (2008). Student perspectives on the relationship between a curve and its tangent in the transition from Euclidean Geometry to Analysis. *Research in Mathematics Education*, *10*(1), 53-70.

Biza, I., & Zacharides, T. (2010). First year mathematics undergraduate's settled images of tangent line. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(4), 218-229.

Chamorro, D., Galindo, M., & Alvarado, H. (2018). Diseño de enseñanza de la derivada mediante Flipped Classroom dirigido a estudiantes de ingeniería. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 32). Universidad de Medellín, Colombia

Font, V., y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 69, 33-52.

Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(1), 97-124.

Galindo, M., Chamorro, D., & Alvarado, H. (2018). Dificultades de comprensión sobre la derivada en estudiantes de ingeniería. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 32). Universidad de Medellín, Colombia.

García, L., Azcárate, C., y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 85-116.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37- 42.

Orts, A., Llinares, S., y Boiges, F. (2018). Trayectorias de aprendizaje del concepto de recta tangente en alumnos de Bachillerato. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(3), 121-40.

Santi, A. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics*. 77 (2-3), 285-311.

EVALUACIÓN Y EDUCACIÓN (MATEMÁTICA): CARTOGRAFIANDO EXPERIENCIAS CON PROFESORES(AS) DE CONTEXTOS RURALES

Julián A. Arrubla[1], Jáder S. Serna[2], Derly J. Martínez[3], Carolina Tamayo[4]

Resumen

Esta comunicación tiene como propósito presentar una investigación de Maestría que tuvo como objetivo *Cartografiar nuevos modos de (re)existencia construidos con profesores(as) de tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño, al problematizar la evaluación en cuanto dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática.* Partimos de una perspectiva foucaultiana para comprender la evaluación en cuanto dispositivo de control presente en el currículo escolar, y en relación con ello asumimos la *cartografía* como ruta metodológica para dar atención a las voces, concepciones, pensamientos y realidades de profesores(as) que orientan el área de Matemática en tres instituciones Educativas Rurales del suroeste Antioqueño (Colombia). Durante el trazado, se destacaron tres líneas cartográficas emergentes: (1) *La vida en el aula de Matemática de la escuela rural;* (2) *Otras formas de ver y hacer evaluación en contextos rurales* y, (3) *La pérdida de la autonomía del profesor(a) de Matemática en la escuela rural.*

Palabras claves: *Dispositivo, Filosofía de la diferencia, Ruralidad.*

Abstract

This communication aims to present a Master's research that aimed to *map new modes of (re)existence built with teachers from three Rural Educational Institutions of the Southwest Antioqueño, by problematizing the evaluation as a device present in the school curriculum of Mathematics*. We start from a Foucaultian perspective to understand the evaluation as a control device present in the school curriculum, and in this connection we assume cartography as a methodological route to pay attention to the voices, conceptions, thoughts and realities of teachers who guide the area of Mathematics in three Rural Educational institutions of the southwest Antioqueño (Colombia). During the plotting, three emerging cartographic lines were highlighted: (1) *Life in the Mathematics classroom of the rural school*; (2) *Other ways of seeing and evaluating in rural contexts and*, (3) *Loss of Math teacher's autonomy in rural school*.

Key words: Device, Philosophy of Difference, Rurality.

1. INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones en Educación Matemática (Quintero, 2020; Clareto, 2013; Tamayo-Osorio, 2012; Veiga-Neto, 1996) han demarcado la importancia de investigar y problematizar el currículo escolar. Así como, Veiga-Neto (2008), Sánchez-Amaya (2013) y

[1]Estudiante de Maestría en Educación; Universidad de Antioquia; Integrante del Grupo Matemática, Educación y Sociedad (UdeA) Colombia; julian.arrubla1@udea.edu.co
[2]Estudiante de Maestría en Educación; Universidad de Antioquia; Integrante del Grupo Matemática, Educación y Sociedad (UdeA) Colombia; jader.serna@udea.edu.co
[3]Estudiante de Maestría en Educación; Universidad de Antioquia; Integrante del Grupo Matemática, Educación y Sociedad (UdeA) Colombia; derly.martinezo@udea.edu.co
[4]Doctora en Educación por la Universidad Estadual de Campinas. Profesora de la Universidad Federal de Minas Gerais e integrante del Grupo de Estudio inSURgir de la misma universidad. Integrante del Grupo Matemática, Educación y Sociedad (UdeA). Coordinadora para Sur América de la Red Internacional de Etnomatemática. Brasil; carolinatamayo@ufmg.br

Quiceno & Peñalosa (2014) con base en el pensamiento del filósofo francés Michel Foucault, han generado discusiones sobre la prevalencia de *currículos técnicos* en la escuela al problematizar su carácter disciplinador; de igual manera dentro de estas investigaciones la evaluación – como parte del currículo – es vista como un *dispositivo de control*, el cual produce cuerpos dóciles y obedientes, a partir de unas técnicas específicas.

Partimos de algunas vivencias como profesores de escuelas Rurales del suroeste antioqueño (Tamayo, Martínez, Serna & Arrubla, 2020), y considerando los estudios teóricos señalados, identificamos la importancia de pensar la evaluación en cuanto *dispositivo* presente en el currículo de Matemática[1], a través de la siguiente pregunta investigación: *¿Como nuevos modos de (re)existencia son construidos con profesores(as) de tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño, al problematizar la evaluación en cuanto dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática?* y en relación con ello, el objetivo de la investigación fue: *Cartografiar nuevos modos de (re)existencia construidos con profesores(as) de tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño, al problematizar la evaluación en cuanto dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática.*

Para responder a esta pregunta y objetivo de investigación, trazamos una *cartografía* inspirados en los estudios realizados por Deleuze & Guattari (2004), Rolnik (1989) y Pozzana & Kastrup (2015), quienes la comprenden como una actitud metódica para investigar y comprender las formas en las que se entretejen las subjetividades, los sentimientos, las vivencias y realidades de los participantes de una investigación. En el transcurso de ella emergieron tres líneas cartográficas, las cuales nos permitieron mostrar otros modos de entender, comprender, vivir y analizar la evaluación presente en el currículo escolar de Matemática en un contexto rural.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 El punto de partida de la investigación

Como se presenta en Tamayo et al. (2020), partimos de las experiencias vividas como profesores de la Institución Educativa Orlando Velásquez Arango, del Centro Educativo Rural Urbano Ruiz y del Centro Educativo Rural Peñalisa, en las que comenzamos a percibir cómo en la escuela están presentes diversos dispositivos de control y de disciplinarización del cuerpo y del saber, entre ellos identificamos la evaluación como uno de esos dispositivos que ha generado grandes preocupaciones para los profesores del área de Matemática de estas instituciones. Escuchamos enunciaciones como "mejorar resultados en las pruebas del estado", "desempeño inferior", "examen tipo prueba saber", "control cuantitativo de los resultados de los estudiantes", "normatividad", "producto" y "planificar bien las clases, registrarlas y respetar los tiempos", las cuales nos permitieron identificar algunos usos de la evaluación como un mecanismo de control que, en palabras de Resende (2015) contribuye para sustentar "una escuela examinadora, que más que examinar, trabaja en la constitución de subjetividades y en la invención de un mundo, cuyo parámetro es la competencia, una sociedad inscrita en la lógica evaluativa"[2] (p. 287).

[1] En esta investigación diferenciamos entre Matemática con 'M' mayúscula y matemáticas, en plural, de la siguiente manera: la primera la comprendemos en el sentido de Emanuel Lizcano (2002), quien se refiere a ella como el conocimiento Matemático propio de la cultura occidental, matemática europea; y, la segunda, en el sentido de Tamayo-Osorio (2012) quien la retoma como la producción de conocimientos normativamente orientados y su significado desde y para las prácticas sociales.
[2] Texto traducido por los investigadores.

Por otra parte, fue posible evidenciar como el área de Matemática posee un poder simbólico dentro de la escuela, la cual carga un carácter magistral, basado en la permanencia de la concepción de un currículo que da un orden geométrico, reticular y disciplinar, tanto al conocimiento como a la distribución de este a lo largo del tiempo (Veiga-Neto, 2002, p. 4). Además, la resolución de ejercicios repetitivos se coloca como un modo de mostrar qué tanto han aprendido los estudiantes de la explicación, y con ello el profesor puede corregir errores en los procesos Matemáticos. Lo anterior está vinculado al hecho de que en "la tradición occidental, la educación ha sido pensada en matriz platónica, que afirma el aprender como *recognición*"[1] (Gallo, 2012, p, 1. Itálico nuestro); es decir, aprender significa recordar algo que permanece en el mundo de las ideas.

Estas formas de pautar la vida en el aula de Matemática y en la escuela son efecto de aquello que Veiga-Neto (1996) denomino *giro disciplinar,* que se dio en la primera mitad del siglo XVI a partir del establecimiento de una nueva lógica disciplinaria entre intelectuales, reformadores, en las universidades y en la Iglesia. Se creó una disciplinaridad inestable y abierta, capaz de albergar el creciente volumen de nuevos conocimientos y de dar sentido a las nuevas experiencias culturales surgidas tanto del expansionismo europeo como del humanismo renacentista. Esto significó, el apagamiento de los saberes de los pueblos colonizados, al mismo tiempo que la imposición de valores católicos y europeos mediante la institucionalización de sistemas escolares compuestos por diferentes mecanismos de control.

En esta perspectiva, las guías escolares se encuentran diseñadas de manera secuencial, generando instrucciones específicas para el desarrollo de las temáticas en cada uno de los momentos del aprendizaje: actividades básicas, actividades de práctica y actividades de aplicación. Además, influencian la forma en la cual se organizan los tiempos para su culminación satisfactoria, instaurando las pautas de comportamiento dentro del aula de clase. Así mismo, pueden funcionar como mecanismo para organizar rangos de clasificación, que en términos de Urraco & Nogales (2013) pueden ser entendidos "como el lugar que se ocupa en una clasificación: clases homogéneas, alineamientos por grupos de edad, sucesión de materias enseñadas... cada alumno ocupa un lugar según su jerarquía de saber y capacidad" (p.156).

2.2 Referentes teóricos

Esta disertación fue desarrollada bajo la postura post-estructuralista del currículo (Silva, 1995), la cual pretende ir más allá de las estructuras controladoras y espacios cerrados de la enseñanza, permitiéndose cuestionar ¿A quién enseñamos?, posibilitando problematizar la evaluación presente en el currículo escolar de Matemática en tanto una forma de control-producción, participante de un entramado de dispositivos presentes en la institución escolar.

Tales dispositivos encausan las formas de sujeción de sujetos favoreciendo la formación de cuerpos dóciles, homogéneos y estandarizados, así la evaluación como parte del currículo de Matemática puede ser comprendida como uno de esos *dispositivos de control*, lo cual ha sido señalado por Sánchez-Amaya (2013) y Quiceno & Peñaloza (2014) con base en el pensamiento de Michel Foucault.

Los *dispositivos*, son una manifestación de una red de poder/saber, en la cual según Foucault (2009) el *discurso* juega un papel importante, ya que los corporiza debido a que "son modalidades según las cuales se ejerce el poder" (p.153). Así, los *dispositivos* pueden

[1] Texto traducido por los investigadores.

ser comprendidos como un conjunto de acciones y discursos, que se llevan a cabo mediante técnicas de disciplinarización, buscando el control del cuerpo y del saber. En palabras de Agamben (2011) *dispositivo* puede ser comprendido, con base en el pensamiento de Michel Foucault como "[…] un conjunto de praxis, de saberes, de medidas y de instituciones cuya meta es gestionar, gobernar, controlar y orientar – en un sentido que se quiere útil – los comportamientos, los gestos y los pensamientos de los hombres" (p. 256).

En este sentido la evaluación presente en el currículo escolar de Matemática y en la escuela, produce formas de subjetivación y puede ser entendida como un *dispositivo* que, mediante el uso de técnicas, vuelve a los sujetos de la educación manipulables, prescritos, normalizados, regulados, obedientes, clasificados, certificados, validados, ratificados y castigados, es decir "el dispositivo evaluación descubre, revela, describe…, completamente a los individuos, los expone ante su propia desnudez; exhibe al sujeto" (Sánchez-Amaya, 2013, p. 759).

Es importante mencionar que el contexto de esta investigación es la ruralidad, la cual ha sido objeto de estudio de investigadores como Arias (2017) y Boix (2003), planteando la urgencia de que sean cuestionados los currículos educativos homogeneizados promovidos por el Estado, así como, la evaluación estandarizada, toda vez que, imponen como único conocimiento valido los saberes occidentales, generando lo que Boix (2003) denominó *desruralización*.

Al pensar en la ruralidad vemos que es importante reflexionar sobre: ¿Qué hace particulares a dichas instituciones? ¿Qué conocimientos culturales prevalecen en dichos espacios rurales? ¿Qué conocimientos deben ser fortalecidos según la necesidad del contexto? y ¿Cómo reflexionar la evaluación, según las prácticas que allí se hacen comunes y fundamentales?, esto se debe a que dichos espacios se caracterizan "justamente porque tiene identidad propia. Sus habitantes forman parte de un colectivo social con códigos culturales concretos, léxicos y símbolos característicos, costumbres diferentes" (Boix, 2003, p. 4).

3. RUTA METODOLÓGICA

Asumimos como ruta metodológica 'la cartografía', la cual nos permitió realizar un trazado donde se articularon experiencias, sentimientos, realidades y voces de los profesores(as) que orientan el área de Matemática en las tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño Colombiano.

Durante el proceso investigativo – el cual inició el segundo semestre de 2018 y finalizo el segundo semestre de 2020 –, entendimos la cartografía como una actitud metódica para investigar, la cual trae la idea de "trazado de mapas" de la geografía, pero va más allá de un calcado. Deleuze & Guattari (2004) conciben este trazado bajo la concepción de un *pensamiento rizomático*, el cual no hace referencia al calco de imágenes o segmentación de procesos jerarquizados, sino que permite articular procesos y experiencias, yendo y viniendo en el tiempo, habitando territorios para vivir la investigación como parte de un movimiento discontinuo y asincrónico.

De acuerdo a lo anterior, es importante hacer mención que este trazado *cartográfico* se construyó teniendo presente la concepción de las *procesualidades,* las cuales permitieron determinar cualidades y subjetividades de los profesores(as), con el propósito de superar la concepción de 'procesamiento' de registros y datos en la investigación, ya "que evoca la concepción de conocimiento pautada en la teoría de la información, como recolección y análisis de informaciones"[1] (Pozzana & Kastrup, 2015, p. 58).

Además, para nosotros la investigación fue posible por la existencia de *cuerpos vibrátiles* (en plural), que en este caso encontraron un objetivo en común, pensar la evaluación en el contexto de la clase de Matemática. Entendemos por *cuerpos vibrátiles* todos aquellos cuerpos curiosos, fascinados, misteriosos, abismados, que hicieron parte del proceso investigativo, los cuales exteriorizaron realidades, en el sentido de lo que Rolnik (1989) ha catalogado como '*quitar máscaras para mostrar caras auténticas*'.

Estos cuerpos vibraron de formas diferentes, según el contexto, las actividades propuestas y las emociones por ellas provocadas, las vivencias, las experiencias y las mismas subjetividades; siendo en ese contacto con los *cuerpos vibrátiles*, que se descubren territorios, se trazan líneas y se forjan mapas en especie de *rizomas*, así "[…] lo que nuestro cuerpo vibrátil nos hace descubrir es que el pleno funcionamiento del deseo es una verdadera fabricación incansable del mundo, es decir, lo contrario a un caos"[2] (Rolnik, 1989, p. 40).

4. LÍNEAS CARTOGRÁFICAS EMERGENTES

Recopilada la información del trabajo de campo realizado a través de diversos encuentros con los profesores(as), que orientan el área de Matemática en las tres instituciones educativas rurales, fue posible ver tres líneas *cartográficas* emergentes, que reviven las voces, experiencias, construcciones y transformaciones de los profesores, es decir las formas en las cuales ellos constituyen su subjetividad al problematizar el objeto de estudio de esta investigación.

La primera de estas líneas emergentes es: *La vida en el aula de Matemática de la escuela rural.* En ella nos remitimos a todas aquellas situaciones que los profesores(as) de Matemática lograron manifestar a través de sus voces y narrativas, haciendo mención a experiencias, vivencias, y anécdotas, dando visibilidad a sus concepciones y a prácticas evaluativas, realzando espacios como el aula de clase de Matemática y la misma escuela rural.

La segunda de estas líneas emergentes es: *Otras formas de ver y hacer evaluación;* en la cual se resaltan aquellas situaciones en la que los profesores(as) de Matemática y nosotros como investigadores, (re)pensamos y reflexionamos acerca de la evaluación como *dispositivo*, la cual es vista y empleada en la escuela como medio que permite la homogeneización, estandarización y sujeción de sujetos. Además, esta línea abre las puertas para mostrar momentos, ideas, concepciones, y sentimientos de los profesores(as) entorno a otras formas de evaluar en el aula de Matemática, escapando de las maneras tradicionales y sistémicas; evidenciando en la práctica la relación de los contextos, las culturas, las identidades y cosmogonías, como parte de los procesos evaluativos.

Finalmente, la tercera y última de las líneas emergentes: *La pérdida de la autonomía del profesor(a) de Matemática en la escuela Rural*, evoca la angustia de este al tener que revestir su querer hacer en las obligaciones que demandan las circunstancias y exigencias de la escuela. Así, el profesor evoca que el pensar en otras formas y posibilidades de evaluar es un acierto para fortalecer los procesos curriculares, pero las políticas institucionales y gubernamentales dan orientaciones que son polos opuestos a como pensamos y hacemos

[1] Texto traducido por los investigadores.
[2] Texto traducido por los investigadores.

evaluación en el aula de Matemática, ya que se nos exige dar cuenta de resultados medibles, cuantificables y estandarizados.

4.1 Algunos elementos de cierre

A través de esta investigación aprendimos junto a los profesores(as) de Matemática de los tres contextos rurales, a ver de otros modos sus realidades y cómo en su forma de actuar se presentan 'camaleónicos' ante la institución escolar, desarrollando por un lado prácticas educativas que van en la línea de obedecer a los direccionamientos de sus superiores, es decir, un profesor que obedece; pero por el otro lado, nace ese profesor vivo, y es allí donde emergen (re)existencias como reflejos de posibles brechas para cultivar su autonomía y el derecho a decir a la verdad (*parresia* foucaultiana), dando pie a la formación de subjetividades reflexivas y formativas que, procuran nuevos caminos para desarrollar procesos evaluativos, encaminados hacia la formación de sujetos autónomos, que gestionan su aprendizaje, y que, como sujetos del campo participan de un espacio cultural cargado de saberes y tradiciones. Aquí se realzan voces, vuelan pensamientos, se tejen conocimientos, se presentan realidades, se muestra lo oculto y se deja en tensión aquello que siempre se ha dado por concluido como es la evaluación, pero que en su práctica ha generado tantas discusiones y sinsabores.

5. REFERENCIAS

Agamben, G. (2011). ¿Qué es un dispositivo? Sociología. (Traducido por Fuentes, R.). Vol. 26, n° 73, p. 249-269. Disponible en http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-01732011000200010

Arias, J. (2017). Problemas y retos de la educación rural colombiana. Educación y Ciudad. N°33, p. 53-62. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6213576

Clareto, S. (2013). Matemática como acontecimento na sala de aula. 36° Reunião nacional de ANPEd. Goiânia-Go. Disponible en: http://36reuniao.anped.org.br/pdfs_trabalhos_aprovados/gt19_trabalhos_pdfs/gt19_3248_texto.pdf

Boix, T. (2003). Escuela rural y territorio: entre la desruralización y la cultura loca. Revista Digital e Rural, Educación, cultura y desarrollo rural. Vol. 1, n°1 p. 1-8. Disponible en: http://educación.upa.cl/revistaerural/erural.htm

Deleuze, G. & Guattari, F. (2004). Mil mesetas: capitalismo y esquizofrenia. (Traducido de Vázquez, J.). España: PRE-TEXTOS.

Foucault, M. (2009). Vigilar y Castigar: El nacimiento de la prisión. (Traducido de Garzón, A.). México: Siglo XXI Editores.

Gallo, S. (2012). As Múltiplas Dimensões do Aprender. En Congreso de educação Básica: Aprendizagem e Currículo. congresso dirigido por COEB, Brasil. Disponible en: http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/13_02_2012_10.54.50.a0ac3b8a140676ef8ae0dbf32e662762.pdf

Lizcano, E. (2002). Las matemáticas de la tribu europea: Un estudio de caso. II International Congress on Ethnomathematics, Ouro Preto, Brasil, 5 de agosto. Disponible en: http://www.unavarra.es/puresoc/pdfs/c_salaconfe/0-Lizcano-03-1.pdf

Pozzana, L. & Kastrup, V. (2015). Cartografar é acompanhar processos. Em E. Passos, V. Kastrup & L. Escóssia (Ed.), *Pistas do método da cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade* (p. 17-31). Porto Alegre: Editora Meridional LTDA.

Quiceno, H. & Peñaloza, M. (2014). El dispositivo de la evaluación: cartografía de la producción de conocimiento en el campo de la evaluación en Colombia. Pedagogía y Saberes, n° 41, p. 45-61. Disponible en: http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/PYS/article/view/3312

Quintero, N. (2020). Educación [Matemática] Rural y Decolonialidad: una problematización indisciplinar de prácticas sociales del trapiche (Disertación de Maestría). Medellín: Universidad de Antioquia.

Resende, H. (2015). Sociedade avaliativa: o exame como mecanismo de controle e gestão populacional. En Carvallho, A. & Gallo, S. Repensar a educação: 40 anos após Vigiar e Punir. (p. 285-315). Brasil: Editora Livraria da Física.

Rolnik, S. (1989). Cartografia sentimental: transformações contemporâneas do desejo. São Paulo: Estação Liberdade.

Sánchez-Amaya, T. (2013). La evaluación educativa como dispositivo de constitución de sujetos. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, Vol. 11, n° 2, p. 755-767. Disponible en: http://www.scielo.org.co/pdf/rlcs/v11n2/v11n2a21.pdf

Silva, T. (1995). El proyecto educacional moderno ¿identidad terminal? *Revista propuesta educativa,* n° 13, p. 1-9. Disponible en: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/5/PDGA_Da_Silva_Unidad_7.pdf

Tamayo, C., Martínez, D., Serna, J., & Arrubla, J. (2020). Cartografiando experiencias al interior de la escuela rural: profesores de Matemática y el dispositivo evaluación. Ensino Em Re-Vista, Vol. 27, n° 3, p. 812-837. Disponible en: https://doi.org/10.14393/ER-v27n3a2020-2

Tamayo-Osorio, C. (2012). Resignificación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento (matemático), desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas Dule de la comunidad de Alto Caimán (Disertación de Maestría). Medellín: Universidad de Antioquia.

Urraco, M., & Nogales, G. (2013). MICHEL FOUCAULT: El funcionamiento de la institución escolar propio de la modernidad. Anduli. En *Revista Andaluza de Ciencias Sociales*, n° 12, p. 153-167. Disponible en: http://institucional.us.es/revistas/anduli/12/art_9.pdf

Veiga-Neto, A. (2008). Crise da modernidade e inovações curriculares: da disciplina para o controle. Sífifo. *Revista de Ciências da Educação*, n°7, p. 141-150. Disponible en: https://madmunifacs.files.wordpress.com/2016/04/veiga-neto-modernidade-e-curriculos.pdf

Veiga-Neto, Alfredo. (2002). De geometrias, currículo e diferenças. *Educação & Sociedade*, 23(79), 163-186. https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000300009

Veiga-Neto, A. (1996). A ordem das disciplinas (Tesis doctoral). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO AL INICIAR LA FORMACIÓN DE PROFESORES CHILENOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Eder Pinto[1], Juan Luis Piñeiro[2]

Resumen

El conocimiento con que los estudiantes para profesores comienzan su formación es importante para asegurar un desarrollo adecuado de los aprendizajes necesarios. En consecuencia, conocer el nivel de conocimiento con el que los futuros profesores ingresan a la formación es un imperativo de las escuelas de educación. A través de un cuestionario indagamos en los conocimientos matemáticos de 23 sujetos que ingresaron a una universidad chilena. Los resultados muestran que los contenidos relativos a geometría, números y operaciones y medición, así como las tareas en que se deben conocer y aplicar contenidos presentan porcentajes de logro mayores.

Palabras claves: *educación primaria, conocimiento matemático escolar, formación de profesores.*

Abstract

The prior knowledge of primary pre-service teachers is important to ensure the appropriate development of professional skills within teacher training. Therefore, knowing the knowledge of this teachers is an imperative of the departaments of education. Through a questionnaire, we inquired into the mathematical knowledge of 23 primary pre-service teachers who started their academic training in at Chilean University. The results show that the contents related to geometry, numbers and operations and measurement, as well as the tasks in which contents must be known and applied, present higher achievement percentages.

Key words: primary education, school mathematical knowledge, teacher training.

1. INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Los estudios centrados en el conocimiento del profesor constituyen uno de los focos de atención en la agenda investigativa en educación matemática (Kilpatrick, 2016). De esta forma, diferentes iniciativas se han propuesto indagar en el conocimiento profesional de futuros profesores (e.g., estudio Teacher Education and Development Study in Mathematics - TEDS-M), apoyándose en la idea que una mejor calidad de la enseñanza, mejorará el aprendizaje de sus estudiantes (Ponte y Chapman, 2006), dado que las actividades que realice el docente dependen en gran medida de este conocimiento profesional (Ball, Lubienski y Mewborn 2001)

El conocimiento que debe poseer un profesor es una de las tareas primordiales de las escuelas de educación. Esta formación inicial se suele regir por principios o teorías más o menos elaboradas, las cuales deberían dar como resultado mínimo dotar a los futuros maestros de los distintos tipos de conocimientos básicos y útiles para su futuro desempeño profesional. Así, la importancia que tiene el conocimiento del profesor ha centrado

[1] Doctor por la Universidad de Granada; Universidad de Desarrollo; Chile; epinto@udd.cl
[2] Doctor por la Universidad de Granada; Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación; Chile; juanluis.pineiro@gmail.com

principalmente en describir, caracterizar y evaluar, tanto teórica como prácticamente, ese conocimiento al finalizar su proceso de formación (Gorgorió y Albarracín 2019; Linsell y Anakin 2013). No obstante, se reconoce como esencial estar informados del conocimiento con el que comienzan sus aprendizajes los futuros profesores (Gorgorió y Albarracín 2019). Por tanto, esta comunicación contribuye en poner de manifiesto este punto de partida, este conocimiento que los futuros profesores, particularmente las que imparten Educación Primaria (EP), traen al iniciar su formación, lo que permitirá aprovechar sus conocimientos previos para enriquecer su formación de la mejor manera posible.

En el contexto chileno, y a partir de la Ley 20.903, se crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente, en donde una de sus líneas de acción es la creación de evaluaciones diagnósticas obligatorias al inicio de la formación (Giaconi et al., 2019). Esta acción permitiría a las escuelas de educación, ajustar los planes de formación a las características de los estudiantes, con el fin de alcanzar los estándares de desempeño que se espera de los futuros docentes al terminar la formación (Ministerio de Educación, 2012b). Por ejemplo, Martínez y colaboradores (2019) muestran que los conocimientos referidos al álgebra escolar y a la estadística y la probabilidad; y las habilidades que les permiten resolver problemas más sofisticados son complejos para los sujetos que inician su formación en EP. No obstante, el sistema educativo chileno se caracteriza por su segregación socioeconómica (Valenzuela, Bellei, & de los Ríos, 2014), lo que hace suponer que los conocimientos con que los estudiantes acceden a las carreras de pedagogía difieran según las características socioeconómicas de los ingresados.

En este contexto, y con el objeto de contribuir a la comprensión del conocimiento que traen consigo los futuros profesores de EP, presentamos un estudio del conocimiento matemático con que un grupo de estudiantes de una universidad chilena inicia su formación profesional.

2. PERSPECTIVA TEÓRICA

Las diversas conceptualizaciones sobre competencia profesional destacan como un elemento primordial al conocimiento del profesor (e.g. Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Manifestar una comprensión profunda de los contenidos escolares, generalmente se asocia con un mejor desempeño del docente en la tarea de enseñar. Como señalan Montes, Ribeiro y Carrillo (2017), en las últimas tres décadas han surgido una multiplicidad de marcos que intentan representar el conocimiento del profesor. No obstante, todos ellos enfocan sus esfuerzos en el término de la formación inicial y desde la práctica profesional (Gorgorió y Albarracín 2019; Linsell y Anakin 2013).

En este contexto, emerge una línea de trabajo preocupada por el conocimiento con que los estudiantes para profesor ingresan a su formación inicial. Concretamente, Linsell y Anakin (2013) han propuesto la noción *Conocimiento del Fundamento del Contenido*, descrita como un conocimiento sólido de las matemáticas que es base para desarrollar el conocimiento profesional como profesores que enseñan matemáticas. Por su parte, Gorgorió y colaboradores han desarrollado la noción *Conocimiento Matemático Fundamental* (Castro-Inostroza, Mengual, Prat, Albarracín y Gorgorió, 2014; Gorgorió y Albarracín, 2019) que es descrito como un conocimiento profundo de las matemáticas escolares, que conforman las bases que permiten el desarrollo del aprendizaje matemático de los futuros profesores y que hacen posible que el conocimiento didáctico se construya sólidamente.

Bajo esta premisa, Martínez y colaboradores (Martínez et al., 2019) han desarrollado un instrumento que, en parte, permite evaluar el *Conocimiento Matemático Escolar* (CME). Este conocimiento es entendido como los contenidos y las habilidades emanadas del currículo con el que los estudiantes para profesor comienzan su formación inicial. Basándose en el currículo de educación primaria chileno (Ministerio de Educación, 2012a) y en los dominios de habilidad de prueba TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) (Mullis y Martin, 2013), este conocimiento es estructurado en cinco ejes de contenido: números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, y datos y probabilidades; y en tres niveles cognitivos: conocer, aplicar y razonar.

3. METODOLOGÍA

Para lograr nuestro objetivo, nos posicionamos desde una perspectiva descriptiva para comprender el conocimiento de futuros profesores. Particularmente, hemos utilizado un cuestionario por el poder que este tipo de instrumento para, entre otros, describir el conocimiento de las personas (Fink, 2003).

3.1 Contexto y participantes

Los sujetos participantes fueron 23 futuras profesoras matriculadas en la primera materia referida a educación matemática en una universidad chilena privada que corresponde a un nivel socioeconómico alto.

3.2 Instrumento

Hemos utilizado el instrumento desarrollado por Martínez y colaboradores (2019). Dicho instrumento recoge las ideas teóricas planteadas anteriormente y las sitúa en el contexto chileno. Particularmente, aplicamos el apartado referido al CME, el cual contempla 40 preguntas de selección múltiple. La organización de dichas preguntas, fueron desarrolladas de acuerdo a la presencia en el currículo chileno de cada uno de los ejes, dónde 20 corresponden a números y operaciones (11 a conocer, 8 a aplicar y 1 a razonar); 4 a medición (2 a conocer, 1 a aplicar y 1 a razonar); 7 a geometría (3 a conocer, 4 a aplicar y 0 a razonar); 4 a álgebra (0 a conocer, 2 a aplicar y 2 a razonar); y 5 a datos y probabilidades (0 a conocer, 4 a aplicar y 1 a razonar).

3.3 Procedimiento y análisis

Originalmente, el instrumento que hemos aplicado (Martínez et al., 2019) fue validado luego de una aplicación en lápiz y papel Dadas las condiciones sanitarias producidas por la pandemia COVID19, este instrumento se aplicó de manera online a las 23 estudiantes, al inicio del semestre, a través de un formulario de Google. Las estudiantes recibieron un correo electrónico con el enlace de dicho cuestionario, para el que dispusieron de 80 minutos para su ejecución.

Dada la estructura del instrumento, centramos el análisis de las respuestas distinguiendo aquellas que son correctas de las que no, según el eje y la habilidad a la cual tributan.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con el objeto de caracterizar el CME de futuros profesores de EP de una universidad privada, hemos organizados este apartado de acuerdo a los ejes de presentes en el currículo chileno y las habilidades propuestas por TIMMS (Mullis y Martin, 2013). Concretamente, la tabla 1 resume los resultados obtenidos por las 23 estudiantes por eje de contenido y dominio cognitivo.

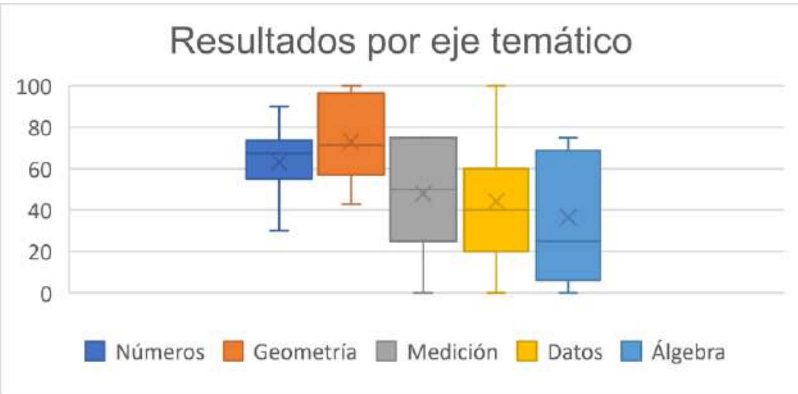
Tabla 1. Porcentaje de respuestas correctas por dominio de conocimiento y nivel cognitivo. Elaboración propia.

	Conocimiento					Habilidad		
	NyO	M	G	Á	DyP	C	A	R
Promedio	63	48	73	36	44	72	56	40
Mínimo	30	0	43	0	0	44	29	0
Máximo	90	75	100	75	100	100	94	71
Nota: NyO: números y operaciones; M: mediciones; G: geometría; Á: álgebra; DyP: datos y probabilidades; C: conocer; A: aplicar; R: razonar.								

De manera general, los resultados muestran similitudes con el estudio de Martínez y colaboradores (2019). Concretamente, se observa que los contenidos relativos a geometría y a los ítems de menor dominio cognitivo presentan un alto nivel de logro. No obstante, se observan algunas diferencias que discutimos a continuación.

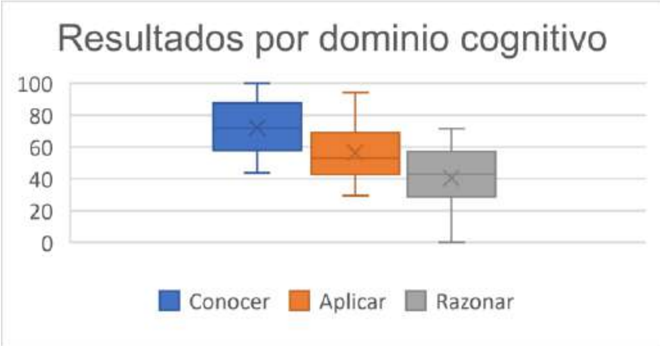
En relación a los ejes temáticos examinados, la figura 1 muestra cómo se distribuyen las respuestas de las estudiantes al responder las 40 preguntas. Una primera diferencia tiene relación con la variabilidad en los ejes que obtienen mejores resultados (números y operaciones, geometría y medición). Particularmente, nuestros resultados sugieren mejor desempeño en el sentido que los puntajes mínimos son más altos que el estudio de Martínez y colaboradores (2019). Por otra parte, en los ejes que menor logro obtienen (álgebra y datos y probabilidad), los porcentajes de logro de nuestros participantes son mayores. Esto podría deberse a las particularidades socioeconómicas y culturales de los sujetos participantes de nuestro estudio.

Figura 5. Porcentaje de respuestas correctas por eje de contenido. Elaboración propia.



La figura 2 muestra los resultados por domingo cognitivo. En esta figura se ilustran los porcentajes de respuestas correctas de cada tipo de ítem y se destaca la distribución de las respuestas de las estudiantes. En este gráfico observamos que al igual que el estudio de Martínez y colaboradores (2019) los ítems que requieren razonar son más complejos para los sujetos. Sin embargo, los resultados son levemente mejores pues en los dominios de conocer y aplicar los puntajes mínimos son mejores y no hubo participantes que tuviesen todos los ítems erróneos. Asimismo, los ítems relativos a razonar obtienen ligeramente mejores resultados que el estudio señalado.

Figura 2. Porcentaje de respuestas correctas por dominio cognitivo. Elaboración propia.



A partir de los resultados expuestos anteriormente, y considerando el objetivo de esta comunicación –contribuir a la comprensión del conocimiento que traen consigo los futuros profesores de EP–, uno de los principales resultados tiene relación con la información que proporciona a la universidad a la que pertenecen los participantes. Esta información abre una línea de trabajo sobre acciones concretas que se pueden realizar sobre la formación matemática de las futuras profesoras de EP. Por otro lado, y teniendo en cuenta las características del sistema educativo chileno (Valenzuela et al., 2013), las diferencias con el estudio de Martínez y colaboradores (2019) podrían ser causa de las diferentes oportunidades de aprendizaje que mantuvieron las participantes durante su trayectoria escolar. Esta realidad debe ser atendida por las Escuelas de Educación en el sentido de brindar oportunidades acordes a las realidades de los estudiantes que atienden y que son distintas en cada universidad.

Reconocemos que la muestra pequeña no permite realizar comparaciones e inferencias más profundas. No obstante, el objetivo de este trabajo es caracterizar a un perfil específico presente en la realidad de la formación de profesores de primaria en Chile. En esta línea, son necesarios estudios que den cuenta de las diferencias cualitativas que presentan y estudios de mayor escala que indaguen en como las diferencias socioeconómicas podrían determinar el CME de los futuros profesores.

5. REFERENCIAS

Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of reasearch on teaching* (4th ed., pp. 433–456). Washington, DC: American Educational Reasearch Association.

Castro-Inostroza, Á., Mengual, E., Prat, M., Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2014). Conocimiento matemático fundamental para el grado de educación primaria: inicio de una línea de investigación. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en educación matemática XVIII* (pp. 227–236). Salamanca, España: SEIEM.

Fink, A. (2003). *How to ask survey questions* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: SAGE.

Giaconi, V., Varas, M. L., Ravest, J., Martin, A., Gómez, G., Quepil, J. P. y Díaz, K. (2019). *Fortaleciendo la formación inicial docente: experiencia universitaria en la implementación de la evaluación diagnóstica Inicial para pedagogías (FONIDE: 170009)*. Recuperado de https://tinyurl.com/y3ft3y3q

Gorgorió, N. y Albarracín, L. (2019). El conocimiento matemático previo a la formación inicial de los maestros: necesidad y concreción de una prueba para su evaluación. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de* *matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 111–132). Salamanca, España: Ediciones Universidad de Salamanca.

Kilpatrick, J. (2016). Más Rico: una historia actualizada de investigación en Educación Matemática. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz-Hidalgo y M. Torralbo (Eds.), *Investigaciones en educación matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 33–44). Granada, España: Comares.

Linsell, C. y Anakin, M. (2013). Foundation content knowledge: What do pre-service teachers need to know? En V. Steinle, L. Ball y C. Bardini (Eds.), *Mathematics education: Yesterday, today and tomorrow (Proceedings of the 36th annual conference ofthe Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp. 442–449). Melbourne, Australia: MERGA.

Martínez, M. V., Rojas, F., Ulloa, R., Chandía, E., Ortíz, A. y Perdomo-Díaz, J. (2019). Creencias y conocimiento matemático escolar al comienzo de la formación inicial docente en estudiantes de Pedagogía General Básica. *Pensamiento Educativo*, *56*(2), 1–19.

Ministerio de Educación. (2012a). *Bases curriculares Educación Básica*. Santiago, Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación. (2012b). *Estándares orientadores para egresados de carreras de pedagogía ene ducación básica. Estándares pedagógicos y disciplinarios* (2da ed.). Santiago, Chile: LOM.

Montes, M., Ribeiro, M. y Carrillo, J. (2017). Conceptual issues in developing a framework for examining teachers' knowledge. En S. Zehetmeier, B. Rösken-Winter, D. Potari y M. Ribeiro (Eds.), *ERME Topic Conference on mathematics teaching, resources and teacher professional development* (pp. 187–196). Belín, Alemania: Humboldt-Universität zu Berlin y ERME.

Mullis, I. V. y Martin, M. O. (2013). *TIMSS 2015 assessment frameworks*. Chestnut Hill, MA: IEA.

Ponte, J. P. da y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461–494). Rotherdham, Reino Unido: Sense.

Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education* (vol. 2, pp. 321–354). Rotterdam, Reino Unido: Sense.

Valenzuela, J. P., Bellei, C. y de los Ríos, D. (2014). Socioeconomic school segregation in a market-oriented educational system. The case of Chile. *Journal of Education Policy*, *29*(2), 217–241. https://doi.org/10.1080/02680939.2013.806995

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS DE NÚMEROS ENTEROS POR ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN

Carmen Velásquez Martínez [1], Pedro Vicente Esteban Duarte[2], Deifer Marmolejo Correa[3]

Resumen

Se presenta los resultados de una investigación cualitativa que se realizó en un Centro Educativo Rural del municipio de San Pedro de Urabá (Antioquia, Colombia). El objetivo se centró en identificar y analizar cómo estudiantes de cuarto grado de Educación Básica primaria construyen significados de números enteros. Para ello, se articulan aspectos conceptuales en relación con la enseñanza y el aprendizaje de números enteros, al igual que, consideraciones teóricas acerca de la modelación matemática y el enfoque ontosemiótico. Se vinculan aspectos metodológicos en relación con el estudio de casos, como una manera de comprender las dinámicas presentes en la construcción de significados. Los resultados de la investigación indican que, las maneras de construir significados acerca de los números enteros, cuando se realizan actividades de modelación, se relaciona con: asociar los números enteros con situaciones cotidianas, elaborar modelos o representaciones, discutir y socializar acerca de situaciones matemáticas o extra-matemáticas propias del trabajo con los estudiantes. Cabe resaltar, que articular la modelación en el proceso de enseñanza y de aprendizaje desde los primeros años de escolaridad, permite estudiar conceptos matemáticos asociados a grados superiores.
Palabras claves: actividades de modelación, construcción de significados, números enteros.

Abstract

The results of a qualitative research carried out in a Rural Educational Center in the municipality of San Pedro de Urabá (Antioquia, Colombia) are presented. The objective focused on identifying and analyzing how students in the fourth grade of Primary Basic Education construct meanings of whole numbers. For this, conceptual aspects are articulated in relation to the teaching and learning of integers, as well as theoretical considerations about mathematical modeling and the ontosemiotic approach. Methodological aspects are linked in relation to the case study, as a way to understand the dynamics present in the construction of meanings. The results of the research indicate that the ways of constructing meanings about whole numbers, when modeling activities are carried out, is related to: associating whole numbers with everyday situations, making models or representations, discussing and socializing about mathematical situations or extra-mathematics typical of working with students. It should be noted that articulating modeling in the teaching and learning process from the first years of schooling allows the study of mathematical concepts associated with higher grades.
Key words: construction of meaning**,** mathematical modeling, integer numbers.

[1] Magister en Educación; Universidad de Antioquia; Colombia; carmen.velasquez@udea.edu.co
[2] Doctor en Ciencias Matemáticas; Universidad Antioquia; Colombia; pesteban@eafit.edu.co
[3] Magister en Educación; Universidad de Antioquia; Colombia; deifer.marmolejo@udea.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

La génesis de esta investigación se relaciona con la experiencia de una docente de Educación Básica Primaria, al identificar que sus estudiantes manifiestan interés por el estudio de los números enteros, a partir de situaciones cotidianas. De igual modo, las reflexiones con profesores de matemáticas acerca de sus prácticas de aula permitieron identificar que algunas de las dificultades presentes en el estudio de los números enteros por parte de Estudiantes de Educación Básica Secundaria, se relacionan con: confundir los números negativos y positivos en operaciones de estructuras aditivas y multiplicativas; asignar de manera indistinta signos positivos y negativos a soluciones de problemas propuestos. Dichos aspectos, conllevaron a un proceso de revisión de literatura en relación con las implicaciones de las situaciones extra-matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de este conjunto numérico.

Investigaciones reportadas en la literatura nacional e internacional en el campo de la Educación Matemática, señalan algunas implicaciones acerca del uso de situaciones extra-matemáticas en relación con la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros. Al respecto, en los planteamientos de autores como (Gallardo, Mejía y Saavedra, 2017; Bofferding, 2014, 2017; Chica, 2011; Otero, 2015) se identifica que el uso del contexto al interior del aula favorece la articulación de los conocimientos previos con los nuevos conocimientos, posibilita la adquisición de significados de conceptos matemáticos, facilita entender el problema matemático y Justificar los resultados de los algoritmos, favorece la motivación y disposición para el aprendizaje, posibilita dar significados a los acontecimientos del entorno y potencia el desarrollo de habilidades de pensamiento. Tales implicaciones, permitieron identificar la modelación matemática como un aspecto articulador que favorece el estudio de las relaciones entre matemáticas y realidad (MEN, 1998; Molina y Villa-Ochoa, 2013; Caron y Pineau, 2017; entre otros).

Hacer uso de la modelación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, permite emplear diferentes representaciones, signos y símbolos para exteriorizar las ideas internas de los estudiantes (Kotze, Jacobs y Spangenberg, 2017 y Scott, Wessels y Swart, 2017). Por tanto, se entiende que la modelación matemática permite a los estudiantes dar cuenta de sus aprendizajes a partir de diferentes representaciones gráficas y/o gestuales. En este sentido, se reconoce como al implementar la modelación matemática en los procesos de enseñanza y de aprendizaje que tienen lugar dentro y fuera del aula, se puede vincular a los estudiantes en procesos de construcción de significados sobre nociones, conceptos u objetos matemáticos en estudio, según el tipo de representaciones empleadas en la actividad matemática.

Al hablar de construcción de significados en modelación matemática, es necesario reconocer elementos que intervienen en dicho proceso. Tales como objetos ostensivos (tablas, graficas, algoritmos, entre otras) y objetos no ostensivos (enunciados, conceptos, proposiciones, argumentos, justificaciones y otros) que se identifican en planteamientos de (Godino, Batanero y Font, 2012 y Godino, Batanero y Font, 2019).

Considerar los aspectos o ideas que se declaran en la génesis de la investigación y los resultados de la revisión de literatura permitieron formular la pregunta de investigación como sigue: ¿De qué maneras estudiantes de cuarto grado construyen significados de números enteros en actividades de modelación? para dar cuenta de la pregunta se proyectó un objetivo general: identificar maneras en que estudiantes de cuarto grado de Básica Primaria construyen significados de números enteros en actividades de modelación. Al identificar maneras de construir significados se da cuenta de la pregunta y objetivo de investigativo y se contribuye en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de este conjunto numérico en Educación Básica Primaria y Educación Secundaria. Para dar cuenta de la pregunta y el objetivo investigativo se vinculan aspectos metodológicos que se relacionan con la investigación cualitativa y el método estudio de casos, que permitieron la recolección y análisis de los datos obtenidos a parir del diseño y aplicación de tres actividades de modelación, atendiendo los planteamientos de Barbosa (2004). Aspectos, que posibilitaron presentar los resultados y conclusión del proceso investigativo.

2. REFERENTES TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

A continuación, se declaran aspectos conceptuales acerca de la modelación matemática según Barbosa (2004) y el Enfoque Ontosemiótico de Godino Batanero y Font (2012) y Godino, Batero y Font (2019), como un sustento teórico a las ideas que soportan el proceso investigativo.

2.1 Particularidades de la modelación matemática.

Se asume la modelación matemática como un tipo de actividad matemática que permite a indagar por situaciones o fenómenos procedentes de la realidad (Rivero, Londoño y Jaramillo, 2016).

Al respecto, Barbosa (2004) establece tres (3) casos a partir de los cuales, el profesor puede orientar la actividad de modelación al interior del aula. Cada caso puede estructurarse en cinco momentos: formulación del problema, simplificación, recolección de datos, solución del problema y socialización de resultados; en donde se asignas roles y tareas específicas para el profesor y los estudiantes. Aspecto, que puede favorecer la construcción de significados del objeto matemático involucrado en la situación a modelar, en este caso, de los números enteros ($\mathbb{Z}$). En consecuencia, con el propósito de visualizar y entender el proceso de construcción de significados, en el siguiente apartado, se exponen planteamientos de algunos autores en los que se identifican características y elementos de este proceso.

2.2 Construcción de significados de objetos matemáticos.

Kotze, Jacobs y Spangenberg (2017), plantean que al elaborar modelos se desarrollan referentes de los objetos en estudios, a través del uso de sistemas de signos y símbolos psicológicos y representaciones. En este sentido, en el desarrollo de las actividades de modelación se articula el uso de diferentes signos, símbolos y representaciones, al hacer uso de prácticas que proporcionan interiorizar su conocimiento acerca del objeto matemático involucrado en la situación a modelar (Wilson, Wessels, D., Wessels, H and Swart, 2017). Por consiguiente se reconoce que la modelación matemática presenta potencialidades que permiten la construcción de significados de nociones, conceptos u objetos matemáticos.

2.1.1 Características de la construcción de significados.

En el enfoque Ontosemiótico de Godino, Batanero y Font (2019) (EOS) se asume la construcción de significados, como un proceso relacional y progresivo a partir del acoplamiento entre los significados personales con los significados institucionales, mediado por la participación en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de objetos matemáticos. Los significados personales son asumidos como el conjunto de prácticas que una persona (estudiante) utiliza para resolver problemas. Los significados institucionales hacen referencia a prácticas realizadas al interior de una institución (comité de matemáticos) que se dirigen a resolver ciertos campos de problemas y se consideran como adecuadas o verdaderas. En este sentido, la construcción de significado de un objeto matemático según Godino, Batanero y Font (2012), Godino, Batanero y Font (2019), la constituyen prácticas operativas y prácticas discursivas, utilizados para dar solución a una situación problemática.

2.1.2 Construcción de significado en modelación matemática.

Aspectos de la modelación matemática se articulan con algunos elementos del (EOS, 2012) y (EOS, 2019) quienes plantean que la construcción de significado la constituyen prácticas operativas (procedimientos, algoritmos, diagramas, entre otros) y practicas discursivas (conceptos, preposiciones, argumentos, justificaciones) involucrados al dar respuestas de situaciones problemas, elementos que se utilizan en el desarrollo de las actividades de modelación y permiten dar cuenta de cómo se lleva a cabo el proceso de construcción de significados.

En este sentido, hablar de construcción de significados en modelación matemática se parte de considerar la modelación como un proceso de problematización e investigación a partir de situaciones Extra- matemáticas, en las que intervienen prácticas operativas y discursivas que se manifiestan a través de objetos ostensivos y no ostensivos que dan cuenta del proceso de construcción de significados, el cual es mediado por la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, conllevando el acoplamiento entre los significados personales y los significados institucionales.

2. METODOLOGÍA

Es un estudio de carácter cualitativo, se adopta el método estudio de casos, según Stake (1999), puesto que permite identificar en profundidad las maneras en que se construyen significados de números enteros en el desarrollo de actividades de modelación, con estudiantes de grado cuarto de Educación Básica Primaria, permitiendo estudiar a los tres estudiantes que participaron en el proceso investigativo, a partir de las formas de proceder, de las dinámicas de interacción comunicativa y de las maneras como comparten sus ideas al interior del aula, cuando se enfrentan al desarrollo de actividades con números enteros en situaciones extra-matemáticas, procedentes de sus necesidades e intereses, con la compañía y orientación de la docente investigadora.

Los instrumentos de recolección de información que se utilizaron para esta investigación son: la observación, la entrevista semiestructurada y documentos escritos. La observación permitió recolectar información a partir de prácticas, procedimientos, elementos, hechos relevantes, representaciones y mecanismos que los estudiantes utilizaron para compartir y manifestar sus ideas en el desarrollo de las actividades de modelación. La entrevista semiestructurada dio cuenta del lenguaje utilizado por los estudiantes y los mecanismos que permitieron compartir sus ideas en el desarrollo de las actividades de modelación y los documentos escritos utilizados para la identificación de símbolos, graficas, algoritmos, herramientas, modelos y demás procedimientos que los estudiantes utilizaron en el desarrollo de las actividades de modelación matemática que permitieron evidenciar maneras en que construyeron significados de números enteros ($\mathbb{Z}$).

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La investigación mostró que involucrar a los estudiantes de cuarto grado en el estudio de los números enteros ($\mathbb{Z}$), a partir de actividades de modelación matemática, de acuerdo con la perspectiva definida (Barbosa, 2004), permitió evidenciar maneras en que estudiantes de cuarto grado de Básica Primaria construyen significados de este conjunto numérico. Aspecto, que posibilitó dar respuesta a la pregunta y objetivo de investigación: ¿De qué maneras estudiantes de cuarto grado construyen significados de números enteros en actividades de modelación? Y el objetivo, identificar maneras en que estudiantes de cuarto grado de Educación Básica Primaria construyen significados de números enteros en actividades de modelación.

Para alcanzar los propósitos investigativos, se tuvo en cuenta planteamientos de la modelación matemática de Barbosa (2004) y del Enfoque Ontosemiótico de Godino, Batanero y Font (2019). En este sentido, las maneras que se identificaron durante el proceso investigativo se relacionan con prácticas operativas y discursivas en las que se destacan las siguientes: *Asociar números enteros con situaciones de la cotidianidad de los estudiantes, elaborar modelos de situaciones en estudio y, discutir y socializar ideas acerca de una situación matemática o no matemática*. Estas maneras de construir significados de números enteros, permitió a los estudiantes dar cuentas de sus significados respecto a la conformación de este conjunto numérico, ubicación en la recta numérica, relación de orden y operaciones aditivas (sumas y restas).

En este sentido, los estudiantes construyeron significados, respecto a la ubicación de este conjunto numérico en relación con deber dinero, no tener dinero y estar debiendo, con lateralidad, direccionalidad, profundidad y altura. Los significados construidos acerca de relación de orden en los números enteros, fueron manifestados por los estudiantes a través de prácticas en las que asociaron los números enteros negativos con las estaturas más bajas de sus compañeros y con los montones de fichas más pequeños que estaban al lado izquierdo del número cero, mientras que las estaturas más altas de sus compañeros y los montones más altos los asociaron con números enteros positivos. Los significados construidos acerca de las operaciones aditivas (suma, resta) fueron asumidas por los estudiantes como desplazamientos hacia el lado derecho y hacia el lado izquierdo en la recta graduada entera.

De igual forma, los estudiantes en el desarrollo de las actividades de modelación manifestaron sus ideas acerca de la conformación y ubicación de los números enteros, de la relación de orden y de operaciones aditivas (suma y resta). Aspecto, que permitió enriquecer sus significados personales logrados y hacer el acoplamiento con el significado institucional referencial de números enteros.

A manera de síntesis, se puede establecer que la modelación matemática es un escenario que favorece el proceso de construcción de significados de números enteros y también, presenta características que potencia el trabajo colaborativo, las relaciones interpersonales y armoniza el ambiente al interior del aula, favoreciendo el proceso de enseñanza y de aprendizaje de objetos matemáticos.

5. REFERENCIAS

Barbosa, J (2004). Modelagem Matemática: ¿O qué? ¿Por qué? ¿Como? *Veritati*, (4), pp. 73-80.

Bofferding, L. (2014). Comprensión entero negativo: Caracterización de los modelos mentales de primer grado. *Diario de Investigación en Educación Matemática*, 45 (2), 194-245.

Bofferding, L. and Wessman-Enzinger, N. (2017), "Subtraction involving negative numbers: Connecting to whole number reasoning". Faculty Publications - School of Education. 153.

Caron, F and Pineau, K. (2017). L'Hospital's Weight Problem: Testing the Boundaries Between Mathematics and Physics and Between Application and Modelling. En Stillman, G.,Blum, W Y Biembengut (Ed.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 59-69) PUCRS, Brazil.

Godino, J., Batanero, C y Font, V. (2012). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada del artículo The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, Vol. 39 (1-2): 127-135 (2007). España

Chica, N. (2011). *Propuesta de intervención pedagógica para comprender el significado del número entero.* Tesis de maestría. Universidad Nacional. Medellín- Colombia.

Gallardo, A., Mejía, J y Saavedra, G. (2017). Intertextualidad sobre números negativos en niños de primaria: un acercamiento histórico. *Educación Matemática*, 29 (2), 69-98.

Godino, J., Batanero, C y Font, V. (2019). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *For the Learning of Mathematics, 39* (1), 37- 42)

Kotze, H., Jacobs, G and Spangenberg, E. (2017). Mathematical Modelling for Engineering Diploma Students: Perspectives on Visualisation. En Stillman, G.,Blum, W Y Biembengut (Ed.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 541-551) PUCRS, Brazil.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá-Colombia.

Molina. J. y Villa-Ochoa, J. (2013). La modelación en la producción de conocimiento matemático: el caso de la función seno. *Revista Científica,* 80-84.

Otero, C. (2015). *Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números enteros con los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Ana de Castrillón.* Tesis de maestría. Universidad Nacional. Medellín- Colombia.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudios de caso.* Madrid: Morata, S.L.

Wilson, R., Wessels, D., Wessels, H and Swart, E. (2017). The Hidden Benefits of Mathematical Modelling for Students with Disabilities. . En Stillman, G.,Blum, W Y Biembengut (Ed.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 59-69) PUCRS, Brazil.

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: AVALIAÇÃO DE UM PRODUTO EDUCACIONAL

Cíntia Poffo[1], Janaína Poffo Possamai[2]

Resumo

Este estudo tem como objetivo discutir a relevância de um Produto Educacional na promoção da Educação Estatística, numa abordagem metodológica de Resolução de Problemas com crianças do 1º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, apresenta-se o marco teórico que orienta a pesquisa, relacionado com Educação Estatística e Resolução de Problemas, a descrição do Produto Educacional desenvolvido e a avaliação realizada por professores da área. Os resultados indicam que os problemas propostos no Produto Educacional possibilitam o desenvolvimento da aprendizagem de estatística, sendo adequados aos objetivos propostos, bem como podem ser ressignificados pelas professoras que o avaliaram no contexto de suas salas de aula.

Palavras-chave: *Produto Educacional, Resolução de Problemas, Educação Estatística, Ensino de Matemática.*

Abstract

This study aims to discuss the research of an Educational Product in the promotion of Statistical Education, in a methodological approach to Problem Solving with children from the 1st year of Elementary School. For this purpose, the theoretical framework that guides a research, related to Statistical Education and Problem Solving, the description of the Educational Product developed and an evaluation carried out by teachers in the field are presented. The results indicate that the problems proposed in the Educational Product enable the development of statistical learning, being adequate to the proposed objectives, as well as they can be re-signified by the teachers who evaluated it in the context of their classrooms.

Key Works: Educational Product, Problem Solving, Statistical Education, Mathematics Teaching.

1. INTRODUÇÃO

Os professores estão cada vez mais a procura de metodologias e práticas exitosas que garantam a participação ativa das crianças na construção de seus conhecimentos. A Resolução de Problemas e a Educação Estatística estão fortemente ligadas a vertentes que ultrapassam as barreiras do ensino tradicional da Matemática, pois ambas percorrem caminhos de oportunizar o protagonismo e desenvolver a autonomia das crianças, trabalhando de forma a valorizar o diálogo, a troca de ideias e a construção do conhecimento com base em experiências investigativas.

[1] Mestranda em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; poffocintia22@gmail.com
[2] Doutora em Engenharia de Produção; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; janainap@furb.br

Cada vez mais pesquisadores (Allevato & Onuchic, 2014) enfatizam a importância de o professor inserir em suas práticas a Resolução de Problemas como parte integrante da aprendizagem e não como uma parte isolada. Proporcionar a construção do conhecimento como resultado de Resolução de Problemas implica em práticas metodológicas que coloquem as crianças no centro da aprendizagem, possibilitando a compreensão e significação dos conceitos construídos.

Nesse contexto, este estudo tem como intuito discutir o desenvolvimento da Educação Estatística no contexto da Resolução de Problemas e, para tanto, apresenta-se uma discussão teórica que indica os caminhos da Resolução de Problemas para a construção do conhecimento em Educação Estatística e a descrição de um Produto Educacional que foi desenvolvido com base nesses preceitos. Na sequência objetiva-se discutir a avaliação realizada, por professores da área, do Produto Educacional visando indicar sua relevância aos objetivos de aprendizagem visados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para os primeiros anos do Ensino fundamental, os documentos curriculares (Base Nacional Comum Curricular – Brasil) norteadores orientam para um ensino baseado na investigação e experiências contextuais das crianças, pois cada vez mais, estudos apontam que propostas nesse sentido são indicadas e apropriadas para o desenvolvimento das habilidades essenciais.

A *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas* (Allevato & Onuchic, 2014) é uma das estratégias de ensino que orientam para uma prática na qual a criança é colocada como protagonista de sua aprendizagem. A aula começa com um problema que orienta para investigação e busca de solução enquanto se constrói conceitos com base nos conhecimentos prévios.

Nessa proposta o ensino, aprendizagem e avaliação, são inseparaveis. Allevato e Onuchic (2014, p. 43) utilizam [...] "a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula". Na Tabela 1, são apresentados os dez passos, propostos pelas autoras, que norteiam a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação *através* da Resolução de Problemas.

Tabela 1. Dez passos que norteiam a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Preparação do Problema	É o trabalho de planejamento do professor, que propõe um problema com a intencionalidade em um conceito/procedimento que deseja desenvolver e que ainda não tenha sido trabalhado.
Leitura individual	Entregar uma cópia do problema para as crianças fazerem a leitura. Em turmas que as crianças não estão alfabetizadas o professor faz a leitura.
Leitura em conjunto	Organizar a turma em pequenos grupos e, se as crianças não estão alfabetizadas, a leitura em conjunto pode indicar um momento em que se pede para elas explicarem o que entenderam do problema.

Resolução do Problema	As crianças irão solucionar o problema de forma colaborativa, discutindo estratégias que possam levá-las a solução, conectando os conhecimentos prévios com a novas ideias.
Observar e incentivar	O professor exerce a função de observador e questionador, desafiando e incentivando as crianças, sem interferir em suas soluções e sem dar respostas prontas.
Registro das resoluções na lousa	A forma de registro deve condizer com a capacidade das crianças, devem ser propostas diferentes estratégias nas quais elas sejam capazes de explicar como organizaram seus pensamentos e chegaram em uma resposta final, validando coletivamente a solução do grupo.
Plenária	É a discussão coletiva das soluções que foram apresentadas e cada grupo defende e justifica suas ideias para a consolidação da aprendizagem.
Busca do consenso	Chegada de um consenso, por parte da turna, referente ao (s) resultado (s) correto (s).
Formalização do conteúdo	Formalização do conteúdo/conceito utilizando a linguagem matemática e os procedimentos que as crianças construíram no decorrer do processo.
Proposição e resolução de novos problemas	Proposição de novos problemas com o objetivo de verificar se houve compreensão do conteúdo, além de aprofundar outros conceitos presentes no problema.

Nesse contexto essa metodologia é uma inversão da aula tradicional de ensino, ou aula por instrução direta. Ou seja, o problema é proposto às crianças no início do conteúdo e não no final e por meio dele que se desenvolve o conteúdo, assim elas poderão aprender fazendo e dando significado à Matemática.

Especialmente no que se refere à Educação Estatística essa metodologia possibilita que se desenvolva o pensamento estatístico das crianças, no qual envolve a compreensão das informações cotidianas para tomada de decisão e resolução de problemas. Porém, para que o adulto chegue a esse nível de compreensão é importante, que já no 1º ano do Ensino Fundamental, sejam oportunizadas experiências investigativas, como coleta de informações e pesquisas de opiniões, que permitam a criança contato com ferramentas e dados estatísticos. Lopes (2012, p. 169) aponta que esse primeiro contato com conceitos estatísticos possibilitará o desenvolvimento da "capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza".

Para o desenvolvido na Educação Estatística, é importante que haja um processo contínuo na vida escolar das crianças possibilitando assim que, quando adultos consigam compreender e utilizá-la, com criticidade e autonomia, em suas vidas. Van de Walle (2009) afirma que esse processo deve se iniciar nas primeiras etapas da vida escolar das crianças, mesmo que com experiências informais, pois dessa maneira a aprendizagem irá evoluir e ganhando significado, possibilitando assim, a comunicação e interpretação de informações.

Nessa perspectiva esse estudo apresenta um projeto de pesquisa, ainda em andamento, que tem como intuito investigar como promover a Educação Estatística numa abordagem metodológica de Resolução de Problemas com crianças do 1º ano do Ensino Fundamental, conforme descrito na sequência.

3. METODOLOGIA

Ao investigar quais os resultados da *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas* no desenvolvimento da Educação Estatística com crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental, quanto ao tratamento dos dados, a pesquisa é categorizada como qualitativa, pois "a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas" e se fazem presentes nesse processo. (Kauark, Manhães & Medeiros, 2010, p. 26). Quanto ao objetivo, caracteriza-se como pesquisa descritiva e quanto ao procedimento, como bibliográfica.

Para tanto foram desenvolvidos oito problemas que possibilitam a construção e o desenvolvimento de conhecimentos referente a Educação, de acordo com os objetivos de aprendizagem apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Problemas e objetivos.

Problemas	Objetivos de Aprendizagem
Problema 1 – Descubra o segredo (Adaptado de Van de Walle et al, 2014)	Classificação Análise de dados
Problema 2 - O dia do brinquedo	Classificação Organização de dados categóricos e numéricos Apresentação de dados
Problema 3 - O dia do brinquedo (parte 2)	Classificação Organização de dados categóricos e numéricos Apresentação de dados
Problema 4 - Vamos fazer espetinho de frutas?	Organização de dados Construção de um gráfico de colunas com identificação dos seus elementos
Problema 5 - Vamos conhecer o amigo	Coleta e organização de dados Construção de um gráfico de colunas com identificação dos seus elementos
Problema 6 - Conhecendo os amigos	Coleta e organização de dados Construção de um gráfico de colunas com identificação dos seus elementos
Problema 7 - Conhecendo os amigos	Coleta e organização de dados Registro do processo
Problema 8 - A feirinha	Construção de um gráfico de colunas com identificação dos seus elementos Interpretação e discussão sobre o que os dados informam, por meio de fatos e conclusões

Esses problemas serão aplicados com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental (de 6 a 7 anos de idade) de um município no interior de Santa Catarina (Brasil). Serão utilizados para coleta de dados instrumentos que permitirão avaliar as implicações do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação *através* da Resolução de Problemas na perspectiva da Educação Estatística: diário de campo, registro das resoluções realizadas pelas crianças e pela turma, por meio de fotos e gravações em áudio e/ou vídeo de todo o processo de intervenção, registrando falas entre as crianças e das crianças com a professora e a pesquisadora.

Até o momento a aplicação não aconteceu devido a pandemia ocasionada pelo Covid-19. Porém, o que se produziu foi um Produto Educacional que é descrito e analisado na sequência.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

O Produto Educacional intitulado como: Educação Estatística: uma abordagem por meio da Resolução De Problemas para o Primeiro Ano do Ensino Fundamental, é resultado da dissertação da pesquisadora "Educação Estatística na Perspectiva do Ensino Através da Resolução de Problemas". Ele é classificado como material didático, contendo 8 sequências de problemas que envolvem conceitos estatísticos, podendo ser ressignificado para outras práticas pedagógica envolvendo a metodologia utilizada e a Educação Estatística.

O material está organizado em seis subtítulos, sendo que o primeiro *Carta ao Leitor,* faz uma breve apresentação do que o leitor encontrará. O segundo é o *Capítulo 1 – Resolução de Problemas*, trazendo a proposta de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, os dez passos que norteiam a metodologia, sobre os quais foram tecidas considerações ao se pensar em crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental e algumas perguntas recorrentes quando se trata da aplicação da metodologia. Como terceiro subtítulo apresenta-se o *Capítulo 2 – Ensino de Estatística,* que trata da importância da inserção desse ensino nos primeiros anos de escolarização, as orientações curriculares, para a unidade temática de Probabilidade e Estatística que a BNCC propõe ao 1º ano e a distinção entre problema matemático e problema estatístico. O quarto é o *Caderno de Atividades,* no qual estão detalhados passo a passo os oito problemas com seus objetivos de aprendizagem, além de apresentar sugestões e dicas aos leitores. No quinto, *Considerações – A Proposta,* é apresentado um resumo sequencial de informações relevantes para a compreensão da proposta. O sexto traz as *Referências* que orientaram e deram base teórica para construção desse material.

Esse Produto Educacional apresenta uma proposta de abordagem metodológica orientada para a Resolução de Problemas como ponto de partida para o desenvolvimento de ideias matemáticas, centrada em uma participação ativa das crianças. Com ele espera-se que o leitor compreenda a importância de desenvolver a Educação Estatística utilizando como preceito a Resolução de Problemas.

No presente momento o Produto Educacional está em fase de avaliação, por meio de um questionário eletrônico (via Google Formulários) de pesquisa, respondido por professores com formação em pedagogia e que tem experiência profissional com turmas de 1° ano do Ensino Fundamental, após lerem e avaliarem o material produzido. Esse questionário tem como intuito avaliar se os problemas desenvolvidos para a aprendizagem de estatística são adequados aos objetivos propostos, na visão dos professores. Também espera-se avaliar se o Produto Educacional permite ao professor compreender as concepções que norteiam uma aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e se é aplicável no seu contexto de sala de aula.

Com base nas respostas já recebidas, 7 professoras já conheciam a *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas,* porém apenas 5 já a utilizaram em sala de aula. Como pontos positivos foram citados a possibilidade de práticas que envolvam relevância social, o contexto e situações vivenciadas pelas crianças, tornando assim as aulas motivadoras, interessantes e atrativa. Nessa etapa escolar é imprescindível que as crianças tenham contato com experiências prazerosas, no qual possam desenvolver o conhecimento matemático se expressando, experimentando, brincando e explorando novos espaços. Para Lopes (2012, p. 164) "a criança tem direito a um conhecimento matemático que está presente em seu mundo imaginário e em seu mundo real. Ela tem direito a pensar e estabelecer relações dessa matemática com o desvendar de sua vida. A criança lê o mundo e questiona o que vê". Pontos positivos como uma maior participação e interação entre as crianças, o desenvolvimento da comunicação, a possibilidade de exploração de várias ideias e possibilidades para a resolução de um mesmo problema foram indicadas pelas professoras ao avaliar o Produto Educacional.

Como dificuldades surgiram questões relacionadas ao trabalho em grupo, pois exige mais atenção do professor e a aplicação tradicional da Matemática, pois segundo o relato de uma das professoras ela considera uma *"dificuldade a maneira como é transmitida a matemática (tradicional), convergindo com esta metodologia".* Possivelmente o ensino tradicional, apontado pela professora, tem relação com a ideia de que os problemas têm finalidades de mecanização e aplicação, apresentados no final de cada conteúdo em extensas listas de exercícios nos livros didáticos. Nesse sistema a criança não caminha com as próprias pernas, acaba sendo dependente do professor, que deve prescrever modelos para que elas copiem, reproduzam e memorize, para tanto "o sistema tradicional recompensa a aprendizagem de regras, mas oferece poucas oportunidades para realmente fazer matemática". (VAN DE WALLE, 2009, p. 32).

Todas as professoras concordam que os problemas propostos são pertinentes e adequados para crianças do 1º ano e cinco delas apontam que, além de interessantes, eles permitem que as crianças utilizem diferentes estratégias de resolução, contribuindo para o desenvolvimento conceitual e social, criando oportunidades para o professor avaliar o que as crianças estão aprendendo e onde estão enfrentando dificuldades.

Por fim, acredita-se que essa pesquisa forneceu dados que possibilitam fazer uma avaliação positiva dos problemas apresentados, pois foram apontados pontos relevantes quanto a Metodologia adotada e os problemas apresentados. Permite-se concluir que os problemas possibilitam o desenvolvimento da aprendizagem de estatística, sendo adequados aos objetivos propostos, na visão dos professores. Porém, só será possível uma constatação plausível quanto a aprendizagem das crianças, quando de fato os problemas forem aplicados e os dados coletados serem gerados nesse contexto.

5. REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. L. R. (2014). Ensino-Aprendizagem Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: Onuchic, L. R. et al. (Org.). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, pp. 35-52.

Brasil. (2017). *Base nacional comum curricular*. Brasília: MEC.

Kauark, F. S., Manhães, F. C. & Medeiros, C. H. (2010). *Metodologia da pesquisa*: Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum.

Lopes, C. A. E. (2012). A educação estocástica na infância. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 160-174. doi: 10.14244/19827199396

Tripp, D. (2005). Pesquisa-ação: uma introdução metodológica, *Educação e pesquisa*, 31 (3), pp. 443-466. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental*: *Formação de professores e aplicações em sala de aula* (6a ed.). Porto Alegre: Artmed.

ESTABELECENDO O CONTRATO DIDÁTICO NA AULA DE GEOMETRIA POR MEIO DO ENSINO REMOTO

Georgyana Gomes Cidrão[1], Italândia Ferreira De Azevedo[2], Francisco Régis Vieira Alves[3]

Resumo

O ensino remoto é uma modalidade de ensino emergencial imposta ao sistema educacional quando existem fatores que impedem aulas presenciais. Desse modo, atualmente devido a COVID-19, as aulas de diversos países estão se adequando ao cenário de ensino remoto. Neste trabalho, refletimos como o contrato didático se adequa ao ensino *on-line*, levando em consideração dois fatores: ensino presencial e ensino remoto. Contudo, observamos como foi estabelecido o contrato didático em uma aula com alunos do Ensino Médio, utilizando o *Google Meet*. A partir disso, consideramos que a teoria do contrato didático é valiosa na avaliação do sistema didático (professor-aluno-conhecimento) mesmo diante do ensino remoto.

Palavras chaves: Contrato Didático, Didática da Matemática, Ensino Remoto, Sistema Didático.

Abstract

Remote teaching is an emergency teaching modality imposed on the educational system when there are factors that prevent classroom lessons. Thus, currently due to COVID-19, classes in several countries are adapting to the remote teaching scenario. In this paper, we reflect on how the teaching contract is suitable for online teaching, taking into account two factors: classroom teaching and remote teaching. However, we observe how the didactic contract was established in a class with high school students, using Google Meet. From this, we consider that the theory of the didactic contract is valuable in the evaluation of the didactic system (teacher-student-knowledge) even in the face of remote teaching.

Keywords: Didactic Contract, Didactics of Mathematics, Didactic System, Remote Education.

1. INTRODUÇÃO

O ensino remoto é aderido em situações emergenciais em que o espaço físico (sala de aula) está comprometido devido a alguma catástrofe. Mediante o quadro atual, no cenário da COVID-19 diversos países dos continentes da Europa, América do Sul e América do Norte aderiram o ensino remoto como uma forma de manter as aulas. Entretanto, o ensino remoto ainda se mostra um desafio na educação brasileira, devido a diversos obstáculos como: acesso a internet, materiais tecnológicos, formação de professores, entre outros.

[1] Mestra em Ensino de Ciências e Matemática; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Brasil; georgyanacidrao28@gmail.com
[2] Mestra em Ensino de Ciências e Matemática; Secretária de Educação do Estado do Ceará; Brasil; italandiag@gmail.com
[3] Doutor em Educação; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Brasil; fregis@ifce.edu.br

Portanto, o ensino remoto cria um cenário inovador no sistema educativo brasileiro, no qual o triângulo didático (professor-aluno-saber) tem uma nova dinâmica de relações didáticas na ausência da sala de aula. No ensino tradicional as relações entre professor, aluno e saber ficam restritas no espaço físico da sala de aula, todavia, no ensino *on-line* se torna mais complexo, pois as relações didáticas são à distância.

Diante desse cenário atual, o sistema didático fica sendo mediado por plataformas digitais educacionais como: *Google Meet*, *Google Classroom*, *YouTube*, *dentre outros*. Neste sentido, nosso trabalho se baseia nos pressupostos da Didática da Matemática, em especial ao trabalho de Brousseau (1986) na Teoria das Situações Didáticas, no que se concerne ao Contrato Didático. A partir disso, nosso objetivo esteve nas seguintes questões: No ensino remoto como se comporta o contrato didático? Como establecer as clausulas do contrato didático no ensino remoto e sua ruptura? A fim de responder esses questionamentos observamos como o contrato didático foi estabelecido entre uma professora e alunos a partir de uma aula do Ensino Médio de uma Escola Profissionalizante, localizada em Fortaleza-CE, guiada pelo *Google Meet*.

Para isso, observamos que a professora propôs um contrato didático na aula *on-line* de Geometria, em que existem regras implícitas e explicitas evoluindo a medida da relação entre o aluno e o conhecimento. Contudo, salientamos a importância do professor prever a ruptura do contrato didático . Neste sentido, a professora acompanhou a dinâmica entre os alunos e o saber, vigiando o cumprimento do contrato, e o como ocorre sua ruptura e devolução.

Por fim, o contrato didático é importante na relação entre o sistema didático. Nas seções vindouras apresentamos: 2. O papel do contrato didático, 3. Estabelecendo o contrato didático na aula de Geometria, 4. Análise de dados e algumas considerações.

2. O PAPEL DO CONTRATO DIDÁTICO

O contrato didático advém da Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Brousseau (1996, p. 38), na década de 80, sendo definido como "um conjunto de comportamentos (específicos) do professor que são esperados pelos alunos, e um conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor". Dessa forma, o contrato estabelece regras implícitas (construídas em sala de aula) e regras explicitas (formuladas verbalmente em sala de aula) construída perante a relação didática com o intuito de orientar o ensino e aprendizagem.

Nesse contexto de regras esperadas, é possível observar que o professor ao montar uma situação de ensino destinado ao aluno visualiza que o discente assuma seu lugar como aprendiz em resolver as situações matemáticas propostas a ele (Alves, 2018). Já o discente espera que a resolução parta das explicações do professor, com isso, montamos a estrutura do contrato didático: um conjunto de regras esperadas pelo professor e alunos.

Grande parte do contrato didático culmina em regras implícitas, podendo haver uma ruptura no contrato, essa ruptura parte da renegociação entre o professor e aluno na relação com o saber. Outrossim, quando as regras não são cumpridas recaí sobre uma ruptura no contrato, entretanto, as cláusulas da ruptura podem ser apresentadas antes de serem quebradas. Almeida & Lima (2011, p. 3) comentam "[...] que quando há alguma ruptura do contrato didático na relação, em seguida, uma nova regra (explícita ou implícita) é negociada".

É comum em uma relação didática manter uma expectativa construída em sala de aula e esperada tanto por parte do professor, quanto por parte dos alunos. A partir disso, destacamos que no contrato didático existem: cláusulas, expectativas, rupturas, renegociações e efeitos.

2.1 O contrato didático no ensino remoto

Nesta seção vamos promover uma discussão sobre o contrato didático no ensino remoto. Como supracitado o contrato existe dentro de uma relação didática, passando a organizar um conjunto de regras entre professor e alunos, essas regras acontecem em um ambiente físico (sala de aula). A relação entre professor-aluno com o contrato didática, requer rupturas para que individualmente os pares modifiquem a sua relação com o saber. Todavia no ensino *on-line*, é possível vermos uma modificação natural no contrato didático, pois, com a ausência da sala de aula, passa a existir uma modificação na relação aluno-saber. O aluno passa a construir seu saber de uma forma mais autonoma.

Com a escolha do ensino remoto, o contrato didático passa a ter modificações, e consequentemente o professor passa a criar uma certa distância no acompanhamento do processo de aprendizagem do aluno, mas, isso não pode evoluir para um obstáculo. Como supracitado, o contrato didático requer elaboração e cumprimento de regras numa relação didática, porém, com o ensino on-line as regras implícitas e explicitas passam a ter uma dinâmica diferente, como aponta Cruz ; Santos & Cruz (2014, p.356)

> A ausência da sala de aula implica num peso maior das regras explícitas do contrato, que se manifestam fortemente nos materiais didáticos, na exposição de objetivos, nos pesos dados pelas avaliações, pelas tarefas, etc. As flexibilizações e mudanças no contrato vão depender fortemente do cenário, da trama construída e do lugar na trama para o momento de devolução e projeção de situações adidáticas.

Apesar das mudanças refletidas no ambiente, a relação: professor-aluno-saber continuam tendo um papel central no ensino e aprendizagem. No ensino remoto, as plataformas digitais são usadas em virtude da aprendizagem, o *feedback* passa a ser avaliado por meio de *chat*, vídeoconferência e fóruns. Entretanto, o professor passa a ter múltiplas funções, sendo ele o responsável pela formulação das situações didáticas, transposição didática e avaliador.

Neste atual cenário, o professor deve ter uma maior captura *en passant* no feedback dos alunos. Isto indica que o professor não deve somente cumprir seu papel em elaborar atividades, promover situações de ensino, entretanto, deve observar a evolução do contrato didático no ensino remoto a partir da interação entre aluno-saber.

3. ESTABELECENDO O CONTRATO DIDÁTICO NA AULA DE GEOMETRIA

A nossa metodologia tem cunho qualitativo, observamos através de uma aula de Geometria como o contrato didático se deu mediante o ensino remoto, dispomos mais informações no Quadro 1.

Quadro 1. Informações sobre a pesquisa. Fonte: dados da pesquisa.

Local	Escola Estadual de Ensino Profissionalizante
Público	Alunos do Ensino Médio
Plataforma virtual educacional utilizada	Google Meet, *YouTube*, *Google Classroom*
Tempo	100minutos (2 aulas)
Conteúdo	Área de figuras planas poligonais

O Contrato didático foi estabelecido em aula *on-line*, por meio do *Google Meet*, na turma do 2° ano a partir do conteúdo de Área de figuras planas poligonais. De início a professora pediu que os alunos procurassem um vídeo curto de no máximo cinco minutos no YouTube, que abordasse brevemente as figuras planas poligonais, e que após o vídeo eles discutiriam no *chat* o entendimento do conteúdo, sem muita delonga o contrato didático foi estabelecido neste ponto.

Em seguida, a professora deixou no *Google Classroom* um arquivo disponibilizando algumas claúsulas do contrato didático, sendo elas: cada aluno devia se responsabilizar pela sua procura conteudista no *YouTube*, os alunos deviam expor seu entendimento sobre o que foi pesquisado, sempre que possível os alunos poderiam expor exemplos, as discussões deviam ser feitas no chat do Google Meet, a participação de todos os alunos era fundamental para a aula, respeitar a posição dos colegas no *chat*, os alunos devem possuir cautela na discussão do *chat* para não haver conflitos entre uns aos outros, e por fim, os alunos devem expor seu entendimento de modo organizado. A seguir, apresentamos a análise de dados.

4. ANÁLISE DE DADOS E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Diante dos dados analisados criamos duas categorias embasadas na Teoria das Situações Didáticas, no que se concerne ao contrato didático, as categorias são: i) regras e ruptura - observamos se as clausulas postas no *Google Classroom* foram obdecidas; ii) devolução - analisamos quando foi preciso refazer a devolução.

4.1 Regras e rupturas do Contrato Didático no ensino remoto

No geral, o contrato didático é estabelecido devendo ser cumprido pela responsabilidade no momento de aceitação. Dessa maneira, o contrato estabelecido na aula de Geometria, possuia uma regra em que consistia a discussão da atividade no *chat* do *Google Meet*. Contudo, alguns alunos começaram a discutir em outro meio de comunicação virtual, como vemos no diálogo a seguir.

> ***Aluno 1:*** *23/06/2020 às 10:11 "Oi gente?! Eu pesquisei no canal Descomplica e anotei algumas coisas. Que a área é calculada a partir de expressões algébricas em um determinado polígono".*
> ***Aluno 2:*** *23/ 06/ 2020 às 10:18 "Galera vão olhar no grupo do WhatsApp, deixei alguns links legais que achei, pois a maioria eXtrapola o tempo que a fessora deixou. E no meu entendimento cada polígono possui uma fórmula, por exemplo: a área do quadrado é A= l^^2".*
> ***Aluno 3:*** *23/06/2020 às 10:27 "Eu vi aluno 2, e gostei de um, bem entendível antes da professora acabar com nossa doce ilusão, kkk. Professora e colegas eu entendi que o cálculo de cada figura plana tem uma fórmula e temos que aprender as fórmulas de acordo com as figuras".*
> **Professora:** Pessoal é para usarem somente o *Google Meet* perante a discussão, tudo fica gravado aqui.

A partir desses diálogos percebemos uma ruptura no contrato didático, visto que a professora havia comunicado aos alunos que as discussões só poderiam ser feitas através do *Google Meet*, cada aluno seria responsável pela sua procura individual, o *Chat* virou um meio de conversa paralela a atividade proposta.

Contudo, Brousseau (1986) informa que quando há uma ruptura no contrato didático é possível estabelecer uma negociação. Observamos isso, quando a professora permitiu que os alunos também usassem outro meio de comunicação virtual desde que ela acompanhasse a discussão no grupo criado no *WhatsApp*. Com isso, a professora garantiu que o objetivo da aula não se comprometesse com obstáculos.

4.2 *Devolução*

A devolução se deu acerca de uma situação didática, em que os alunos discutiam entre si como calculava um exemplo que o colega expos no *chat* do *Google Meet*, conforme observamos no diálogo a seguir.

> ***Aluno 1:*** *23/06/2020 às 10: 35 "Genteee, acompanhem → se tivermos um paralelogramo e traçassemos uma reta no meio ele se transformaria em dois triângulos, correto? Qual fórmula iríamos usar? Triângulo ou Paralelogramo?. Oh dúvida cruel! "*
> ***Aluno 2:*** *23/06/2020 às 10: 39 "Vish, eu acho que usa a fórmula do triângulo, pois, ele era um paralelogramo e se transformou em triângulo".*
> ***Aluno 3:*** *23/06/2020 às 10: 42 "Aluno 1, usa logo a fórmula do triângulo nisso e acaba a dúvida, bota BxH/2.*
> ***Professora:*** *23/06/2020 às 10:44 "Olá galera, o paralelogramo é um quadrilátero, no livro de vocês explica isso. Pesquisem".*

Percebemos que a partir desse diálogo os alunos sentiram dificuldade com a definição e em seguida com a resolução do exemplo. No entanto, a professora negou seu ofício e não deu a resposta esperada pelos alunos, ela transferiu a responsabilidade aos alunos em buscar o conhecimento, tornando assim válido a devolução.

4.3 Algumas Considerações

Neste trabalho percebemos que o contrato didático pode ser estabelecido mesmo sem o espaço físico da sala de aula, incomum na relação didática. Entretanto, notamos que o contrato didático surge como um meio para análisar o desenvolvimento e evolução do sistema didático em um ambiente virtual, em nosso caso, ocorreu no *Google Meet*.

No *Google Meet* é possível ter tudo gravado e transferido para uma pasta no drive no Google Classroom, assim todas as interações são gravadas e as responsabilidades entre o professor e aluno são compartilhadas. No caso, o Contrato Didático se deu a princípio com a aceitação do problema por parte dos alunos e autonomia em resolver o problema.

Como também, analisamos nesse trabalho como se estrutura o rompimento do contrato e as negociações entre o novo contrato didático estabelecido. Um acontecimento interessante se deu no momento da devolução didática em que a professora transfere a responsabilidade dela para o aluno se tornar autonômo na construção do conhecimento.

Por fim, finalizamos que no ensino on-line existem obstáculos naturais, assim como no ensino tradicional, porém, com a inserção da tecnologia algunas barreiras podem ser sanadas no sistema didático. Portanto, é um campo fértil para novos horizontes de pesquisa acerca da relação entre professor-aluno-saber.

5. REFERÊNCIAS

Alves, F. R. V. (2018). Didactique Professionnelle (DP) et la Théorie des Situations Didactiques (TSD): Les case de la notion d'obstacle et l'activité de professeur, *Em teia*, 9 (3), pp. 1-26.

Almeida, F. E. L. & Lima, A. P. A. B. (2011). Os efeitos do contrato didático na sala de aula de Matemática. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, p. 1-10.

Brousseau, G. (1996). *Didáctica das Matemáticas* /Brun, J...[et al]; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget.

Brousseau, G. (1986) Fondements e méthodes de la didactique dês mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 7(2), pp. 33-115.

Cruz, F. F. Souza; Santos, P. J. S; Cruz, S. M. C. (2014). Reflexões sobre o ensino a distância à luz da noção de contrato didático, *Revista Linhas*, 15(28), pp. 345-369.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO SOCIOCRÍTICO DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA, MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CONTEXTO

Jhon Darwin Erazo Hurtado[1], Eliecer Aldana Bermúdez[2], Linda Poleth Montiel[3]

Resumen

La propuesta de investigación busca la generación de espacios de discusión en la escuela para el desarrollo del pensamiento matemático desde situaciones en contextos sociales, económicos, ambientales y políticos para la configuración de escenarios de aprendizaje mediante la resolución de problemas en ambientes concretos. El propósito es desarrollar un pensamiento matemático sociocrítico en estudiantes de básica y media y para ello, se utiliza como marco teórico la matemática crítica, a partir del conocer matemático; esta es una investigación de naturaleza cualitativa, apoyada en el método de investigación-acción, porque desarrolla una planeación conjunta, un plan de acción, un proceso de observación, seguido de una reflexión colectiva, mediante la construcción de escenario naturales de aprendizaje. Los resultados ponen en evidencia como los estudiantes, mediante una tarea matemática relacionada con un problema en un contexto, les permitió identificar los elementos matemáticos y tecnológicos necesarios para resolverla de manera crítica y reflexiva.

Palabras claves: *Pensamiento matemático, Educación matemática, Sociocrítico, Pedagogía liberadora, Educación media.*

Abstract

The research proposal focuses its attention on the generation of discussion spaces in the school for the development of mathematical thinking from situations in social, economic, environmental and political contexts for the configuration of learning scenarios by solving problems in specific environments. The objective is to develop sociocritical mathematical thinking in high school students and for this, critical mathematics is used as a theoretical framework, based on mathematical knowledge; This is an investigation of a qualitative nature, supported by the action-research method, because it develops a joint planning, an action plan, an observation process, followed by a collective reflection, through the construction of natural learning scenarios. The results show how the students, through a mathematical task related to a problem in a context, allowed them to identify the mathematical and technological elements necessary to solve it critically and reflexively.

Key words: Mathematical thinking, mathematics education, sociocritical, liberating pedagogy, High school.

[1] Licenciado en Matemáticas, Mg. en Ciencias de la Educación; Universidad del Quindío; Colombia; jderazo@uniquindio.edu.co
[2] Licenciado en Matemáticas, Phd. en Educación Matemática; Universidad del Quindío; Colombia; eliecerab@uniquindio.edu.co
[3] Licenciado en Matemáticas, Universidad del Quindío; Colombia; lpmontiel@uniquindio.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Desde la educación matemática en la escuela, es necesario preparar espacios en busca de un acercamiento al desarrollo de un pensamiento matemático sociocrítico en los estudiantes mediante la resolución de problemas contextualizados, cercanos a su entorno, lo que permite comprender las condiciones socioeconómicas, políticas y ambientales cercanas, que le permitan tomar posición crítica frente a estos hechos, de acuerdo con los trabajos de investigación como los realizados por Valero y Skovsmose (2012), Alvis & Aldana, (2018), Darnaculleta, Iranzo y Planas (2009), Guerrero (2008), Lozada y Fuentes (2018) y Uriza, Espinosa y Gasperini (2015).

De lo anterior, un aspecto notable es la *microsociedad* que se genera en el aula y en la escuela, para Valero & Skovsmose (2012), allí es donde la educación se convierte en un mecanismo central para la consolidación de formas *democráticas* de vida y "…la formación matemática es en sí, una formación para la democracia". En los trabajos de los autores antes mencionados, se plantean preguntas que dan pie a este tipo de investigaciones como ¿Cuál es el papel de la educación matemática en la formación de seres democráticos y políticos?, ¿Cuáles son las prioridades de una investigación en educación que tenga en cuenta el vínculo entre educación matemática y democracia?

Dado lo anterior, esta propuesta apunta a mostrar herramientas que permitan desarrollar un pensamiento matemático sociocrítico para la elaboración de significados propios de la realidad social, económica, política y ambiental en los estudiantes de básica y media de colegios oficiales de la ciudad de Armenia – Colombia, mediante la Resolución de Problemas en contexto, respondiendo a la pregunta ¿Cómo desarrollar en estudiantes de educación media el pensamiento matemático sociocrítico, para la configuración de escenarios de aprendizaje mediante la resolución de problemas en contexto?

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Es necesario identificar los conceptos básicos para la fundamentación teórica de esta propuesta de investigación, como son las competencias en matemáticas y el desarrollo del pensamiento matemático sociocrítico en la escuela, entre otros.

Para describir y analizar cada uno de estos aspectos, se parte de la pregunta: ¿Qué acciones en el aula permiten el desarrollo del pensamiento matemático sociocrítico en estudiantes de educación media, mediante la resolución de problemas en contexto? Ésta es, actualmente, una de las principales preocupaciones de los docentes de matemática en la educación básica secundaria y media en Latinoamérica.

2.1 Competencias en matemáticas.

El concepto *competencia* nace del sector económico, sin embargo, se ha adoptado en el campo educativo, por lo que, según Alvis (2019), la competencia en la educación está relacionada con la formación de sujetos críticos y reflexivos. En este sentido, el uso del conocimiento en la solución de problemas políticos o ambientales, le permite participar activamente en la transformación social.

Para el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2015) la competencia matemática es la capacidad que integra los conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones, manifestadas a través de los desempeños o acciones de aprendizaje propuestas en cada área. Existen tres competencias en matemáticas:

Interpretación y Representación en la cual el estudiante comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en

distintos formatos, la competencia Formulación y Ejecución, el estudiante plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas, frente a un problema que involucre información cuantitativa y la competencia Argumentación, la cual valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.

Es con base en las competencias anteriormente mencionadas, que se analizan las respuestas a la tarea propuesta para esta propuesta.

2.2 Pensamiento matemático sociocrítico en la escuela

En la tesis doctoral "Modelación matemática desde la perspectiva socio crítica con estudiantes de secundaria: posibilidades y retos", de Mancera G. Camelo, F & Perilla, W. (2016), se trabaja en el desarrollo de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica en un colegio oficial de la ciudad de Bogotá. Esta investigación, promueve la participación crítica de los estudiantes, en su rol de ciudadanos, en la sociedad, discutiendo asuntos políticos, económicos y ambientales en los que las matemáticas sirvieran como soporte. En este sentido, la modelación matemática, desde una perspectiva socio crítica, posibilita pensar en una educación política de los estudiantes, de manera que actúen críticamente en la sociedad donde la presencia de las matemáticas sea fuerte; situación que pone el aula de clase como un estado democrático, dialógico, enfocado en guiar a los estudiantes a asumir estas actitudes en su vida y por ende, en la sociedad.
En cuanto a las actividades de modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica, Silva C. & Kato, L. (2009, mencionado por Mancera G. Camelo, F & Perilla, W. 2016) mencionan que:

> Se deben considerar, al menos, las siguientes categorías: i) Abordar un problema socialmente relevante de la realidad del estudiante; ii) participación activa del estudiante en la construcción del modelo; iii) participación activa del estudiante en la sociedad y iv) actuación del docente como mediador (p3).

En esta investigación se menciona que todo lo que ocurre en las clases de matemáticas está directamente relacionado con lo que sucede en el contexto y las prácticas sociales dentro de una institución educativa, por lo que se hicieron descripciones y análisis minuciosos tanto de las interacciones entre los estudiantes, como de ellos con el profesor, lo que ubicó a esta investigación en una práctica pedagógica-investigativa, la cual tiene como fin establecer una práctica pedagógica, que se relaciona de manera dialéctica con la práctica investigativa, en tanto una depende de la otra, pues lo que suceda se da gracias a las alternativas planteadas y tales alternativas no son posibles sin las consideraciones iniciales (2016:5).
Esta revisión literaria reafirma la existencia de un problema debido a la escasa creación de espacios de discusión en el aula, que busque una aproximación al desarrollo del pensamiento matemático sociocrítico en los estudiantes. Además, el análisis cuidadoso de estos y otros trabajos, abren el camino para determinar los conceptos y categorías que permiten una aproximación al objeto de estudio como es el desarrollo del pensamiento matemático sociocrítico en estudiantes de educación.

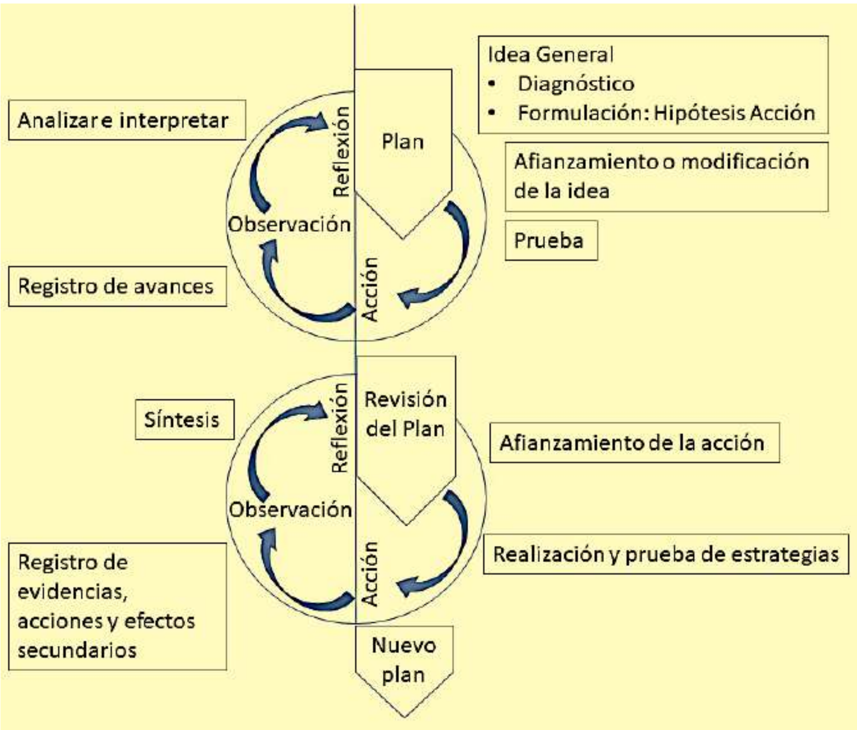
3. METODOLOGÍA

Para encontrar una respuesta cercana a ¿Cómo desarrollar en estudiantes de educación media el pensamiento matemático sociocrítico?, se va a analizar las respuestas que un grupo de estudiantes planteó una pregunta sobre el costo de tres productos, por barril, donde el estudiante debe realizar consultas de precios, costo actual de la divisa, conversiones de medidas y de allí realizar una conclusión. Para las observaciones adecuadas al trabajo de los estudiantes, su forma de abordar la situación planteada y cómo concluyen cada una de las preguntas, es necesario asumir un análisis desde un

paradigma crítico social, por ello, el enfoque de esta investigación es "cualitativo orientado a la comprensión porque describe e interpreta la realidad educativa desde dentro" (Dorio., Massot., y Sabariego, 2009, p. 281); utiliza el método de la investigación – acción (Latorre, 2009), porque se trata de un plan para el diseño de situaciones problemas que son modeladas de los fenómenos naturales en contextos situados, una acción de los actores del proceso educativo, una observación orientada a la recogida y análisis de datos obtenidos en la fase anterior, y una reflexión final de las concreciones o configuraciones de escenarios naturales en la dinámica de cómo generar en los educandos un pensamiento matemático sociocrítico, porque les permite aprender matemáticas, pero con un sentido social y crítico del por qué, y cómo pueden resolver sus problemas y los de su comunidad.

Para lograr el propósito que hemos manifestado hasta aquí, nos apoyamos en el diseño de un proyecto de investigación-acción según Escudero (1990, Mencionado por Latorre, 2009) como se muestra en la siguiente figura:

Figura 1 - Proceso de investigación acción



Adaptado de Pérez (1994)

Esta parte exploratoria de investigación se desarrolló con estudiantes de educación media de una institución educativa de la ciudad de Armenia en Colombia, con el fin de reconocer el desarrollo de un pensamiento matemático sociocrítico, en situaciones reales, desde un contexto económico-ambiental.

La actividad propuesta tiene como principal objetivo, describir cómo los imaginarios que tienen los estudiantes sobre el desarrollo de la economía en productos naturales y de procesos químicos influyen en su comprensión del mundo que le rodea, y de la misma forma, les lleva a tomar una posición crítica frente a ciertos fenómenos sociales, económicos y ambientales. La tarea que tuvieron que resolver los estudiantes, y que estaba incluida en el cuestionario, es la siguiente:

Consulte en distintas páginas de internet y responda a las preguntas 1. ¿Qué cuesta más, un barril de agua, un barril de petróleo o un barril de Coca-Cola? ¿Por qué? 2. ¿Qué cuesta menos? ¿Por qué?

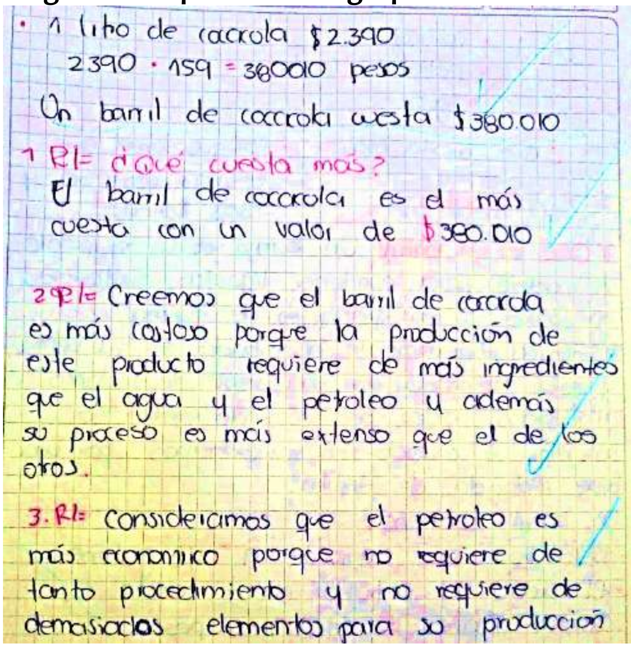
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la actividad propuesta, a los estudiantes se les planteó la pregunta *¿Qué cuesta más?*, lo que arrojó distintas respuestas, dependiendo de lo que ellos conocen, lo que escuchan en los medios de comunicación o redes sociales, así como la percepción de su realidad desde el contexto del eje cafetero en Colombia. Algunos estudiantes respondieron a la pregunta:

> *"Yo creo que es más costoso el barril de petróleo, porque hay que sacarlo de la tierra y a veces del suelo del mar y eso debe ser muy caro"*
>
> *"Creo que el barril de Coca-cola, porque tiene químicos y azúcar y la producción, el empaque y transporte de la gaseosa debe tener muchos gastos"*
>
> (Diálogo entre estudiantes y profesor, 2019)

Los estudiantes buscaron distintas estrategias para dar respuesta a las preguntas; principalmente, usaron la búsqueda en internet de la información necesaria para comparar precios entre los distintos líquidos, encontrar las distintas unidades de medida, ver la variación de precios, dependiendo del sitio web dónde consultaran. Por ejemplo, los estudiantes tomaron la decisión de trabajar con la medida de Barril estadounidense de petróleo, con el argumento de que, al equipararse con petróleo, los otros líquidos debían mantener esa misma proporción. Así, se trabajó con la igualdad *1 barril= 158.98 l,* y se decidió *redondear* a 159 litros por barril.

Figura 2: Respuesta de un grupo de estudiantes


• 1 litro de cocacola $2.390
2390 · 159 = 380010 pesos
Un barril de cocacola cuesta $380.010
1 R/= ¿Qué cuesta más?
El barril de cocacola es el más cuesto con un valor de $380.010
2 R/= Creemos que el barril de cocacola es más costoso porque la producción de este producto requiere de más ingredientes que el agua y el petroleo y además su proceso es más extenso que el de los otros.
3. R/= consideramos que el petroleo es más economico porque no requiere de tanto procedimiento y no requiere de demasiados elementos para su produccion

Elaboración propia

En la figura 2, se muestra el resultado para uno de los grupos que participó en este trabajo. Para el grupo, el líquido de mayor costo, en pesos, es el barril de Coca-Cola, con un valor de $380.010 y el de menor costo, en pesos, fue el petróleo, con un valor de $ 206.767.

En su respuesta a la pregunta, *¿Qué cuesta más y por qué?*, responden:

> "El barril de Coca-Cola. Creemos que cuesta más porque la producción de este producto requiere de más ingredientes que el agua y el petróleo, y además, su proceso es más extenso que el de los otros"

Al preguntar a uno de los integrantes del grupo, si conocía el proceso para el petróleo, respondió que solo sabe que se saca del suelo y se empaca en barriles, nada más.

En la pregunta ¿Qué cuesta menos y por qué?, responden:

> "Consideramos que el petróleo es más económico, porque no requiere de tanto procedimiento y no requiere de demasiados elementos para su producción"
>
> (Diálogo entre estudiantes y el profesor, 2019)

Este trabajo con los estudiantes permitió identificar cómo desde actividades de consulta y comparación se puede hacer un análisis *crítico y reflexivo*, y el conocer matemático en el desarrollo de un pensamiento matemático social y crítico, con el uso de herramientas digitales y la internet, como ambiente de aprendizaje, partiendo del diseño de una tarea matemática apoyada en la formulación de un problema situado en los contextos económico, social y ambiental. Así, con la propuesta de un camino de aprendizaje, se observó el actuar crítico de los estudiantes en el desarrollo de la resolución del problema y las respuestas alrededor de esta. Acorde con lo planteado por Valero y Skovsmose (2012) en el libro "Educación matemática crítica"

> …existen desarrollos investigativos y teóricos sobre cómo el género, el lenguaje, la habilidad, la etnicidad, la clase social, entre otros, son factores que no pueden dejarse a un lado cuando nos preguntamos por qué la educación matemática está implicada en el reforzamiento de estructuras y procesos de exclusión de ciertos estudiantes.

Por lo tanto, es urgente el reconocer la alfabetización matemática en la escuela, que evite la exclusión de los estudiantes en ciertos procesos y les acerque más a unas herramientas prácticas para la lectura de su entorno. No hacer de las matemáticas simplemente una herramienta de exclusión en la escuela; más bien, una oportunidad para hacer sociedad en el salón de clase.

5. REFERENCIAS

Alvis, J. (2019). Desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, mediante un modelo de competencia centrado en una visión sociocultural del aprendizaje. Armenia, Colombia. Tesis Doctoral. Universidad del Quindío.

Alvis, J., Y Aldana, E. (2018). Desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, mediante un modelo de competencias centrado en el aprendizaje. Armenia - Colombia: Universidad del Quindío.

Darnaculleta, A. Iranzo, N. Y Planas, N. (2009). El pensamiento crítico en actividades de contexto real. Conferencia XIV JAEM. Girona, España.

Guerrero, C. (2008). Educación Matemática Crítica. Influencias Teóricas Y Aportes. Evaluación e Investigación. Venezuela.

Instituto Colombiano Para La Evaluación De La Educación. (2015). Especificaciones de las pruebas a partir del Modelo Basado en Evidencias (MBE). En: Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal. Bogotá: ICFES.

Latorre, A. (2009). Investigación acción. Graó.

Lozada, J. & Fuentes, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 32(60), p. 57-74.

Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2016). Modelación matemática desde la perspectiva socio crítica con estudiantes de secundaria: posibilidades y retos. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 3.

Pérez, G. (1994). Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. Madrid. Ed. La muralla.

Uriza, R. C., Espinosa, G. M., & Gasperini, D. R. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. Avances de Investigación en Educación Matemática, (8), 9-28.

Valero, P., Skovsmose, O. (2012). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 299-326). Bogotá.Bailey, H. & Borwein, J. (2005). Experimental mathematics: Examples, Methods and Implications, *Notices of the AMS*, 52 (5), pp. 502-514.

LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN Y LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS, UNA RUTA PARA LA FORMACIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR.

Héctor Gerardo Sánchez Bedoya[1], Vivian Libeth Uzuriaga López[2]

RESUMEN

El texto que a continuación se presenta es la una reflexión que se llevó a cabo mediante un estudio cualitativo que permitió problematizar la enseñanza de la matemática desde un marco comprensivo, para lo cual se procedió a diseñar, validar e implementar tres unidades didácticas desde las situaciones didácticas y la metodología de la indagación. Se caracterizó la práctica Docente de cinco maestrantes a partir de sus informes de tesis. Para lo cual se registró en vídeo el desarrollo de las sesiones de clase. Con este insumo se levantaron los datos y se analizaron desde la Indagación Práctica, utilizando los instrumentos elaborados para tal fin, en marco del desarrollo de la Competencia Científica, la Secuencia Didáctica y la Interactividad , que se analizaron con las categorías de la Indagación Práctica: Hecho Desencadenante, Exploración, Integración y Resolución. Se concluye que la enseñanza de la matemática es viable a través de la metodología de la indagación como estrategia para dar mayor participación del estudiante en la clase.

Palabras claves: enseñanza de la matemática, metodología de la indagación, situaciones didácticas.

ABSTRACT

The text presented below is a reflection that was carried out through a qualitative study that allowed to problematize the teaching of mathematics from a comprehensive framework, for which we proceeded to design, validate and implement three didactic units from the situations didactics and the methodology of inquiry. The teaching practice of five teachers was characterized from their thesis reports. For which the development of the class sessions was recorded on video. With this input, the data were collected and analyzed from the Practical Inquiry, using the instruments developed for this purpose, within the framework of the development of Scientific Competence, the Didactic Sequence and Interactivity, which were analyzed with the categories of Practical Inquiry: Triggering Event, Exploration, Integration and Resolution. It is concluded that the teaching of mathematics is viable through the methodology of inquiry as a strategy to give greater participation of the student in the class.

Key words: teaching of mathematics, methodology of inquiry, didactic situations.

1. INTRODUCCIÓN

Diferentes estudios manifiestan que muchos de los docentes que se encuentran enseñando matemáticas no conocen ni la epistemología ni la didáctica de lo que enseñan, ejemplo de ello están los autores de los tres trabajos de grado que sirvieron para la reflexión que se presenta a continuación, trabajos sustentados y aprobados como requisito para optar al título de magíster en educación, en marco del programa Becas para la Excelencia Docente

[1] Doctor en Educación, Magister en Comunicación Educativa, Licenciado en matemáticas y física; docente catedrático de la Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; *hgsanche@utp.edu.co*

[2] Doctora en ciencias pedagógicas Magíster en Matemáticas, Especialista en Matemáticas Aplicadas, énfasis matemática computacional; Licenciada en Matemáticas y Física; Docente titular de la Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; *vuzuriaga@utp.edu.co*

del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, quienes certifican títulos de: Administrador en educación, Licenciada en reeducación, licenciados en educación física y Licenciada en educación infantil.

Ante esta situación se desarrolló un proceso de formación desde la Universidad Tecnológica de Pereira, en el que participaron docentes del Quindío, Caldas, Norte del Valle y Guajira, organizados en cinco grupos. Las siguientes reflexiones son derivadas de tres trabajos correspondientes al grupo cuatro, seleccionados por haber sido las últimas defensas realizadas a la fecha. Los docentes que hicieron la maestría, laboran en educación básica y media, e hicieron parte del macroproyecto "La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática".

De otro lado, a pesar de que un gran número de investigaciones estudian el aprendizaje y la enseñanza de la matemática (Godino, Batanero y Font, 2003), pocas lo hacen desde la metodología de la indagación, varios desde las situaciones didácticas; pero desde la metodología de la indagación y las situaciones didácticas, en los antecedentes revisados, no se hallaron trabajos en esta línea. Por lo anterior, se hace necesario pensar la Práctica Docente de la enseñanza de la matemática desde la intencionalidad de la secuencia de actividades, la cotidianidad en el aula y sus relaciones con el saber (González-Weil et al., 2012) a partir de las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

Los tres informes de trabajo de grado que se presentan a continuación, le aportaron a la pregunta ¿cómo contribuye la implementación de una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación a la práctica docente, en la enseñanza de un objeto matemático?

2. Marco de la investigación.

El marco teórico se movió según las coordenadas de la Práctica Docente, la metodología de la indagación y la teoría de las situaciones didácticas; fundamento que iluminó la construcción de las unidades didácticas, las cuales contribuyeron en el desarrollo de este informe. Así también se enmarcaron los elementos conceptuales en la matemática y su didáctica desde la enseñanza de la representación de fraccionarios en grado tercero (Mena y Rojas, 2020), tablas de frecuencias y organización de datos en grado cuarto (Dora y Jorge, 2020), y la organización de datos estadísticos en grado quinto (Moncada, 2019). Complementado por las categorías de la visión retrospectiva de la práctica de los investigadores (caracterización de la Práctica Docente antes de la intervención, como antecedente), las cuales emergieron desde el análisis de sesiones de clase grabadas previo al estudio de maestría y categorizadas por medio de la teoría fundamentada.

La práctica docente se asume como la organización y ejecución de la secuencia de actividades, la cotidianidad en el aula y sus relaciones con el saber (González-Weil et al., 2012). Entre tanto la metodología de la indagación en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática se asume como una estrategia que busca a partir de la: modelación, interpretación, formulación de preguntas y los ejercicios de retroalimentación; involucrar al estudiante en el aula, en el acto indelegable de aprender.

Al respecto Wells define la indagación como una predisposición a interesarse por las cosas, a plantear preguntas y a intentar comprender colaborando con los demás en el intento de encontrar las respuestas (Wells, 2001, p.136. citado en Aubert, et. al., 2008, p. 123). De allí que propone que a partir de una indagación dialógica el docente permita que los estudiantes recurran a su propia experiencia para resolver situaciones de aprendizaje, sea de primera mano o mediante recursos direccionados por el docente o el uso de las tecnologías.

3. Metodología de la investigación.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y sistematización de información, asociada a las acciones y discursos del docente a partir de las transcripciones de videograbaciones de clase realizadas durante dicha implementación. La investigación es de tipo cualitativo, de corte descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

En marco de un enfoque cualitativo, el diseño de las investigaciones se hizo desde la Teoría Fundamentada en tres momentos:

Inicialmente se toma como antecedente primario, antes de la formación post graduada, la observación de tres clases de los investigadores, a través de videograbaciones de sus prácticas en el aula, las cuales se transcribieron para buscar acciones recurrentes, línea a línea, y desde la codificación abierta, se construyó la *visión retrospectiva* de los docentes observados. Después, a través de la codificación axial se establecen conexiones entre las categorías y de allí emergieron subcategorías que permitieron caracterizar la práctica de los maestrantes.

Posterior se diseña y planean las tres unidades didácticas fundamentadas en la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau. Se hizo a continuación una prueba piloto consiste en un simulacro del desarrollo de una de las sesiones de la unidad ante los demás integrantes del macroproyecto, con el propósito de identificar si la planeación de la unidad contribuiría a que al momento de implementarla se pudieran develar los aspectos a buscar desde el instrumento de recolección de información.

Un segundo momento fue la implementación de la unidad didáctica en tres sesiones de clase que fueron grabadas, transcritas en un procesador de texto y posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti, donde se realiza la codificación selectiva de acuerdo a los ítems del instrumento, y que posibilitó identificar de manera recurrente las acciones de los docentes para describir, analizar y reflexionar la práctica de los autores de los tres trabajos de grado.

En el tercer momento, para analizar la información sistematizada se tiene en cuenta la matriz para el análisis de los datos según la metodología de la indagación práctica, construida a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución (Bustos, 2011) y los ítems del instrumento de recolección de información, para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes investigados.

Previo al proceso de codificación selectiva se construye un diccionario, donde se relacionan las definiciones teóricas y algunas apreciaciones propias de los investigadores, sobre los elementos que conforman los instrumentos de análisis de la información, esto tuvo por objetivo disminuir la subjetividad al momento de realizar el proceso de codificación y servir como insumo al realizar el análisis y la discusión de los datos.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este apartado, se presentan los hallazgos más relevantes en los resultados de los cinco maestrantes según los tres informes de investigación elaborados a partir de la reflexión sobre la práctica docente de los autores al implementar las unidades didácticas, diseñadas para la enseñanza de los objetos matemáticos descritos en la introducción, a través de la apropiación de la metodología de la indagación y las situaciones didácticas al realizar la triangulación con la visión retrospectiva de los docentes y los referentes teóricos.

4.1 Secuencia didáctica.

4.1.1 Actividad medular y las fases de la indagación práctica. En el entender de que la actividad medular es el conjunto de actividades fundamentales del currículo de matemáticas, planeadas y ejecutadas por los docentes a partir de las situaciones adidácticas y e institucionalizadas por el docente una vez que motivó la toma de decisiones por parte de los estudiantes, se pudo hallar que en el desarrollo de las temáticas a través de la situación problema basado en contextos reales, contribuyó a que la práctica de los docentes ser vieran cargadas de significado y sentido para los estudiantes al plantear la situación fundamental a partir del contexto de los estudiantes, como lo fueron la toma del pulso y la realización de las tablas de frecuencias, aspecto que se resalta en el Docente 1 con el 32%, en el Docente 4 con el 44% y en el Docente 5 con el 39%.

En esta línea de análisis, al relacionase los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, se pudo encontrar que esto favoreció la formulación y búsqueda de hipótesis o alternativas de solución entre los estudiantes, al verse reflejado en un 21% de las acciones por ejemplo del Docente 4.

Dentro de los principios que rigen la metodología de la indagación está el producir o llevar material al aula que mediatice entre el objeto de saber y el estudiante, es así como se halló que los docentes utilizan variados recursos para la construcción del conocimiento y los usan para motivar la participación en grupos para incentivar el trabajo cooperativa, práctica que se identificó en el Docente 1 con el 25%.

4.1. 2 Momentos de la clase flexible y fases de la indagación práctica. Si bien es cierto que los docentes planean antes de ingresar al aula, también es cierto que ésta debe ser flexible y ajustable a las demandas de las interacciones que se suscitan en el aula. Fue así como se encontró que cuando el docente acompaña a los estudiantes en los procesos que realizan en la construcción de nuevos conocimientos, el aporte individual de ideas por parte de los estudiantes se aumenta, un 34% de las acciones del Docente 1 dado cuenta de esta apreciación.

De igual manera se halló que el 26% de lo que hizo el Docente 4, fueron actuaciones flexibilizadas por la demanda de preguntas que permitieron ajustarse a las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes y al fortalecimiento de la formulación de hipótesis. En esta dinámica el acompañamiento de los docentes en un 30% a los estudiantes, correspondieron a los procesos que favorecieron la construcción de nuevos conocimientos a partir de la construcción conjunta de significados.

4.1. 3 Orientación explícita de la actividad. Tener claridad frente a lo que se hará por parte de los docentes, mostraron resultados favorables en el acompañamiento cuando estas instrucciones fueron claras a los, arrojando un 26% en Docente 1, 18% en Docente 3, 17% en Docente 5. Acciones que motivaron la participación activa de los estudiantes.

Es cierto que Brousseau plantea la necesidad de dejar al estudiante que realice los procesos en las tres primeras situaciones (acción, formulación y validación) sin intervención directa del docente; pero también es cierto que el responsable de facilitar y regular el aprendizaje, es el docente. Fue así como se halló que el 20% de las interacciones del Docente 1. Afectaron positivamente el trabajo en los momentos adidáticos.

4.2 Competencia científica

4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. Desde el punto de vista de un docente que aplica la didáctica de la matemática para la enseñanza de un objeto en particular, se pudieron encontrar datos como los siguientes:

El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras en un 40% en el Docente 1, 19% en Docente 3, y 5% en Docente 5

El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema en un 52% con Docente 1, 19% en Docente 3,

El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, de donde obtiene información de lo realizado por los estudiantes, el Docente 1 con el 44%,

4.2 2 Competencias disciplinares y fases de la indagación práctica. Así mismo se pudo apreciar apropiación de la metodología de la indagación y las situaciones didácticas desde esta subcategoría al encontrar los siguientes datos:

El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados en un 43% con el Docente 3, y el 36% en Docente 1. Este análisis pero desde el aporte individual de los estudiantes, 14% en Docente 3 y el 24% en Docente 4.

4.3 Interactividad.

4.3.1 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes. El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula en un 37% en el Docente frente al aporte individual de ideas, 25% en cuanto búsqueda de hipótesis, y frente a incentivar el trabajo en sesiones de grupo para exploración cooperativa el 21%.

4.3.2 Práctica de los docentes observada y sistematizada mediante la subcategoría andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes. El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje, se encontró el 25% del Docente 2 frente a la búsqueda de hipótesis, y del 31% en Docente 1.

El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes que afectó positivamente la participación activa de los estudiantes en Docente 1 en un 26% y 9% en el Docente 5.

4. 4 conclusiones finales.

Los docentes apropiaron características de la metodología de la indagación al diseñar e implementar las unidades didácticas.

También se promovió la construcción conjunta de significados al facilitar y regular el aprendizaje y propiciar espacios de participación y socialización de resultados, en los que se involucró a los estudiantes en un trabajo tanto colaborativo como individual, logrando mantener en ellos el interés al utilizar una variedad de recursos usados como mediadores cognitivos en las soluciones que propusieron. Hechos que favorecieron el desarrollo de clases abiertas y de participación de los estudiantes, colaborando en la construcción de sus propios conocimientos de manera sucesiva en cada uno de los procesos educativos realizados en clase.

La metodología de la indagación contribuyó en la práctica de los docentes, a la apropiación de la didáctica y conocimiento epistemológico para la enseñanza de los objetos matemáticos. Lo cual les permitió plantear momentos en el aula, que favorecieron la aplicación de estrategias para la articulación de los saberes previos con nuevos aprendizajes, como andamiaje para involucrar los estudiantes y motivarlos a buscar y elegir la información relevante, a través de preguntas orientadoras y retadoras llevándolos a generar un plan de acción y aplicar estrategias, que los ayudó a buscar sus propias hipótesis.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Bustos, A. (2011). *Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asincrónica escrita* (Tesis doctoral). Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Granada, España: La Mediana.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.

González Weil, C., Martínez, M., Martínez, C., Cuevas, K., y Muñoz, L. (2009). La educación científica como apoyo a la movilidad social: Desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico. *Estudios Pedagógicos*, *35*(1), 63-78.

González-Weil, C., Cortéz, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). *Estudios Pedagógicos*, *XXXVIII* (2), 85-102.

Harlen, W. (2013). *Evaluación y educación en ciencias basada en la indagación*. Trieste, Italia: Global Network of Science Academies.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México, D.F., México: McGraw Hill / Interamericana editores.

Mena, E y Rojas, L. (2020). *analisis de la práctica docente en la enseñanza de la representación de fraccionarios en grado tercero, fundamentada en la metodología de la indagación*. Maestría en Educción Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

Moncada, R. (2019). Apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza de la organización de datos. Maestría en Educción Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

USANDO FONDOS DE CONOCIMIENTO COMUNITARIO Y DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE PARA ESCRIBIR PROBLEMAS VERBALES

Ricela Feliciano-Semidei[1], Mariana A. Ricklefs[2], Yolima A. Rocha Fontalvo[3], Kevin A. Palencia Infante[4], Raúl A. Beltrán Hoyos[5]

Resumen

En este estudio se analiza el uso de fondos de conocimiento comunitario (FCC) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Matemáticas utilizados en la escritura de problemas verbales por estudiantes del Programa de Licenciatura en Matemáticas de una universidad de la región Caribe colombiana en una sede en el área rural. Los datos colectados en este estudio de caso consisten en un reporte que explica las maneras en las que se percibe la matemática en las actividades de la vida diaria en su comunidad. Así mismo, los participantes escribieron un problema verbal relacionado con su entorno. Los datos fueron analizados mediante codificación y fiabilidad entre los investigadores. Los hallazgos de este estudio muestran que la mayoría de los participantes utilizó DBA relacionados con álgebra y fondos de conocimiento comunitario relacionados con fincas, negocios y quehaceres domésticos. El estudio tiene implicaciones en mejorar la formación de futuros docentes de matemáticas.

Palabras claves: *Formación del docente de matemáticas, fondos de conocimiento comunitario, problemas verbales.*

Abstract

This study examines the use of community funds of knowledge and the Basic Rights of Learning (known in Spanish as DBA) to write relevant mathematical word problems. The participants were a group of secondary mathematics preservice teachers from a university in the Caribbean Region of Colombia. The data consists of reports explaining how they perceive mathematics applied in the everyday life activities of their rural community. Moreover, participants wrote a mathematical word problem related to their community. The data collected in this case study was analyzed using codification and interrater reliability. Findings from this study showed that most participants used DBA related to Algebra and community funds of knowledge related to business and farming. The study has implications to improve relevant education of mathematics teacher candidates.

Key words: *Mathematics teacher education, community funds of knowledge, mathematics word problems.*

[1] PhD Matemática Educativa; Profesora Asistente *Northern Illinois University*; Estados Unidos; ricela@niu.edu
[2] PhD Educación Elemental; Profesora Asistente *Northern Illinois University*; Estados Unidos; mricklefs@niu.edu
[3] MS Matemática; Docente *Universidad del Atlántico*; Colombia; yrocha@mail.uniatlantico.edu.co
[4] PhD Matemática; Profesor Asistente Visitante *Northern Illinois University*; Estados Unidos; palencia@niu.edu
[5] MS Matemática; Docente *Universidad del Atlántico*; Colombia; rbeltranhoyos@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El esfuerzo colectivo de mejorar la educación matemática a nivel mundial se ha enfocado en fortalecer la educación de estudiantes de licenciatura (e.g.; Kajander, 2010; Manouchehri & Almohalwas, 2008). El rendimiento académico de sus futuros estudiantes está positivamente relacionado con prácticas efectivas en el aula (e.g.; Kane, Taylor, Tyler, & Wooten, 2011; Weglinsky, 2001). Prácticas efectivas en el aula incluyen, por ejemplo, fomentar altos niveles de pensamiento en los estudiantes (Weglinsky, 2001) y desarrollar el pensamiento matemático (Schoenfeld, 2002). Schoenfeld evidencia que la enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas desarrolla un entendimiento profundo de los conceptos matemáticos. De igual forma, el uso de problemas verbales con contextos relevantes en matemáticas promueve el aprendizaje activo de estudiantes. Por ejemplo, el uso de fondos de conocimiento comunitarios (FCC) (eg., Aguirre, Zavala, & Katanyoutanant, 2012; De Araujo, 2017; Young, Young, & Paufler, 2017) ha ayudado a fomentar la motivación por resolver problemas matemáticos y a entender conceptos matemáticos. En el caso de las poblaciones rurales en Colombia, un grupo de investigadores exploró las representaciones sociales de estudiantes que reflejan su perspectiva de la matemática en su comunidad (Jaramillo García, Obando Flórez, & Quinceno Rivera, 2018). En este estudio se encontró que el grupo de estudiantes bajo estudio ve la matemática como un curso descontextualizado.

El sistema de educación superior colombiano se ha propuesto proveer acceso educativo a estudiantes de regiones rurales. Este es el caso del Programa de Licenciatura en Matemáticas a la cual pertenecen los participantes. Este programa de una universidad de la región Caribe colombiana en una sede en el área rural se ha propuesto buscar maneras de satisfacer las necesidades educativas desde una perspectiva del aprendizaje matemático. Esta investigación contribuye a este esfuerzo al explorar los conocimientos comunitarios que los futuros docentes de matemáticas poseen y pueden utilizar para enseñar los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2015). Específicamente el interés de este estudio es responder las siguientes preguntas de investigación (1) ¿Cuáles FCC los futuros docentes conectan a la matemática? Y (2) ¿Cuáles FCC y DBA los futuros docentes utilizan al escribir problemas verbales?

El marco teórico que se utilizó para dar forma a esta investigación está basado en los FCC. Este marco sugiere una metodología de investigación de tipo cualitativo. Al colectar data cualitativa a través de reportes escritos, los investigadores realizaron varias rondas de codificación. Los resultados del estudio indican que los estudiantes utilizaron un total de siete categorías de FCC en los reportes y cinco DBA.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas requiere que los futuros docentes de matemáticas creen problemas verbales basados en situaciones y contextos de la vida diaria. El uso de estos problemas no solo requiere entender los conceptos matemáticos y las posibles soluciones del problema, sino también desarrollar la capacidad de conectarlos con el contenido matemático pertinente (Stanic & Kilpatrick, 1988) que reconozca las experiencias comunitarias de sus estudiantes.

La pedagogía basada en la comunidad (PBC) utiliza un enfoque de aprendizaje sociocultural que construye el conocimiento utilizando lo que un estudiante ya conoce y lo que puede aportar al aula. En este estudio, definimos la PBC como las prácticas que "reflejan el conocimiento y la apreciación de las comunidades en las que las instituciones educativas están localizadas y de los estudiantes y familias en ellas…no ignora las realidades del currículo educativo, pero enfatiza el conocimiento y los recursos locales como puntos de partida para enseñar y aprender" (Sharkey & Clavijo Olarte, 2012, p. 131). La PBC resalta el conocimiento, las habilidades y los recursos culturales de estudiantes que viven en comunidades rurales tales como los participantes de este estudio. De igual forma enfatiza las formas en las cuales los individuos interactúan con su alrededor, generan y resuelven problemas, aplican y transmiten conocimiento a otros (Warburton & Martín, 1999).

De esta forma, la PBC evoca y expande el marco de los fondos de conocimiento (Moll, Amanti, Neff, & González, 1992). Moll y González (1994) definen los fondos de conocimiento como "cuerpos de conocimiento y habilidades esenciales para el funcionamiento y bienestar de hogares o individuos acumulados históricamente y desarrollados culturalmente" (p. 443). La perspectiva de los FCC desafía el déficit de servir de manera adecuada a estudiantes de diversas comunidades (Moll et al., 1992). Los educadores deben reconocer el valor y la utilidad del conocimiento, habilidades y recursos de diversas familias y hacer conexiones entre el currículo escolar y la vida diaria de los estudiantes.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es un estudio de caso cualitativo. Los datos analizados consisten en diez reportes, de los cuales solo ocho contenían problemas verbales.

3.1 Métodos, diseño y descripción de los participantes.

Se utilizó un estudio de caso cualitativo para responder las preguntas de investigación. Éste permite entender el significado que los individuos le dan a un problema específico (Creswell & Creswell, 2017) analizando un contexto específico (Merriam, 1991), en este caso de una zona rural en Colombia. La investigación cualitativa es apropiada en nuestra investigación porque nos permite entender el pensamiento matemático de los futuros docentes al escribir problemas matemáticos conectando conceptos matemáticos a los FCC.

Los participantes del estudio estaban matriculados en la clase *Estrategias de Aprendizaje Basado en Problemas* ofrecida en el año 2019 por una de las investigadoras. El curso fue ofrecido en una sede de una universidad de la Región Caribe Colombiana, dicha sede está localizada en un área rural. Todos los estudiantes del curso pertenecen al Programa de Licenciatura en Matemáticas y estuvieron de acuerdo en participar del estudio de manera voluntaria. En total participaron nueve estudiantes y todos estaban en séptimo semestre.

3.2 Análisis de datos y evidencia colectada

Para responder las preguntas de investigación, se colectó diez reportes escritos. Los reportes incluyeron un párrafo respondiendo a cada una de las siguientes preguntas: (1) *reporte comunitario*: ¿cómo ves la matemática en tu comunidad?, y (2) *problema verbal*: escribe un problema matemático que ves en tu comunidad y explica qué concepto matemático de nivel secundario sería útil para resolver el problema. La primera pregunta expone los temas de FCC que los futuros docentes conectan a la matemática y la segunda ayuda a entender el uso de los FCC y de los DBA al escribir problemas verbales. El análisis de éstas provee información para responder las preguntas de investigación de este estudio.

Para analizar los datos se utilizaron varias rondas de codificación. Primero, los investigadores trabajaron en una codificación abierta (Saldaña, 2015) para los FCC y para identificar conceptos matemáticos que facilitaran el alineamiento con los DBA. Luego de esta ronda, los investigadores se reunieron para tener una conversación intersubjetiva acerca de los códigos (Harry, Sturges, & Klingner, 2005) y se calculó la fiabilidad entre los investigadores (Bernard, 2011). Una codificación final fue creada con un acuerdo de al menos 67% entre los investigadores.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados del estudio indican que los estudiantes utilizaron un total de siete categorías de FCC en los reportes y cinco DBA.

4.1 FCC Relacionados con la Matemática

La primera pregunta investigativa explora los FCC que los futuros docentes conectan a la matemática. Para responder esta pregunta, se utilizó el reporte comunitario respondiendo: ¿cómo ves la matemática en tu comunidad?

Los estudiantes utilizaron siete categorías de FCC: agricultura, construcción, desplazamiento, ganadería, manualidad, negocio y quehacer doméstico. Estos conocimientos son acumulados históricamente y desarrollados culturalmente (Moll & González) en la comunidad rural bajo estudio. El tema recurrente que los futuros docentes conectaron a la matemática con mayor frecuencia fue negocios. Este tema estuvo presente en el 70% de los reportes comunitarios. Los estudiantes mencionaron ejemplos tales como manejo de restaurantes, venta de productos en revistas y elaboración de inventarios. El 50% de las tareas incluyó quehaceres domésticos tales como hacer comida, ir de compras al mercado y realizar cuentas para pagos y gastos. El 40% y 30% de las tareas mencionó la agricultura y la ganadería, respectivamente. Los estudiantes argumentaron que la matemática estaba presente en las fincas al "sacar el peso promedio de peso por bulto," o "sacar cálculos de litro diarios que cada socio hace entrega diariamente." Solo el 10% de las tareas incluyeron temas de construcción, desplazamiento y manualidades.

4.2 Escribiendo Problemas Verbales: FCC y DBA

La segunda pregunta investigativa explora las maneras en que los futuros docentes hacen conexiones entre los FCC y los DBA al escribir problemas verbales. Para responder esta pregunta, se utilizó el problema verbal escrito como respuesta a la parte del reporte con las siguientes instrucciones: escribe un problema matemático que ves en tu comunidad y explica qué concepto matemático de nivel secundario sería útil para resolver el problema.

En total, se colectaron ocho problemas verbales. La Tabla 1 contiene el resumen de las conexiones hechas por los participantes. Los FCC de construcción fueron conectados a los DBA de noveno y décimo grado. Estos problemas están relacionados con el cálculo de un área de un terreno que requiere el uso del teorema de Pitágoras y con el cálculo de la altura de un árbol usando trigonometría. El tema de la ganadería fue utilizado en sexto y octavo grado para resolver ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Los temas menos usados incluyen negocio, desplazamiento, agricultura, quehacer doméstico y manualidades.

Tabla 6. Conexiones entre los Derechos Básicos de Aprendizaje y
los Fondos de Conocimiento Comunitario hechos por los participantes

Grado	Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)	Proble-mas	Conexiones a Fondos de Conocimiento Comunitario
3	G3.DBA#11. Plantea y resuelve preguntas sobre las posibilidades de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa.	12.5%	negocio
6	G6.DBA#9. Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.	37.5%	agricultura desplazamiento ganadería manualidades quehacer doméstico

8	G8.DBA#3. Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.	25.0%	ganadería
9	G9.DBA#5. Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.	12.5%	construcción
10	G10.DBA#4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	12.5%	construcción

Los DBA utilizados con mayor frecuencia por los participantes fueron el DBA#9 de sexto grado (G6.DBA#9) y el DBA#3 de octavo grado (G8.DBA#3). El G6.DBA#9 está relacionado con el uso de variables desconocidas para resolver problemas y sus evidencias de aprendizaje incluyen realizar combinaciones de operaciones y resolver ecuaciones en donde están involucradas. Los problemas relacionados con este DBA tienen un enfoque de solucionar problemas utilizando ecuaciones lineales, por ejemplo *"Un agricultor vendió la mitad de sus cultivos, y a los dos meses vendió un tercio de lo que le quedaba, ¿cuántos kilos tenía al comienzo si ahora hay 80 kilos de cultivos?"* A pesar de que este problema pudiera ser resuelto de diversas formas, el estudiante sugiere que *"se debe aplicar las ecuaciones de primer grado."* El G8.DBA#3 está asociado con el uso de sistemas de ecuaciones lineales. A pesar de que este estándar no se enfoca en la solución de problemas verbales, el uso de problemas basados en FCC genera una oportunidad de enseñar los conceptos de una manera más profunda en contextos que tienen sentido para ellos. Un ejemplo del uso de este estándar es: *"Se venden 12 litros de leche adulterada con un peso de 42 kg, si un litro de leche pesa 10kg, ¿cuántos litros de agua se emplearon en la adulteración?"* Este problema necesita modificaciones para que se tenga un problema más real. Sin embargo, el problema establece conexiones claras entre la industria de la leche y la solución de sistemas de ecuaciones.

4.3 Discusiones y Trabajos Futuros

Los participantes de este estudio ven la matemática en actividades realizadas en su comunidad. Estas actividades se enfocan en calcular, pagar, construir y medir. Las cuales establecen conexiones con las cuatro operaciones básicas de la matemática. De esta forma, los futuros docentes perciben que la matemática de escuela secundaria no es usada explícitamente en su comunidad. Esto puede ser una de las razones por las cuales se notan diferentes resultados relacionados con los FCC en ambas preguntas. Por ejemplo, en los reportes comunitarios el 70% mencionó que la matemática se ve en los negocios, sin embargo, solamente un 12.5% de las tareas utilizó negocios para realizar problemas verbales. De igual forma, los investigadores observaron que muchos de los problemas analizados son problemas tradicionales que se pueden encontrar en textos escolares de matemáticas. Los futuros docentes mostraron habilidades para crear adaptaciones a un posible problema en su comunidad.

Para reforzar el uso genuino y efectivo de FCC en la enseñanza de las matemáticas, los investigadores proponen realizar más estudios investigativos relacionados con la educación de estudiantes de licenciatura en matemáticas. Específicamente, el estudio del efecto de crear actividades que fomenten el entendimiento y el uso de los FCC para enseñar matemáticas a través de problemas verbales. Esto puede ayudar a crear una educación de mayor relevancia en diversas comunidades tales como la comunidad de la zona rural a la que pertenecen los participantes de este estudio.

5. REFERENCIAS

Aguirre, J. M., Zavala, M. D. R., & Katanyoutanant, T. (2012). Developing robust forms of pre-service teachers' pedagogical content knowledge through culturally responsive mathematics teaching analysis. *Mathematics Teacher Education and Development, 14*(2), 113-136.

Bernard, H. R. (2011). *Research methods in anthropology: Qualitative and quantitative approaches* (5th ed.). Walnut Creek, CA: AltaMira Press.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017), *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

De Araujo, Z. (2017). Connections between secondary mathematics teachers' beliefs and their selection of tasks for English language learners. *Curriculum Inquiry, 47*(4), 363-389.

Harry, B., Sturges, K. M., & Klingner, J. K. (2005). Mapping the process: An exemplar of process and challenge in grounded theory analysis. *Educational Researcher*, 34(2), 3–13.

Jaramillo García, O. A., Obando Flórez, H. F., & Quiceno Rivera, D. (2018). Representaciones sociales sobre el acto educativo de la matemática en un contexto rural. *Repositorio de la Universidad Libre.* Recuperado de https://repository.unilibre.edu.co

Kajander, A. (2010). Elementary mathematics teacher preparation in an era of reform: The development of assessment of mathematics for teaching. *Canadian Journal of Education, 33*(1), 228-255.

Kane, T. J., Taylor, E. S., Tyler, J. H., & Wooten, A. L. (2011). Identyfying effective classroom practices using student achievement data. *Journal of Human Resources, 46*(3), 587-613.

Manouchehri, A., & Almohalwas, A. (2008). Case-based tasks in mathematics teacher preparation: What is appropriate? *Teaching Children Mathematics*, 15(4), 242-247.

Merriam, S. B. (1991), *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2015a). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: MEN. Recuperado de http://is.gd/SMxhPP

Moll, L., Amanti, C., Neff, D., & González, N. (1992). Funds of knowledge for teaching: Using a qualitative approach to connect homes and classrooms. *Theory into Practice, 31*(2), 132-141. https://doi.org/10.1080/00405849209543534

Moll, L. C., & González, N. (1994). Lessons from research with language-minority children. *Journal of Reading Behavior,* 26, 439-456. Recuperado de https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1080/10862969409547862

Saldaña, J. (2015). *The coding manual for qualitative researchers* (2nd ed.). Thousand Oaks, Sage.

Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational researcher*, 31(1), 13-25.

Sharkey, J., & Clavijo Olarte, A. (2012). Community-based pedagogies: Projects and possibilities in Colombia and the US. In A. Honigsfeld & A. Cohen, (Eds.). *Breaking the mold of education for culturally and linguistically diverse students: Innovative and successful practices for 21st century schools* (pp. 129-138). Lantham, MD: Rowman & Littlefield.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles and E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp.1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Warburton, H., & Martin, A. M. (1999). *Local people's knowledge in natural resources research.* Natural Resources Institute. Recuperado de https://gala.gre.ac.uk/id/eprint/11694/

Wenglinsky, H. (2001). Teacher classroom practices and student performance: How schools can make a difference. *ETS Research Report Series, 2001*(2), 1-37.

Young, J. L., Young, J. R., & Paufler, N. A. (2017). Out of school and into STEM: Supporting girls of color through culturally relevant enrichment. *Journal of Interdisciplinary Teacher Leadership, 1*(2).

USANDO FONDOS DE CONOCIMIENTO COMUNITARIO Y DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE PARA ESCRIBIR PROBLEMAS VERBALES

Ricela Feliciano-Semidei[1], Mariana A. Ricklefs[2], Yolima A. Rocha Fontalvo[3], Kevin A. Palencia Infante[4], Raúl A. Beltrán Hoyos[5]

Resumen

En este estudio se analiza el uso de fondos de conocimiento comunitario (FCC) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Matemáticas utilizados en la escritura de problemas verbales por estudiantes del Programa de Licenciatura en Matemáticas de una universidad de la región Caribe colombiana en una sede en el área rural. Los datos colectados en este estudio de caso consisten en un reporte que explica las maneras en las que se percibe la matemática en las actividades de la vida diaria en su comunidad. Así mismo, los participantes escribieron un problema verbal relacionado con su entorno. Los datos fueron analizados mediante codificación y fiabilidad entre los investigadores. Los hallazgos de este estudio muestran que la mayoría de los participantes utilizó DBA relacionados con álgebra y fondos de conocimiento comunitario relacionados con fincas, negocios y quehaceres domésticos. El estudio tiene implicaciones en mejorar la formación de futuros docentes de matemáticas.

Palabras claves: *Formación del docente de matemáticas, fondos de conocimiento comunitario, problemas verbales.*

Abstract

This study examines the use of community funds of knowledge and the Basic Rights of Learning (known in Spanish as DBA) to write relevant mathematical word problems. The participants were a group of secondary mathematics preservice teachers from a university in the Caribbean Region of Colombia. The data consists of reports explaining how they perceive mathematics applied in the everyday life activities of their rural community. Moreover, participants wrote a mathematical word problem related to their community. The data collected in this case study was analyzed using codification and interrater reliability. Findings from this study showed that most participants used DBA related to Algebra and community funds of knowledge related to business and farming. The study has implications to improve relevant education of mathematics teacher candidates.

Key words: *Mathematics teacher education, community funds of knowledge, mathematics word problems.*

1. INTRODUCCIÓN

[1] PhD Matemática Educativa; Profesora Asistente *Northern Illinois University*; Estados Unidos; ricela@niu.edu
[2] PhD Educación Elemental; Profesora Asistente *Northern Illinois University*; Estados Unidos; mricklefs@niu.edu
[3] MS Matemática; Docente *Universidad del Atlántico*; Colombia; yrocha@mail.uniatlantico.edu.co
[4] PhD Matemática; Profesor Asistente Visitante *Northern Illinois University*; Estados Unidos; palencia@niu.edu
[5] MS Matemática; Docente *Universidad del Atlántico*; Colombia; rbeltranhoyos@mail.uniatlantico.edu.co

El esfuerzo colectivo de mejorar la educación matemática a nivel mundial se ha enfocado en fortalecer la educación de estudiantes de licenciatura (e.g.; Kajander, 2010; Manouchehri & Almohalwas, 2008). El rendimiento académico de sus futuros estudiantes está positivamente relacionado con prácticas efectivas en el aula (e.g.; Kane, Taylor, Tyler, & Wooten, 2011; Weglinsky, 2001). Prácticas efectivas en el aula incluyen, por ejemplo, fomentar altos niveles de pensamiento en los estudiantes (Weglinsky, 2001) y desarrollar el pensamiento matemático (Schoenfeld, 2002). Schoenfeld evidencia que la enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas desarrolla un entendimiento profundo de los conceptos matemáticos. De igual forma, el uso de problemas verbales con contextos relevantes en matemáticas promueve el aprendizaje activo de estudiantes. Por ejemplo, el uso de fondos de conocimiento comunitarios (FCC) (eg., Aguirre, Zavala, & Katanyoutanant, 2012; De Araujo, 2017; Young, Young, & Paufler, 2017) ha ayudado a fomentar la motivación por resolver problemas matemáticos y a entender conceptos matemáticos. En el caso de las poblaciones rurales en Colombia, un grupo de investigadores exploró las representaciones sociales de estudiantes que reflejan su perspectiva de la matemática en su comunidad (Jaramillo García, Obando Flórez, & Quinceno Rivera, 2018). En este estudio se encontró que el grupo de estudiantes bajo estudio ve la matemática como un curso descontextualizado.

El sistema de educación superior colombiano se ha propuesto proveer acceso educativo a estudiantes de regiones rurales. Este es el caso del Programa de Licenciatura en Matemáticas a la cual pertenecen los participantes. Este programa de una universidad de la región Caribe colombiana en una sede en el área rural se ha propuesto buscar maneras de satisfacer las necesidades educativas desde una perspectiva del aprendizaje matemático. Esta investigación contribuye a este esfuerzo al explorar los conocimientos comunitarios que los futuros docentes de matemáticas poseen y pueden utilizar para enseñar los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2015). Específicamente el interés de este estudio es responder las siguientes preguntas de investigación (1) ¿Cuáles FCC los futuros docentes conectan a la matemática? Y (2) ¿Cuáles FCC y DBA los futuros docentes utilizan al escribir problemas verbales?

El marco teórico que se utilizó para dar forma a esta investigación está basado en los FCC. Este marco sugiere una metodología de investigación de tipo cualitativo. Al colectar data cualitativa a través de reportes escritos, los investigadores realizaron varias rondas de codificación. Los resultados del estudio indican que los estudiantes utilizaron un total de siete categorías de FCC en los reportes y cinco DBA.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas requiere que los futuros docentes de matemáticas creen problemas verbales basados en situaciones y contextos de la vida diaria. El uso de estos problemas no solo requiere entender los conceptos matemáticos y las posibles soluciones del problema, sino también desarrollar la capacidad de conectarlos con el contenido matemático pertinente (Stanic & Kilpatrick, 1988) que reconozca las experiencias comunitarias de sus estudiantes.

La pedagogía basada en la comunidad (PBC) utiliza un enfoque de aprendizaje sociocultural que construye el conocimiento utilizando lo que un estudiante ya conoce y lo que puede aportar al aula. En este estudio, definimos la PBC como las prácticas que "reflejan el conocimiento y la apreciación de las comunidades en las que las instituciones educativas están localizadas y de los estudiantes y familias en ellas…no ignora las realidades del currículo educativo, pero enfatiza el conocimiento y los recursos locales como puntos de partida para enseñar y aprender" (Sharkey & Clavijo Olarte, 2012, p. 131). La PBC resalta el conocimiento, las habilidades y los recursos culturales de estudiantes que viven en comunidades rurales tales como los participantes de este estudio. De igual forma enfatiza las formas en las cuales los individuos interactúan con su alrededor, generan y resuelven problemas, aplican y transmiten conocimiento a otros (Warburton & Martín, 1999).

De esta forma, la PBC evoca y expande el marco de los fondos de conocimiento (Moll, Amanti, Neff, & González, 1992). Moll y González (1994) definen los fondos de conocimiento como "cuerpos de conocimiento y habilidades esenciales para el funcionamiento y bienestar de hogares o individuos acumulados históricamente y desarrollados culturalmente" (p. 443). La perspectiva de los FCC desafía el déficit de servir de manera adecuada a estudiantes de diversas comunidades (Moll et al., 1992). Los educadores deben reconocer el valor y la utilidad del conocimiento, habilidades y recursos de diversas familias y hacer conexiones entre el currículo escolar y la vida diaria de los estudiantes.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es un estudio de caso cualitativo. Los datos analizados consisten en diez reportes, de los cuales solo ocho contenían problemas verbales.

3.1 Métodos, diseño y descripción de los participantes.

Se utilizó un estudio de caso cualitativo para responder las preguntas de investigación. Éste permite entender el significado que los individuos le dan a un problema específico (Creswell & Creswell, 2017) analizando un contexto específico (Merriam, 1991), en este caso de una zona rural en Colombia. La investigación cualitativa es apropiada en nuestra investigación porque nos permite entender el pensamiento matemático de los futuros docentes al escribir problemas matemáticos conectando conceptos matemáticos a los FCC.

Los participantes del estudio estaban matriculados en la clase *Estrategias de Aprendizaje Basado en Problemas* ofrecida en el año 2019 por una de las investigadoras. El curso fue ofrecido en una sede de una universidad de la Región Caribe Colombiana, dicha sede está localizada en un área rural. Todos los estudiantes del curso pertenecen al Programa de Licenciatura en Matemáticas y estuvieron de acuerdo en participar del estudio de manera voluntaria. En total participaron nueve estudiantes y todos estaban en séptimo semestre.

3.2 Análisis de datos y evidencia colectada

Para responder las preguntas de investigación, se colectó diez reportes escritos. Los reportes incluyeron un párrafo respondiendo a cada una de las siguientes preguntas: (1) *reporte comunitario*: ¿cómo ves la matemática en tu comunidad?, y (2) *problema verbal*: escribe un problema matemático que ves en tu comunidad y explica qué concepto matemático de nivel secundario sería útil para resolver el problema. La primera pregunta expone los temas de FCC que los futuros docentes conectan a la matemática y la segunda ayuda a entender el uso de los FCC y de los DBA al escribir problemas verbales. El análisis de éstas provee información para responder las preguntas de investigación de este estudio.

Para analizar los datos se utilizaron varias rondas de codificación. Primero, los investigadores trabajaron en una codificación abierta (Saldaña, 2015) para los FCC y para identificar conceptos matemáticos que facilitaran el alineamiento con los DBA. Luego de esta ronda, los investigadores se reunieron para tener una conversación intersubjetiva acerca de los códigos (Harry, Sturges, & Klingner, 2005) y se calculó la fiabilidad entre los investigadores (Bernard, 2011). Una codificación final fue creada con un acuerdo de al menos 67% entre los investigadores.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados del estudio indican que los estudiantes utilizaron un total de siete categorías de FCC en los reportes y cinco DBA.

4.1 FCC Relacionados con la Matemática

La primera pregunta investigativa explora los FCC que los futuros docentes conectan a la matemática. Para responder esta pregunta, se utilizó el reporte comunitario respondiendo: ¿cómo ves la matemática en tu comunidad?

Los estudiantes utilizaron siete categorías de FCC: agricultura, construcción, desplazamiento, ganadería, manualidad, negocio y quehacer doméstico. Estos conocimientos son acumulados históricamente y desarrollados culturalmente (Moll & González) en la comunidad rural bajo estudio. El tema recurrente que los futuros docentes conectaron a la matemática con mayor frecuencia fue negocios. Este tema estuvo presente en el 70% de los reportes comunitarios. Los estudiantes mencionaron ejemplos tales como manejo de restaurantes, venta de productos en revistas y elaboración de inventarios. El 50% de las tareas incluyó quehaceres domésticos tales como hacer comida, ir de compras al mercado y realizar cuentas para pagos y gastos. El 40% y 30% de las tareas mencionó la agricultura y la ganadería, respectivamente. Los estudiantes argumentaron que la matemática estaba presente en las fincas al "sacar el peso promedio de peso por bulto," o "sacar cálculos de litro diarios que cada socio hace entrega diariamente." Solo el 10% de las tareas incluyeron temas de construcción, desplazamiento y manualidades.

4.2 Escribiendo Problemas Verbales: FCC y DBA

La segunda pregunta investigativa explora las maneras en que los futuros docentes hacen conexiones entre los FCC y los DBA al escribir problemas verbales. Para responder esta pregunta, se utilizó el problema verbal escrito como respuesta a la parte del reporte con las siguientes instrucciones: escribe un problema matemático que ves en tu comunidad y explica qué concepto matemático de nivel secundario sería útil para resolver el problema.

En total, se colectaron ocho problemas verbales. La Tabla 1 contiene el resumen de las conexiones hechas por los participantes. Los FCC de construcción fueron conectados a los DBA de noveno y décimo grado. Estos problemas están relacionados con el cálculo de un área de un terreno que requiere el uso del teorema de Pitágoras y con el cálculo de la altura de un árbol usando trigonometría. El tema de la ganadería fue utilizado en sexto y octavo grado para resolver ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Los temas menos usados incluyen negocio, desplazamiento, agricultura, quehacer doméstico y manualidades.

Tabla 7. Conexiones entre los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Fondos de Conocimiento Comunitario hechos por los participantes

Grado	Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)	Proble-mas	Conexiones a Fondos de Conocimiento Comunitario
3	G3.DBA#11. Plantea y resuelve preguntas sobre las posibilidades de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa.	12.5%	negocio
6	G6.DBA#9. Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.	37.5%	agricultura desplazamiento ganadería manualidades quehacer doméstico
8	G8.DBA#3. Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones	25.0%	ganadería

	(convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.		
9	G9.DBA#5. Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.	12.5%	construcción
10	G10.DBA#4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	12.5%	construcción

Los DBA utilizados con mayor frecuencia por los participantes fueron el DBA#9 de sexto grado (G6.DBA#9) y el DBA#3 de octavo grado (G8.DBA#3). El G6.DBA#9 está relacionado con el uso de variables desconocidas para resolver problemas y sus evidencias de aprendizaje incluyen realizar combinaciones de operaciones y resolver ecuaciones en donde están involucradas. Los problemas relacionados con este DBA tienen un enfoque de solucionar problemas utilizando ecuaciones lineales, por ejemplo *"Un agricultor vendió la mitad de sus cultivos, y a los dos meses vendió un tercio de lo que le quedaba, ¿cuántos kilos tenía al comienzo si ahora hay 80 kilos de cultivos?"* A pesar de que este problema pudiera ser resuelto de diversas formas, el estudiante sugiere que *"se debe aplicar las ecuaciones de primer grado."* El G8.DBA#3 está asociado con el uso de sistemas de ecuaciones lineales. A pesar de que este estándar no se enfoca en la solución de problemas verbales, el uso de problemas basados en FCC genera una oportunidad de enseñar los conceptos de una manera más profunda en contextos que tienen sentido para ellos. Un ejemplo del uso de este estándar es: *"Se venden 12 litros de leche adulterada con un peso de 42 kg, si un litro de leche pesa 10kg, ¿cuántos litros de agua se emplearon en la adulteración?"* Este problema necesita modificaciones para que se tenga un problema más real. Sin embargo, el problema establece conexiones claras entre la industria de la leche y la solución de sistemas de ecuaciones.

4.3 Discusiones y Trabajos Futuros

Los participantes de este estudio ven la matemática en actividades realizadas en su comunidad. Estas actividades se enfocan en calcular, pagar, construir y medir. Las cuales establecen conexiones con las cuatro operaciones básicas de la matemática. De esta forma, los futuros docentes perciben que la matemática de escuela secundaria no es usada explícitamente en su comunidad. Esto puede ser una de las razones por las cuales se notan diferentes resultados relacionados con los FCC en ambas preguntas. Por ejemplo, en los reportes comunitarios el 70% mencionó que la matemática se ve en los negocios, sin embargo, solamente un 12.5% de las tareas utilizó negocios para realizar problemas verbales. De igual forma, los investigadores observaron que muchos de los problemas analizados son problemas tradicionales que se pueden encontrar en textos escolares de matemáticas. Los futuros docentes mostraron habilidades para crear adaptaciones a un posible problema en su comunidad.

Para reforzar el uso genuino y efectivo de FCC en la enseñanza de las matemáticas, los investigadores proponen realizar más estudios investigativos relacionados con la educación de estudiantes de licenciatura en matemáticas. Específicamente, el estudio del efecto de crear actividades que fomenten el entendimiento y el uso de los FCC para enseñar matemáticas a través de problemas verbales. Esto puede ayudar a crear una educación de mayor relevancia en diversas comunidades tales como la comunidad de la zona rural a la que pertenecen los participantes de este estudio.

5. REFERENCIAS

Aguirre, J. M., Zavala, M. D. R., & Katanyoutanant, T. (2012). Developing robust forms of pre-service teachers' pedagogical content knowledge through culturally responsive mathematics teaching analysis. *Mathematics Teacher Education and Development, 14*(2), 113-136.

Bernard, H. R. (2011). *Research methods in anthropology: Qualitative and quantitative approaches* (5th ed.). Walnut Creek, CA: AltaMira Press.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017), *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

De Araujo, Z. (2017). Connections between secondary mathematics teachers' beliefs and their selection of tasks for English language learners. *Curriculum Inquiry, 47*(4), 363-389.

Harry, B., Sturges, K. M., & Klingner, J. K. (2005). Mapping the process: An exemplar of process and challenge in grounded theory analysis. *Educational Researcher*, 34(2), 3–13.

Jaramillo García, O. A., Obando Flórez, H. F., & Quiceno Rivera, D. (2018). Representaciones sociales sobre el acto educativo de la matemática en un contexto rural. *Repositorio de la Universidad Libre.* Recuperado de https://repository.unilibre.edu.co

Kajander, A. (2010). Elementary mathematics teacher preparation in an era of reform: The development of assessment of mathematics for teaching. *Canadian Journal of Education, 33*(1), 228-255.

Kane, T. J., Taylor, E. S., Tyler, J. H., & Wooten, A. L. (2011). Identyfying effective classroom practices using student achievement data. *Journal of Human Resources, 46*(3), 587-613.

Manouchehri, A., & Almohalwas, A. (2008). Case-based tasks in mathematics teacher preparation: What is appropriate? *Teaching Children Mathematics*, 15(4), 242-247.

Merriam, S. B. (1991), *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2015a). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá: MEN. Recuperado de http://is.gd/SMxhPP

Moll, L., Amanti, C., Neff, D., & González, N. (1992). Funds of knowledge for teaching: Using a qualitative approach to connect homes and classrooms. *Theory into Practice, 31*(2), 132-141. https://doi.org/10.1080/00405849209543534

Moll, L. C., & González, N. (1994). Lessons from research with language-minority children. *Journal of Reading Behavior,* 26, 439-456. Recuperado de https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1080/10862969409547862

Saldaña, J. (2015). *The coding manual for qualitative researchers* (2nd ed.). Thousand Oaks, Sage.

Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational researcher*, 31(1), 13-25.

Sharkey, J., & Clavijo Olarte, A. (2012). Community-based pedagogies: Projects and possibilities in Colombia and the US. In A. Honigsfeld & A. Cohen, (Eds.). *Breaking the mold of education for culturally and linguistically diverse students: Innovative and* *successful practices for 21st century schools* (pp. 129-138). Lantham, MD: Rowman & Littlefield.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles and E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp.1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Warburton, H., & Martin, A. M. (1999). *Local people's knowledge in natural resources research.* Natural Resources Institute. Recuperado de https://gala.gre.ac.uk/id/eprint/11694/

Wenglinsky, H. (2001). Teacher classroom practices and student performance: How schools can make a difference. *ETS Research Report Series, 2001*(2), 1-37.

Young, J. L., Young, J. R., & Paufler, N. A. (2017). Out of school and into STEM: Supporting girls of color through culturally relevant enrichment. *Journal of Interdisciplinary Teacher Leadership, 1*(2).

DISEÑO, VALIDACIÓN Y REDISEÑO DE UN INSTRUMENTO PARA IDENTIFICAR CONCEPCIONES DEL PROFESORADO SOBRE EL USO DE ROBOTS EN EL AULA MATEMÁTICA

María José Seckel Santis[1], Adriana Breda[2], Vicenç Font[3]

Resumen

En este trabajo se presenta el proceso de diseño, validación y rediseño de un instrumento de recolección de datos cuyo objetivo es caracterizar las concepciones del profesorado de primaria sobre el impacto en el aprendizaje del uso de robots pedagógicos en los procesos de enseñanza de la matemática. En la fase 1 del estudio, se diseña un instrumento cuyas categorías derivan de la noción de idoneidad didáctica. En la fase 2, se presentan los resultados de validez de contenido por juicio de experto, cuya evaluación determina el rediseño del instrumento en la fase 3. Los resultados indican que el instrumento obtuvo un alto índice de validez y concordancia, configurándose en una encuesta de 44 ítems, donde 39 corresponde a preguntas cerradas tipo Likert (relacionados con los criterios de idoneidad didáctica), 1 de respuesta cerrada dicotómica y los 4 restantes son preguntas abiertas para profundizar y complementar el estudio.

Palabras claves: Encuesta, concepciones, robots educativos, profesores de primaria.

Abstract

his paper presents the desing, validation, and redesign data collection instrument whose objective is to characterize the primary school teachers' conceptions about the impact on the learning of the use of pedagogical robots in the teaching process of mathematics. In phase 1, it is developed an instrument whose categories are originated from the notion of didactic suitability. In phase 2, the content validity results are presented considering expert judgment. The expert judgments determine the instrument redisign in phase 3. The results indicate the instrument obtained a high validity and concordance index, shaping a survey of 44 items. Of those 44 items, 39 correponds to closed questios as Likert-type questions (they are related to the didactic suitability criteria), 1 dichotomus closed response question and 4 open-ended questions to deepen and complement the study.

Key words: survey, conception, educational robots, primary school teachers.

1. INTRODUCCIÓN

Con la intención de generar una mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, muchas investigaciones se han preocupado en identificar y caracterizar las concepciones que presentan los profesores sobre dichos procesos (Moreano, Asmad, Cruz y Cuglievan, 2008). Entre los diferentes enfoques teóricos en Educación Matemática, el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), propone los Criterios de Idoneidad Didáctica (CI) como una herramienta para organizar la reflexión del profesorado, cuando ésta se orienta a la mejora de los procesos de instrucción matemática. Los CI son un conjunto de seis criterios, que se desglosan en componentes e indicadores y son principios que orientan la mejora de los procesos de instrucción implementados. Dichos

[1] Doctora en Formación del profesorado; Universidad Católica del Maule; Chile; mjseckel@ucm.cl
[2] Doctora en Educación Matemática; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@ub.edu
[3] Doctor en Didáctica de las Matemáticas; Unversitat de Barcelona; España; vfont@ub.edu

criterios (con sus componentes e indicadores) se pueden inferir en la reflexión del profesorado sobre su práctica, incluso cuando no se ha realizado un proceso de formación para enseñárselos.

Breda, Font y Pino-Fan (2018), explican esta presencia de los CI en el discurso del profesorado por el hecho de que se han tomado de consensos (de distinto origen) establecidos en la comunidad de educadores de matemática sobre los aspectos a considerar para lograr una buena clase de matemática. Por otra parte, cuando se pueden determinar unos criterios que orientan la práctica del profesor, dichos criterios se pueden interpretar como creencias, si entendemos, de acuerdo con Peirce (1877), la creencia como una disposición para la acción. Este conjunto de creencias, también de acuerdo con Peirce, se puede entender como concepción del profesor.

Por lo tanto, uno de los usos de los CI en el ámbito investigativo, es la exploración de las concepciones del profesorado, asumiendo la premisa de que, al preguntar sobre la implementación de una innovación en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, se pone al profesorado en una situación de reflexión en la que develan sus concepciones al respecto y ellas están basadas, implícitamente, en los CI (Breda, 2020; Seckel, Breda, Sánchez y Font, 2019). En ese sentido, este trabajo tiene como objetivo presentar el proceso del diseño, validación y rediseño de un instrumento de recolección de datos, basado en los CI, que tiene como principal objetivo poder caracterizar las concepciones del profesorado de primaria sobre el impacto en el aprendizaje del uso de robots pedagógicos en los procesos de enseñanza de la matemática.

2. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Noción de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica surge desde el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), dada la necesidad de contar con criterios que permitan "determinar en qué medida un proceso de estudio o instrucción matemática reúne ciertas características que permitan calificarlo como "idóneo" para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles" (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006, p.2). Dicha noción se ha definido como la articulación coherente y sistémica de seis componentes o criterios: 1. Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas "buenas matemáticas". 2. Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar. 3. Idoneidad interaccional, para valorar si la interacción ha resuelto dudas y dificultades de los alumnos. 4. Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. 5. Idoneidad emocional, para valorar la implicación (interés, motivación) de los alumnos en el proceso de instrucción. 6. Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, etcétera. (Font, Planas y Godino, 2010).

Distintas investigaciones dan cuenta de que, cuando el profesorado planifica o valora los procesos de enseñanza de la matemática, de manera explícita o implícita, utilizan algunos de estos criterios de idoneidad (Breda, 2020; Breda; Hummes, Seckel, Breda y Font, 2020; Seckel y Font, 2020; Ramos y Font, 2008). Por otra parte, el desarrollo de la noción de idoneidad didáctica llevó a una caracterización de los seis criterios, con el propósito de definir un conjunto de componentes e indicadores que permitan valorar el grado de idoneidad de cada uno de ellos. En la tabla 1 se muestra un ejemplo de caracterización.

Tabla 1. Componentes e indicadores del criterio de idoneidad epistémica. Fuente: Breda y Lima (2016, p.80).

Componentes	Indicadores
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones para el nivel educativo al que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo. Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico…), tratamientos y conversiones entre los mismos

Los seis criterios de idoneidad didáctica que se presentan en este apartado, han fundamentado el diseño de la encuesta que busca explorar las concepciones del profesorado de primaria sobre el uso del robot pedagógicos en el aula matemática.

3. METODOLOGÍA

El diseño del instrumento consideró tres fases: 1) diseño inicial, 2) validación de contenido por jueces expertos y 3) rediseño final. En este apartado se dará una breve descripción del diseño inicial del instrumento (fase 1) y los aspectos metodológicos que orientaron el proceso de validez de contenido por parte de los jueces expertos (fase 2). Posteriormente, en el apartado de resultados, se mostrará los resultados de las fases 2 y 3.

El instrumento diseñado en la fase 1, es una encuesta online de carácter mixto que contaba con 42 ítems. De ellos, 37 ítems corresponden a afirmaciones que se responden en escala de Likert, 1 ítem de respuesta dicotómica (si/no) y 4 ítems de preguntas abiertas.

El proceso de validación consideró la participación de cinco jueces expertos, quienes respondieron una encuesta de validación online, donde debían considerar cuatro parámetros de evaluación: 1) claridad, 2) coherencia, 3) relevancia y 4) suficiencia. Para dicha evaluación se otorgó la rúbrica propuesta por Galicia, Balderrama y Edel (2017) que considera una puntuación de 1 a 4.

El análisis de los datos se realizó en dos etapas. En la primera, se aplicó la técnica de Coeficiente de Validez de Contenido (CVC) (Hernández-Nieto, 2011) para medir el grado de acuerdo de los expertos respecto de cada uno de los ítems y al instrumento en general. En la segunda etapa, se analizó la pertinencia de mantener aquellos ítems con un CVC superior a 0.71 y menor o igual a 0.80 ($0.71 < \text{CVC} \leq 0.80$, validez y concordancia aceptable) a partir de las recomendaciones del panel de expertos. Asimismo, en esta etapa, el instrumento fue revisado y corregido, considerando las recomendaciones en cuatro ámbitos (Fernández-

Morales et al, 2015): i) uso apropiado de las palabras, ii) adecuación del sentido de las preguntas para que midan solo un objetivo y iii) incorporación de un ítem para fortalecer la suficiencia de una determinada dimensión.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la tabla 1 se muestran los resultados obtenidos en la evaluación del instrumento por parte de los cinco jueces expertos.

Tabla 2. Coeficiente de validación de contenido (CVC). Fuente: elaboración propia.

	N° JUECES						$\bar{X}$			
Ítems	J1	J2	J3	J4	J5	∑	(Mx)	CVCi	Pei	CVCic
1	15	16	11	15	16	73	4,56	0,91	0,00032	0,9
2	15	16	8	15	16	70	4,37	0,87	0,00032	0,86
3	13	16	8	15	16	68	4,25	0,85	0,00032	0,84
4	15	16	8	15	14	68	4,25	0,85	0,00032	0,84
5	13	16	8	15	16	68	4,25	0,85	0,00032	0,84
6	15	13	8	15	16	67	4,18	0,83	0,00032	0,82
7	10	13	9	15	16	63	3,93	0,78	0,00032	0,77
8	14	13	15	14	16	72	4,5	0,9	0,00032	0,89
9	15	13	15	15	16	74	4,62	0,92	0,00032	0,91
10	15	10	9	13	15	62	3,87	0,77	0,00032	0,76
11	15	16	15	16	16	78	4,87	0,97	0,00032	0,96
12	13	16	15	16	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
13	15	14	15	16	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
14	15	16	16	16	16	79	4,93	0,98	0,00032	0,97
15	14	16	16	16	16	78	4,87	0,97	0,00032	0,96
16	15	15	16	16	15	77	4,8	0,96	0,00032	0,95
17	15	13	16	16	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
18	14	13	15	16	16	74	4,62	0,92	0,00032	0,91
19	15	13	9	16	15	68	4,25	0,85	0,00032	0,84
20	15	13	9	16	16	69	4,31	0,86	0,00032	0,85
21	15	15	9	16	16	71	4,43	0,88	0,00032	0,87
22	15	15	9	16	16	71	4,43	0,88	0,00032	0,87
23	10	15	9	16	16	66	4,12	0,82	0,00032	0,81
24	13	13	9	16	16	67	4,18	0,83	0,00032	0,82
25	15	15	9	16	15	70	4,37	0,87	0,00032	0,86
26	15	8	9	16	16	64	4	0,8	0,00032	0,79
27	9	9	9	16	16	59	3,68	0,73	0,00032	0,72
28	15	13	16	16	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
29	15	12	16	16	16	75	4,68	0,93	0,00032	0,92
30	13	15	9	16	16	69	4,31	0,86	0,00032	0,85
31	13	12	15	16	16	72	4,5	0,9	0,00032	0,89
32	15	15	15	15	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
33	15	14	15	15	16	75	4,68	0,93	0,00032	0,92

34	15	15	15	15	16	76	4,75	0,95	0,00032	0,94
35	15	16	16	16	16	79	4,93	0,98	0,00032	0,97
36	15	16	16	16	16	79	4,93	0,98	0,00032	0,97
37	15	16	16	16	16	79	4,93	0,98	0,00032	0,97
38	12	12	6	12	12	54	4,5	0,9	0,00032	0,89
39	12	12	3	12	12	51	4,25	0,85	0,00032	0,84
40	12	12	3	12	12	51	4,25	0,85	0,00032	0,84
41	12	12	12	12	12	60	5	1	0,00032	0,99
42	12	12	12	12	11	59	4,91	0,98	0,00032	0,97
									∑	37,27
									CVCt	0,88
									CVCtc	0,87

Los datos de la tabla evidencian que, en términos generales, el instrumento obtuvo un CVC de 0.88 por lo que se considera que cuenta con una buena validez y concordancia. Solo cuatro ítems están en la categoría aceptable, por lo que se ha tomado la siguiente decisión a partir de las recomendaciones del panel de expertos: Ítem 7 se mantiene, pero se especifica la idea de diferencias individuales; Ítem 10 se mantiene, pero se especifica la idea de público más amplio; Ítem 26 se mantiene, pero se redacta en positivo; Ítem 27 (inicial) se ha eliminado, sustituyéndose por otro (a sugerencia de los expertos).

Por otra parte, se consideró la incorporación de otros ítems sugeridos por los expertos, obteniendo como resultado final, un instrumento con 44 ítems. En la tabla 2 se presenta la distribución de los ítems en escala de Likert según las categorías.

Tabla 3. Distribución de ítems considerando foco y dimensión a explorar. Fuente: elaboración propia

Foco	**Dimensión**	**Ítems**
Enseñanza	Epistémica	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.
	Cognitiva	11 y 12.
	Interaccional	13 y 14.
	Mediacional	15, 16 y 17.
	Emocional	18 y 19.
	Ecológica	20 y 21.
Aprendizaje	Epistémica	22, 23, 24, 25, 26 y 27.
	Cognitiva	28 y 29.
	Interaccional	30 y 31.
	Mediacional	32 y 33.
	Emocional	34, 35 y 36.
	Ecológica	37, 38 y 39.

El ítem 40 es de respuesta dicotómica, donde se muestra un objetivo de aprendizaje (OA) del currículo de matemática chileno de primer año básico y se pregunta si el robot observado (en un video) es útil para abordar ese (OA). Sin embargo, en el caso que su respuesta fuera "no" debería justificar su respuesta en el ítem 41.

Posteriormente, se presenta el caso de una profesora de primer año básico que diseña una tarea que requiere del uso del robot observado. Junto con ello, se plantea: "si esta es la tarea central para una clase de 90 minutos, responda:". Ítem 42: a) proponga un objetivo de clase, b) ¿Qué recomendaciones le daría a la profesora para abordar el inicio, desarrollo y cierre de la clase? y c) ¿Por qué cree que la planificación de la clase (considerando sus recomendaciones), responde al objetivo de clase que ha propuesto? Justifique. Ítem 43:

¿Qué beneficios podría tener el uso del robot pedagógico en su contexto de aula matemática? Ítem 44: ¿Qué dificultades podría experimentar al usar el robot pedagógico en su contexto de aula de matemática?

Los resultados de este trabajo indican que el instrumento obtuvo un alto índice de validez y concordancia. Su rediseño se configuró en 44 ítems, de ellos, 39 son preguntas cerradas de tipo Likert, relacionados con los criterios de idoneidad didáctica (ver tabla 3), otro ítem es de respuesta dicotómica y los cuatro restantes son preguntas abiertas. Como conclusión, consideramos que la aplicación del instrumento, en su formato final, es una herramienta potente para identificar las concepciones del profesorado –relacionadas a la enseñanza y el aprendizaje– sobre el uso de robots en las clases de matemáticas de los primeros años de escolaridad.

5. AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos de investigación: FONDECYT N°11190547 y PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

6. REFERENCIAS

Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema*, *34*(66), 69-88.

Breda, A., & Lima, V.M.R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un master para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74-103. doi: 10.4471/redimat.2016.1955

Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L.R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32 (60), p. 255 - 278.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33 (2), 89-105.

Galicia, L., Balderrama, J. y Edel, R. (2017). Validez de contenido por juicio de expertos: propuesta de una herramienta virtual. *Apertura*, 9(2), 42-53.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221–252.

Hernández-Nieto, R. (2011). *Instrumentos de recolección de datos en ciencias sociales y ciencias biomédicas*. Venezuela: Universidad de los Andes.

Hummes, V., Breda, A., Seckel, M., & Font, V. (2020). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*, 11(26), e-0667. Doi: https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.10667

Moreano, G., Asmad, U., Cruz, G., y Cuglievan, G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales. *Revista de Psicología (Lima)*, 26(2), 299-334.

Peirce, Ch. S. (1877). The Fixation of Belief. *Popular Science Monthly*, 12, 1-15.

Ramos, A. B y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 11(2), 233-265.

Seckel, M.J., Breda, A. Sánchez, A. & Font, V. (2019). Criterios asumidos por profesores cuando argumentan sobre la creatividad matemática. *Educação e Pesquisa*, 45, e211926, 2019.

Seckel, M. J. & Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis*, Revista Internacional de Investigación en Educación, 12 (25), 127-144. doi: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp

UN ESCENARIO GAMIFICADO COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE SUCESIONES CON ALUMNOS DE SECUNDARIA

José Luis M. Quiroz Gleason[1], Alma Rosa Villagómez Zavala[2], Claudia Melchor Suárez[3]

Resumen

En este trabajo mostramos cómo a partir de actividades gamificadas, el estudiante se motiva por el estudio del tema, particularmente el tratamiento de las sucesiones con progresión aritmética. Además, logra construir el término general con el uso de un material didáctico: Regletas de Cuisenaire y hojas de trabajo secuencialmente elaboradas. La intervención se realizó con un grupo de 24 estudiantes de segundo año de secundaria, en la Ciudad de México.

Palabras claves: gamificación, regletas de Cuisenaire, sucesiones aritméticas.

Abstract

In this work we show how, from gamified activities, the student is motivated by the study of the subject, particularly the treatment of sequences with arithmetic progression. In addition, he manages to build the general term with the use of a didactic material: Cuisenaire rulers and sequentially elaborated worksheets. The intervention was carried out with a group of 24 second-year high school students in Mexico City.

Key words: gamification, Cuisenaire rules, arithmetic sequences.

1. INTRODUCCIÓN

El interés educativo en el juego se ha incrementado en las últimas décadas. Insistiendo que se debe aprovechar su potencial, para enseñar de forma diferente, complementando los medios disponibles (Gallego-Duran y Llorens-Largo, 2011). Así en educación se proponen diversas estrategias con materiales llamados didácticos como es el caso que nos ocupa, con el recurso regletas de Cuisenaire, también conocido como método de números de color o Sistema Cuisenaire.

En este espacio compartimos una estrategia de trabajo centrado en la gamificación para el estudio de sucesiones con progresión aritmética en estudiantes de segundo año de secundaria.

Pero ¿qué es la gamificación? diversos autores la han definido (Ramírez,2014; Marín y Hierro,2013; Gartner, 2016; Deterding, Dixon, Khaled y Nacke, 2011; Kapp, 2012) ya sea referido al campo académico o al industrial.

[1] Licenciatura en Matemáticas; Escuela Normal Superior de México; México; ggleson@yahoo.com.mx
[2] Maestría en Ciencias; Escuela Normal Superior de México; México; amyy_0214@hotmail.com
[3] Licenciatura en Medicina Veterinaria y Zootecnista; Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio; México; claudia.melchor@aefcm.gob.mx

La estrategia didáctica diseñada constó de cinco sesiones y hojas de trabajo correspondientes a cada sesión.
Este documento consta de cuatro secciones además de la introducción como lo especificamos en lo que sigue.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El marco referencial esta determinado por la relación dialógica entre un escenario gamificado y un recurso didáctico que contiene sus propias reglas en beneficio del objetivo investigativo.

2.1 Objetivo de la investigación

Obtención de la regla general en sucesiones con progresión aritmética con alumnos de 2° de secundaria, con el uso del recurso Regletas de Cuisenaire.

2.2 Gamificación

En primer lugar, retomamos la definición acorde con los propósitos, así como los elementos incluyentes de este término.
La definición de qué es gamificación es algo complejo, no generalizado y en función de su procedencia académica o industrial. Según Ramírez (2014), gamificar es utilizar estrategias (pensamientos y mecánicas) de juegos en contextos ajenos a estos, con el fin de que los sujetos participantes adopten comportamientos específicos. Para Marín y Hierro (2013), la gamificación es una técnica, un método y una estrategia al mismo tiempo, recreándose una experiencia significativa y motivadora.

2.2.1 Escenario gamificado. En este sentido tomamos la gamificación como un escenario de motivación hacia la actividad en cuestión, haciendo uso de algunos elementos de la autodeterminación como teoría que ha sido estudiada por Deci y Ryan (2008), definida como el cumplimiento de la competencia, autonomía y relaciones sociales para el aumento de la productividad.
En su adaptación a esta propuesta, la competencia es el objetivo en cuestión mencionado, la autonomía se presenta cuando el estudiante se involucra con las hojas de trabajo y las relaciones sociales se presentan cuando los estudiantes en su conjunto socializan en las sesiones correspondientes.

2.3 Recurso didáctico. Sistema Cuisenaire

El recurso está compuesto de una caja de regletas. Donde las regletas son prismas de madera de distintos colores (Figura 1), la longitud varía de entre 1 - 10cm y tienen un $1cm^2$ de base. Hay diez tamaños y colores. A cada una se le asigna un número que coincide con su longitud.

- 1 Regleta de color blanco (b), $1cm^3$
- 2 Regleta de color rojo (r), 2cm de longitud
- 3 Regleta de color verde claro (v), 3cm de longitud
- 4 Regleta de color rosa (R), 4cm de longitud
- 5 Regleta de color amarillo (a), 5cm de longitud
- 6 Regleta de color verde oscuro (V), 6cm de longitud
- 7 Regleta de color negro (n), 7cm de longitud
- 8 Regleta de color café (c), 8cm de longitud
- 9 Regleta de color azul (A), 9cm de longitud
- 10 Regleta de color naranja (N), 10cm de longitud

Figura 1. Regletas de Cuisenaire

2.3.1 Ventajas del recurso

a) Es un recurso que desarrolla el sentido estereognóstico (identificación del color de las regletas mediante el tacto, sin necesidad de utilizar la vista).

b) Sigue los principios constructivistas:

De acción. Establece que todo aprendizaje sólo es posible a partir de las acciones del alumno.

De conflicto. Enuncia que el alumno aprende a partir de las situaciones problemáticas.

De interacción social. Considera que el alumno aprende si está en contacto con otras personas, discutiendo y confrontando sus conceptos.

De construcción asintótica del conocimiento. Considera que el individuo aprende a partir de sus experiencias anteriores y dicho aprendizaje está en continua restructuración, pasando de un estado de menor conocimiento a otro de mayor conocimiento.

c) Promueve el aprendizaje de los conceptos esenciales de la matemática.

d) Permite la comprensión de conceptos que van de lo concreto a lo abstracto.

e) Permite la representación algebraica o literal.

f) Permite desarrollar una estructura mental en donde se lleva a cabo:

La reversibilidad del pensamiento, es decir, el alumno puede realizar una acción y después es capaz de realizar la acción contraria a ella.

La conmutatividad y la asociatividad, en donde el individuo puede desarrollar una acción descomponiéndola en otras, las que puede a su vez realizar en diferente orden, llegando al mismo resultado o a otro similar.

La anticipación del resultado de las acciones que efectúa el alumno, es decir, la elaboración de hipótesis.

2.4 Temática

En la educación básica, el campo formativo Pensamiento Matemático, abarca resolución de problemas que requieren diversos conocimientos desde aritmética hasta probabilidad y a través del trabajo individual y colaborativo se pretende que estudiantes formulen explicaciones, apliquen métodos y algoritmos, desarrollen estrategias de generalización y particularización, pero principalmente resuelvan problemas; justificando, argumentando e identificando patrones y relaciones en su solución (Secretaría de Educación Pública, 2017).
En este propósito, se centra el tema de sucesiones, apuntando a que los estudiantes vean lo general a través de lo particular; esto es, mediante una sucesión guiada por un determinado patrón, identifiquen su comportamiento matemático y lo resuman en una expresión general (expresión algebraica).

Stacey (1989) ha encontrado, que el uso de patrones es una estrategia muy utilizada en la resolución de problemas, recomendando que se enfatice su tratamiento.

El estudio de las sucesiones en la educación secundaria es un tema que ayuda al desarrollo del pensamiento algebraico, pues "hay quienes consideran que el álgebra tiene que ver esencialmente con los procesos de generalización, y ponen énfasis en el uso de expresiones generales en las que los símbolos literales representan números generales" (Ursini, Escareño, Montes y Trigueros, 2005, p. 21).

Para Ferrini, Lappan y Phillips (1997, p. 282) "el estudio de patrones es una forma productiva para desarrollar el pensamiento algebraico en grados elementales o básicos". Así la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela (Vergel, 2015).

Las dificultades que se abordan a partir del álgebra mediante la generalización, ha sido tema de investigación como lo encontrado por Mc Gregor y Stacey (1993), quienes mencionan que los estudiantes tienen dificultades para describir y expresar algebraicamente patrones.

3. METODOLOGÍA

La investigación que aquí nos ocupa es de corte cualitativo, utilizando como instrumentos para la recolección de datos: diario de clase, cuestionarios y hojas de trabajo.

3.1 Población

La población de investigación estuvo compuesta por 24 estudiantes de segundo grado de secundaría, en una secundaria diurna de la Ciudad de México en México.

3.2 Instrumentos

3.2.1 Diario de clase. Es una herramienta para plasmar los acontecimientos más importantes y significativos del desarrollo de la clase, esta herramienta nos sirvió para analizar y reflexionar sobre los aspectos que componen la interacción, por lo que en nuestras anotaciones se incluyen: el alumnado, el currículo y el contexto. Se elaboraron diarios de clase de cada sesión de implementación.

3.2.2 Cuestionario. Para este estudio se aplicaron 2 cuestionarios, uno al inicio de la propuesta didáctica y otro al finalizar. El primero tuvo como propósito conocer los conocimientos que tienen los estudiantes respecto al tema y el segundo verificar la evolución que tuvieron después de llevar acabo la propuesta didáctica de intervención.

3.2.3 Hojas de trabajo. Se elaboraron una actividad gamificada (Figura 2) y 5 hojas de trabajo (Figura 3), con la finalidad que el estudiante secuencialmente fuera avanzando en la construcción del término general.

3.3 Aplicación

La propuesta tuvo una duración de 5 sesiones de 50 minutos cada una. Para el desarrollo de estas, se les presentó a los alumnos, en un primer momento, una actividad cuyo propósito era resolver un conflicto cognitivo que permitiera hacer una introducción del contenido a trabajar tal como lo sugiere el enfoque plasmado en los planes y programas de Educación Básica para la enseñanza de las matemáticas, y a lo largo de las sesiones se les presentó una serie de actividades diseñadas para cinco días. Las actividades fueron presentadas en hojas de trabajo.

Figura 2. Actividad gamificada

El juego de Bárbara

Bárbara tiene un juego en su celular con un personaje llamado "Comecuadritos", el cual va comiéndose los cuadritos de una superficie. Empieza a comer del centro hacia afuera siguiendo la trayectoria de un cuadrado (color verde). Al terminar, pasa a otro nivel para comer los cuadritos del siguiente cuadrado (rojo) y así sucesivamente.

En la primera vuelta el "Comecuadritos" se comió 8 cuadritos (los de color verde); después se pasó a los cuadros de color rojo, y así sucesivamente.

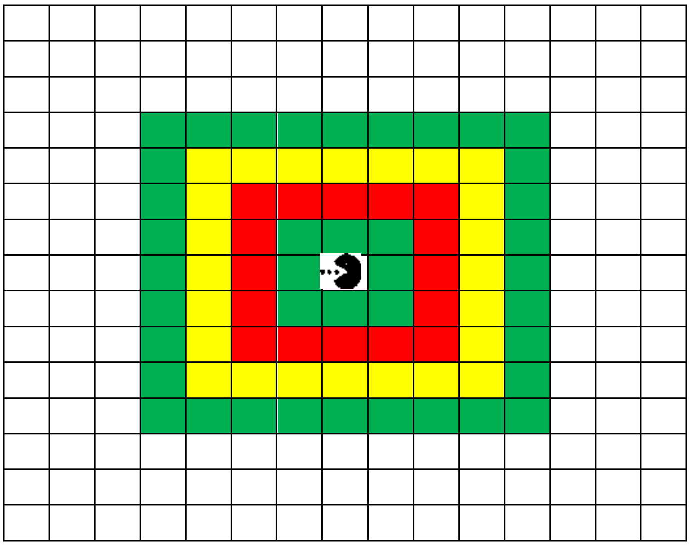


Figura 3. Hoja de trabajo número 1

HOJA DE TRABAJO NÚM. 1

Con REGLETAS, hallar los 3 términos siguientes de las sucesiones:

a) Blanca, roja, verde clara, rosa, amarilla, verde obscura, __________, __________, __________.

¿Cuál es la regularidad de la sucesión? ____________________

b) Roja, rosa, verde obscura, café, __________, __________, __________.

¿Cuál es la regularidad de la sucesión? __________, __________, __________.

c) Naranja con verde obscura, naranja con verde clara, naranja, __________, __________, __________.

¿Cuál es la regularidad de la sucesión? ____________________

d) 3 naranjas con verde clara, 2 naranjas con negra, 2 naranjas con blanca, __________, __________, __________.

¿Cuál es la regularidad de la sucesión? ____________________

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El cuestionario final se aplicó a 20 de 24 alumnos, de los 20 alumnos que resolvieron este cuestionario final, en la primera sección que se refiere a qué es una sucesión numérica, 18 lo hicieron de manera correcta, 1 incorrecta y 1 no contestó. En el segundo apartado que refiere que, a partir de una expresión algebraica se deben encontrar los cinco primeros términos, 17 contestaron de manera correcta, 2 incorrectamente y 1 no contestó. En el tercer apartado, el cual consistía en encontrar qué número se encontraba en la décimo quinta posición y si un determinado número pertenece a dicha sucesión, 17 alumnos contestaron correctamente y 3 incorrectamente. Por último, en el cuarto apartado, que consistía en encontrar los tres siguientes términos de una sucesión y escribir cuál era la expresión algebraica, 19 estudiantes contestaron de manera correcta y 1 incorrectamente.

4.1 Conclusiones

La utilización de este material permitió que, a través de la manipulación, los alumnos se mostraron entusiasmados y fueron descubriendo la regla de regularidad que estaba en las sucesiones.

El trabajo colaborativo, permitió a los estudiantes en la sesión 1, descubrir las regularidades.

El alumno se percata de las reglas generales a las que deben llegar, en la medida que construye sucesiones numéricas y debe encontrar quién se encuentra en la posición n y logran sustituir las literales por números y viceversa.

El trabajo gamificado en la sesión 1, permitió a los estudiantes una motivación por el estudio del tema.

5. REFERENCIAS

Deci, E., & Ryan, R. (2008). Self-Determination Theory: A Macrotheory of Human Motivation, Development, and Health. *Canadian Psychology*, 182-185.

Deterding, S., O'Hara, K., Sicart, M., Dixon, D. y Nacke, L. (2011). Gamification: Using Game Design Elements in Non-Gaming Contexts. *Human Factors in Computing Systems,* 2425-2428.

Ferrini, J., Lappan G. y Phillips E. (1997). Experiencies with Patterning. *Teaching Children Mathematics* 3 (6) 282-289.

Gallego Durán, F. y Llorens Largo, F. (septiembre, 2011). ¿Qué nos enseña Pacman? Lecciones aprendidas desarrollando videojuegos educativos. *I Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad* (*CINAIC 2011*), 1-6.

Gartner. (2 de marzo de 2016). Gartner IT Glossay. Gamification. Recuperado de http:// www.gartner.com/it-glossary/gamification-2.

Kapp, K.M. (2012). *The Gamification of learning and instruction. Game-based methods and strategies for training and education*. Richmond, TX: Pfeiffer.

MacGregor, M. y Stacey, K. (1993), Modelos cognitivos que subyacen a la formulación de ecuaciones lineales simples de los estudiantes. *Journal for Research in Mathematics Education* 24 (3), 217-232.

Marín, I. y Hierro, E. (2013). *Gamificación. El poder del juego en la gestión empresarial y la conexión con los clientes.* Empresa Activa

Ramírez, J.L. (2014). *Gamificación. Mecánicas de juegos en tu vida personal y profesional*. España: SC Libro.

Secretaría de Educación Pública (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral.* México: SEP.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics, 20,* 147-164.

Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa.* México, Trillas.

Vergel, R. (2013). Formas de pensamiento temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica primaria (9-10 años). *Revista Científica, 2,* 225-231.

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL: CINCO ESTUDIOS DE CASO EN ADULTOS NO ESCOLARIZADOS

Brian Omar López Ventura[1], José Antonio Juárez López [2]

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo analizar las estrategias de cálculo mental que utilizan cinco adultos no escolarizados en actividades de su contexto. Con un enfoque cualitativo descriptivo se analizan los procedimientos de solución que las personas adultas no escolarizadas, es decir, que no hayan concluido su escolaridad básica primaria y que son capaces de realizar operaciones para resolver planteamientos matemáticos. Es importante mencionar que esta investigación se enfoca en dicha población porque aún es escasa la evidencia que nos permite conocer lo que sucede en la mente de las personas sobre el cálculo mental.

Palabras claves: *Cálculo mental, estrategia de solución, adultos no escolarizados.*

Abstract

This investigation has an important objetive, to analize some strategies about mental calculations that five persons without any level of school education do in daily activities, in their context. With a qualitative and descriptive focus, the procedures to get these mental math solutions are going to be analized. The main research quesion is: How are these kind of people (adult persons), without any basic studies able of solving math approaches (problems)?. It is important to mention that the present investigation is focused in that kind of population, because, even in these days, evidences about those procedures are scarse. So, it means we need to know: what does into the mind of these adult persons happen, to make mental calculations?

Key words: Mental calculation, solution strategy, unschooled adults.

1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como objetivo analizar las estrategias de cálculo mental que utilizan cinco adultos no escolarizados. Cabe señalar que este trabajo se enfoca en dicha población porque aún es escasa la evidencia que nos permita conocer lo que sucede en la mente de las personas sobre el cálculo mental. Numerosos investigadores hoy en día, estudian procesos de cálculo mental en estudiantes de diversos niveles, profundizando en sus procedimientos que aplican. Pero, ¿qué sucede fuera de la escuela con los procedimientos informales que realizan las personas, sobre todo en la población que no sabe leer ni escribir, pero que sí logran realizar cálculos mentales y se han adentrado en el mundo de la compra-venta de productos y mercancías, desarrollando incluso procesos matemáticos más complejos que en la escuela? Esta exploración intenta mostrar lo que se ha aprendido fuera de la escuela de aquellas herramientas poderosas que permiten resolver una gran variedad de problemas de una manera más económica, más rápida y gracias al lenguaje con

[1] Licenciado en Educación, especialidad en Matemáticas; Tlaxcala, México; lopezmat3@live.com.mx
[2] Doctor en Ciencias, especialidad en Matemática Educativa; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; jajul32@hotmail.com

el que se expresen los adultos, comunicar a los demás con precisión los procedimientos que emplean. Los sujetos participantes en este estudio cuentan con una experiencia mayor a 30 años enfrentando problemas y superando o mejorando sus procesos de solución a lo largo de la vida. La capacidad de buscar solución a una problemática se recabará por medio de una entrevista semi-estructurada como guía, y que consiste en observar y escuchar al sujeto cuando se le plantea una situación de su contexto

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Las matemáticas en la actualidad pueden ser aceptadas como una ciencias formal y rigurosa, así como un conjunto de habilidades prácticas necesarias para la supervivencia. D´ Ambrosio (citado en Hoffman y Machado, 2011) mencionó al estudiar la historia de las matemáticas sobre dos maneras de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, aquellas matemáticas formales o académicas, enseñadas y aprendidas en escuelas y matemáticas informales practicadas en la sociedad en diferentes grupos culturales fuera de la escuela.

El conocimiento matemático que se aprende en las aulas (legítimo) y el conocimiento matemático fuera de la escuela (no legítimo), como lo menciona Hoffman y Machado (2011) además de enfatizar la importancia de un enfoque etnomatemático capaz de presentar las matemáticas útiles como herramientas para la vida y el trabajo. Sus estudios realizados a 5 personas en diferentes actividades laborales muestran la existencia de conocimientos matemáticos producidos y practicados aun con una baja escolaridad.

Considerando que las matemáticas enseñadas por muchos maestros no están relacionadas con la realidad, la forma en la que exploran y abordan no reflejan su relevancia para la interacción social y no favorecen la formación de ciudadanos plenamente activos.

Ahora pensemos por un momento sobre las matemáticas enseñadas en la calle, su vinculación con la realidad, la forma como son exploradas y se abordan en la interacción social.

En este sentido en la investigación de Block y Dávila (1993) sobre la matemática expulsada de le escuela, descubrieron que las personas analfabetas sin conocimientos mayores al número 10, han desarrollado una capacidad sorprendente para resolver problemas aritméticos y geométricos que tiene que ver con su vida diaria, comparando los resultados con una estudiante de 4to grado de primaria.

La estructura que muchos conocemos para resolver una suma o una resta, una multiplicación o una división, no aseguran que el estudiante aprenda, Por ejemplo, para Barrera, Reyes y Mendoza (2018) el sentido numérico constituye una de las habilidades básicas de todo ciudadano con una educación elemental y para los adultos representa una capacidad de realizar cálculos complejos o una amplia diversidad de procedimientos matemáticos en cuestión de segundos.

Creemos que sin desatender la necesidad de conocer las herramientas matemáticas que las personas adultas han desarrollado o han creado a lo largo de la vida, es fundamental que analicemos nuestra concepción de lo que es saber matemáticas. Centrando su atención no solo en la matemática formal, sino también en la capacidad de pensar matemáticamente, de generar y crear procesos para resolver problemas matemáticos

Lo que es claro observar en la sociedad es que muchas personas muestran capacidad de un cálculo mental excepcional, donde los errores pueden incluso no presentarse en los resultados. Por su parte, Block y Dávila (1993) mencionan que los problemas que se escogen para plantearse en el aula, pueden estar diseñados para que apliquen una operación específica, pero la variedad de problemas que se resuelven con una operación puede ser muy grande. Aun cuando se ha identificado que algunos problemas se resuelven con cierta operación.

Diversas investigaciones como las de Ávila (1990), Valiente (1995), Fernández (2014), Cortés, Backhoff y Organista (2004), Block y Dávila (1993) entre otros, han mostrado a través de sus estudios, evidencias sobre las estrategias y procedimientos de cálculo mental que utilizan los sujetos al enfrentarse a planteamientos adaptados, con el propósito de vislumbrar como operan la aritmética básica de la suma, resta, multiplicación y división.

3. METODOLOGÍA

El presente trabajo es de tipo cualitativo y la diferencia que presenta en relación con las ya descritas, es que, en ésta se han diseñado cinco instrumentos adaptados al contexto de cada sujeto, mientras que las demás muestran actividades que pueden no ser de su contexto o realidad, de tal manera que el propósito de esta investigación no es clasificar o considerar niveles de solución, sino conocer los procesos que utilizan para dar solución a problemáticas reales.

La elección de estudio de caso se debe a las múltiples variables que se pueden obtener y que están estrechamente vinculadas al contexto en el que se desarrollan, Cohen y Manion (2002) mencionan que el estudio de caso es probar profundamente y analizar intensamente el fenómeno inmerso, con visión para establecer generalizaciones de una unidad individual. Por otra parte, Álvarez (2012) comenta que el estudio de caso es de carácter revelador porque permite observar y analizar los procesos desconocidos en la investigación y mostrar a los investigadores enormes relevancias.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Por ahora se ha realizado una entrevista a la señora que hace tortillas a mano y es admirable observar los procesos que utiliza para dar solución a los planteamientos; por ejemplo, en la situación donde *una persona compra 3 kilogramos (kg) de tortillas y paga con un billete de $50 pesos. ¿cuánto da de cambio?,* a lo que el sujeto responde 3 por 13 son 39, entonces $11 de cambio.

Matemáticamente el sujeto realiza una multiplicación 3 x 13 = 39, observando que primero realizar el cálculo de 3 kilogramos (kg.) de tortilla y sin necesidad de escribir realiza una adición a su resultado, 39 + 1 = 40 y sabe que del 40 al 50 hay una diferencia de 10, concluye que 1 + 10 son 11, entonces respuesta final $11 pesos de cambio.

Tabla 1: Descripción de procedimiento aplicados

Procedimientos de cálculo mental de un planteamiento			
Multiplicación	Adición o suma	Piensa y analiza	Adición o suma
3 x 13 = 39	39 + 1 = 40	40 para 50 hay 10	1 + 10 = 11

Podemos observar que en la mente de la persona existe una gran actividad procedimental como se puede apreciar en la tabla 1, logrando desarrollar 4 operaciones mentales rápidas, además de un análisis para identificar la diferencia que existe entre cantidades (decenas) del 40 para el 50 con una diferencia de 10 unidades o una decena.

En un segundo planteamiento, *le encargan 15 kilogramos (kg) de tortillas, en paquetes de 2 kilogramos y medio (2.5 kg) ¿cuántos paquetes deberá entregar?* Para esta interrogante la persona requirió un poco más de tiempo, además de hacer uso de los dedos de su mano para agrupar o separa las cantidades, también fue necesario repetir 3 ocasiones la pregunta. Después de un breve silencio y susurrando la persona, responde 6 paquetes.

Al profundizar sobre su estrategia de solución se observa que asigna valores a sus dedos y relaciona que 2.5 más 2.5 es 5, toma un dedo para indicar que 2 paquetes de 2.5 kg son 5 kg, toma otro dedo para indicar otros 5 kg, menciona en voz baja que lleva 10 kg, toma un tercer dedo y sabe que lleva otros 5 kg, para finalmente confirmar en voz baja que hasta ahí son 15 kg. Es interesante observar que mentalmente va realizando la suma de 5 + 5 + 5 = 15 kg, sin embargo el sujeto al sumar los dedos que selecciono como los paquetes solo eran 3, rápidamente intuye que no pueden ser solo 3, por lo que repite nuevamente el procedimiento pero ahora tomando 2 dedos que representan 2 paquetes, suma otros 2 dedos, para tener 4 dedos y suma otros 2 dedos para un total de 6 dedos, concluyendo que necesitará 6 paquetes de 2.5 kg cada uno, dando un total de 15 kg de tortillas.

Las habilidades de cálculo mental que se han explorado a pesar de contar con la escolarización mínima primaria, el sujeto de 67 años posee una capacidad de solución y no se ha podido observar un fuerte apego hacia los métodos enseñados en la escuela para resolver sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, se espera encontrar en próximas entrevistas evidencias relevantes que ayude a la comunidad científica, profesores y alumnos sobre las matemáticas adquiridas fuera de la escuela, siendo una base a partir de la cual se puede acceder a una matemática más formal.

5. REFERENCIAS

Álvarez, C. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. *Gaceta de Antropología*. Universidad de Oviedo. https://www.researchgate.net/publication/229068734_La_eleccion_del_estudio_de_caso_en_la_investigacion_cualitativa

Ávila, A. (1990). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 20(3), 55 - 95.

Block, D. y Dávila, M (1993). La matemática expulsada de la escuela. *Educación Matemática*, 5(3), 39 - 58.

Cohen, L y Manion, L (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madríd España: La Muralla.

Cortés, J., Backhoff, E, y Organista, J. (2004). Estrategias de cálculo mental utilizadas por estudiantes de nivel secundaria de Baja California. *Educación Matemática*. 16(1), 149-168.

Fernández, J. (2014). *Cálculo mental.* Facultad de Letras y de la Educación. Universidad de la Rioja. https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf

Horffman, E. y Machado, I. (2011). O saber matemático na vida cotidiana un enfoque etnomatemático. *Revista de Educacao em Ciencie e Tecnologia. Alexandria*. Portugal, 4, 3-30.

Valiente, S. (1995). Análisis de cuatro algoritmos operatorios obtenidos en investigaciones de campo con adultos analfabetas. *Educación Matemática*, 7(2), 60-72.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN DIFERENTES CONTEXTOS: DESDE LA MIRADA DE UNA MATEMÁTICA INCLUSIVA

Jackeline Cupitra Gómez[1], Eliécer Aldana Bermúdez[2],

Resumen

Este artículo es un estudio que hace parte de una investigación más amplia centrada en una educación matemática, la cual propone la formación a profesores con un objetivo amplio de generar aportes a una educación matemática inclusiva de estudiantes, mediada por la resolución de problemas en diferentes contextos socio – críticos y trayectorias de aprendizaje Clements & Samara (2009). Se analizarán las referencias que tienen los profesores sobre una educación matemática y una educación matemática inclusiva, teniendo en cuenta los diferentes contextos socio – culturales que se puedan dar en el entorno educativo. Así la educación matemática inclusiva no será relegada solamente dificultad cognitiva del estudiante, será vista como la oportunidad de vincular desde sus capacidades y respectivos ritmos de aprendizaje una enseñanza en un contexto universal de educación. Finalmente se realiza un comparativo entre resolución de problemas y análisis de situaciones propias del entorno, como apoyo a una educación matemática diversa.

clave: inclusiva, diversidad, resolución de problemas, trayectorias de aprendizaje

Abstract

This article is a study that is part of a broader research focused on a mathematics education, which proposes the training of teachers with a broad objective of generating contributions to an inclusive mathematics education of students, mediated by solving problems in different contexts socio-critics and learning trajectories Clements & Samara (2009). The references that teachers have about a mathematics education and an inclusive mathematics education will be analyzed, taking into account the different socio-cultural contexts that may occur in the educational environment. Thus, inclusive mathematics education will not only be relegated to the student's cognitive difficulty, it will be seen as the opportunity to link teaching in a universal

context of education from their capacities and respective learning rhythms. Finally, a comparison is made between problem solving and analysis of situations typical of the environment, as support for a diverse mathematics education.

Key words: inclusive, diversity, problem solving, learning trajectories

[1] Magister en Ciencias de la Educación, Universidad del Quindío, Colombia, Cupitra83@gmail.com
[2] Doctor en Ciencias de la Educación, Universidad del Quindío, Colombia, eliecerab@uniquindio.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El presente proyecto se presenta con el fin de brindar aportes para una educación matemática desde la inclusión, con la visión de fortalecer la atención a la diversidad de estudiantes, mediada por la resolución de problemas, en diferentes contextos socioculturales y trayectorias de aprendizaje.

De acuerdo a lo anterior se propone la inclusión de la educación matemática como un apoyo para contribuir al mejoramiento de competencias, específicamente basado en la resolución de problemas en y para un entorno diverso, de tal manera que se minimicen las brechas de enseñanza y aprendizaje, en un proceso de globalización, teniendo en cuenta diferencias socio-económicas, integrando eventos migratorios que se vienen presentando en nuestro País, de tal manera que se ubique esta persona en un contexto amplio de influencias históricas, sociales y culturales que expliquen en parte sus acciones y el uso de ciertos mediadores, Aldana, B. E. & Alvis, P. J. (2019). Es así como se plantea un aprendizaje crítico que contribuya a la transformación de los espacios educativos en espacios de interacción y diálogo entre estudiantes, Bruner (1997).

Finalmente se hace necesario la formación enmarcada en una educación matemática inclusiva, en la cual se deben hacer las siguientes preguntas: ¿Qué es la diversidad? ¿Cómo comprendo la inclusión? ¿En que está basada la Educación Inclusiva? ¿Cómo genero gusto en los estudiantes hacia las matemáticas dentro de un contexto educativo diverso? ¿Cuál puede ser el escenario para crear situaciones-problema, contextualizadas y analizarlas desde un enfoque socio-crítico? ¿Qué contribución estoy proporcionando desde la educación matemática inclusiva en los estudiantes con diferentes ritmos de aprendizaje y su desempeño en la vida social? ¿De qué manera influye el desarrollo del pensamiento lógico matemático, en el desarrollo crítico y formativo del estudiante?

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. *Enfoque Crítico Social*

Teniendo en cuenta las características de un contexto social inclusivo y la visión de una educación matemática inclusiva, se hace necesario un enfoque que propicie un compartir entre individuos, que trabajen de manera colectiva hacia un mismo objetivo, por lo que se hace necesario adecuar espacios de reflexión que marquen una pauta de cambio en la historia, hacia una "matemática social inclusiva". De tal manera que se asume la clase de pensamiento que está implicado en resolver problemas, en formular inferencias, en calcular probabilidades y en tomar decisiones (Halpern, 2006).

Por consiguiente, los procesos educativos deben estar orientados hacia un pensamiento crítico, el cual influya en una adecuada toma de decisiones en un contexto educativo y social. Así, se trata de proveer fundamentos para interpretar y aclarar prácticas educativas que posibiliten la creación de un lenguaje que haga surgir nuevas visiones sobre lo que pueden ser las matemáticas escolares, teniendo como objetivo educativo el desarrollo de una ciudadanía crítica (Aldana, B. E. & Alvis, P. J., 2019). En cuanto, al modelo socio-crítico se tiene como base a Habermas (1987), quien propone la construcción de significados teniendo en cuenta todo el entorno.

2.2. *Comunidades de Aprendizaje*

Las Comunidades de Aprendizaje son proyectos que se basan en la teoría de Paulo Freire, a partir de la práctica educativa y participativa de la escuela, con lo que se busca una educación que sitúe el diálogo permanente con el otro, que lo predisponga a constantes

revisiones, a "análisis críticos de sus descubrimientos" (Freire, P., 1997). En ese sentido, a través de las Comunidades de Aprendizaje, se busca liderar el paso hacia la inclusión, vista no solo como el apoyo hacia personas con dificultades cognitivas o limitaciones físicas, sino también hacia aquellas que son excluidas por problemas psicosociales, económicos o culturales, con el propósito de contribuir a un contexto académica y socialmente cambiante, teniendo como énfasis que la democratización de las organizaciones promueve transformaciones que tienen un impacto directo sobre el territorio (Yeste, G. C. & otros, 2012).

2.3. *Educación Matemática Inclusiva*

En la educación matemática se vienen analizando procesos inclusivos, de tal manera que se visionan las matemáticas, con el objetivo de fortalecer y analizar las competencias propias del estudiante y su entorno; sin embargo, la mayoría de las tareas matemáticas se centran en los conocimientos sobre las matemáticas y no en los conocimientos sobre el mundo (Alsina, A. & Núria, P., 2008). Desde las anteriores reflexiones, también se hace indispensable analizar la formación de los docentes; así, López (2004) hace referencia a la urgencia de la formación de unos profesionales con competencia para afrontar dichas particularidades del alumnado.

Finalmente, es necesario contribuir con el avance de un contexto intercultural, el cual se ha venido ampliando con procesos de migración; asimismo, se deben analizar las oportunidades que se brindan desde el proceso de enseñanza-aprendizaje a los estudiantes que presentan riesgo psicosocial o vulnerabilidad (García, B. A., 2000), amparados bajo una educación inclusiva; igualmente, fortalecer currículos inclusivos que permitan evidenciar cambios en el contexto de los estudiantes, hecho que permitirá, igualmente, oportunidades socio-económicas y disminución de la ampliación de brechas educativas presentadas entre la educación privada y pública de nuestro País.

2.4. *Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje*

Según Simon (1995), la trayectoria hipotética de aprendizaje es introducida como parte de un modelo del ciclo de enseñanza de las matemáticas, dada en una propuesta que tiene como propósito "reconstruir la pedagogía de las matemáticas, desde una perspectiva constructivista". Por consiguiente, es mediante esta metodología que el docente puede realizar actividades programadas, con un objetivo de aprendizaje sobre la competencia matemática requerida, teniendo en cuenta las tres partes en las que están sustentadas (Clemenst & Sarama, 2014): Metas o propósitos, ruta de desarrollo y actividades instruccionales, en las cuales se tienen en cuenta los niveles de pensamiento enmarcados en el avance en cuanto a comprensión y sustentación reflexiva.

3. Metodología de investigación

La metodología a implementar es de corte cualitativo, sustentado por las trayectorias de aprendizaje, en las cuales se analizarán avances de los estudiantes hacia los diferentes niveles de comprensión y desarrollo de competencias en resolución de problemas matemáticos y sociales.

La organización metodológica propuesta para este proyecto doctoral está dada por un enfoque metodológico socio-crítico (Valero & Skovsmouse, 2012); dicho enfoque tiene un tipo de investigación cualitativa y estará sustentado en el método: investigación-acción. En consecuencia, se utilizarán las Trayectorias de Aprendizaje (Clements, D. H., & Samara, J., 2014), como medio para fortalecer los procesos de enseñanza de las matemáticas y el

pensamiento lógico-matemático; asimismo, será utilizado como instrumento para analizar los avances y adecuaciones enmarcados en los diferentes ritmos de aprendizajes, desde una educación inclusiva.

En cuanto al campo metodológico, se encuentra direccionado puntualmente hacia una educación matemática (Popkewitz, 2004); la formación de profesores visto desde la enseñanza (Shulman, L.S. & Shulman, J. H., 2004) y el desarrollo del pensamiento matemático socio-crítico (Skovsmose, 1999). De la misma manera, se centrará el proceso enseñanza en el objeto matemático: desarrollo del pensamiento matemático (Cantoral & otros, 2005) y resolución de problemas en el contexto académico y del entorno (Schoenfeld, 1992).

Igualmente, se tendrán en cuenta las fases de la investigación cualitativa, así:

3.1 F**ase I.** *Planeación*: cuyo objetivo principal es identificar las dificultadas presentadas en los profesores para desarrollar una educación matemática inclusiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo cual se deben realizar las siguientes actividades: fortalecimiento y construcción de un estado del arte, elaboración de una arquitectura textual, la cual estará fortalecida, a partir de la elaboración de un diagnóstico enmarcado en el contexto de la educación inclusiva y la educación matemática inclusiva.

3.2 **Fase II.** *Acciones*: las cuales tienen como objetivo crear una propuesta de educación inclusiva en la cual se vinculen diferentes procesos, en torno al desarrollo de problemas matemáticos con un enfoque socio-crítico. Teniendo en cuenta lo anterior, se debe realizar una sensibilización al respecto de una educación inclusiva, vista desde el fortalecimiento de competencias y la accesibilidad a un contexto socio-económico diverso, brindada a docentes de matemáticas de primaria, secundaria y media, maestros de apoyo y docentes PTA. Igualmente, se hace necesaria, la conformación de comunidades de aprendizaje.

3.3 **Fase III.** *Reflexión*: Mediante la implementación de las trayectorias de aprendizaje se realizarán los diseños de intervención, con los cuales se analizarán diferentes niveles de comprensión por parte de los estudiantes y el análisis de los avances en los mismos; además, se contribuirá a la mediación en los diferentes ritmos de aprendizajes enmarcados en una educación matemática inclusiva. Creación de semillero de estudiantes con aprendizajes diferenciados.

3.4 **Fase IV**. *Observación*: la finalidad principal es desarrollar trayectorias de aprendizaje que favorezcan el avance en el desarrollo de procesos lógicos en la diversidad y los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes. En esta fase, se analizarán las intervenciones para realizar ajustes requeridos, según las necesidades de los aprendizajes diferenciados. Inmediatamente, se consignará la información recolectada como evidencia para próximas investigaciones o consecución de la misma en un futuro.

4. RESULTADOS

Los resultados esperados como aporte del proyecto en contexto de una Educación Matemática Inclusiva que contribuya al desarrollo de un pensamiento socio crítico mediante el análisis del entorno a través de situaciones problemas, se presenta a continuación:

Vinculación de docentes de matemáticas, docentes de apoyo y PTA. teniendo en cuenta los procesos de la educación matemática inclusiva.

4.1. Análisis en los avances en los procesos de resolución de problemas académicos y sociales desde un enfoque socio-crítico mediante Instrumentos elaborados con base en la implementación, reflexión y adaptación de las trayectorias de aprendizaje.
4.2. Generación de nuevo conocimiento mediante la elaboración artículos de investigación.
4.3. Interacción social del conocimiento y participación en redes de conocimiento.
4.4. Formación de profesores mediante capacitaciones y fortalecimiento de semilleros en contexto de la educación matemática inclusiva.

Para los resultados se analizarán los procesos presentados durante la realización del proyecto Doctoral, teniendo en cuenta uno de los fines principales: la formación de profesores hacia una educación matemática inclusiva, desde un enfoque socio-crítico direccionado hacia el fortalecimiento del desarrollo lógico-matemático. En el mismo sentido, serán identificadas las necesidades propias de cada entorno y las adaptaciones metodológicas que se requieran.

5. REFERENCIAS

Aldana, B. E. & Alvis, P. J. (2019). Desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, mediante un modelo de competencias centrado en una visión sociocultural del aprendizaje. Universidad del Quindío, Doctorado en Ciencias de la Educación, Colombia.

Alsina, A. & Planas, N. (2008). *Matemática Inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea. ISBN: 8427715919, 9788427715912, 172 p.

Bruner, J. S. (1997). *La Educación, puerta de la cultura*. Madrid: Visor.

Cantoral, R., F & Otros. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.

Clements, D. H., & Samara, J. (2014). Learning trajectories. *Learning over time*, 1-30.

Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía: saberes necesarios para la práctica educativa*. México: Siglo XXI.

Halpern, D. (2006). *Halpern critical thinking assessment using everyday situations: background and scoring standards* (2° report). [Unpublished manuscript]. Claremont, CA: Claremont McKenna College

López, M. M. (2004). Construyendo una Escuela Sin Exclusiones. Málaga: Editorial Aljibe.

Popkewitz, T. (2004). La alquimia del currículo matemático: inscripciones y fabricación del niño. *Revista de investigación educativa estadounidense*, *41* (1), 3-34.

Schoenfeld, AH (1992). Aprender a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición y sentido de las matemáticas. *Manual de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, *334370*.

Shulman, L.S. y Shulman, J.H. (2004). Cómo y qué aprenden los maestros: una perspectiva cambiante. *Revista de estudios curriculares*, *36* (2), 257-271.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente.

Valero, P. & Skovsmose, O. (2012). En Valero, P. & Skovsmose, O. (Eds.), Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 1-23). Bogotá: una empresa docente.

Yeste, G. C. & Otros (2012). Comunidades de Aprendizaje. *Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales. Vol, XVII, núm. 427(7)*. España: Universidad de Barcelona.

A LEI DE COTAS NA UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS: UMA ANÁLISE DA TAXA DE OCUPAÇÃO DAS VAGAS EM 2019

Eder De Oliveira Quintino[1], Ronaldo André Lopes[2], Guilherme Henrique Gomes Da Silva[3]

Resumo

No âmbito da educação matemática inclusiva, como entendida por Skovsmose (2019), discutimos, neste trabalho, resultados de uma pesquisa que analisou as taxas de ocupação das vagas destinadas a estudantes público-alvo da Lei de Cotas na Universidade Federal de Alfenas em 2019, de cursos da área de Ciências Exatas. Buscamos contribuir com as discussões relacionadas à equidade no acesso ao ensino superior. Como resultado, observamos uma taxa de ocupação inferior à totalidade das vagas disponibilizadas para estudantes público-alvo da Lei de Cotas nesses cursos, principalmente para aquelas categorias destinadas a estudantes egressos da rede pública de ensino básico autodeclarados pretos, pardos e indígenas.

Palavras-chave: Ações Afirmativas, Educação Matemática, Ensino Superior

Abstract

Within the scope of inclusive mathematics education, as understood by Skovsmose (2019), we discuss, in this paper, the results of a research that analyzed how were the occupancy rates of places addressed to affirmative action students at the Federal University of Alfenas in 2019 from Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) Programs. We seek to contribute to the discussions related to equity of access to higher education. As a result, we found an occupancy rate below the total number of places addressed to affirmative action students, mainly for the category destined to Black and Indigenous students graduating from public high schools.

Key words: Affirmative actions, Mathematics Education, Higher Education.

1. INTRODUÇÃO

Skovsmose (2019) entende a educação matemática inclusiva em termos de encontros entre diferenças. Para nós, essa perspectiva abre possibilidades para ampliar o foco das pesquisas e práticas nessa temática. No Brasil, muito tem se discutido e avançado em termos de educação matemática inclusiva, principalmente na inclusão de estudantes com deficiência no âmbito escolar. Mas, a interpretação de educação matemática inclusiva em termos de encontros entre diferenças também abrem possibilidades para pensarmos em "outros grupos" (Silva, 2020). Silva (2020), se respaldando nessa questão, relaciona a educação matemática com as políticas de ações afirmativas no ensino superior.

Assim, o presente trabalho se respalda nessa perspectiva, com o objetivo de identificar a taxa de ocupação em cursos da área das Ciências Exatas na Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG) em 2019, segundo a Lei de Cotas. A Lei de Cotas é uma ação afirmativa destinada a Instituições Federais de Ensino Superior (IFES) brasileiras, voltada ao ingresso de estudantes pertencentes a grupos sub-representados no ensino superior. Ações

[1] Discente do curso de Matemática-Licenciatura; UNIFAL-MG; Brasil; ederdoq@gmail.com.
[2] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação; UNIFAL-MG; Brasil; ronaldo-1109@hotmail.com.
[3] Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação; UNIFAL-MG; Brasil; guilherme.silva@unifal-mg.edu.br.

afirmativas buscam promover a equidade diante da sub-representação de determinados grupos nos diversos espaços e cargos de ocupação (Daflon, Júnior, & Campos, 2013) e são políticas que contribuem para a ocorrência de encontros entre diferenças no ensino superior. Por atuarem na inserção e permanência de indivíduos excluídos por questões relacionadas à identidade racial e étnica e à condição econômica e social, elas possuem respaldo legislativo para diversificar instituições públicas através da realocação de recursos e reserva de vagas, como é feito através da Lei nº 12.711/2012 em relação ao Ensino Superior da rede Federal de Ensino. Assim, a diversidade passa a não somente ser integrada à normalidade dos espaços, como também a apresentar variadas culturas e *backgrounds* ao público outrora composto somente pela hegemonia social (Silva, 2016).

Publicada em 2012 (Brasil, 2012) e tendo a obrigatoriedade de ser inserida nas universidades públicas e institutos federais até o ano de 2016, a Lei de Cotas garante a reserva de, no mínimo, 50% das vagas dessas instituições aos egressos de escolas públicas, beneficiando grupos sub-representados, através das seguintes categorias:

• Categoria 1 (L1): Candidatos com renda familiar bruta per capita igual ou inferior a 1,5 salário mínimo que tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 2 (L2): Candidatos autodeclarados pretos, pardos ou indígenas, com renda familiar bruta per capita igual ou inferior a 1,5 salário mínimo e que tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 3 (L5): Candidatos que, independentemente de renda, tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 4 (L6): Candidatos autodeclarados pretos, pardos ou indígenas que, independentemente da renda, tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 5: Candidatos com deficiência que tenha renda familiar bruta per capita igual ou inferior a 1,5 salário mínimo e que tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 6: Candidatos com deficiência autodeclarados pretos, pardos ou indígenas, com renda familiar bruta per capita igual ou inferior a 1,5 salário mínimo e que tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 7: Candidatos com deficiência que, independentemente de renda, tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

• Categoria 8: Candidatos com deficiência autodeclarados pretos, pardos ou indígenas que, independentemente da renda, tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

Destaca-se que, devido ao baixo número de ingressantes nas categorias destinadas a estudantes com deficiência na UNIFAL-MG em 2019, em nosso estudo as categorias 5, 6, 7 e 8 foram reunidas no grupo L9*; e que, segundo o edital de ingresso ("Universidade Federal de Alfenas", 2019), quando o total de vagas ofertadas não é devidamente ocupado pelos ingressantes em determinada(s) categoria(s), utiliza-se da lista de espera para realocá-las, considerando a seguinte ordem de prioridade: categoria 6, 2, 5, 1, 8, 4, 7 e 3.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Lopes, Silva e Ferreira (2020) realizaram uma pesquisa visando compreender o alcance da Lei de Cotas na Universidade Federal de Alfenas em 2018. Para tanto, os autores analisaram a taxa de ocupação das vagas por estudantes ingressantes por meio das categorias previstas na Lei de Cotas em 28 cursos presenciais da instituição. Também, por meio de simulações, estimaram o percentual de estudantes que não ingressariam nesses cursos de graduação com base nas notas de ingresso. Os autores apresentaram os resultados de seu estudo em agrupamentos por semestre de ingresso, grau acadêmico (bacharelado ou licenciatura) e área de conhecimento, objetivando construir um panorama do impacto da referida lei na universidade.

Os autores constataram que os cursos de Ciências Biológicas e da Saúde, por serem os mais concorridos, foram aqueles em que a Lei de Cotas apresentou o maior impacto — uma vez que, na sua ausência, grande parte dos estudantes autodeclarados pretos ou pardos não teria ingressado nesta instituição. Além disso, comparada aos dados de outras universidades referentes aos anos anteriores de ingresso, estes pesquisadores concluíram que a ocupação do Ensino Superior pelos grupos que nele são sub-representados tem mostrado uma tendência de crescimento.

Guerrini, Piconi, Sturion e Mata (2018), através da análise do ingresso na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus de Londrina (UTFPR), no ano de 2015 — no qual já se adotava a Lei de Cotas na reserva de 50% de suas vagas — investigaram o preenchimento de 260 vagas da instituição e subdivididas em categorias. Assim como na metodologia adotada por Lopes, Silva e Ferreira (2020), isso foi feito por meio do emprego de medidas de centralidade estatística sobre as notas dos ingressantes, comparando os valores obtidos entre os cursos e entre os cotistas e não cotistas da instituição; bem como utilizando a contagem de vagas reservadas e ocupadas para determinar as taxas de ocupação por categoria e curso de graduação. Os autores concluíram que as medianas das notas de ingresso se correlacionam com o prestígio de seus respectivos cursos, dado que as Engenharias presentes na instituição apresentaram valores evidentemente maiores do que em cursos como os de Licenciatura em Química e Tecnologia em Alimentos. Com isso, a referida Lei teria impactos diferentes nessas graduações, visto que, nas primeiras citadas, e sem a reserva de vagas, grande parte dos cotistas não teria garantido o seu ingresso devido suas notas inferiores à mediana geral. Assim, seriam as notas da Ampla Concorrência as responsáveis pela disparidade entre as medianas dos cursos de maior e menor prestígio, uma vez que as medianas dos cotistas foram relativamente iguais.

Para Guerrini, Piconi, Sturion e Mata (2018), embora as categorias da Lei nº 12.711/2012 com critério financeiro tivessem apresentado as menores taxas, a ocupação da UTFPR por estudantes a elas relacionados foi ampliada. Isso porque, anteriormente a essa Lei, desde 2008, a universidade tinha como política de ação afirmativa em seu ingresso somente o exigido pelo programa de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (Reuni) — garantindo a reserva de metade de suas vagas aos egressos da rede pública de ensino. Ainda assim, haveria considerável dificuldade de que os estudantes comprovassem renda na efetivação de seus ingressos, contribuindo para a baixa ocupação das categorias L1 e L2.

Nesse sentido, consideramos importante analisar a maneira como as vagas destinadas à Lei de Cotas têm sido preenchidas no âmbito das Ciências Exatas, uma vez que esse acesso é o primeiro passo para que as possibilidades de encontros entre diferenças possam ser realizadas no âmbito do ensino superior.

3. METODOLOGIA

Para que fossem analisadas as taxas de ocupação das vagas na UNIFAL-MG em 2019, utilizamos as informações de matrícula disponibilizadas pelo Departamento de Registros Gerais e Controle Acadêmico (DRGCA) da instituição, as quais especificavam a categoria, semestre e curso de ingresso de cada estudante; bem como o número de vagas nestas especificidades, através dos editais da universidade quanto ao processo seletivo de ingresso nos cursos presenciais de graduação pelo Sistema de Seleção Unificada (SiSU). Após agruparmos e contabilizarmos estes dados, organizamos em uma planilha eletrônica que descreve os totais de vagas reservadas e ocupadas por curso e categorias de ingresso, obtendo as taxas de ocupação da seguinte forma:

$$Taxadeocupação(Tx) = \frac{Númerodevagasocupadas(Oc)}{Númerodevagasreservadas(Res)} \quad \text{Eq. (1)}$$

É importante destacar que, nesse artigo, discutimos a taxa de ocupação nos cursos da área de Ciências Exatas.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Com cursos de licenciatura e bacharelado, nas áreas de Ciências Biológicas e da Saúde, Ciências Humanas e Ciências Exatas e da Terra distribuídos em quatro *campi*, em 2019, a UNIFAL-MG ofereceu 1559 vagas àqueles que participaram do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2018 e foram aprovados pelo Sistema de Seleção Unificada (SiSU). Apesar disso, havendo 1496 ingressantes neste período, a ocupação das vagas não atingiu sua totalidade – diferença que suscitou a investigação das taxas de ocupação em cada um dos cursos e categorias de reserva (Tabela 1).

Tabela 1. Taxas de ocupação das vagas reservadas aos cursos da UNIFAL-MG em 2019. Fonte: o autor, com base nos dados cedidos pela UNIFAL-MG.

	Cursos	A0 (Ampla Concorrência)		L1 (Categoria 1)		L2 (Categoria 2)		L5 (Categoria 3)		L6 (Categoria 4)		L9* (Categorias 5, 6, 7 e 8)		Cotistas (L1, L2, L5, L6 e L9*)		Vagas (total)	
		Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc
Total	28	779	832	153	166	203	143	151	179	198	161	75	15	780	664	1559	1496
Tx		106,80%		108,50%		70,44%		118,54%		81,31%		20,00%		85,13%		95,96%	

Assim como os resultados encontrados por Lopes, Silva e Ferreira (2020) quanto aos ingressantes de forma geral no ano de 2018, com 106,80%, 108,50% e 118,54%, as taxas de ocupação da categoria Ampla Concorrência e das categorias L1 e L5 excederam a totalidade de suas respectivas reservas de vagas, devido ao remanejamento das vagas não ocupadas nas demais categorias. Assim, de modo geral, notou-se a ocupação parcial das categorias L2, L6 e L9*, que tiveram percentuais de 70,44%, 81,31% e 20%, respectivamente. Com isso, observa-se que, ainda que a Lei nº 12.711/2012 efetivasse a reserva de vagas aos variados perfis contemplados, sua eficiência se daria principalmente em inserir os egressos do Ensino Médio público no Ensino Superior, ao passo em que ainda apresentaria dificuldade ao ampliar esta inserção aos estudantes com vulnerabilidade econômica e/ou autodeclarados pretos, pardos e indígenas.

Se comparado aos dados analisados por Lopes, Silva e Ferreira (2020) quanto à ocupação dos cursos desta universidade no ano anterior, o contraste no ingresso em 2019 de cotistas por autodeclaração racial em relação aos demais é evidenciado. No período, o número de ingressantes pelas categorias A0, L1 e L5 foi respectivamente de 105,81%, 120,30% e 106,92%; enquanto nas categorias raciais (L2 e L6), com ou sem critérios de renda, o número de ingressos foi de 76,17% e 81,91% do total de vagas reservada a cada uma delas – percentuais que, somados aos cálculos do autor sobre erros de ±5,83% e ±5,22%, enquadram as taxas de ocupação destas categorias em 2019, conforme previsto por eles.

Apesar das contrastantes taxas de ocupação de L2 e L6 com as outras categorias, se considerados os dados do estudo de Guerrini, Piconi, Sturion e Mata (2018) quanto ao ingresso na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Londrina (UTFPR), durante o ano de 2015, é significativo o avanço da Lei de Cotas no que tange ao ingresso de estudantes egressos da rede pública de ensino economicamente desfavorecidos. Pois, das 42 e 23 vagas destinadas aos cotistas L1 e L2, em um montante de 260 vagas, as taxas de ocupação destas categorias foram de 59,52% e 52,17%; ao passo em que as categorias A0, L5 e L6 tiveram taxas próximas e acima de seus respectivos totais, com 99,23%, 154,76% e 91,30%. De fato, as categorias que, para o autor, eram as de menor representação no Ensino Superior, na UNIFAL-MG, alcançaram taxas de 108,50% e 70,44% – aumentos importantes, mas que indicam um grande desafio para a ocupação das vagas destinadas a estudantes da rede pública de ensino autodeclarados pretos e pardos.

Tabela 2. Taxas de ocupação das vagas reservadas aos cursos de Ciências Exatas e da Terra, da UNIFAL-MG, em 2019. Fonte: o autor, com base nos dados cedidos pela UNIFAL-MG.

Cursos	A0 (Ampla Concorrência)		L1 (Categoria 1)		L2 (Categoria 2)		L5 (Categoria 3)		L6 (Categoria 4)		L9* (Categorias 5, 6, 7 e 8)		Cotistas (L1, L2, L5, L6 e L9*)		Vagas (total)	
	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc
Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Economia	102	113	22	19	26	16	20	25	26	27	8	4	102	91	204	204
Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia	132	145	24	20	36	14	24	34	32	20	16	2	132	90	264	235
Biotecnologia	20	20	4	4	5	7	4	4	5	5	2	0	20	20	40	40
Ciência da Computação	20	27	4	6	5	2	4	4	5	1	2	0	20	13	40	40
Ciências Atuariais	12	11	2	1	4	0	2	2	4	5	0	0	12	8	24	19
Física	20	17	4	3	5	2	4	5	5	4	2	0	20	14	40	31
Geografia (Bacharelado)	20	23	4	4	5	4	4	5	5	3	2	0	20	16	40	39
Geografia (Licenciatura)	20	24	4	2	5	6	4	4	5	3	2	0	20	15	40	39
Matemática	20	24	4	4	5	4	4	5	5	3	2	0	20	16	40	40
Química (Bacharelado)	20	23	4	6	5	5	4	3	5	1	2	0	20	15	40	38
Química (Licenciatura)	20	24	4	0	5	0	4	7	5	1	2	0	20	8	40	32
Total	406	451	80	69	106	60	78	98	102	73	40	6	406	306	812	757
Tx	111,08%		86,25%		56,60%		125,64%		71,57%		15,00%		75,37%		93,23%	

Na análise dos ingressos nos cursos da área de Ciências Exatas e da Terra, comparados aos resultados encontrados por Lopes, Silva e Ferreira (2020), a ocupação das categorias raciais não foi suficientemente satisfatória. Das ocupações em menor quantidade e consequentes taxas de erro, apenas as categorias L2 e L6 se mantiveram dentro do previsto pelos autores — dado que, em 2019, sua taxa foi de 56,60%, em um registro anterior de 59,05% ±9,5%; e de 71,57%, com 77,78% ±7,44% em 2018. Com isso, foram taxas menores do que as observadas no ano anterior, expondo o baixo número de ingressantes autodeclarados pretos, pardos e indígenas egressos da rede pública de ensino básico nos cursos que dizem respeito a esta área do conhecimento. Estudos, como o de Silva (2016) e Silva e Skovsmose (2019), destacam a pouca diversificação racial na área de Ciências Exatas, revelando um grande desafio às universidades quanto ao recrutamento destes estudantes. Ainda, o número de ingressantes pela categoria L1 teve considerável queda, levando em conta sua alta ocupação de 108,70% em 2018 e, posteriormente, a ocupação de 86,25% da categoria. No período, das vagas reservadas pela Lei nº 12.711, com 125,64%, somente a categoria L5 foi amplamente ocupada — superando o previsto por Lopes, Silva e Ferreira (2020), no intervalo de 95,65% ±3,44%.

Separadamente, os cursos desta área de conhecimento também apresentam particularidades quanto à sua ocupação. O curso de Licenciatura em Matemática, com caso similar ao de outros cursos de Ciências Exatas, não teve ingresso de estudantes pela categoria L9*; ao passo em que, com relação às taxas gerais, a ocupação das categorias L1 e L2 foi maior, sendo amplamente ocupada e atingindo 80%. Além disso, Licenciatura em Física, Ciências Atuarias e Licenciatura em Química não tiveram todas as suas vagas ocupadas, tendo taxas de ocupação inferiores a 80% – o que, quanto a estes dois últimos cursos, estaria ligado ao baixo ingresso de cotistas em categorias relacionadas à autodeclaração racial e perfil social, sendo vagas não ocupadas nem mesmo com seu remanejamento para a Ampla Concorrência. Deste modo, os cursos de Ciências Exatas da UNIFAL-MG tiveram a menor diversificação de seu público quanto aos demais cursos devido ao número inferior de ingressantes cotistas, como também foram os cursos menos procurados pelos ingressantes. As Tabelas 3 e 4 trazem os resultados quando comparamos, no âmbito dos cursos das Ciências Exatas, os diferentes graus acadêmicos (Licenciatura e Bacharelado). Ainda que apresentem taxas de ocupação relativamente iguais, os resultados contrastam em algumas categorias. Inicialmente, nota-se a ocupação elevada das categorias de Ampla Concorrência e L5 – que se diferem somente na reserva de vagas a estudantes egressos de escolas públicas – em ambas as classificações, sendo isso uma tendência encontrada na maioria dos cursos analisados. Também se depreende que o grau acadêmico de bacharelado é o de maior procura entre os estudantes, dado que somente a categoria L2 teve uma taxa maior na classificação de licenciatura. Contudo, 60% (licenciatura) e 55,81% (bacharelado) são taxas que não omitem a ocupação parcial da L2, bem como os 18,75% de alunos com deficiência nos cursos de bacharelado e sua ausência nas licenciaturas.

Tabela 3. Taxas de ocupação das vagas reservadas aos cursos de Bacharelado em Ciências Exatas e da Terra, da UNIFAL-MG, em 2019. Fonte: o autor, com base nos dados cedidos pela UNIFAL-MG.

	Cursos	A0 (Ampla Concorrência)		L1 (Categoria 1)		L2 (Categoria 2)		L5 (Categoria 3)		L6 (Categoria 4)		L9* (Categorias 5, 6, 7 e 8)		Cotistas (L1, L2, L5, L6 e L9*)		Vagas (total)	
		Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc
Total	7	326	362	64	60	86	48	62	77	82	62	32	6	326	253	652	615
Tx		111,04%		93,75%		55,81%		124,19%		75,61%		18,75%		77,61%		94,33%	

Tabela 4. Taxas de ocupação das vagas reservadas aos cursos de Licenciatura em Ciências Exatas e da Terra, da UNIFAL-MG, em 2019. Fonte: o autor, com base nos dados cedidos pela UNIFAL-MG.

	Cursos	A0 (Ampla Concorrência)		L1 (Categoria 1)		L2 (Categoria 2)		L5 (Categoria 3)		L6 (Categoria 4)		L9* (Categorias 5, 6, 7 e 8)		Cotistas (L1, L2, L5, L6 e L9*)		Vagas (total)	
		Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc	Res	Oc
Total	4	80	89	16	9	20	12	16	21	20	11	8	0	80	53	160	142
Tx		111,25%		56,25%		60,00%		131,25%		55,00%		0,00%		66,25%		88,75%	

Quando pensamos a educação matemática inclusiva em termos de possibilidades de encontros entre diferenças, conhecer a forma como a ocupação das vagas são distribuídas segundo a Lei de Cotas na Universidade Federal de Alfenas, e também em outras IFES, nos permite vislumbrar os desafios impostos a estes estudantes no âmbito de cursos da área das Ciências Exatas, que se iniciam no momento do ingresso. E surge um questionamento importante: Como podemos potencializar a taxa de ocupação nesta área, para que diferentes encontros entre diferenças possam ocorrer, principalmente em práticas relacionadas à educação matemática? Esperamos que os resultados desse estudo possam dar indicativos para ações institucionais de maior aproveitamento das vagas existentes, destinadas a estudantes público-alvo da Lei de Cotas, principalmente autodeclarados pretos, pardos e indígenas.

5. REFERÊNCIAS

Lei 12.711 de 29 de agosto de 2012. Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências, (2012).

Daflon, V. T., Júnior, J. F., & Campos, L. A. (2013). Ações afirmativas raciais no ensino superior público brasileiro: um panorama analítico. *Cadernos de Pesquisa, 43*(148), 302-327.

Guerrini, D., Piconi, L. B., Sturion, L., & Mata, E. A. D. d. (2018). Acesso e democratização do ensino superior com a Lei nº 12.711/12: O câmpus de Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (RBEP), 99*(251), 17-36.

Lopes, R. A., Silva, G. H. G., & Ferreira, E. B. (2020). *O impacto da Lei de Cotas na Universidade Federal de Alfenas em 2018*. Alfenas: Editora UNIFAL.

Silva, G. H. G. d. (2016). *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados.* (Tese de doutorado não-publicada), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Silva, G. H. G. d. (2020). Ações afirmativas e Educação Matemática: possibilidades de encontros entre diferenças no ensino superior. *Boletim GEPEM, a head of print*.

Silva, G. H. G. d., & Skovsmose, O. (2019). Affirmative actions in terms of special rights: Confronting structural violence in Brazilian higher education. *Power and Education, 11*(2), 204-220. doi: https://doi.org/10.1177/1757743819837682

Skovsmose, O. (2019). Inclusões, Encontros e Cenários. *Educação Matemática em Revista, 24*(64), 16-32.

Universidade Federal de Alfenas. (2019). Edital de Ingresso nos cursos de Graduação da Universidade Federal de Alfenas via SISU. Alfenas, Brasil.

PROPOSTA DO MODELO PMG-ETM PARA ANÁLISE DE PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Rubens Vilhena Fonseca[1], Teodora Pinheiro Figueroa[2], Saddo Ag Almouloud[3]

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa de cunho teórico que está sendo desenvolvida sobre a proposta de um Modelo PMG-ETM (Pensamento Matemático Geral (PMG) – Espaço de Trabalho Matemático (ETM)) para análise dos fenômenos didáticos relacionados aos processo de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos. Este Modelo PMG-ETM traz à discussão a inserção de um Plano Translúcido no modelo do ETM proposto por Kuzniak (2011). Este Plano Translúcido é baseado em uma abordagem sobre a compreensão dos alunos em uma perspectiva diagnóstica do ensino e aprendizagem proposta por Fonseca et al (2019). O contexto desta discussão tem como foco a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições do Modelo PMG-ETM para a análise de praxeologias que proporcionam o desenvolvimento de um tipo de Pensamento Matemático Geral (PMG) com ênfase nas relações envolvendo simultaneamente aritmética, álgebra e geometria, dentro dos cinco eixos de conhecimentos estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), para o Ensino Fundamental: Probabilidade e Estatística, Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Geometria? Para tentar responder a esta questão procuraremos mostrar que a estrutura do PMG-ETM permite uma análise dos registros dos alunos em um nível da construção de um Pensamento Aritmético-Geométrico-Algébrico (P-Ar-Gem-Alg) em suas fases: Pensamento Aritmético (PAr), Pensamento Geométrico (PGem) e Pensamento Algébrico (Palg) a partir das articulações dos Planos Espistemológico, Translúcido e Cognitivo.

Palabras claves: Modelo PMG-ETM, Problemas Matemáticos, Plano Translúcido, Pensamento Matemático Geral, Base Nacional Comum Curricular.

Abstract

This article presents a theoretical research that is being developed about the proposal of a GMT-MWS Model (General Mathematical Thinking (GMT) - Mathematical Working Space (MWS)) for the analysis of didactic phenomena related to the teaching and learning process of mathematical problems. This GMT-MWS Model discusses the insertion of a Translucent Plan in the WMS model proposed by Kuzniak (2011). This Translucent Plan is based on an approach to student understanding from a diagnostic perspective of teaching and learning proposed by Fonseca et al (2019). The context of this discussion focuses on the following research question: What are the contributions of the GMT-MWS Model to the analysis of praxeologies that provide the development of a type of General Mathematical Thinking (GMT) with an emphasis on relations involving simultaneously arithmetic, algebra and geometry, within the five axes of knowledge established by the National Common Curricular Base (BNCC) (BRASIL, 2018), for Elementary Education: Probability and Statistics, Algebra, Quantities and Measures, Numbers and Geometry? To try to answer this question we will try to show that the GMT-MWS structure

[1] Doutorado em Educação Matemática; Universidade do Estado do Pará (UEPA); Brasil; rubens.vilhena@gmail.com
[2] Doutorado em Engenharia Mecânica; Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR-PB); Brasil; teodora.pinheiro@gmail.com
[3] Doutorado em Matemática e Aplicações; Universidade Federal do Pará (UFPA); Brasil; saddoag@gmail.com

allows an analysis of the students' records at a level of the construction of an Arithmetic-Geometric-Algebraic Thought (T-Ar-Gem-Alg) in its phases: Arithmetic Thought (TAr), Geometric Thinking (TGem) and Algebraic Thinking (Talg) from the articulations of the Espistemological, Translucent and Cognitive Planes.

Key words: GMT-MWS Model, Mathematical Problems, Translucent Plan, General Mathematical Thinking, National Common Curricular Base.

1. INTRODUÇÃO

O cerne das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de diversos objetos matemáticos é o protagonismo do aluno em seu processo de aprendizagem. E para que isto ocorra a academia científica tem se preocupado em criar modelos de interação entre o professor, o aluno e o saber de tal forma que este protagonismo esteja em evidência neste processo, essa é uma proposta, por exemplo, da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986, apud Almouloud, 2007).

A proposta deste trabalho, em desenvolvimento, tem como foco evidenciar a importância de situações fundamentais à luz da TSD para o desenvolvimento de praxeologias que proporcionem aos estudantes interações com o milieu adidático e antagônico, por meio do qual esse processo poderá ocasionar rupturas do contrato didático a princípio estabelecido, mas que a partir de retroações deste milieu em um processo de construção e desconstrução desse saber, ocorra a flexibilização de articulação de registros de representação semiótica diversos, que tragam à luz elementos para discussão sobre o desenvolvimento de um tipo de Pensamento Matemático Geral (PMG).

Ao que chamamos de Pensamento Matemático Geral (PMG) refere-se ao pensamento do qual decorrem diversas fases do pensamento matemático, tais como os pensamentos aritmético (PAr), algébrico (Palg), geométrico (PGem), etc., bem como as interações geométrico-aritmético (PGem-PAr), algébrico-geométrico (Palg-PGem), aritmético-geométrico (Par-PGem) e aritmético-geométrico-algébrico (PAr-PGem-Palg) entre outras.

Este Pensamento Matemático Geral (PMG) que estará presente neste jogo didático é um dos nossos objetos de pesquisa no sentido de identificar qual o impacto de elementos como o conhecimento a priori do aluno, a socialização com os pares e, principalmente as interações com o milieu diante dos problemas propostos nas situações didáticas, ou até mesmo a interseções desses elementos contribuem para o seu desenvolvimento.

Blanton e Kaput (2005) relatam em sua pesquisa que os problemas propostos por professores determinam possíveis conexões deste pensamento matemático e, além disso, comentam que procedimentos aritméticos, seguidos de uma abordagem amplamente procedimental da álgebra a partir do ensino médio, foram ineficazes em termos de aproveitamento dos alunos.

Fonseca e Pinheiro (2018) concluem que:

> Em geral as pesquisas que tratam da transição da aritmética para a álgebra estão sempre em busca de "pontes" que suavizem essa passagem com propostas interessantes e inovadoras dignas de aplicações. Também associam o termo *pensamento aritmético* intimamente ligado a *pensamento concreto* e que *pensamento*

> *algébrico* tem sempre relação com pensamento abstrato (FONSECA e PINHEIRO, 2018)

Além destas conclusões, os autores discorrem sobre alguns questionamentos referente as pesquisas realizadas e, que também fazem parte das questões de pesquisa deste trabalho, como por exemplo:

> Seria mesmo a Aritmética um subproduto da Álgebra? Pensamento Aritmético e Pensamento Algébrico são situações distintas? Onde começa um e termina o outro? Pensamento Concreto e Pensamento Abstrato são termos antagônicos? Todos esses termos não podem se entrelaçar? Quando se resolve um problema de matemática acontece só um tipo de pensamento? (Id. 2018)

Levando em consideração a importância do desenvolvimento de um Pensamento Matemático Geral (PMG) com ênfase nas relações envolvendo simultaneamente aritmética, álgebra e geometria, dentro dos cinco eixos de conhecimentos estabelecidos pela BNCC para o Ensino Fundamental: Probabilidade e Estatística, Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Geometria, propomos uma adaptação ao Modelo do Espaço de Trabalho Matemático (ETM), ou seja, o Modelo PMG-ETM, a partir da inserção de um Plano Translúcido, o qual é baseado em uma abordagem sobre a compreensão dos alunos em uma perspectiva diagnóstica do ensino e aprendizagem proposta por Fonseca et al (2018). Procuraremos mostrar que a estrutura do PMG-ETM, no contexto de uma situação fundamental apoiada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) e, de acordo com o tipo de praxeologia apropriada à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), permitem uma análise dos registros dos alunos a nível da construção de um Pensamento Aritmético-Geométrico-Algébrico (P-Ar-Gem-Alg) em suas fases: Pensamento Aritmético (PAr), Pensamento Geométrico (PGem) e Pensamento Algébrico (Palg).

2. Marco da Investigação: ETM × PMG-ETM

O Espaço de Trabalho Matemático (ETM) foi originalmente proposto para problemas geométricos por Houdement; Kuzniak (2006) e mais tarde, introduzido em outros domínios da matemática por Kuzniak (2011). O ETM propõe uma articulação entre os planos epistemológico relacionado ao conhecimento do saber envolvido e o plano cognitivo relacionado ao pensamento de uma pessoa ou aluno ao resolver tarefas matemáticas.

Segundo Artigue (2016) a contribuição do ETM no campo da didática da matemática e, o fato de ser utilizado por vários pesquisadores é devido esta teoria ser o resultado da combinação de perspectivas semióticas e instrumentais com perspectivas epistemológicas e didáticas, nas quais a influência da tradição didática francesa é claramente visível.

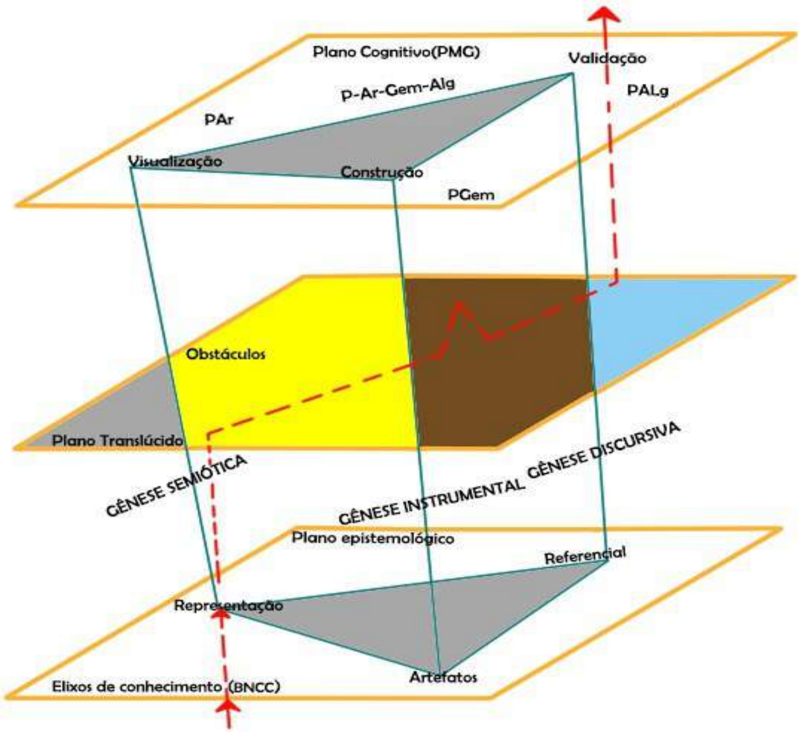
Sendo assim, neste trabalho propomos a inserção de um Plano Translúcido baseado na introdução do conceito de Translúcido referente a análise do processo de ensino e aprendizagem proposto por Fonseca et al (2019). A construção deste Plano Translúcido fundamenta-se no conceito de que nos processos de ensino e aprendizagem o aluno se apropria de alguns aspectos da (s) ideia (s) ou estrutura (s) e não se apropria em determinado nível de aprendizagem de outros; tem entendimento de algumas propriedades além daquelas da (s) ideia (s) e estrutura (s) que estão embutidas nelas, e não tem total entendimento de algumas propriedades que a(s) ideia(s) e estrutura(s) subjacentes tenham.

A inserção do Plano Translúcido caracteriza-se pelo espaço onde ficam explícitos os diferentes tipos de obstáculos: obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos, obstáculos psicológicos e obstáculos ontogênicos que segundo Brousseau (1983, apud Almouloud, 2007) interferem nos processos de ensino e aprendizagem em matemática.

A inserção deste Plano Translúcido no modelo do ETM proposto por Kuzniak (2011), ou seja, a proposta do modelo PMG-ETM é um dos nossos objetos de pesquisa no sentido de investigar o quão este modelo pode contribuir para a análise de Situações Fundamentais e de praxeologias referente aos tipos de problemas da educação básica que promovam a articulação dos planos Cognitivo (Visualização, Construção, uso de instrumentos, Prova, em relação ao sistema de referência), Plano Translúcido (Obstáculos, segundo Brousseau (1983, apud Almouloud, 2007)) e Plano Epistemológico (um espaço real, conjunto de representações semióticas (Duval, 1993); conjunto de artefatos que permitem executar ações nas representações; sistema de referência teórica, composto por um conjunto de conhecimentos matemáticos). Ou seja, espera-se que a proposta do Modelo PMG-ETM contribua para a análise de praxeologias que proporcionem o desenvolvimento de um tipo de Pensamento Matemático Geral (PMG) com ênfase nas relações envolvendo simultaneamente aritmética, álgebra e geometria, dentro dos cinco eixos de conhecimentos estabelecidos BNCC: Probabilidade e Estatística, Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Geometria.

A Figura 1 apresenta a proposta do Plano PMG-ETM com os Planos Epistemológicos, o qual em nosso trabalho refere-se aos eixos de conhecimentos da BNCC para o Ensino Fundamental, o Plano Translúcido, característicos dos diversos tipos de obstáculos e o Plano Cognitivo, universo cognitivo do aluno, de seu Pensamento Matemático Geral (PMG).

Figura 1. Modelo PMG-ETM



Fonte: Os autores

Aos planos fizemos uma analogia a meios por onde ocorrem a passagem de luz, a qual devido ao fato de existirem obstáculos de diversas naturezas que interferem na aprendizagem do aluno, ocorrem refrações destes raios de luz no Plano Translúcido, Figura 1. A inserção deste plano é um fator de análise e investigação dos fenômenos de ensino para a comprovação de que não existe uma articulação direta entre os Planos Epistemológicos e Cognitivos de forma a garantir uma aprendizagem significativa.

3. Considerações Finais

Esta pesquisa está em fase de desenvolvimento e, apenas relatamos de forma geral a nossa proposta. Acredita-se que em uma implementação de problemas matemáticos baseados nos eixos de conhecimento da BNCC, a partir do desenvolvimento de Situações Fundamentais a luz da TSD e de praxeologias à luz da TAD, a proposta do Modelo PMG-ETM contribuirá para que a translucidez durante os processos de ensino e aprendizagem se tornem o mais transparente possível não apenas no sentido de uma aprendizagem significativa para o aluno, mas também para que em um processo de formação de professor, o PMG-ETM traga elementos que o leve a reflexão mais transparente possível sobre a sua prática.

4. REFERENCIAS

Artigue, M. (2016) Mathematical working spaces through networking lens. *ZDM Mathematics Education*, 48,935–939

Almouloud, S. Ag. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

Blanton, M.; Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practices. That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 36, No. 5, 412–446.

Brasil. (2018) Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf . Acesso em: 04 de agosto de 2020

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–65.

Fonseca, R. V.; Pinheiro, C. A. M. (2018) Aritmética e Álgebra: A possibilidade de estabelecer uma dialética entre o concreto e o abstrato. *5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.*

Fonseca, R. V.; Pinheiro, C. A. M.; Júnior, D. L.; Santos, A. S. (2018) Uma nova abordagem e novas visões sobre a compreensão e interpretações dos alunos sob a perspectiva diagnóstica da aprendizagem nas representações transparentes, translúcidas e opacas. *II Simpósio Latino-Americano de Didática Matemática.*

Houdement, C. ; Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. Strasbourg. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 11*, 175–193. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9–24. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_16/adsc16-2011_000.pdf

DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO E INCLUSIÓN DE ESTUDIANTES CON LIMITACIÓN VISUAL EN EL AULA A TRAVÉS DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES

Kleiver Jesús Villadiego Franco[1], Jorge David Moreno Schmalvache[2], Eddie Rodriguez Bossio[3]

Resumen

Este trabajo potencia el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual de noveno grado de la Institución Educativa Distrital la Magdalena, a través de una propuesta pedagógica de inclusión para graficar funciones lineales. Metodología: Se implementó una investigación de tipo cualitativa, recogiéndose información a partir de la observación, dialogo y prueba diagnóstica, en estudiantes regulares y con limitación visual, con base a los resultados del análisis de los datos recogidos se diseñaron las actividades de la propuesta. Aportes: Se realizó la adaptación de un plano cartesiano para la gráfica de funciones lineales y se ajustó al sistema de Lecto-Escritura Braille la construcción de la tabla de valores. Conclusiones: El alumno con limitación visual potencia el desarrollo de estas habilidades al hacerle partícipe en el aula de clases, al brindarle atención y acompañamiento oportuno en el uso adecuado de herramientas de las áreas tiflológicas a su disposición.

Palabras claves: *Áreas tiflológicas, funciones lineales, inclusión, limitación visual, pensamiento crítico.*

Abstract

This work enhances the development of critical thinking skills in students with visual limitations of the ninth grade of the Magdalena District Educational Institution, through a pedagogical proposal of inclusion to graph linear functions. Methodology: A qualitative research was implemented, collecting information from observation, dialogue and diagnostic testing, in regular students with visual limitations, based on the results of the analysis of the data collected, the activities of the proposal were designed. Contributions: The adaptation of a Cartesian plane for the graph of linear functions was carried out and the construction of the table of values was adjusted to the Braille Reading-Writing system. Conclusions: The student with visual limitations enhances the development of these skills by making them participate in the classroom, by providing attention and timely accompaniment in the proper use of tools from the typhlological areas at their disposal.

Key words: *Typhlological areas, linear functions, inclusion, visual limitation, critical thinking*.

[1] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; villadiego@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; jorgedmoreno@est.uniatlantico.edu.co
[3] Ph. D. en Ciencias de la Educación; Universidad del Atlántico; Colombia; eddierodriguez@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Algunos antecedentes relacionados con el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico y la educación inclusiva son; la investigación titulada, *La enseñanza de la matemática a alumnos ciegos y disminuidos visuales. El relato de una experiencia,* expuesta por Mántica, Götte y Dal Maso (2014); la tesis de grado titulada, *Enseñanza aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva inclusiva para personas en condición de discapacidad visual, algunas adaptaciones de materiales para la comprensión de los objetos de la matemática escolar a los estudiantes del Colegio OEA IED,* sustentada por Santos (2015); y la tesis de grado, *Desarrollo de las Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con Limitación Visual para Mejorar el Aprendizaje de la Adición Y Sustracción de Números Enteros a Través de las Áreas Tiflológicas,* realizado por Gutiérrez y Lascarro (2019).

Actualmente, en Colombia, la atención educativa a la población con discapacidad está reglamentada por el Decreto 1421 de 2017, no obstante, los estudiantes con baja visión integrados en las aulas de clase de la mayoría de instituciones públicas del país, no recibe una educación digna y de calidad, razón por la cual el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico es muy pobre, situación que se puede apreciar en la Institución Educativa Distrital la Magdalena, ubicada sobre la calle 41 con 7-07. Por lo anterior, se aplicó una propuesta pedagógica inclusiva para potenciar el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico en estudiantes con limitación visual de la institución en mención, por medio del aprendizaje de funciones lineales. Las actividades son aplicadas a una muestra de dos estudiantes con baja visión y diez estudiantes regulares de la Institución, en la cuales se trabaja la representación gráfica de funciones lineales con herramientas adaptadas a la condición de limitación visual.

En la sección 2 de este documento, se exponen los fundamentos teóricos que soportan la investigación, mientras que la sección 3 hace referencia a las etapas en que se desarrolló la misma y las técnicas e instrumentos aplicados para la recolección de datos, y en la sección 4 se sintetiza con base a la información recogida, los resultados obtenidos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Las teorías que aportan a esta investigación en el marco de la educación inclusiva, el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico y el objeto matemático son:

2.1 Educación inclusiva.

El Decreto 1421 de 2017, define la educación inclusiva como un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, intereses, posibilidades y expectativas de los niñas, niños, adolescentes, jóvenes y adultos, cuyo objetivo es promover su desarrollo, aprendizaje y participación, con pares de su misma edad, en un ambiente de aprendizaje común, sin discriminación o exclusión alguna, y que garantiza, en el marco de los derechos humanos, los apoyos y los ajustes razonables requeridos en su proceso educativo, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras existentes en el entorno educativo.

2.2 Baja visión.

Se refiere a una percepción visual disminuida o insuficiente, la cual, a pesar de las ayudas ópticas que el estudiante pueda utilizar, sigue estando bajo el promedio de una visión normal. Es decir, las personas con baja visión poseen el remanente visual o resto de visión que les permitirá utilizar funcionalmente este sentido, o lo que es lo mismo, muchas de ellas podrán escribir y leer textos impresos, generalmente amplificados, apoyadas por las ayudas ópticas que sean necesarias en cada caso, tales como lupas, lentes u otros instrumentos que le sirvan para magnificar los caracteres e imágenes que desee ver (Fundación Mapfre, s.f., p.3).

2.3 Tiflología.

La tiflología es la ciencia que estudia las condiciones y los problemas de las personas con discapacidad visual, con el fin de identificar soluciones para mejorar su desarrollo social y cultural además de su plena integración a la sociedad. Escobar (2010), afirma que la tiflología "literalmente es el estudio de la ceguera, este término hace referencia a todo lo relacionado con la problemática de la ceguera, abarcando la educación, la rehabilitación hasta los medios técnicos auxiliares para el desenvolvimiento del ciego" (p.28).

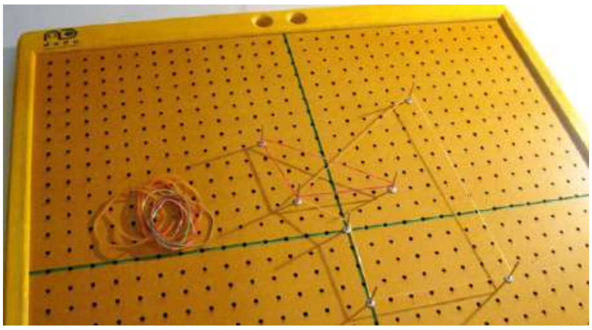
2.4 Herramientas de las áreas tiflológicas.

Según Rodríguez (2017), para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad visual se tienen los siguientes materiales didácticos de las áreas tiflológicas:

2.4.1 Ábaco japonés: Consiste en un dispositivo rectangular provisto de 13, 21 o 27 ejes, que se lee de derecha a izquierda. Está compuesto por bolas o cuentas, una barra horizontal lo divide en dos partes, en la parte superior cada cuenta indica cinco unidades y en la parte inferior cada cuenta indica una unidad. En la barra horizontal cada tres ejes, que representan una clase, aparece un punto en relieve que indica las unidades de mil, millón o coma decimal.

2.4.2 Plano cartesiano: Es un dispositivo cuadrado, como se aprecia en la figura 2. Plano Cartesiano. Tomado de Dado. Compuesto por dos ejes: horizontal y vertical, a cierta distancia constante aparece un hueco que indica la unidad. A la derecha y hacia arriba se marcan las unidades positivas y a la izquierda y hacia abajo se marcan las unidades negativas. Para ubicar las gráficas se utilizan pines, los cuales se ubican en los huecos, y luego se usan ligas para formar la figura deseada.

Figura 1. Plano cartesiano. Fuente: Tomado de Dado



2.4.3 Tabla negativa: Es una herramienta para dibujos, que está conformado por una base de material resistente llamado tapete y un paño o malla acrílica, utilizando el traza líneas o rodachinas se realizan gráficas y/o figuras que al voltearlas, por medio del tacto, el estudiante con limitación visual podrá identificar el objeto matemático dibujado, también se lo conoce como plancha negativa.

2.4.4 Lecto-escritura Braille: Según Ruiz (2000), para la escritura en Braille se utiliza una pizarra, que posee unas casillas donde se puede marcar cualquier letra o signo que se requiera, pues cada una dispone de un signo generador (unidad básica del braille) y un punzón que es lo que permite el alto relieve, como se ilustra en la figura 4. Lecto-escritura Braille. Tomado de Caracol Radio. También, existen impresoras que pasan de la tinta al Braille.

Figura. 2. Lecto-Escritura Braille. Fuente: Tomado de Caracol Radio

2.5 Habilidades del pensamiento.

Las habilidades del pensamiento crítico propuestos por Priestley (1996), desarrolladas en los estudiantes son: Percibir, es el primer paso en el camino que conduce al pensamiento crítico, esta permite iniciar el procesamiento de la información. Observar, es el sentido que permite obtener información para identificar: cualidad, cantidad, textura, color, forma, número, posición, etc. Discriminar, es la capacidad para reconocer una diferencia o de separar las partes o los aspectos de un todo. Nombrar- identificar, es saber designar un fenómeno, mejora la capacidad para organizar información y recuperar ésta en un momento posterior. Emparejar, es la capacidad de reconocer dos objetos que tengan exactamente las mismas características, separarlos de lo demás y formar con ellos una pareja o par. Recordar, consiste en el acto de incorporar a la conciencia la información del pasado que pueda ser importante o necesario para el momento presente. Secuenciar- ordenar, consiste en disponer las ideas de acuerdo con un orden cronológico, alfabético o según su importancia.

2.6 Gráfica de una función lineal.

La gráfica de una función lineal se considera según Roldán (2013), como la representación geométrica de la misma, es importante debido a la posibilidad de análisis y la observación de atributos de la función como es la pendiente (inclinación) e intercepto con los ejes. Para realizarla, se establece una correspondencia del producto cartesiano entre números reales $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y)/\, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ y los puntos del plano cartesiano; de tal manera que a cada elemento de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cuya forma es (x, y) se le asigna un punto P del plano cartesiano, entonces los valores de la abscisa y la ordenada del punto P son respectivamente x e y.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación se aborda desde el diseño fenomenológico, puesto que, según Hernández, Fernández y Baptista (2014), éste es el más apropiado cuando el tipo de problema de investigación busca entender las experiencias de personas sobre un fenómeno o múltiples perspectivas de éste. La investigación cumple con las características en mención, de acuerdo con el planteamiento del problema, este diseño permite explorar, describir y comprender lo que los individuos tienen en común de acuerdo con sus experiencias respecto al desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico.

Inicialmente, se interpreta el estado en que se encuentran las habilidades del pensamiento crítico de estudiantes regulares y limitados visuales, a partir de las experiencias compartidas en el aula por estos individuos, y los resultados de la prueba diagnóstica, luego, con base en la recolección y análisis de los datos se elabora una propuesta pedagógica inclusiva que resuelva la problemática y aporte nuevas herramientas de las áreas tiflológicas para la gráfica de funciones lineales. Siguiendo lo mencionado, el trabajo se desarrolló en las siguientes etapas:

1. Recolección y organización de datos: en esta etapa se aplicó la técnica de observación, dialogo y prueba diagnóstica a estudiantes regulares y estudiantes con limitación visual.
2. Análisis e interpretación de los datos: una vez organizado los datos se procede a establecer en matrices el análisis de resultados de la prueba diagnóstica que hacen posible la posterior preparación y elaboración de la propuesta.
3. Esquema de una propuesta pedagógica inclusiva: con base en los resultados obtenidos se preparan las actividades que conforman la propuesta pedagógica de inclusión donde se propicia el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En esta sección, se sintetizan los resultados obtenidos en las intervenciones didácticas y con base en ello, se realizan las conclusiones de investigación.

4.1 Análisis de resultados.

En la prueba diagnóstica el estudiante limitado visual mostró desconocimiento del objeto matemático e inexperiencia en el uso de herramientas de las áreas tiflológicas, en consecuencia un pésimo nivel de las habilidades del pensamiento crítico, lo cual gracias a las orientaciones de los interventores, la ambientación inclusiva del aula y las herramientas ajustadas a su condición, éstas fueron desarrolladas en la implementación de la propuesta, evidenciándose en la respuestas correctas de los mismos y afirmándose en la prueba final.

El estudiante con baja visión desarrolló las habilidades de observar, recordar, identificar detalles, percibir, inferir, describir-explicar, discriminar, secuenciar-ordenar, emparejar, y comparar-contrastar, con ayuda de las estrategias didácticas y pedagógicas realizadas en el transcurso de estas actividades para el aprendizaje de la representación gráfica de funciones lineales, éste aprendió a identificar detalles y características de la gráfica de una función lineal, logró observar su comportamiento en el plano, comparar y contrastar entre una función lineal y una función afín, enunciar la relación entre ellas y sus diferencias, reconocer cuando una expresión algebraica es una ecuación lineal.

4.2 Conclusiones.

Teniéndose en cuenta las habilidades del pensamiento crítico propuestas por Priestley (1996), y el análisis e interpretación de los resultados de las actividades de la propuestas y la prueba final, se cumplió satisfactoriamente el objetivo general de esta investigación, con aportes importantes a las áreas tiflológicas respecto a la representación gráfica de funciones lineales por parte de los estudiantes con limitación visual. Lo anterior, es posible cuando se hace partícipe al estudiante dentro del aula, se le brinda la atención y el acompañamiento oportuno en el uso adecuado de las herramientas tiflológicas.

En la práctica de estas actividades el alumno aprendió a pensar con rapidez y eficiencia, fortaleció su competencia comunicativa y enriqueció su lenguaje matemático. Con referencia al objeto matemático, éste aprendió a resolver ecuaciones lineales usando las propiedades de la igualdad, a construir la representación gráfica de una recta numérica de números enteros, ubicar puntos en el plano cartesiano, entre otros.

5. REFERENCIAS

Diario oficial de la República de Colombia (2017). Decreto 1421 de 2017. Bogotá D.C.: Ministerio de Educación Nacional.

Escobar, J. (2010). Material didáctico para estudiantes con discapacidad visual (tesis de grado). Recuperado de https://repositorio.ucp.edu.co/bitstream/10785/2480/1/CDMDI211.pdf

Fundación Mapfre. (s.f.). La respuesta educativa a los estudiantes con discapacidad visual. Recuperado de http://www.oei.es/inclusivamapfre/DIN_discapacidad_VISUAL.pdf

Gutiérrez, D. y Lascarro, M. (2019). Desarrollo de las Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con Limitación Visual para Mejorar el Aprendizaje de la Adición Y Sustracción de Números Enteros a Través de las Áreas Tiflológicas (tesis de grado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V. Recuperado de http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf

Mántica, A., Götte, M. y Dal Maso, M. (2014). La enseñanza de la matemática a alumnos ciegos y disminuidos visuales. El relato de una experiencia. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Seminario llevado a cabo en Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., Estado de México, México DF.

Priestley, M. (1996). Técnicas y estrategias del pensamiento crítico. México: D.F.: Editorial Trillas.

Rodríguez, L. (2017). Enseñanza De Matemáticas A Estudiantes De Secundaria Con Discapacidad Visual (DV) (tesis de maestría). Recuperado de https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/10499/Rodriguezluisa2017.pdf?sequence=1

Roldán, E. (2013). El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica (tesis de maestría). Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/12943/1/1186875.2013.pdf

Ruiz, O. (2000). Orientaciones generales para la enseñanza del sistema de lectoescritura braille. Santafé de Bogotá D.C.: Editorial INCI. Recuperado de https://es.slideshare.net/pennypalma/1-orientaciones-brailleautosaved

Santos, N. (2015). Enseñanza aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva inclusiva para personas en condición de discapacidad visual (tesis de grado). Recuperado de http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/3607/1/SantosAlapeNellyLorena.2016.pdf

APROXIMACIÓN DE INTEGRACIÓN STEM EN TERCER AÑO DE PRIMARIA

Elvia Rosa Ruiz Ledezma[1], Fermín Acosta Magllanes[2], Alejandra Patricia Ruiz Ledezma[3]

Resumen

En este espacio presentamos una experiencia de intervención didáctica con diferentes niveles de integración disciplinar en la Educación STEM (acrónimo de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) con profesores y estudiantes de tercer año de primaria en la Ciudad de México. El trabajo se realizó en la nueva modalidad de Educación a Distancia.

Palabras claves: Aproximación de integración, Educación STEM, Educación a distancia

Abstract

In this space we present an experience of didactic intervention with different levels of disciplinary integration in STEM Education (acronym for Science, Technology, Engineering and Mathematics) with teachers and third-year primary school students in Mexico City. The work was carried out in the new modality of Distance Education.

Key words: Approaches to Integrated, STEM Education, Online education

1. INTRODUCCIÓN

Las preocupaciones internacionales por el avance de la educación STEM (acrónimo de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) se han intensificado en los últimos años y no muestran signos de disminuir.

Así mismo "Aprende en Casa" es un programa creado por la Secretaria de Educación Pública de México con la intención de continuar con el programa de estudios y poder concluir con el ciclo escolar 2019-2020 debido a la contingencia sanitaria. Este programa resultó una opción para contribuir con el trabajo escolar y lograr los aprendizajes esperados propuestos en el programa de estudios para la educación primaria, planes de estudio 2017 y 2011.

El trabajo que presentamos es el diseño e implementación de acciones en función de un aprendizaje esperado en Ciencias Naturales a través de tres aproximaciones de integración STEM en tercer año de primaria, en una escuela de la Ciudad de México.

Las interpretaciones de la Educación STEM y su integración han llamado fuertemente la atención, encontrándonos desde enfoques disciplinarios hasta transdisciplinarios (Burke et al., 2014; Honey et al., 2014; Moore y Smith, 2014; Rennie et al., 2012; Vasquez, 2014 /2015; Vasquez et al, 2013).

Además, en este sentido los Estándares de Ciencias de la Próxima Generación (NGSS) sostienen que un conocimiento práctico prepara a los estudiantes para aceptar los desafíos del futuro.

[1] Doctorado en Matemática Educativa; Instituto Politécnico Nacional; México; ruizelvia@hotmail.com
[2] Doctorado en Matemáticas; Instituto Politécnico Nacional; México; ferminacosta66@hotmail.com
[3] Licenciatura en Educación Especial; Escuela Primaria Siete de Enero; México; alejandra18_02_63@hotmail.com

El trabajo desarrollado se presenta en cuatro apartados además de la introducción.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La educación STEM representa un enfoque fundamentalmente diferente para organizar el plan de estudios escolar, donde el objetivo en la enseñanza aprendizaje es aumentar la participación de los estudiantes, profundizar su comprensión, mejorar el rendimiento y ayudarlos a ver la relevancia en lo que están aprendiendo (Hoach-lander y Yanofsky, 2011).

Honey et al. (2014) proporcionan una definición básica de integración: "trabajar en el contexto de fenómenos o situaciones complejas en tareas que requieren que los estudiantes utilicen conocimientos y habilidades de múltiples disciplinas" (p. 52).

Nuestra propuesta se recarga en la propuesta de Vasquez et al. (2013; Tabla 1), presenta una perspectiva más integral sobre la integración de STEM , donde se muestran diferentes formas de cruce de límites entre disciplinas.

Tabla 1. Aproximaciones de Integración

Aproximación	Características
Multidisciplinaria o integración temática	Los conceptos y habilidades se aprenden por separado en cada disciplina pero dentro de un tema común.
Interdisciplinaria	Se aprenden conceptos y habilidades estrechamente vinculados de dos o más disciplinas con el objetivo de profundizar los conocimientos y las habilidades
Transdisciplinaria	El conocimiento y las habilidades aprendidas de dos o más disciplinas se aplican a problemas y proyectos del mundo real, lo que ayuda a dar forma a la experiencia de aprendizaje

2.1 Objetivo de la investigación

Diseño y aplicación en tres aproximaciones de integración STEM de actividades en función del aprendizaje esperado de Ciencias Naturales: Reconocer la importancia del uso de los termómetros en diversas actividades.

2.2 Estrategia de Educación a distancia

La llamada nueva normalidad ha traído consigo por la Autoridad Educativa Nacional una nueva propuesta de gestión pedagógica a partir de cuatro ejes estratégicos: Generación de la plataforma a distancia SEP (Secretaría de Educación Pública), el contenido educativo, las métricas de impacto y la capacitación y acompañamiento a figuras educativas, padres de familia y estudiantes. Así se implementó el programa "Aprende en casa", con el objetivo de que los estudiantes pudieran acceder por televisión e internet a clases en los diferentes niveles educativos.

3. METODOLOGÍA

La metodología utilizada es cualitativa descriptiva, documentando a través de: 2 sesiones de trabajo vía zoom con tres profesoras que impartían tercer año de primaria, donde se les solicitó que abordaran el contenido del aprendizaje esperado de Ciencias Naturales "Reconocer la importancia del uso de los termómetros en diversas actividades" en tres tipos de aproximación de integración disciplinar.

Los investigadores las guiaron en la elaboración de las actividades, que debían contemplar la propuesta del programa "Aprende en Casa" y las indicaciones del consejo técnico escolar correspondiente.

La dinámica consistió: Los estudiantes vieron el video correspondiente al contenido para lograr el aprendizaje esperado en el programa “Aprende en Casa” por televisión. 2) Las profesoras prepararon la actividad según la aproximación de integración y la enviaron a sus estudiantes a través de la vocal del grupo (Tutor de un alumno, representante del grupo). 3) Los estudiantes resuelven la actividad y envían su evidencia.
Las disciplinas que participaron en la integración:
Ciencias Naturales: Funcionamiento de los termómetros.
Matemáticas: Escalas en grados Celsius, Kelvin y Fahrenheit.
Diseño de Ingeniería: Un termómetro en una botella.
Tecnología: La evolución del termómetro
Además de las disciplinas se trabajaron aprendizajes esperados de Español y Formación Cívica y Ética.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El enfoque multidisciplinario ayudo a los estudiantes a conectar ideas y aplicar las habilidades en un contexto atractivo tomando como eje un tema central.
Tiene ventajas sobre el trabajo normal la integración multidisciplinar, los estudiantes experimentaron una serie de actividades más coherentes requiriendo solo pequeños cambios.
Las conexiones tienden a ser periféricas, están relacionadas, pero no se enfocan en un entendimiento mutuo de los conceptos clave más importantes o habilidades esenciales que ayudaría a los estudiantes a desarrollar un entendimiento más profundo.

A través de la interdisciplinariedad los conceptos clave temperatura, termómetro y escala de medición, enriquecieron el entendimiento de los estudiantes.
En la aproximación de transdisciplinariedad losestudiante lograron construir su termómetro e identificaron su funcionamiento empíricamente.

4.1 Conclusiones

El enfoque multidisciplinario ayudó a los estudiantes a conectar ideas, pero corre el riesgo de convertirse en una mezcla inconexa de temas.
La integración interdisciplinar, puedo conectar disciplinas completamente diferentes, los objetivos de aprendizaje de dos disciplinas se fusionaron para crear un concepto clave o habilidad.
La transdisciplinariedad conduce la unidad como un todo, desde el punto de vista de los estudiantes la atención está en el proyecto que están realizando y desde el punto de vista de los profesores la atención está en añadir los objetivos de aprendizaje de tal forma que los estudiantes ganen conceptos y habilidades mientras completan el proyecto, las fronteras entre cada disciplina se disuelven mientras los estudiantes se involucran más en el proyecto.

5. REFERENCIAS

Secretaría de Educación Pública (2020). “Aprende en Casa” Recuperado de https://aprendeencasa.sep.gob.mx/site/ed-secundaria
Burke, L., Francis, K., & Shanahan, M. (2014). A horizon of possibilities: a definition of STEM education. *Paper presented at the STEM 2014 Conference*, Vancouver, July 12–15.

Vasquez, J. (2014/2015). STEM: beyond the acronym. *Educational Leadership*, Dec./Jan.,10-16.

Vasquez, J., Sneider, C., & Comer, M. (2013). *STEM lesson essentials, grades 3–8*: integrating science, technology, engineering, and mathematics. Portsmouth, NH: Heinemann.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS DE PUNTOS Y RECTAS NOTABLES DE TRIÁNGULOS EN EL CONTEXTO DE VAN HIELE. UNA POSIBILIDAD DESDE LA GEOMETRÍA DEL DOBLADO DE PAPEL Y ENFOQUE CPA DEL MÉTODO SINGAPUR

Liset Xiomara Giraldo Muñoz[1]

Resumen

La educación del siglo XXI demanda la apropiación de nuevos enfoques para la enseñanza de las matemáticas, analizar los niveles de comprensión que alcanzan los estudiantes en esta disciplina, permite mejorar las prácticas educativas al reconocer las dificultades para abordar los conceptos matemáticos. En esta investigación, se pretende analizar la comprensión que alcanzan cuatro estudiantes de un colegio de la ciudad de Medellín mediante un estudio de casos cualitativo, sobre los conceptos de puntos y rectas notables en triángulos en el contexto del modelo de Van Hiele, para así describir la evolución de los procesos de pensamiento y comprensión. Se promueven además nuevas habilidades de razonamiento, para ello, se implementa la geometría del doblado de papel en el marco del enfoque CPA (Concreto-Pictórico-Abstracto) del método Singapur, que desarrolla el uso de representaciones concretas, pasando por ayudas pictóricas o imágenes, hasta llegar a lo abstracto o simbólico.

Palabras claves: *Van Hiele, Enfoque CPA, doblado de papel, puntos y rectas notables en triángulos.*

Abstract

Education in the XXI demands new mathematics learning approaches appropriation, to analyzing the understanding levels that students reach in this discipline, allows improving educational practices by recognizing difficulties in addressing mathematical concepts. In this research progress, it is about analyzing the understanding reached by four students from a school in the city of Medellín through a qualitative case study, on notable points and lines in triangles that students reach in the Van Hiele's model context, to describe the thinking and comprehension advance. Besides, it is promoted new thinking skills implementing the folding paper geometry in the Singapore CPA (concrete – pictorial - abstract) method, which develops the use of concrete representations, through pictorial aids or images, until reaching the abstract or symbolic.

Key words: Van Hiele, CPA Approach, Paper Fold, Remarkable Points and Lines in Triangles.

[1] Licenciada en matemáticas y física, estudiante de Maestría en Educación, línea Educación Matemática; Universidad de Antioquia; Colombia; liset.giraldo@udea.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

A partir de la revisión de las normas técnicas curriculares emitidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) sobre el aprendizaje de la geometría en la escuela e investigaciones relacionadas con el aprendizaje de conceptos geométricos; se logró establecer que uno de los componentes de las matemáticas que cobra relevancia en la formación escolar, es la comprensión de los conceptos vinculados con el componente geométrico-métrico, mediante procesos de visualización, argumentación y formalización. Sin embargo, también se logró establecer que los estudiantes colombianos presentan bajos desempeños en el área de matemáticas, específicamente en el componente geométrico-métrico en las pruebas externas (PISA[1]) e internas (Saber 11°), lo cual da cuenta de que los estudiantes tienen dificultades en la comprensión de los conceptos matemáticos, por lo cual, el escenario del aprendizaje de las matemáticas en la escuela plantea un interés de carácter investigativo, al reconocer las dificultades que conllevan a la escasa comprensión en dicho componente, principalmente, en la temática de puntos y rectas notables en los triángulos.

Es así como se hace necesario investigar sobre las posibilidades que ofrece el doblado de papel y el enfoque CPA del método Singapur, para motivar escenarios de aprendizaje que coadyuven con la comprensión de conceptos matemáticos y específicamente de conceptos de la geometría. Considerando este panorama se planteó la siguiente pregunta como apuesta de investigación: ¿Cuál es el nivel de comprensión que alcanzan los estudiantes sobre los conceptos de puntos y rectas notables en triángulos en el contexto de Van Hiele, mediante la implementación de la geometría del doblado de papel enmarcada en el enfoque CPA del método Singapur?

Ahora bien, se considera que este trabajo de investigación permite desarrollar estrategias educativas acordes al modelo pedagógico del colegio San José de las Vegas de la ciudad de Medellín, el cual está orientado a implementar diversas estrategias metodológicas en pro del desarrollo de las competencias del siglo XXI. En este sentido, implementar el enfoque CPA del método Singapur en geometría, puede ser un aporte metodológico para el colegio, en tanto que permite el abordaje de la geometría como un saber fundamental para el desarrollo de habilidades en los estudiantes y no como una parte "minúscula" en el currículo.

En el transcurso de este documento se pretende presentar la articulación del modelo de Van Hiele con la geometría del doblado de papel y el enfoque CPA del método Singapur para la comprensión de los conceptos de puntos y rectas notables en triángulos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

A nivel teórico, se desarrolla, en primera instancia, el Modelo de Van Hiele, que a partir de sus niveles de comprensión permite analizar el razonamiento en la temática de puntos y rectas notables en cuatro estudiantes de grado 8° del colegio San José de las Vegas de la ciudad de Medellín; asimismo, este modelo desarrolla unas fases que le permiten al maestro orientar y organizar la enseñanza buscando favorecer la comprensión de la temática. En segunda instancia, se aborda el enfoque CPA del método Singapur en matemáticas, el cual busca que el estudiante aprenda a razonar antes de la etapa formal y

[1] Programme for International Student Assessment.

algorítmica a partir de lo Concreto, lo Pictórico y lo Abstracto (CPA) que, integrado con las fases de Van Hiele, permiten la organización de experiencias de aprendizaje alcanzando niveles superiores de razonamiento.

Finalmente, se plantea la geometría de doblado de papel como una estrategia de enseñanza que permite desarrollar los conceptos de la geometría plana a través de los axiomas de Huzita, lo que se circunscribe en el enfoque CPA del método Singapur, del mismo modo, esto se adapta a los planteamientos de Van Hiele, por su carácter visual geométrico.

2.1 El Modelo de Van Hiele

Está formado por dos aspectos: el primero de ellos es el aspecto descriptivo que tiene que ver con los niveles de razonamiento "a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en este campo" (Jaime y Gutiérrez, 1990, p. 305); el segundo es el aspecto prescriptivo que tiene que ver con las fases de aprendizaje que van dirigidas al profesor, y se trata de la organización de las actividades de tal forma que lleven al estudiante a un nivel superior de razonamiento.

Este modelo "por su carácter visual geométrico que facilita la comprensión de definiciones formales a partir del reconocimiento visual, el análisis y la clasificación" (Santa, 2011, p. 48), cobra relevancia en los conceptos de puntos y rectas notables, pues es preciso que haya un acercamiento visual, para que los estudiantes puedan analizar sus propiedades y aplicarlas en situaciones problema.

2.2 Método Singapur para el Aprendizaje de las Matemáticas

El método Singapur es una propuesta de enseñanza para las matemáticas, en el cual se diseñó, y tiene como eje fundamental la resolución de problemas. Según el Ministerio de Educación de Singapur (2012), el plan de estudios tiene como objetivo, garantizar que todos los estudiantes alcancen un nivel de dominio de las matemáticas que a su vez le sirva para la vida. Dicho método establece la dirección y proporciona orientación en la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas en todos los niveles, desde el primario hasta el preuniversitario, enfatizando la comprensión conceptual, el dominio de habilidades y procesos matemáticos, dando el debido énfasis a las actitudes y la metacognición.

El método Singapur contempla cinco componentes que están interrelacionados entre sí: los conceptos se pueden agrupar en numéricos, algebraicos, conceptos geométricos, estadísticos, probabilísticos y analíticos; las habilidades son importantes en el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas; los procesos matemáticos se refieren a las habilidades de proceso involucradas en el proceso de adquisición y aplicación de conocimiento matemático; la metacognición, se refiere a la conciencia y la capacidad de controlar los procesos de pensamiento, en particular la selección y el uso de estrategias de resolución de problemas. Incluye la autorregulación del aprendizaje; finalmente, las actitudes hacen referencia a los aspectos afectivos del aprendizaje de las matemáticas, tales como: creencias sobre las matemáticas y su utilidad; interés y disfrute en el aprendizaje de las matemáticas; apreciación de la belleza y el poder de las matemáticas; confianza en el uso de las matemáticas y perseverancia para resolver un problema.

2.2.1 Enfoque CPA (Concreto Pictórico Abstracto) del método Singapur. Este enfoque obedece a aspectos metodológicos implementados desde el año 1992 en el método Singapur que aborda la indagación de los conceptos matemáticos a partir de lo Concreto, lo Pictórico y lo Abstracto (CPA), esto es, pasar de una fase manipulativa a una fase abstracta (Fonseca, Hernández y Mariño 2017).

Así, lo Concreto hace referencia a aquellas actividades que permiten un primer acercamiento a los conceptos matemáticos a través del uso manipulativo de material; después de esto se pasa a lo Pictórico, donde los estudiantes representan mediante dibujos las cantidades matemáticas, las cuales posteriormente son comparadas en un problema; finalmente, lo Abstracto alude al momento en que el estudiante estructura algoritmos matemáticos utilizando signos y símbolos que, a su vez, traducen la experiencia concreta y pictórica (Fonseca et al., 2017).

En este sentido, en el método Singapur es preciso profundizar el conjunto de conocimientos atendiendo al desarrollo cognitivo del estudiante, teniendo en cuenta que, si por ejemplo un estudiante se va a enfrentar a un concepto geométrico como el triángulo, primero debe entrar en contacto directo con una figura concreta que lo represente, después mediante un dibujo o una representación gráfica que debe hacer referencia a dicho objeto y finalmente, mediante una definición formal de triangulo. Lo anterior, hace referencia al currículo que según Aguilar (2009):

Debe organizarse de forma espiral, es decir, se deben trabajar los mismos contenidos, ideas o conceptos, cada vez con mayor profundidad. Los niños y niñas irán modificando sus representaciones mentales a medida que se desarrolla su cognición o capacidad de categorizar, conceptualizar y representar el mundo. (p. 238)

En el currículo en espiral se adapta a las necesidades de cada estudiante, pues, aborda los conceptos de tal forma que favorezca el aprendizaje continuo, lo cual permite que el aprendizaje inicial proporcione los fundamentos de los aprendizajes posteriores.

Con el objetivo de desarrollar el enfoque CPA del método Singapur, en consonancia con las fases del modelo de Van Hiele, se propone la geometría de doblado de papel como una estrategia que, por un lado, permite que el estudiante tenga ese primer encuentro con el acto de doblar papel (lo concreto), por otro lado, que concretice aquellos dobleces por medio del acto de desdoblar y observar las propiedades que surgen a partir de allí (Pictórico), finalmente, que pueda matematizar lo observado y abstraer otras propiedades (Abstracto).

2.3 Axiomática del doblado de papel

Se plantea la geometría del doblado de papel como una alternativa de enseñanza, que coadyuva con la comprensión de los conceptos de puntos y rectas notables en triángulos, al ser una técnica innovadora para los estudiantes, que "les permite construir objetos mediante el plegado del papel, y de esta manera comprender y visualizar de manera palpable los conceptos de la geometría plana" (Martínez, 2017, p. 86).

Santa y Jaramillo (2010) plantean que, a nivel educativo, el doblado de papel se ha consolidado como una forma para mejorar el razonamiento en el área de la geometría, principalmente por su carácter experimental y visual, que permite a los estudiantes de manipular la hoja de papel realizando dobleces determinados, visualizar conceptos geométricos y "justificar de manera formal las construcciones elaboradas, usando un sistema axiomático" (p. 340). En consecuencia, se puede considerar que el uso del doblado de papel es una alternativa que permite al estudiante, por un lado, motivarse en lo que se refiere a las matemáticas y, por otro lado, asimilar conceptos que son necesarios para acceder posteriormente a conocimientos avanzados en el área.

De igual manera, en esta investigación se considera que el enfoque CPA del método Singapur puede posibilitar la enseñanza de la geometría desde el doblado de papel, pues, la enseñanza de lo concreto es posible desde el acto de doblar y desdoblar papel, lo pictórico hace referencia a la forma como el estudiante transcribe las visualizaciones alcanzadas en el acto de doblar y, finalmente, lo abstracto es esa forma en que el estudiante puede matematizar y ver la geometría que hay detrás de los dobleces realizados.

2.3.1 Geometría del doblado de papel. En esta perspectiva, se asume la geometría de doblado de papel a partir de Santa y Jaramillo (2010), quienes afirman:

> Dado que el doblado de papel permite hacer construcciones tan precisas como las elaboradas con regla y compás, en los últimos años se ha venido fundamentando un sistema axiomático, paralelo al de la geometría euclidiana, que permite justificar las construcciones hechas con papel. Esta nueva geometría, denominada geometría del doblado de papel, tiene sus raíces en los seis axiomas postulados por el ítalo-japonés Humiaki Huzita. (p. 340)

puesto que la intencionalidad es realizar por medio de doblado de papel construcciones realizables también con regla y compás con el fin de involucrar su carácter visual.

3. METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en un enfoque o paradigma cualitativo porque "privilegia como objeto de estudio al mundo subjetivo, aborda los hechos y fenómenos en sus ambientes naturales de manifestación y considera el proceso de conocimiento como un proceso comprensivo y holístico" (Rodríguez, 2005, p. 28). Se propone como método de investigación el estudio de casos, porque de acuerdo con Stake (1999) "el estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes" (p. 11), lo que permite que el interés se centre en el caso y que la explicación no esté supeditada a una teoría que pretenda universalizar las condiciones particulares del caso. Atendiendo a los propósitos del presente trabajo de investigación, resulta pertinente implementar como método el estudio de caso colectivo, pues permite estudiar en conjunto un número determinado de casos, con la pretensión de aproximarse a conocer de manera directa características o rasgos distintivos de aspectos tales como el objeto de estudio, una población o un fenómeno general involucrados en un estudio.

Para efectos del trabajo de campo, se seleccionarán cuatro estudiantes de grado 8°, del colegio San José de la Vegas. Allí la investigadora ejerce su práctica como docente de matemáticas, lo cual facilita la selección de los casos y la interacción con ellos en los espacios de las clases. Este colegio se caracteriza por tener un enfoque de educación personalizada, donde se atienden las dinámicas de desarrollo de la ciudad, como la apropiación del enfoque STEM; la implementación del método Singapur para la comprensión de las matemáticas; entre otros, asimismo, el currículo de este colegio privilegia la utilización de métodos y alternativas que promuevan la comprensión en matemáticas, por ello, brinda formación continua a los docentes en tal aspecto.

Las técnicas de recolección de la información que se utilizarán son: la observación, la entrevista y talleres de doblado de papel. El procedimiento de análisis implica una triangulación entre instrumentos, en donde inicialmente se transcribe, organiza y codifican los datos con el fin de seleccionar unidades de análisis, en consonancia con algunos descriptores previamente definidos desde los niveles de comprensión que propone el modelo de Van Hiele, información que permitirá identificar por el nivel de comprensión que alcanzan los estudiantes sobre los puntos y rectas notables en triángulos.

4. REFERENCIAS

Aguilar, M. (2009). Las ideas de Bruner: "de la revolución cognitiva" a la "revolución cultural." *EDUCERE Ideas y Personajes*, (44). 235–241.

Fonseca, R., Hernández, R., & Mariño, L. (2017). *Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático* [ponencia]. II Encuentro Internacional En Educación Matemática. Universidad Francisco de Paula Santander. 78–88.

Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En Linares, S. y Sánchez, M. (Eds), *Teoría y práctica en educación matemática,* 295-384. Sevilla: Alfar. www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf

Martínez, X. (2017). *La papiroflexia como estrategia didáctica para desarrollar las nociones básicas de geometría en los niños de cuarto y quinto de primaria de una institución educativa de carácter privado en la ciudad de Bucaramanga* [tesis de licenciatura, Universidad Santo Tomás Bucaramanga]. Repositorio Institucional UST. https://repository.usta.edu.co/handle/11634/13/discover

Ministerio de Educación de Singapur. (2012). Mathematics Syllabus Primary One to Six. https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

Rodriguez, J. (2005). *La investigación acción educativa ¿Qué es? ¿Cómo se hace?*. Lima: DOXA.

Santa, Z. (2011). *La elipse como lugar geométrico a través de la geometría del doblado de papel en el contexto de Van Hiele. In Universidad de Antioquia* [tesis de maestría, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional UdeA. http://bibliotecadigital.udea.edu.co/simple-search?query=La+elipse+como+lugar+geom%C3%A9trico+a+trav%C3%A9s+de+la+geometr%C3%ADa+del+doblado+de+papel+en+el+contexto+de+Van+Hiele.+In+Universidad+de+Antioquia+

Santa, Z. y Jaramillo, C. (2010). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte* (31). 338–362.

Stake, R. (1999). *Investigación sobre estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.

ANÁLISIS DE CORRELACIÓN PARA ESTIMAR LA INFLUENCIA DE LA LECTURA CRÍTICA EN LAS COMPETENCIAS QUE EVALÚA EL SABER 11 DE 2018 EN ESCUELAS DE BARRANQUILLA

Iván Andrés Padilla Escorcia[1], Nohemy Esther González Tinoco [2], Osmar Rafael Fernández Díaz[3]

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo estimar la correlación entre la competencia de Lectura Crítica y las Ciencias básicas evaluadas en las SABER 11 del 2018 de 177 escuelas de la ciudad de Barranquilla mediante el software STATGRAPHICS. Para esto, se utilizó un diseño metodológico de tipo experimental y enfoque cuantitativo para indagar de la influencia o no de la lectura crítica en estas competencias. Concluyéndose que las competencias de Matemáticas, Ciencias Sociales y Competencias Ciudadanas presentan un nivel de correlación alto con Lectura Crítica, mientras que, la incidencia de esta última con Ciencias Naturales no es significativa. De este modo, es determinante que las escuelas en Barranquilla fortalezcan las competencias de lectura crítica en sus estudiantes, ya que es fundamental en el desarrollo de la mayoría de las competencias que se evalúan en pruebas estandarizadas (SABER 11) por los distintos niveles de análisis, comprensión e interpretación que son requeridos en su realización.

Palabras claves: Competencias, Lectura Crítica, Modelo de regresión, Pruebas SABER 11

Abstract

This research aimed to estimate the correlation between the Critical Reading competence and the Basic Sciences evaluated in the SABER 11 of 2018 of 177 schools in the city of Barranquilla using the STATGRAPHICS software. For this, a methodological design of an experimental type and a quantitative approach was used to investigate the influence or not of critical reading on these competences. Concluding that the competences of Mathematics, Social Sciences and Citizen Competences present a high level of correlation with Critical Reading, while the incidence of the latter with Natural Sciences is not significant. In this way, it is decisive that the schools in Barranquilla strengthen the critical reading skills in their students, since it is essential in the development of most of the skills that are evaluated in

[1] Estudiante de Maestría en Educación – Universidad del Norte; Colombia, ivanandrespadillaescorcia@hotmail.com
[2] Especialista en Estadística Aplicada – Institución Universitaria ITSA; Colombia, nohemigonzalezt@hotmail.com
[3] Estudiante de Doctorado en Educación – Universidad Minuto de Dios; Colombia, osmarfernandez2805@gmail.com

standardized tests (SABER 11) by the different levels of analysis, understanding and interpretation that are required in its realization.

Key words:
Skills, Critical Reading, Regression Model, SABER 11 tests

1. INTRODUCCIÓN

Los resultados generales de la prueba SABER 2009 muestran problemas graves e inestables de la calidad en el sistema educativo colombiano. Solo un porcentaje reducido de estudiantes del país en ese año logró niveles satisfactorios y superiores en las pruebas. Ante esto, es notorio que los resultados en las áreas evaluadas son insuficientes, puesto que la gran mayoría de los estudiantes no cuenta con fundamentos en la competencia de lectura crítica, un área que constituye la base para la consolidación de los aprendizajes en las otras áreas claves del currículo durante todo el ciclo escolar (Duarte, Bos y Moreno, 2012). De este modo, son muchos los factores que conllevan a que los resultados no sean los esperados y debido a que, en la mayoría de las ciencias del conocimiento evaluadas, la comprensión de lectura es fundamental; el obtener bajos rendimientos en Matemáticas, Ciencias Naturales y Sociales, no es más que una consecuencia de carecer de habilidades de comprensión porque éstas, centran su atención en la resolución de problemas. Por tal motivo, las habilidades a las cuales el Ministerio Educación Nacional considera se les debe dar más prioridad y fomento a su desarrollo en las escuelas son la interpretación y solución de problemas, para que los estudiantes cuenten con la capacidad de formular y resolver problemas a partir de diferentes situaciones (Gutiérrez, 2018).

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En la academia misma el interés por encontrar la influencia que tiene la lectura crítica en otras ciencias ha conllevado a realizar múltiples investigaciones alrededor del tema, además de querer conocer qué se está realizando para fortalecer dicha competencia en los estudiantes. Por tal motivo en el siguiente apartado, se exploró acerca de investigaciones realizadas con alcance internacional, nacional y local que indagaron acerca de la influencia que tiene la competencia antes mencionada en los resultados de los estudiantes en otras áreas del conocimiento como las ciencias naturales y sociales y las matemáticas.
Por consiguiente, se referencia la investigación: *"Estrategias de monitoreo de la comprensión en la lectura de textos de ciencias con dificultades"*, realizada por Mazziteli, Maturano y Macías (2007), que tuvo como objetivo indagar si en los estudiantes que leen un texto de ciencia abstracta se generan contradicciones con respecto a lo que leen y ya saben. A su vez este estudio se interesó en analizar el tipo de estrategias que se utilizan en este proceso, así como las valoraciones que explicitan los estudiantes acerca de su comprensión en textos con contenidos abstractos de ciencias, dentro de las que destacan el uso de estrategias metacognitivas de autorregulación o monitoreo. Concluyéndose en la misma que las habilidades de los lectores para evaluar y regular su comprensión mejoran con el nivel de formación y con la edad. No obstante, los resultados encontrados en la investigación no son acordes con lo deseado. Por su parte, Águila y Allende (2012), realizaron la investigación *"La lectura como estrategia de aprendizaje de las matemáticas"* realizada con el objetivo de generar los elementos necesarios para incidir en el desarrollo de la competencia matemática y favorecer el proceso de conceptualización en la asignatura, así mismo, para describir cómo

la comprensión lectora es un factor determinante para solucionar problemas matemáticos, debido a que ésta ayuda a formar la conceptualización y reflexión en los estudiantes, dado que en el aprendizaje de las matemáticas, uno de los factores es la falta de atención de los textos de la disciplina por parte de los estudiantes, puesto que tienen la característica de ser discontinuos, lo que implica que el proceso de comprensión sea superior para que se pueda generar la construcción de significados y un sentido global al texto.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cuantitativo, dado según Hernández – Sampieri (2014) este utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías. Que, en el presente proyecto, se llevó a cabo a través de la utilidad de la estimación correlacional existente entre la variable competencia de lectura crítica y las variables de competencias de matemáticas, ciencias sociales y naturales, a partir de esto se estimará el efecto de la variable lectura crítica en las otras variables.
La población de estudio de esta investigación son las 360 instituciones públicas y privadas que presentaron las pruebas SABER 11° de 2018 en la ciudad de Barranquilla. Para la selección de la muestra se utilizó el muestreo probabilístico aleatorio simple, el cual consiste en elegir

un subgrupo de la población en el que todos los elementos tienen la misma posibilidad de ser elegidos (Hernández - Sampieri, 2014).

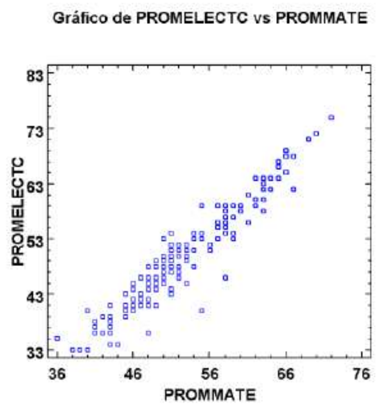
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Tabla 1. Coeficientes de correlación para las cuatro variables

	PROMELECTC	PROMMATE	PROMSOCYCC	PROMCNAT
PROMELECTC	1.0000	0.1883	0.1436	-0.4349
PROMMATE	0.1883	1.0000	-0.1316	-0.6451
PROMSOCYCC	0.1436	-0.1316	1.0000	-0.6470
PROMCNAT	-0.4349	-0.6451	-0.6470	1.0000

Elaboración. Fuente propia

La tabla muestra mayoritariamente una correlación negativa entre cada variable, sin embargo, esta investigación se basará en los coeficientes positivos, puesto que se parte de la premisa, que un estudiante se le dificulta la comprensión de una situación problema de matemáticas u otras ciencias si no maneja ningún nivel de comprensión lectora, siendo esta ultima una actividad compleja que requiere, se interactúe con las características del lector y el texto dentro de un contexto y prácticas culturales determinadas. Así mismo, la tabla presenta información de la correlación positiva de las variables PROMMATE (promedio de matemáticas) y PROMSOCYCC (promedio de ciencias sociales y competencias ciudadanas) con PROMELECTC, aunque la correlación sea positiva no se puede considerar de inmediato que esta sea directa o inversa. Es decir, que entre mejor sean los puntajes de las competencias lectoras, mejor serán las valoraciones de ciencias sociales y matemáticas. Para poder afirmar algunas tendencias antes de la elección del modelo a analizar, nos apoyaremos en el diagrama de puntos para la PROMELECTC vs PROMATE y PROMELECTC vs PROMSOCYC.



La figura correlaciona las variables PROMELECTC con PROMMATE, esta muestra que a medida que aumentan los resultados en lecto escritura así también los promedios en matemáticas. No obstante, existe correlación directa entre ambas variable, es decir un estudiante que obtenga excelentes resultados en el componente de lecto escritura, así también será en las competencias matemáticas. Sin embargo, este estudio no sólo correlaciona estas dos variables, el propósito es analizar qué sucede con las tres variables del modelo.

5. CONCLUSIONES

De acuerdo con el objetivo planteado, a través del modelo establecido se predijo a partir de la muestra seleccionada, que un estudiante con un alto rendimiento en la competencia de Lectura Crítica, obtendrá un comportamiento similar en Ciencias Sociales y Matemáticas; incluso, si estos fueran negativos, demostrando así lo planteado a lo largo de esta investigación. Así mismo, se recomienda a las escuelas en Barranquilla el fortalecimiento de los estudiantes en cuanto a la competencia de lectura crítica, puesto que la misma les permitirá contar con mejores argumentos cuando afrontan pruebas externas por competencias como las SABER 11 o las PISA, especialmente si se enfoca esta competencia como base en el desarrollo de habilidades de cualquier estudiante en las escuelas desde los grados de primaria.

6. REFERENCIAS

Águila, M. y Allende, J. (2012). La lectura como estrategia de aprendizaje de las matemáticas. Salamanca, España: Congreso Iberoamericano de las Lenguas en la Educación y en la Cultura, 5.

Duarte, J y Bos, M. (2012). Calidad, Igualdad y Equidad en la Educación. Copyright © IDB *Colombiana.* Banco Interamericano de Desarrollo, 1-8.

Gutiérrez, C. (2018). Fortalecimiento de las competencias de interpretación y solución de problemas mediante un entorno virtual de aprendizaje. Investigación, Desarrollo e Innovación, 8 (2), 279 -293. ISSN: 2027-8306.

Hernández- Sampieri (2014). Metodología de la Investigación. México : Mcgraw Hill Education.

Mazzitelli, C; Maturano, C. y Macías, A. (2017). Estrategias de monitoreo de la comprensión en la lectura de textos de ciencias con dificultades. Enseñanza de las Ciencias, 25 (2), 217 - 228.

FUNÇÃO AFIM: INVESTIGAÇÃO DE SITUAÇÕES COTIDIANAS

Tayana Cruz De Souza[1], Janaína Poffo Possamai[2]

Resumo

Neste estudo apresenta uma pesquisa em andamento que tem como finalidade analisar o desenvolvimento na autonomia dos estudantes na resolução de problemas de função afim que envolvem experimentação e coleta de dados, seguindo a abordagem da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas. Para tanto apresenta-se o referencial teórico relacionado a Resolução de Problemas, indicando a concepção adotada. Na sequência apresenta-se os trabalhos já realizados nessa área, por outros pesquisadores, evidenciando assim a contribuição científica e social da pesquisa. Os resultados indicam a relevância do estudo no contexto de envolver a modelagem de situações do cotidiano num campo de investigação de Resolução de Problemas.

Palavras-chave: *Autonomia, Função afim, Resolução de Problemas.*

Abstract

This study presents an ongoing research that aims to analyze the development in the autonomy of general problems in the resolution of related function problems, which involves experimentation and data collection, following the approach of the Teaching-Learning-Assessment methodology of mathematics through the Resolution of Problems. For this purpose, the theoretical framework related to Problem Resolution is presented, indicating the adopted concept. Following is the work already done in this area, by other researchers, thus showing the scientific and social contribution of the research. The results point to the study in the context of involving the modeling of everyday situations in a field of investigation of Problem Solving.

Keywords: *Autonomy, Related function, Problem solving.*

1. INTRODUÇÃO

Na sociedade atual, o avanço tecnológico está cada vez mais latente e a quantidade de informações e estímulos que estão disponíveis aos estudantes, tornam desafiador motivá-los para que se envolvam em ambientes de aprendizagem, em especial no componente curricular Matemática.

Neste sentido, a Resolução de Problemas como prática que envolve a discussão e socialização, bem como a investigação de caminhos para a solução é promissora na medida em que coloca o estudante como protagonista de sua aprendizagem. Além disso,

[1] Mestranda em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; tayanas@furb.br
[2] Doutora em Engenharia de Produção; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; janainap@furb.br

especificamente no contexto do ensino de função é relevante que a investigação se dê no contexto de modelar e compreender o comportamento de situações reais, em detrimento de um ensino pautado na mecanização de processos e reprodução de algoritmos.

Diante disto a pesquisa em andamento busca analisar o desenvolvimento na autonomia dos estudantes na resolução de problemas de função afim, que envolvem experimentação e coleta de dados, seguindo a abordagem da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Assim, na sequência apresenta-se o quadro teórico de investigação que norteia esse estudo, bem como a discussão frente aos trabalhos já produzidos em relação à essa temática, evidenciando quais as contribuições científica e social que se espera como resultado.

2. QUADRO DA INVESTIGAÇÃO

O ensino e aprendizagem de Matemática por meio de resolução de problemas teve como precursor os estudos de George Polya, nos quais destaca a importância de ensinar o estudante a pensar. A partir disso outros pesquisadores investigaram o desenvolvimento da aprendizagem a partir de um problema gerador, assim como documentos oficiais relacionados a educação, como por exemplo, *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) – que influenciaram reformas educacionais em diversos países do mundo, inclusive no Brasil com os Parâmetros Nacionais Curriculares (Brasil, 1997) – que enfatizam a importância de utilizar a Resolução de Problemas como estratégia, como meio de se ensinar Matemática.

A Resolução de Problemas no contexto escolar tem três abordagens, de acordo com Schroeder & Lester (1989): ensino *sobre* resolução de problemas, na qual se teoriza sobre a resolução de problemas, destacando heurísticas e processos gerais de resolução; ensino *para* a resolução de problemas, sendo esta a mais utilizada no âmbito escolar, na qual primeiramente apresenta-se os conceitos e modelos, para depois resolver um problema; por fim, o ensino *por meio/via/através* da resolução de problemas, no qual o problema é o veículo pelo qual se constrói conceitos matemáticos.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Allevato & Onuchic, 2014), se enquadra na última dessas abordagens, partindo do pressuposto que o problema é o gerador da construção do conhecimento, é a partir do problema que os estudantes, em grupo, fazem conexões com conceitos já aprendidos, estabelecem relações e buscam resolver o problema.

Neste sentido, a presente pesquisa será pautada nesta abordagem, pois se concorda com Leal Junior e Onuchic (2015, p. 962) que argumentam que o "[...] problema é o condutor, um meio de fazer as conexões, utilizado pelo professor para possibilitar, aos estudantes, o encontro formativo com os conceitos matemáticos." Nesta perspectiva é papel dos estudantes estabelecer conexões com conceitos aprendidos anteriormente e buscar uma maneira de resolver este novo problema, assim, pretende-se desenvolver a autonomia nos estudantes.

Sendo assim, para esta abordagem Allevato e Onuchic (2014), estabeleceram parâmetros que podem ser seguidos pelo professor para desenvolver a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e argumentam que o uso da palavra composta Ensino-Aprendizagem-Avaliação se dá pois, nesta perspectiva, a aprendizagem e a avaliação acontecem durante o processo com a observação e análise do professor das atitudes dos estudantes. Enfatiza-se também que nesta abordagem o problema gerador é o ponto de partida para que os estudantes construam novos conceitos matemáticos.

Desta forma, as etapas estabelecidas para a aplicação da metodologia são:

Elaboração do problema gerador. Neste planejamento o professor leva em consideração que o problema escolhido tem de levar ao um ponto de chegada, ou seja, a construção de novos conceitos, sempre partido do pressuposto de considerar os conhecimentos prévios adquiridos pelos estudantes para que seja possível fazer conexões, bem como, na visão dos estudantes, o problema deve ter sentido e ter um proposito.

Leitura individual e em grupo do problema. Neste momento a mediação do professor é importante para que não haja dúvidas em relação ao enunciado do problema. É nesta leitura que os estudantes terão contato e se envolvem com o problema. Para isto é necessário fazer uma leitura reflexiva e crítica dele, para que seja possível estabelecer conexões, relacionar com conhecimentos prévios e assim o resolver.

Resolução do problema pelos grupos. É neste momento do processo que se observa como os estudantes atuam como co-construtores do novo conceito. Por meio de um trabalho cooperativo e colaborativo, os estudantes do grupo, fazem relações, estabelecem padrões com base nos dados do problema e buscam uma forma para resolvê-lo.

Mediação e incentivo do professor: Durante a resolução dos problemas pelos estudantes, se evidencia o papel de mediador do professor, pois aqui ele não transmite informações e sim observa, questiona, provoca e incentiva os estudantes na busca da resolução.

Registro e discussão das resoluções construídas. Nesta etapa os grupos apresentam suas resoluções e argumentam sobre os caminhos tomados, para isto terão de fundamentar suas conjecturas, o que torna esta parte do processo um ambiente rico de aprendizagem.

Busca de um consenso e formalização do conteúdo. Juntos, grupos e o professor, estabelecem qual a(s) resolução(es) correta(s). Após isto, o professor formaliza os conceitos aprendidos de forma estruturada e organizada na linguagem matemática, com modelos, equações e algoritmos. Por fim, se apresenta novos problemas com o intuito de ampliar ou aprimorar o que foi aprendido.

O estudo ainda em desenvolvimento tem como base a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, visando o ensino de função afim. Na sequência apresenta-se a caracterização metodológica desse estudo e os encaminhamentos de trabalhos futuros.

3. METODOLOGIA

Esse estudo apresenta uma pesquisa que está em andamento e que tem como finalidade analisar o desenvolvimento da autonomia em estudantes do primeiro ano do Ensino Médio na resolução de problemas relacionados com função afim.

Para tanto serão desenvolvidas atividades a partir dos parâmetros e critérios definidos pelo referencial teórico e aplicados com estudantes do primeiro ano do ensino médio de uma escola de Rio do Sul (Santa Catarina – Brasil). Assim a pesquisa que se apresenta é de natureza qualitativa e do tipo investigação-ação.

Concomitante, será desenvolvido um Produto Educacional, no qual haverá um caderno do estudante apresentando problemas que possibilitem a construção de conceitos relacionados a função afim, bem como orientações didáticas para que professores possam ressignificar a prática em suas salas de aula.

Na sequência apresenta-se os trabalhos correlatos à essa pesquisa e como se pretende promover uma contribuição científica e social com a proposta em andamento.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Com intuito de compreender o campo de pesquisa que se pretende discutir, realizou-se um estado da questão para que seja possível dimensionar a abrangência dos estudos já realizados, em que perspectivas estão pautadas e assim dimensionar no que se pode contribuir.

Deste modo, em março de 2020, buscou-se em banco de teses e dissertações estudos relacionados as palavras chaves: Função afim e Resolução de Problemas. Na busca, encontrou-se oito trabalhos relacionados as palavras chaves, no entanto três deles não utilizam a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na sequência apresenta-se as pesquisas e suas abordagens.

A pesquisa de Pita (2016) busca desenvolver o conceito de função por meio da resolução de problemas, para tanto utiliza uma ficha de resolução de problemas por meio das fases de Entrada, Ataque e Revisão. Assunção (2015), aborda o ensino de função afim, pautado na metodologia de Resolução de Problemas e fundamentada na teoria de aprendizagem significativa de Ausubel, por fim Boschetto (2015), propõe uma sequência didática para o ensino dos conceitos da função afim com o uso da metodologia de resolução de problemas e do GeoGebra.

Os demais trabalhos apresentados a seguir, utilizam a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, no entanto, com algumas variações no que tange a abordagem que será utilizada para esta pesquisa, bem como, utilizam problemas que não retratam efetivamente situações do mundo real, utilizam situações que envolvem pseudo-aplicações, bem como problemas fechados com uma única solução possível.

Simon (2014), Santos (2013) e Souza (2016), analisam a contribuição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, para a construção do conceito de função afim com estudantes do Ensino Médio. Seckler (2010), analisa uma proposta de ensino de função do primeiro grau com estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental, utilizando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Resolução de Problemas relacionados ao cultivo de produtos da região, por fim, Mello (2018), utiliza a Metodologia de Ensino-aprendizagem-Avalição através da Resolução de Problemas para ensinar função afim, fazendo uma adaptação dos 10 passos para 4 momentos.

Neste sentido, essa pesquisa tem contribuição incremental na medida em que será utilizada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para construir conceitos relacionados a função afim com problemas que envolvem situações experimentais, com coleta de dados pelos estudantes, relacionadas à situações do mundo real, os quais permitirão vários caminhos e várias soluções. Portanto, é pretendida como contribuição científica a articulação da discussão de Resolução de Problemas e da Modelagem de situações reais e como contribuição social, a elaboração de um Produto Educacional no qual se apresentará sugestões de problemas para que professores possam utilizar em suas práticas em sala de aula, com orientações didáticos que envolvam uma aplicação por meio da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

5. REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. R. (2014). Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática: por que Através de Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). *Resolução de problemas*: *teoria e prática*. Jundiaí: Paco

Boschetto, V. C. (2015). *Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas*. 2015. 80 f. Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138524/000864091.pdf?sequence=1.

BRASIL (1997). Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Fundamental (SEF). *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF.

Assunção, J. A. (2016). *A resolução de problemas como metodologia de ensino no conteúdo de função afim fundamentada na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel*. 145 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) Universidade Estadual de Roraima. Disponivel em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4445822.

Leal Junior, L. C.; Onuchic, L. R. (2015) Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015.

Mello, A. L. (2018). *Resolução de problemas e avaliação conceitual: uma experiência no ensino de função afim*. 123 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br:8080/jspui/bitstream/1/3343/1/PB_PROFMAT_M_Mello%2C%20Adalgisa%20Loureiro%20de_2018.pdf.

NTCM - National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.*

Pita, A. P. G. (2016). *A ideia de função por meio da resolução de problemas: narrativas da educação de jovens e adultos.* 165 f. Dissertação (Programa de Mestrado em Educação Matemática), Coordenadoria de Pós-graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo. Disponível em: https://repositorio.pgsskroton.com.br/bitstream/123456789/21788/1/Ana%20Paula%20G.%20Pita.pdf.

Santos, N. F. (2013). *A metodologia de resolução de problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do ensino médio.* 114 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano. Disponível em http://tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/393/1/Noelli%20Ferreira%20dos%20Santos.pdf.

Seckler, D. M. (2010). *O ensino de função polinomial do 1º grau na oitava série do Ensino Fundamental: um trabalho com situações do cotidiano.* 81 f. Dissertação (Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano. Disponível em: http://tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/441/1/Daiana%20Moraes%20Seckler.pdf.

Simon, P. R. (2014). *A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, como alternativa pedagógica para a compreensão do conceito de função afim por alunos do ensino médio.* 107 f. Dissertação (Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano de Santa Maria. Disponível em: http://tede.unifra.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/415/1/Paulo%20Renato%20Simon.pdf.

Souza, R. P. (2016). *A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia.* 98 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2016. Disponível em: http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/23112016Rebeca-Pereira-de-Souza.pdf.

Schroeder, T. L.; Lester Jr, F. K. (1989). Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (Eds.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, 1989. p.31 - 42.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PRÁTICA NA AULA DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Vilmar Ibanor Bertotti Junior[1], Janaína Poffo Possamai[2]

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto do Ensino Superior para aprendizagem do conteúdo de Integração Numérica, bem como no desenvolvimento de habilidades profissionais dos estudantes envolvidos na pesquisa. Para tanto, apresenta-se as concepções de Resolução de Problemas que orientam esse estudo, bem uma descrição dos problemas geradores e sua aplicação em duas turmas multicursos de Engenharia e Matemática. A pesquisa é de natureza aplicada e a abordagem do problema se enquadra como qualitativa, sendo que os resultados apontaram que os estudantes desenvolveram autonomia, argumentação e envolvimento, bem como habilidades fundamentais para suas formações profissionais.

Palavras chave: *Integração Numérica, Resolução de Problemas, Formação profissional.*

Abstract

This article aims to analyze the methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Mathematics through Problem Solving in the context of Higher Education for learning the content of Numerical Integration, as well as in the development of professional skills of students involved in research. For that, it presents itself as conceptions of problem solving that guide this study, as well as a description of the generating problems and their application in two multicourse classes of Engineering and Mathematics. The research is of an applied nature and the approach to the problem fits as qualitative, with the results pointed out that students developed autonomy, argumentation and involvement, as well as fundamental skills for their professional training.

Keywords: Numerical Integration, Problem Solving, Professional training.

1. INTRODUÇÃO

Sabe-se, atualmente, que no mundo do trabalho, chefes e gestores de diferentes tipos de indústrias voltadas à engenharia – como químicas, civis e alimentícias – encontram dificuldades em contratar profissionais qualificados para atuar nesses segmentos, os quais precisam ter, além de conhecimento técnico, habilidades voltadas à liderança, trabalho em grupo, planejamento, gestão estratégica e autonomia, isto é, espera-se uma formação técnica sólida, humanística e empreendedora desses profissionais (Brasil, 2019).

---

[1] Mestrando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Universidade Regional de Blumenau – FURB; Brasil; vbertotti@furb.br
[2] Doutora em Engenharia de Produção; Universidade Regional de Blumenau – FURB; Brasil; janainap@furb.br

Assim sendo, as Diretrizes Curriculares Nacionais – DCNs têm estabelecido a modernização dos Cursos de Graduação em Engenharia, implicando para que o estudante tenha papel ativo na construção do conhecimento, enquanto o professor assume o papel de mediador e proporcionador das mudanças necessárias, dentro e fora da sala de aula (Brasil, 2019).

Nesse sentido, esta pesquisa tem como intuito instigar o estudante de Engenharia e Matemática à capacidade de identificar, desenvolver e aplicar métodos numéricos – abordado no tópico de Integração Numérica em Cálculo Numérico – para a solução de situações reais, por meio de problemas geradores que foram elaborados com base na metodologia de *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*, a qual se estrutura no sentido contrário à passividade do estudante, o qual tem autonomia no ato de resolver os problemas (Allevato & Onuchic, 2014).

Com isso, busca-se, para além do conhecimento matemático construído pelos estudantes acerca dos problemas, desenvolver habilidades neles relativos à prática profissional, norteando para a pergunta de pesquisa desta investigação: *Quais implicações da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para abordagem do conteúdo de Integração Numérica, em aulas de Cálculo Numérico, para formação de acadêmicos de Engenharia e Matemática?*

2. MARCO DA INVESTIGAÇÃO

Ao se tratar da 'resolução de problemas' no contexto de salas de aula de matemática, tem-se uma diferenciação de nomenclatura quanto a essa expressão. Quando abordada com letras minúsculas, a resolução de problemas se refere ao ato de resolver problemas, algo que pode ser resolvido esporadicamente ou momentâneamente, uma atividade de cunho recognitivo visando a exploração pontual de problemas matemáticos. Já quando evidenciada com letras maiúsculas, a expressão Resolução de Problemas se trata de uma prática metodológica, algo que acontece em atividades e perpassa todo um movimento educacional, problematizando a vida de algum modo (Leal Junior & Onuchic, 2019).

Nesse viés cabe definir o que é um problema, o qual, muitas vezes, confunde-se com o significado de exercício. Problema é toda situação em que se desconhece um método de resolução, mas se tem o interesse em resolvê-lo. O problema não dispõe de um algoritmo ou mecanismo de resolução já previamente conhecido pelos estudantes, levando-os à conclusão de imediato para chegar-se à resposta. Antes de tudo, é preciso buscar, investigar, pesquisar e estabelecer relações para encontrar um caminho de resolução (Vila & Callejo, 2006).

Enquanto exercícios se baseiam no uso de habilidades já conhecidas ou técnicas de resolução já repassadas do professor aos estudantes para que resolvam algo, ou seja, cria-se uma rotina automatizada de cálculo como consequência de uma prática há pouco ensinada. É um modo de justificar e praticar a matemática apresentada, por meio de situações que envolvem uma aplicação ou pseudo-aplicação do conteúdo (Stanic & Kilpatrick, 1990).

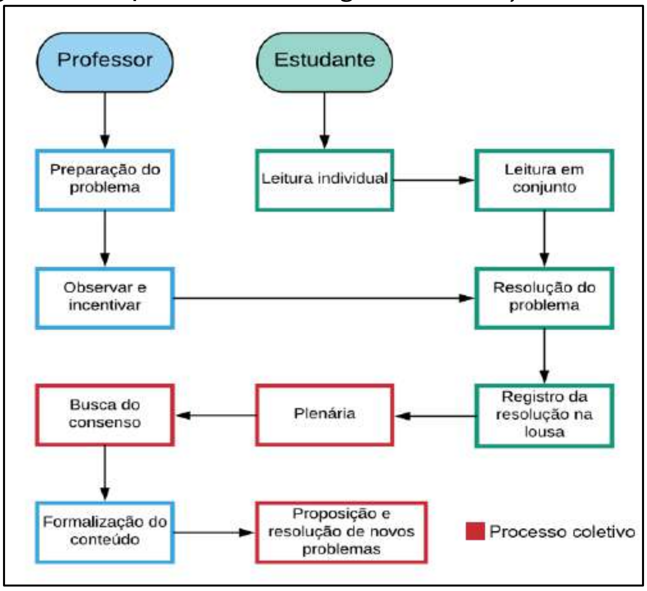
Nesse aspecto, em se tratando da resolução de problemas em salas de aula de Matemática, há três maneiras diferentes de abordá-las, sendo elas o ensino *sobre* resolução de problemas, que tem como foco as heurísticas, ou seja, ensinar os estudantes estratégias gerais de como resolver problemas; o ensino *para* resolução de problemas, em que o professor explica o conteúdo para os estudantes resolverem problemas, indicando, geralmente, a mecanização de uma técnica para resolvê-los, o que poderá tornar esse processo um conjunto de regras e fatos isolados; e o ensino *através* da resolução de problemas, que parte da construção do conhecimento a partir de um problema, fazendo com que a resolução de problemas se torne parte integrante da aprendizagem matemática. Embora a abordagem *para* resolução de problemas seja, ainda, a prática mais comum dentro das salas de aula (Allevato, 2014), a perspectiva *através* da resolução de problemas é a que sustenta as atuais orientações de ensino e sobre a qual a pesquisa é consolidada.

Nessa perspectiva, o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - GTERP da Universidade Estadual Paulista (UNESP), desenvolveu a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em que a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação expressa o ideal de que o ensino e a aprendizagem sejam abordados em sala de aula de forma integrada, enquanto que a avaliação permeia esse processo, no sentido de avaliar o desenvolvimento da construção durante a resolução do problema, dando menos ênfase aos julgamentos apenas nos resultados finais (Allevato & Onuchic, 2014).

Paralelamente a essa proposta, Van de Walle (2009, p. 58) coloca que "As lições eficazes começam onde os alunos estão, e não onde os professores estão. Isto é, ensinar deve começar com as ideias que as crianças já possuem – as que serão usadas para criar novas ideias. Envolver os alunos requer tarefas ou atividades que sejam fundamentadas em problemas e um pensamento ativo".

Essa metodologia, além desses preceitos que a norteiam, é organizada em 10 etapas, os quais podem ser visualizados na Figura 1, numa releitura de Cardozo (2018) sobre o trabalho de Allevato e Onuchic (2014).

Figura 1 – Etapas da metodologia de Resolução de Problemas



Fonte: (Cardozo, 2018, p. 56)

Esses preceitos da Resolução de Problemas são consequências, principalmente, dos fundamentos do construtivismo e da teoria sociocultural, que tem Vigostski como principal referência teórica, colocando os processos de pensamento matemático e de aprendizagem como pontos fundamentais para formação do conhecimento (Allevato & Onuchic, 2014). Ao encontro das perspectivas apontadas, elaboraram-se problemas para avaliar o desempenho dos estudantes com relação à resolução de problemas, em que a caracterização metodológica e descrição dos problemas encontram-se apresentados a seguir.

3. METODOLOGIA

Essa pesquisa foi realizada em uma universidade (Blumenau/SC - Brasil) sendo que foram avaliados os dados disponibilizados por 34 estudantes de duas turmas multicurso de Cálculo Numérico envolvendo os cursos de Engenharia Química, Civil, Alimentos e Mecânica e Licenciatura em Matemática da instituição. Nessas turmas abordou-se o tópico de Integração Numérica, o qual faz parte da ementa destes. Durante a pesquisa, os acadêmicos foram acompanhados pelo pesquisador e pelo professor de Cálculo Numérico na realização das atividades referentes ao conteúdo explorado.

A pesquisa é de natureza aplicada, objetivando gerar conteúdos/procedimentos que proporcionem conhecimentos durante a aplicação prática, com o propósito de solucionar problemas específicos por meio de fatos e interesses locais. A abordagem do problema se classifica como qualitativa, considerando que há uma relação entre o mundo real e o sujeito, pelos quais a interpretação dos fenômenos e a atribuição dos significados tornam-se fundamentais no processo da caracterização de uma pesquisa qualitativa. (Kauark; Manhães & Medeiros, 2010).

Enfatiza-se que que a disciplina de Cálculo Numérico ocorre em aulas presenciais, porém, devido a situação de pandemia da COVID-19, as aulas foram remotas por meio de videoconferências, utilizando a plataforma Microsoft Teams, sendo que a aplicação aconteceu em horário normal de aula, conforme presencial, seguindo as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, porém com algumas adaptações. Toda a turma se reunia em uma sala virtual no Teams, pela era realizada a leitura individual e a leitura em conjunto do problema. Posteriormente a isso, as equipes se reuniam em *chats* separados por grupos realizando as discussões dos problemas por meio de videoconferências com áudio, vídeo e compartilhamentos de tela, sendo que as etapas do observar e incentivar, bem como da resolução do problema, aconteciam nos *chats* dos grupos com acompanhamento do pesquisador. As demais etapas aconteciam na sala virtual da turma, sendo que o "registro na lousa" ocorria por meio dos estudantes compartilhando sua tela e apresentando o arquivo que sistematizava a solução e as conclusões do grupo.

Há de se destacar que os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram registro das observações do pesquisador durante o tempo da pesquisa – diário de campo; registro das resoluções realizadas pelos estudantes por meio de documentos; registro dos diálogos dos sujeitos com o pesquisador, bem como, entre eles – gravações; e ainda, as respostas obtidas a partir da aplicação de um questionário final de pesquisa – questionário, no qual buscou-se avaliar as implicações do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para a aprendizagem do conteúdo de Integração Numérica.

Nesse aspecto, descreve-se as atividades aplicadas com os estudantes, as quais consistiram em cinco problemas, sendo que três deles enfatizam a construção do conteúdo relacionado à Integração Numérica e os outros dois possuem cunho profissional para que os estudantes pudessem desenvolver, na prática, a aplicação daquilo que construíram.

O problema 1 teve como intuito resgatar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito das definições de área envolvendo quadrado, retângulo e triângulo. Com isso, buscou-se que a partir das relações existentes entre elas, eles chegassem a uma generalização a fórmula da área de um trapézio.

O problema 2 teve como proposta que utilizassem de retângulos e trapézios para preencher a área de uma figura irregular. A partir disso, puderam comparar qual método foi mais eficaz no preenchimento da figura quando se trabalha com regiões, sendo a função não conhecida ou impossível de ser definida analiticamente. Com base nas análises desenvolvidas, posteriormente o intuito era de que chegassem a uma generalização do método dos trapézios, podendo ser aplicado em qualquer situação. Com base nesse problema, os estudantes tiveram condições de resolver o problema 3, pelo qual tiveram de calcular a área do parque Ramiro Ruediger de Blumenau/SC.

Já os problemas 4 e 5 foram realizados extraclasse, sendo que os estudantes deveriam construir um protótipo para realizar a coleta de dados e, a partir deles, solucionar o problema envolvendo o cálculo de área e volume de uma seção de um rio, bem como calcular o tempo de esvaziamento de um reservatório, respectivamente.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Durante a aplicação dos problemas com os estudantes, percebeu-se autonomia em equipe nos grupos, uma vez que estes argumentaram por longos minutos a respeito das problematizações, sem a necessidade de fazerem pesquisa em sites eletrônicos ou, até mesmo, do auxílio do professor como fontes imediatas de respostas. Ao invés disso, optaram por debater as questões entre eles até chegarem a um consenso de resposta, o que gerou, por consequência, envolvimento e argumentação entre os membros presentes no grupo.

Nesse sentido, os estudantes conseguiram desenvolver a generalização de equações que envolvem o cálculo de área tendo em vista os métodos numéricos, bem como aplicá-los em situações reais de suas práticas profissionais, isto é, tiveram a oportunidade de construir, aplicar e discutir a problematização norteados pelos seus conhecimentos prévios.

Em contrapartida, alguns grupos não apresentavam certeza daquilo que raciocinavam acerca do problema, embora seus raciocínios estivessem corretos, evidenciando-se à pesquisa em sites eletrônicos como confirmação de suas respostas, sendo que tal fato previamente ocorre devido aos estudantes ainda estarem habituados a acreditar que o professor é a única autoridade exclusiva de respostas corretas (Van de Walle, 2009).

Verificou-se, também, que a escrita nas aulas de Matemática ainda não é uma prática comum à parte dos estudantes, uma vez que muitos deles sabem argumentar na plenária a respeito das problematizações, porém não deixam registrado, de forma detalhada, suas resoluções no documento. Desse modo, compete ao professor incentivá-los, uma vez que registrar os cálculos realizados é diferente de explicar e justificar o motivo pelo qual foram realizadas e pelo qual estão corretos. Nesse sentido, escrever pode ajudar os estudantes a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais, de modo que a partir dos textos, conseguem ler, ouvir, observar, questionar e avaliar seus próprios caminhos de resolução (Smole, 2001).

Por fim, pode-se constara que, em se tratando da visão dos estudantes com relação a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, esta atende aos preceitos de formação acadêmica dos futuros profissionais, permitindo o desenvolvimento de habilidades aplicadas aos seus contextos profissionais, bem como inferindo na aprendizagem matemática, enquanto efetivamente estão fazendo matemática como resultado da busca de solução para os problemas.

5. REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G (2014). Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. *VIDYA,* Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun. 2014.

Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. de La R (2014). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al. (Org.). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, p. 35-52.

Brasil (2019). Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*. Brasília.

Cardozo, D (2018). *Do átomo de carbono às grandes populações:* o ensino de funções exponenciais sob a perspectiva da resolução de problemas. 158 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

Kauark, F. Da S.; Manhães, F. C. & Medeiros, C. H (2010). *Metodologia da Pesquisa:* Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 86 p.

Leal Junior, L. C. & Onuchic, L. De La R. (2019). Cartografando Resolução de Problemas – O que há de/em/com práticas de Ensino de Matemática. Amazônia: *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas,* Pará, v. 15, n. 34, p. 96-115.

Stanic, G. M. A. & Kilpatrick, J (1990). Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematical Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving.* Reston, VA: NCTM, p.1-22.

Van de Walle, J. A (2009). *Matemática no Ensino Fundamental:* Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed.

Vila, A. & Callejo, M. L (2006). *Matemática para aprender a pensar:* O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 212 p.

ANSIEDAD MATEMÁTICA Y ENGAGEMENT ACADÉMICO: PAPEL DIFERENCIADOR DEL GÉNERO, HISTORIAL DE DESEMPEÑO Y AUTOCONCEPTO EN ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO.

Yorce Guerra Barrios[1], Luisa Mercado Escorcia[2], Natalia Orozco Carrillo[3], José Ávila Toscano[4], José Solorzano Movilla[5]

Resumen

El objetivo de este estudio fue determinar la relación funcional predictiva entre el engagement académico y la ansiedad ante las matemáticas teniendo en cuenta el papel del género, autoconcepto e historial de desempeño. Mediante un estudio no experimental de diseño predictivo transversal se evaluaron 145 estudiantes de licenciatura en matemáticas (48.3% mujeres) con edades comprendidas entre 16 y 30 años, a quienes se les aplicó una serie de cuestionarios para analizar el comportamiento de cada variable. Los datos se analizaron con procedimientos no paramétricos aplicando regresión categórica; los resultados sugieren la necesidad de aceptación de la hipótesis nula ante la ausencia de relaciones estadísticamente significativas, solo se halló correlación entre el promedio de la carrera actual y la ansiedad matemática general aunque el nivel de pronóstico obtenido en el modelo de regresión fue modesto. Se discute las implicaciones de estos resultados dentro del marco de análisis de la educación matemática.

Palabras claves: *Ansiedad matemática, autoconcepto matemático, engagement académico, historial de desempeño, interdisciplinariedad.*

Abstract

The aim of this study was to determine the predictive functional relationship between academic engagement and anxiety in mathematics, reckoning with the role of gender, self-concept and academic performance history. 145 undergraduate students in mathematics education (48.3% women) between 16 and 30 years old were evaluated throughout a non-experimental cross-sectional predictive design study, to whom it was applied a series of questionnaires to analyze the behavior of each variable. The data were analyzed with non-parametric procedures applying categorical regression; the results suggest the need for acceptance of the null hypothesis in the absence of statistically significant relationships, only a correlation was found between the current career average and general mathematical anxiety, notwithstanding the prognostic level obtained in the regression model was adequate. The implications of these results within the framework of mathematical education analysis are discussed.

[1] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; ylguerra@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; lfmercado@mail.uniatlantico.edu.co
[3]Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; ncorozco@mail.uniatlantico.edu.co
[4] Ph.D. en Ciencias Humanas y Sociales; profesor asociado a la Universidad del Atlántico- Colombia. joseavila@mail.uniatlantico.edu.co
[5] M.Sc. en Matemáticas; profesor asociado a la Universidad del Atlántico- Colombia. josesolorzano@mail.uniatlantico.edu.co

Keywords: Mathematical anxiety, mathematical self-concept, academic engagement, performance history, interdisciplinarity,

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años las investigaciones en el campo de la educación matemática han dirigido su mirada a los problemas que comprenden el ámbito afectivo en el desarrollo de las matemáticas y su relación con la enseñanza y el aprendizaje. Segarra y Pérez-Tyteca, (2017) en su estudio titulado *"Nivel de ansiedad hacia las matemáticas de futuros maestros de Educación primaria"* señalan que las respuestas de ansiedad en esta población, son más graves ante situaciones que implican resolver problemas o una evaluación. Delgado et al., (2017) en su artículo titulado "*Ansiedad matemática en estudiantes universitarios de Costa Rica y su relación con el rendimiento académico y variables sociodemográficas*" determinaron las relaciones entre la ansiedad matemática y género, rendimiento académico, cantidad de veces que ha llevado el curso y tipo de colegio. Ávila-Toscano, Rojas y Tovar (2020) en su artículo titulado "*Perfil del dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas*" construyeron una tipología que permite identificar el perfil del dominio afectivo en los futuros docentes de matemáticas. El problema que aborda esta investigación es: ¿Existen relaciones funcionales entre la ansiedad matemática y el engagement académico desde el papel diferenciador del género, historial de desempeño y autoconcepto? Este estudio espera contribuir a la interdisciplinariedad en el campo de la educación matemática.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Ansiedad matemática

La ansiedad matemática ha sido entendida como el fracaso que expresa el estudiante al emprender tareas de esta área (Bursal & Paznokas, 2006), además implica sensaciones de inquietud, miedo, preocupación e interrupción en los procesos cerebrales que impide a los individuos pensar y actuar, también incluye patrones físicos como la transpiración (Richardson & Suinn, 1972; Fennema & Sherman, 1976). Este fenómeno se presenta en estudiantes universitarios (Richardson & Suinn, 1972), incluso futuros profesores de diferentes áreas del conocimiento, incluyendo la matemática manifiestan ansiedad ante la evaluación, ante el aprendizaje y ante la enseñanza de esta disciplina (Sánchez, Segovia & Miñan, 2011; Martínez-Artero & Checa, 2014), esto puede deberse a un constante diálogo interno negativo, en el que el profesor se siente incapaz de iniciar un concepto matemático, lo que hace evidente una autoestima baja (Peker, 2009); así es posible manifestar que la ansiedad y el autoconcepto se encuentran relacionados de forma negativa. Cabe resaltar que la ansiedad en sí misma no es una característica negativa, puesto que en manifestaciones moderada, puede contribuir al rendimiento académico (Nortes-Checa & Martínez-Artero, 1996).

Por otra parte, diversas investigaciones sostienen que existen diferencias en las manifestaciones de ansiedad matemática de acuerdo con el género del estudiante, la mayor parte de la evidencia al respecto indica una mayor tendencia a niveles elevados de ansiedad entre las mujeres (Valero, 1999; Delgado et al., 2017), sin embargo otros estudios no comparten la evidencia de que sea común hallar diferencias estadísticamente significativas entre mujeres y hombres (Hyde, Fennema, Ryan, Frost & Hopp, 1990).

2.2 Engagement académico

Salanova et al., (2000) define al engagement un estado afectivo-emocional positivo que se manifiesta mediante una sensación de confort, es decir, lo caracteriza como un estado afectivo y cognitivo, el cual no se centra en un objeto o comportamiento específico. De modo que en las personas con engagement evidenciamos tres dimensiones; El vigor corresponde a los altos niveles de energía y la determinación para invertir en los esfuerzos de actividades académicas. La dedicación hace referencia a los niveles de desempeño, implicación, inspiración, orgullo y reto en las tareas ocupacionales. En cuanto a la absorción se caracteriza por los altos niveles de concentración y felicidad durante el desempeño en la actividad que realiza.

Por otro lado, el engagement académico es de efecto positivo, puesto que para obtener el éxito y un mejor rendimiento el estudiante debe ser aplicado, perseverante y poner en marcha sus capacidades y habilidades frente a cualquier adversidad (Navarro, 2003; Bresó, Martínez, Salanova & Schaufeli, 2010). En cuanto a la relación con el género, estudios como (Parra, 2010; Contreras & Pérez, 2014) señalan que las mujeres presentan mayor satisfacción académica, puesto que los hombres se sienten menos halagados e inspirados por sus compromisos académicos.

De la misma manera, el docente puede generar engagement en la construcción de relaciones pedagógicas positivas reconociendo los conocimientos previos y los antecedentes de los estudiantes, en donde interactúan y modela de manera activa el gusto por esta área, siguiendo los contenidos pedagógicos sólidos, mediado por estrategias de retroalimentación oportunas y constructivas (Attard, 2012).

3. METODOLOGÍA

El presente estudio es de enfoque cuantitativo, de tipo no experimental, con corte transversal al analizar los datos de las variables en el periodo de tiempo que están ocurriendo los hechos, asimismo, se utilizó un diseño predictivo transversal (Ato, López & Benavente, 2013) por el cual se puede analizar el tipo de relación que se da entre un grupo de variables independientes que proceden como predictoras de la variable dependiente. La población que conformó esta investigación fueron los estudiantes del programa de Licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico, para la selección de la muestra se empleó un análisis *a priori* tomando *un* tamaño de efecto medio *(f2 = .15), con α = .05,* poder estadístico de *.95 y* con un mínimo 5 predictores; quedando conformada por 157 personas, pero tras depurar la base de datos la muestra definitiva quedó en 145 individuos, los restantes fueron invalidados por diversas razones.

Instrumentos y técnicas para la recolección de los datos.

- *Escala Abreviada a las Matemáticas (Abbreviated Math Anxiety Scale -AMAS),* fue creada por Hopko et al. (2003). Esta escala es una referencia corta, fácil a la hora de aplicar y rápida para la recolección de los datos.
- *Escala Utrecht de Engagement (UWES-S) (Schaufeli & Baker, 2003).* El UWES en su referencia para estudiantes (S), cuenta con 17 ítems de escala tipo Likert con 7 opciones de respuesta (1= nunca, 7= siempre). El instrumento posee tres escalas

denominadas vigor, absorción y dedicación, las cuales son cada una de las dimensiones que constituyen el *engagement* académico.

- El autoconcepto en matemáticas se evaluó desde la propuesta de Rosário et al. (2012), a través de la pregunta *¿Qué tan hábil te consideras en matemáticas?*, que busca la opinión de los estudiantes sobre sus capacidades matemáticas. Las respuestas competen a una escala tipo Likert de cinco ítems *(1=Mucho peor que los demás, 5=Mucho mejor que los demás).*
- El historial de desempeño se valoró examinando el promedio académico en matemáticas a nivel escolar y el promedio general en su carrera.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El presente estudio tuvo como finalidad determinar la existencia de relaciones funcionales entre la ansiedad ante la matemática y el engagement académico en futuros profesores de matemáticas considerando el papel del género, el autoconcepto y el historial de desempeño.

Inicialmente se procedió a identificar las manifestaciones de ansiedad ante la matemática de los participantes, diferenciando las formas ansiosas generadas por la evaluación y las correspondientes al aprendizaje de la disciplina, también se reportó el indicador de ansiedad general de los evaluados. La información descriptiva correspondiente a estos datos se describe en la Tabla 1.

Tabla 8. Resultados de la evaluación de ansiedad ante la matemática y contraste comparativo por sexo

	Descriptivos				Hombre		Mujer		Contraste de grupos	
Ansiedad	M	DE	Mín.	Máx.	M	de	M	de	U	p
Ante el aprendizaje	15.70	4.40	5	25	15.60	4.46	16.04	4.16	2446	.47
Ante la evaluación	9.41	3.85	4	20	9.51	3.97	9.26	3.63	2554.5	.77
General	25.11	7.40	10	43	25.11	7.48	25.30	7.01	2560.5	.79

Fuente: elaboración propia.

Dentro del análisis estadístico de los resultados obtenidos, se evidenció que la ansiedad ante la evaluación, ante el aprendizaje y general ante las matemáticas en los participantes es baja; lo cual puede ser en virtud de que la muestra está conformada por estudiantes que están familiarizados con la actividad matemática. Sería interesante que futuras investigaciones tengan en cuenta el nivel de vocación que los estudiantes sienten por la educación matemática y el nivel del conocimiento previo.

En relación con el papel que cumple el género, los resultados obtenidos siguen expresando la necesidad de continuar con el análisis enfocado en este tema, esto en virtud de que los datos extraídos de la muestra indican que el género no se relaciona con las variables de estudio. Investigaciones previas como la desarrollada por Hyde et al. (1990), han señalado resultados similares, sin embargo, también existe evidencia empírica que presenta resultados opuestos, como es el caso de Delgado et al. (2017), quienes asumen que el papel del género sí es relevante en relación con la ansiedad, siendo especialmente presente en las mujeres.

De la misma forma se cumplió con la evaluación de las dimensiones de engagement que mostraron también un rendimiento medio y sus datos descriptivos se observan en la Tabla 2.

Tabla 9. Resultados de la evaluación del engagement y contraste comparativo por sexo.

	Descriptivos				Hombre		Mujer		Contraste de grupos	
Engagement	M	DE	Mín.	Máx.	M	de	M	de	U	p
Vigor	29.0	6.46	11	41	29.19	6.89	28.97	6.08	2533	.71
Dedicación	30.4	5.69	11	41	30.89	6.16	29.96	5.21	2314	.21
Absorción	30.2	5.13	6	35	30.14	6.03	30.31	4.15	2403.5	.37

Fuente: elaboración propia.

Estudios futuros pueden enfocarse en realizar un análisis del autoconcepto en el cual sería de mucha utilidad no evaluar esta variable con la metodología de único ítem de Rosario, si no emplear instrumentos estandarizados que hayan sido creados específicamente para evaluar el autoconcepto matemático.

Se logró identificar que al dar a conocer su autoconcepto matemático, 67.5% de los participantes se consideró igual que los demás, 29.9% se consideró mejor que los demás y sólo 2.6% de la muestra aseguró tener un desempeño peor que el de otros. No se observaron relaciones entre autoconcepto y las dimensiones de engagement ($p>.05$).

Finalmente, se procedió a identificar la existencia de relaciones entre el engagement y la ansiedad matemática, así mismo se consideró el papel del autoconcepto matemático, la edad y el historial de desempeño incluyendo en este último el promedio obtenido en matemáticas en la escuela y el promedio general actual en la carrera. Los resultados se aprecian en la Tabla 3.

Tabla 10. Coeficiente de correlación entre las variables de estudio y la ansiedad matemática.

Ansiedad	Edad	Promedio escuela	Promedio carrera	Autoconcepto matemático	Vigor	Absorción	Dedicación
Aprendizaje	-.059	.014	-.094	-.072	-.093	-.112	.035
Evaluación	-.082	-.029	-.154	-.087	-.076	-.077	-.119

General	-.069	.020	-.171*	-.055	-.056	-.062	-.054

*$p < .05$. Fuente: elaboración propia.

Los resultados de este análisis sugieren la necesidad de asumir la hipótesis nula ante la ausencia de relaciones estadísticamente significativas, únicamente se halló una correlación general entre el promedio en la carrera actual y la ansiedad matemática general, por ello se procedió a realizar una regresión simple para identificar el potencial predictivo sobre la ansiedad, el resultado, aunque mostró significancia estadística con un coeficiente de regresión negativo (R2=.049, F[1]=7.37, p=.007<.01; β=-.221, p=.02<.05), se acompaña de un ajuste del modelo bajo que solo pronostica 5% de la variación de la ansiedad matemática.

Las variables de atributo analizadas en esta investigación como el engagement académico, el historial de desempeño y el autoconcepto en esta muestra en particular, no hacen una predicción de la ansiedad matemática, cabe resaltar que solamente lo predice el promedio actual en la carrera, pero el nivel de predicción es bajo, es decir, resulta un pronóstico débil.

Cabe mencionar que esta investigación tiene expectativas de contribuir a la interdisciplinariedad en la educación matemática, desde la ampliación de la visión de los educadores matemáticos en cuanto a cómo enseñar y cómo llegar a los estudiantes con estrategias que tengan en cuenta el ámbito afectivo, con el fin de romper los estigmas que se tienen de esta disciplina y reducir la ansiedad asociada a esta área del conocimiento.

5. REFERENCIAS

Ato, J., López, M., & Benavente, A. (2013). Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología. *Anales de psicología, 29*(3), 1038-1059. DOI: http:// doi.org/chxj

Ávila-Toscano, J., Rojas, Y., & Tovar, T. (2020). Perfil del dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas. Revista de Psicología y Educación, 15(2), 225-236. DOI:10.23923/rpye2020.02.197

Bursal, M. & Paznokas, L. (2006). Mathematics anxiety and preservice elementary teachers' confidence to teach mathematics and science. *School Science and Mathematics, 106*(4), 173-179.

Caballero, C. C., Hederich, C., & García, A. (2015). Relación entre burnout y engagement académicos con variables sociodemográficas y académicas. *Psicología desde el Caribe, 32*(2), 254-267.

Delgado, I., Espinoza, J., & Fonseca, J. (2017). Ansiedad matemática en estudiantes universitarios de Costa Rica y su relación con el rendimiento académico y variables sociodemográficas. Propósitos y Representaciones, 5(1), 275-324. DOI: http://dx.doi.org/10.20511/pyr2017.v5n1.148

Fennema, E. & Sherman, J.A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324–326. DOI: http://dx.doi.org/10.2307/748467

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(1), 33-46.

Hyde, J. S., Fennema, E., Ryan, M., Frost, L. Al., & Hopp, C. (1990). Gender Comparisons of mathematical attitudes and affect: A meta- analysis. *Psychology of women Quarterly, 14*(3), 229-324.

Hopko, D., Mahadevan, R., Bare, R., & Hunt, M. (2003). The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): Construction, Validity, and Reliability. *SAGE Journals Online and HighWire Press platforms, 10*(2), 178-182. DOI: https://sci-hub.tw/10.1177/1073191103252351

Martínez-Artero, R.; Nortes-Checa, A. (2014). ¿Tienen ansiedad hacia las matemáticas los futuros matemáticos? Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 18*(2), 153-170. Universidad de Granada, España.

Nortes-Checa y Martínez-Artero, R (1996). La ansiedad ante los exámenes de matemáticas. Epsilon. *Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática.* 34, 111-120.

Peker M. (2009). Enseñanza previa al servicio docente Ansiedad por las matemáticas y sus estilos de aprendizaje. Universidad Afyon Kocatepe, Afyonkarahisar, Turquía. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 5(4): 335-345

Pérez-Tyteca, P., Castro, E., Segovia, I., Castro, E., Fernández, F. y Cano, F. (2007). Ansiedad matemática de los alumnos que ingresan en la Universidad de Granada. En: M. Camacho, P. Flores, & P. Bolea (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 171-180). La Laguna: SEIEM.

Puentes, L. (2015). *Motivación, estrategias de aprendizaje autorregulado y ansiedad matemática en estudiantes de pregrado del municipio de Saravena, departamento de Arauca* (Tesis doctoral). Universidad de Montemorelos, Colombia. Recuperado de https://doi.org/10.37354/riee.2016.161

Richardson, F., & Suinn, RM (1972). La escala de calificación de ansiedad matemática: datos psicométricos. *Journal of Counseling Psychology,* 19(6), 551–554. DOI: 10.1037/h003345

Rosário, P., Lourenço, A., Paiva, O., Rodríguez, A., Valle, A., & Tuero-Herrero, E. (2012). Predicción del rendimiento en matemáticas: efecto de variables personales, socioeducativas y del contexto escolar. Psicothema, 24(2), 289-295.

Salanova, M., Schaufeli, W., Llorens, S., Peiró, J., & Grau, R. (2000). Desde el "burnout" al engagement": ¿Una nueva perspectiva? *Revista de Psicología del Trabajo y de las Organizaciones*, 16, 117-134

Sánchez, J., Segovia, I., & Miñán, A. (2011). Exploración de la ansiedad hacia las matemáticas en los futuros maestros de educación primaria. *Profesorado. Revista de currículo y formación del profesorado, 15*(3), 207-312.

Schaufeli, W. B., & Bakker, A. (2003). *UWES – Utrecht Work Engagement Scale: Preliminary Manual.* Utrecht: Occupational Health Psychology Unit, Utrecht University.

Segarra, Y., & Pérez-Tyteca, P. (2017). Nivel de ansiedad hacia las Matemáticas de futuros maestros de Educación Primaria. En R. Roig-Vila (Ed.), Investigación en docencia universitaria. Diseñando el futuro a partir de la innovación educativa (pp.442-451). Barcelona: Octaedro. http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/71148

Valero, L. (1999) Evaluación de ansiedad ante exámenes: Datos de aplicación y fiabilidad de un cuestionario CAEX. *Anales de Psicología*, 15(2), 223-231.

SIGNIFICADOS DE LA DERIVADA PARA ALUMNOS DE INGENIERÍA

Víctor Larios Osorio[1], Rosa Elvira Páez Murillo[2], Angélica Rosario Jiménez Sánchez[3]

Resumen

El Cálculo es parte de la base de la formación académica de los ingenieros. Es por ello que la investigación sobre los significados de los objetos matemáticos reviste un papel importante para la enseñanza, dado que éstos emergen de las prácticas matemáticas de los estudiantes e influyen en el aprendizaje de otros objetos matemáticos. En este trabajo presentamos resultados de una investigación cualitativa para identificar significados atribuidos por alumnos sobre la Derivada y establecer su relación con significados parciales de este objeto matemático a lo largo de su historia. Se ha considerado el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento Matemático (EOS) para el análisis y se observó que los significados manifestados sólo toman en cuenta algunos aspectos del significiado holístico de la Derivada, por lo que quedan aspectos que deben ser considerados en la formación de ingenieros.

Palabras claves: *Formación de ingenieros, Enseñanza del Cálculo, Derivada, Significados.*

Abstract

Calculus is part of the basis of the academic training of engineers. That's why research on the meanings of mathematical objects plays an important role for teaching, since that meanings emerge from the mathematical practices of students and they influence the learning of other mathematical objects. In this paper we present the results of a qualitative research to identify meanings attributed by students to Derivative and establish their relationships with partial meanings of Derivative throughout its history. We considered the Onto-Semiotic Approach to mathematical cognition and instruction (OSA) for the analysis. We observed that manifested meanings only take into account some aspects of the holistic meaning of the Derivative, so there are still aspects that must be considered in the training of engineers.

Key words: Engineering education, Calculus' teaching, Derivative, Meanings.

1. INTRODUCCIÓN

El Cálculo en la formación de ingenieros se toma como base para su desarrollo académico y así se convierta en un método potente, flexible y útil para interpretar la naturaleza de los fenómenos, particularmente los relacionados con las ciencias, la ingeniería y la industria (Gnedenko & Khalil, 1979). Es por ello que se ha generado un interés por estudiar su aprendizaje y su aprendizaje en ese contexto (ver, por ejemplo, Bingolbali, Monaghan & Roper, 2007; Cuevas, Larios, Peralta & Jiménez, 2018; Gnedenko & Khalil, 1979; Montoya, Páez & Vivier, 2017; Romo-Vázquez, 2014).

[1] Doctor en Ciencias (Matemáticas Educativa) por Cinvestav-IPN; Universidad Autónoma de Querétaro; México; vil@uaq.mx
[2] Doctora en Ciencias (Matemáticas Educativa) por Cinvestav-IPN; Universidad Autónoma de la Ciudad de México; México; rosa.paez@uacm.edu.mx
[3] Doctora en Ingeniería; Universidad Autónoma de Querétaro; México; rosariojs@uaq.mx

Uno de los objetos matemáticos principales que se estudia es el de la Derivada, cuyo significado ha emergido a través de las prácticas matemáticas que la comunidad ha llevado a cabo para resolver o abordar problemas a lo largo de la historia. Así pues, consideramos que los objetos matemáticos tienen un significado holístico compuesto por un conjunto de significados parciales generados desde el punto de vista histórico. Pino-Fan, Godino y Font (2011) han identificado nueve significados parciales de la Derivada y se propone que el significado holístico del objeto matemático Derivada viene a ser la conjunción de los nueve significados parciales identificados.

Es importante mencionar que cada uno de los significados parciales está vinculado al contexto científico y filosófico en el cual se desarrolló, porque en su momento respondió a sistemas de prácticas específicos que pertenecieron a las personas que participaron en su desarrollo dentro de contextos específicos. Además, cada una de estas prácticas se realizaron echando mano de ciertas representaciones disponibles, por lo que estos significados parciales pueden privilegiar el uso de ciertos registros de representación semióticos (Duval, 1993) por encima de otros.

En términos educativos esto toma una enorme relevancia no sólo porque cada uno de los estudiantes tiene sus propias prácticas matemáticas al momento de abordar el aprendizaje de un objeto matemático en particular, sino porque algunos de estos significados parciales tienen mayor o menor relevancia en la formación y desarrollo de una cierta comunidad de personas que las aplica, que en este caso sería la comunidad de ingenieros.

Este trabajo proviene de un interés por conocer algunas dificultades que tienen alumnos de Ingeniería sobre la Derivada, a partir de estudiar los significados que han construido sobre esta noción matemática. Con esto se busca aportar información académica orientada a cambios curriculares que consideren los significados que tienen y desarrollan los alumnos para considerar lo que ellos mismos requieren para su práctica futura como ingenieros.

A continuación, se presenta las nociones teóricas y metodológicas utilizadas en este estudio, para posteriormente incluir el análisis de la información proporcionada por los estudiantes y la discusión correspondiente. Finalmente se comentan las principales contribuciones y limitaciones de este trabajo.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para este trabajo se consideró el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero & Font, 2007) ya que proporciona herramientas metodológicas y de análisis apropiadas. Este enfoque considera una postura pragmática de los objetos matemáticos ya que el significado individual emerge de las prácticas realizadas por la persona al abordar problemas matemáticos tomando en cuenta un significado de referencia que emerge de las prácticas de una comunidad (matemática); de este modo, el significado toma en cuenta la relatividad del contexto en el cual son utilizados. Así, se pueden considerar los significados de un objeto matemático desde dos perspectivas: la institucional y la personal (Godino & Batanero, 1994).

En el EOS se recurre a la noción de *configuración epistémica* (CE) que permite un análisis más preciso de los objetos matemáticos primarios y su red de relaciones: problemas, elementos de lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Cuando se consideran los objetos y sus relaciones desde el punto de vista del individuo se habla de *configuraciones cognitivas* (CC). Para este trabajo se consideraros las CC de los alumnos contrastadas con las CE identificadas por Pino-Fan, Godino y Font (2011) y que a continuación se exponen.

Estos autores (Pino-Fan, Godino y Font, 2011) han identificado nueve CE de la Derivada en su desarrollo histórico, cada una de las cuales corresponde a un significado parcial de ésta y que aumentan en su nivel de complejidad semiótica y de abstracción. Estas configuraciones son:

1) prácticas para encontrar rectas tangentes en la matemática,
2) estudios sobre la variación en la edad media,
3) el uso de métodos algebraicos para hallar rectas tangentes a curvas,
4) concepciones cinemáticas para el trazado de tangentes,
5) las ideas intuitivas de límite para el cálculo de máximos y mínimos,
6) el uso de métodos infinitesimales en el cálculo de tangentes,
7) el cálculo de fluxiones,
8) el cálculo de diferencias y
9) la concepción de la Derivada como un límite.

Por cierta afinidad en los tipos de prácticas matemáticas y los problemas que las generan, las clasificaron en tres tipos de configuraciones epistémicas:

A) tangentes (1, 3, 6 y 8);
B) variaciones y velocidades (2, 4 y 7); y
C) límites (5 y 9).

Así el conjunto de todos los significados parciales proporciona un significado holístico de la Derivada.

3. MÉTODO

El estudio realizado utilizó principalmente una metodología cualitativa con 90 estudiantes de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro (institución universitaria pública en México). Estos alumnos ya habían terminado sus cursos de Cálculo Diferencial y, en su mayoría, estaban en el tercer semestre de la carrera.

La información para el trabajo se obtuvo a través de un cuestionario aplicado en una sesión de dos horas, el cual consistió de siete tareas con siguientes características:

Tabla 11. Características generales de las actividades. Elaboración propia.

Tarea	Representación activada	Significado parcial activado
Tarea 1: Significados de la Derivada en un punto.	Verbal/escrita.	Global.
Tarea 2: Significados de la Derivada como función.	Verbal/escrita.	Global.
Tarea 3: Cálculo de la Derivada de una función en un punto a partir de una gráfica.	Gráfica y simbólica.	Tangentes.

Tarea 4: Estimación de la Derivada de una función a partir de una tabulación.	Tabular y simbólica.	Variación/Razón de cambio.
Tarea 5: Identificación de las variaciones de una función a través de la Derivada.	Gráfica.	Variación/ Máximos y mínimos.
Tarea 6: Representación de una función Derivada a partir de la gráfica de una función a trozos.	Gráfica y simbólica.	Tangente/Límites.
Tarea 7: Identificación de un caso en que no es derivable una función.	Gráfica y simbólica.	Tangente/Límites.

4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Generalmente se considera el significado parcial vinculado con la noción de límite, el cual es el más moderno y es al que está orientado el currículo de bachillerato en México (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013). Sin embargo, lo que se observó en este estudio es que el significado parcial predominante de la Derivada es el que está vinculada con las rectas tangentes a la gráfica de la función original. En la tarea 3, donde se les pidió que calcularan la Derivada en un punto a partir de la gráfica de una función donde aparecía explícitamente la recta tangente a la curva, se tuvo que una cantidad apreciable de participantes aceptarón que la ecuación de la recta (lo cual es una representación analítica de la misma recta) era la Derivada. Aunque en las tareas iniciales apareció también de manera relevante el significado parcial vinculado con la razón de cambio, las referencias al significado parcial de las rectas tangentes siguieron apareciendo de manera reiterativa en las demás tareas propuestas por los alumnos.

También se notó que al proporcionar a los alumnos información en los registros semióticos tabular y gráfico, hubo una preferencia por usar éste último y se presentaron problemas al momento de hacer transformaciones semióticas de un registro a otro.

En efecto, algunos alumnos trataron de hacer transformaciones (algunos con éxito y otros no) hacia el registro simbólico, y conversiones en este mismo registro, que les permitió afrontar la tarea con técnicas analíticas. No obstante, si la función proporcionada no era conocida o reconocida por el alumno, esta práctica se limitaba, no se podía llevar a cabo y entonces la estrategia se centraba en la información que se tenía a la mano, la cual mayormente era gráfica. Este uso de prototipos se ha observado en investigación de enseñanza del Cálculo (Habre y Abboud, 2006) y de otras áreas de la enseñanza de las Matemáticas (Larios, 2006; Scaglia & Moriena, 2005), y se refiere ejemplos paradigmáticos y reconocibles para cada individuo (Kleiber, 1995) que emergen de sus prácticas matemáticas previas. Esto quiere decir que los prototipos provienen de los significados personales de cada individuo y tienen la desventaja de que su carácter de "idóneo" es asignado precisamente por el significado del individuo y las posibilidades que tiene de proporcionar información o utilidad en ciertas condiciones conocidas previamente. Así que si bien la estrategia de considerar prototipos puede ayudar a tener éxito al abordar algunas tareas, también se puede constituir en un obstáculo porque puede proporcionar información errónea y llevar a conclusiones limitadas o equivocadas.

En este trabajo se presentó el caso de que los alumnos supusieron que las gráficas proporcionadas para las tareas (que tenían regla de correspondencia explícita) eran de funciones cuadráticas, por lo que propusieron reglas de correspondencia que derivaron. Por otro lado, cuando se les proporcionó información tabular supusieron que existía una relación lineal entre las variables y casos similares. En las tareas en que estos supuestos coincidieron con el diseño los alumnos avanzaron en sus respuestas. Sin embargo, la última tarea proporcionó la gráfica de una función al parecer no tenía una representación prototípica en la mayoría de alumnos ($f(x)=\sqrt{|x-1.2|}$) y entonces no pudo ser identificada y la estrategia de obtener una regla de correspondencia y utilizar métodos analíticos se vio limitada. Como dicen Habre y Abboud (2006, p. 63), "en ausencia de una definición algebraica de una función, los estudiantes sólo pueden razonar pensando en funciones como $y = x^2$, o polinomiales en general".

Además, si los procesos de transformación entre registros semióticos no son eficaces, el aprendizaje y la construcción de significados personales se verán limitados. Se requiere hacer énfasis en estas acciones en los cursos. Incluso evitar situaciones en las utilizan expresiones verbales de manera trunca o errónea.

También se debe tomar en cuenta que en el ámbito académico de la formación de ingenieros aparecen fenómenos y situaciones en los que los modelos matemáticos utilizados no aluden necesariamente a una relación dinámica entre variables (por ejemplo, en el grado de deformación de una viga en función de sus medidas de largo, ancho y algo). Esto quiere decir que aunque el modelo matemático considere funciones continuas, la situación del mundo profesional no es propiamente una función continua o, de hecho, algo que pueda cambiarse sino algo que podría cambiarse si se vuelve a hacer.

Es recomendable que en los cursos se seleccionen tareas y actividades que hagan referencia a los diferentes significados parciales de la Derivada para que se construya un significado holístico. Esto apoyar que se aprovechen eficazmente las diferentes representaciones semióticas utilizadas para expresar a las funciones, las Derivadas y los objetos matemáticos asociados.

4.1 Reconocimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FIN202015 (Fondo para el Desarrollo del Conocimiento de la UAQ, 2019).

5. REFERENCIAS

Bingolbali, E., Monaghan, J. & Roper, T. (2007). Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *38*(6), 763-777.

Cuevas Salazar, O., Larios Osorio, V., Peralta García, J. X. & Jiménez Sánchez, A. R. (2018). Mathematical knowledge of students who aspire to enroll in engineering programs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *13*(3), 161-169.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 37-65.

Gnedenko, B. V. & Khalil, Z. (1979). The mathematical education of engineers. *Educational Studies in Mathematics*, *10*(1), 71-83. (DOI: 10.1007/BF00311176).

Godino, J. D. & Batanero B., C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontólogico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.

Godino, J. D., Batanero B., C. & Font M., V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, *39*(1-2), 127-135.

Habre, S. & Abboud, M. (2006). Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course. *Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 57-72. (DOI: 10.1016/j.jmathb.2005.11.004).

Kleiber, G. (1995). *La semántica de los prototipos*. Madrid, España: Visor Libros.

Larios O., V. (2006). La rigidez geométrica y la preferencia de propiedades geométricas en un ambiente de Geometría Dinámica en el nivel medio. *Relime*, 9(3):361-382.

Montoya D., E., Páez M., R. & Vivier, L. (2017). Les perspectives de localité dans le travail en analyse. En I.M. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, K. Nikolantonakis, P.R. Richard y L. Vivier, L. (edits.), *Proceedings Fifth ETM Symposium* (pp. 79-94). Florina, Grecia: University of Western Macedonia.

Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., Godino, J. D. & Font Moll, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, *34*(2), 123-150.

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D. & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matematica Pesquisa*, *13*(1), 141-178.

Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática*, 26 (Especial 25 Años), 314-338.

Scaglia, S. & Moriena, S. (2005). Prototipos y estereotipos en geometría. *Educación Matemática*, 17(3), 105-120.

UMA EXPERIÊNCIA COM A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO POR MEIO DE UM MOSAICO TRIANGULAR

Marilda Delli Colli[1], Tereza Aparecida Rozario[2], Emerson Tortola[3], Zenaide De Fátima Dante Correia Rocha[4]

Resumo

Neste artigo relatamos uma experiência com a investigação da soma dos ângulos internos de um triângulo, por meio de um mosaico triangular, com alunos de um 7º ano de uma escola pública do Norte do Paraná, Brasil. Para o desenvolvimento da atividade nos fundamentamos nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. A atividade viabilizou aos alunos a construção do conhecimento através da investigação, manipulação e mediação das professoras, estabelecendo relações para conceituar a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Além disso, proporcionou aos alunos a progressão nos níveis do pensamento geométrico pontuados pela Teoria de Van Hiele, uma vez que os alunos foram instigados a buscar respostas através da investigação, reflexão e análise das questões propostas.

Palavras-chave: *Educação Matemática, Investigação Matemática, Pensamento Geométrico, Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo Qualquer, Mosaico Triangular.*

Abstract

In this paper we report an experience with the investigation of the sum of the internal angles of a triangle, through a triangular mosaic, with students of a 7th year of a public school in the North of Paraná, Brazil. For the development of the activity we based on the levels of Van Hiele's development of the geometric reasoning. The activity enabled students to build knowledge through the investigation, manipulation and mediation of teachers, establishing relationships to conceptualize the sum of the internal angles of any triangle. In addition, it provided students with progression in the levels of geometric reasoning punctuated by Van Hiele's Theory, since students were encouraged to seek answers through investigation, reflection and analysis of the proposed questions.

Key words: Mathematics Education, Mathematical Investigation, Geometric Reasoning, Sum of the Internal Angles of Any Triangle, Triangular Mosaic.

---

[1] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Licenciada em Matemática (UNOPAR); Brasil; marilda@alunos.utfpr.edu.br
[2] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e Matemática; Universidade Estadual de Maringá; Licenciada em Matemática (FAFIMAN); Brasil; tere.matematica@hotmail.com
[3] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL); Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Brasil; emersontortola@utfpr.edu.br
[4] Doutora em Educação; Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Brasil; zenaiderocha@utfpr.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Com base em nossas experiências em sala de aula, observamos as dificuldades que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental apresentam com relação à compreensão e apropriação dos conceitos básicos de geometria e como consequência o desenvolvimento do pensamento geométrico. Observamos, particularmente, em um 7° ano, que os alunos chegam com níveis diferentes de interpretação e isso acaba interferindo nos processos de ensino e aprendizagem em Geometria.

O fato de alunos estar no mesmo ano escolar não garante que eles apresentem o mesmo nível de interpretação geométrica. É preciso elaborar e desenvolver atividades que permitam identificar os conhecimentos prévios dos alunos e que criem situações em que esses conhecimentos possam ser retomados e/ou desenvolvidos.

Embasados na Teoria de Van Hiele é possível auxiliar os alunos no desenvolvimento do pensamento geométrico. O modelo de Van Hiele tem como finalidade auxiliar o professor a analisar e verificar o nível que o aluno está para que assim ele possa propor atividades passando de uma simples visualização e reconhecimento de figura, até a compreensão de demonstrações e teoremas geométricos. Cabe ao professor selecionar atividades adequadas, que proporcionem ao aluno essa passagem dos níveis, sendo o mediador nesse processo.

Com a intenção de vivenciar como a Teoria de Van Hiele pode ser utilizada no contexto da sala de aula, elaboramos uma atividade, baseada em Villiers (2010), no âmbito de uma disciplina de Ensino de Geometria e Medidas de um Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, com a proposta de abordar a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer, a partir de um mosaico triangular. A atividade foi desenvolvida com uma turma de sétimo ano de uma escola pública, localizada na cidade de Apucarana, Região Norte do Estado do Paraná, Brasil. A tarefa foi planejada visando o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, para que eles pudessem progredir, considerando os níveis em que se encontram.

2. PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO VAN HIELE

Os estudos de Van Hiele contribuíram para a compreensão do porquê os alunos apresentam problemas ao aprender geometria. Sua teoria se fundamentou em cinco níveis de pensamentos em relação a compreensão da geometria e apresenta quatro caraterísticas segundo Usiskin (1982), que são resumidas e apresentadas por Villiers (2010, p. 401).

> **Ordem fixa**: A ordem na qual os alunos progridem por meio dos níveis de pensamento não varia. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível n sem ter passado pelo nível n-1.
> **Adjacência**: Em cada nível de pensamento que era intrínseco no nível anterior se torna extrínseco no nível atual.
> **Distinção**: Cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos.
> **Separação**: Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra.

Ao trabalhar com o pensamento geométrico, segundo a teoria de Van Hiele, são identificados cinco níveis pelos quais os alunos passam para desenvolver esse pensamento. Cada nível tem uma estrutura, que discutimos na sequência.

Nível 1, nível de reconhecimento.

> O estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e compará-los de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual. Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. Forma é importante e figuras pode ser identificado pelo nome (VAN HIELE, 1986, p. 33).

O aluno reconhece as figuras pelo formato e faz relação com os objetos que encontra no seu dia-a-dia. É capaz de reconhecer a forma geométrica, mas não identifica as suas propriedades. A aquisição de um nível para o outro se dá com a aquisição de linguagem, envolvendo o reconhecimento de novas relações entre conceitos e a reconstrução de conceitos já existentes.

Nível 2, nível de análise.

> O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais "e" quatro cantos "quadrados". O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não pode aceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como uma totalidade de suas propriedades. Um estudante pode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento (VAN HIELE, 1986, p. 33).

Nesse nível o aluno começa a comparar e analisar as figuras geométricas em termos de seus componentes, sendo capaz de reconhecer suas propriedades e fazer uso dessas propriedades para resolver problemas, porém ainda pode se deparar com a não aceitação de nomes diferentes para figuras iguais, ou seja, que todo quadrado é um retângulo, que todo retângulo é um paralelogramo.

Nível 3, ordenação das propriedades geométricas.

> O estudante opera realizando as relações entre a representação figural com o que há dentro de uma figura e entre figuras relacionadas. Existem dois tipos de pensamento neste nível. Em primeiro lugar o aluno compreende as relações abstratas entre figuras, por exemplo, verifica as relações entre um retângulo e um paralelogramo, em segundo lugar o estudante pode usar dedução para justificar observações feitas no nível 2. O papel da definição das propriedades e da capacidade de construir provas formais não são compreendidas, embora nesse nível não é uma compreensão da essência da geometria (VAN HIELE, 1986, p. 34).

O aluno realiza a ordenação lógica das propriedades das figuras, consegue fazer as correlações entre propriedades e distinguir o que difere nas figuras que possuem denominações diferentes com propriedades semelhantes. Ele é capaz de apresentar justificativas da resolução de um problema e demonstrar o processo de desenvolvimento do raciocínio geométrico utilizado.

Nível 4, dedução formal.

> O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. O aluno pode manipular as relações desenvolvidas no nível 3. A necessidade de justificar os relacionamentos é compreendido e usado definições suficientes que podem ser desenvolvido. O raciocínio neste nível inclui o estudo da geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas (VAN HIELE, 1986, p. 34).

O aluno nessa fase consegue desenvolver a resolução de problemas, compreendendo as propriedades das figuras e relacionando-as, entendendo a significação da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas.

Nível 5, nível de rigor.

> O aluno estabelece teoremas em diferentes sistemas de postulados e análises e compara estes sistemas. O estudo da geometria no nível 5 é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial (VAN HIELE, 1986, p.35).

Nessa fase, o aluno torna-se capaz de entender e relacionar conceitos abstratos. Consegue entender axiomas, mesmo na ausência de modelos concretos, tem domínio das propriedades, realiza a demonstração das propriedades geométricas entendendo e comparando as propriedades com rigor.

O modelo de Van Hiele estabeleceu cinco fases que devem ser vivenciadas pelos alunos para que possam desenvolver o pensamento geométrico. O quadro 1 sistematiza essas fases e suas características.

Quadro 1: Fases de Aprendizagem do modelo de Van Hiele

Fases de Aprendizagem	**Características**
Fase 1 Questionamento ou informação	• Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; • Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; • O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ter estudado
Fase 2 Orientação Direta	• Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor; • As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Fase 3 Explicitação	• O papel do professor é o de observador; • Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.

Fase 4 Orientação Livre	• Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Fase 5 Integração	• O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.

Fonte: NASSER e SANT'ANNA (2010, p. 7).

Em todos os níveis devem ser trabalhadas essas características, sendo que, em uma turma encontramos alunos com diferentes níveis de compreensão em relação ao pensamento geométrico, cabe ao professor através de testes verificar os níveis de seus alunos e proporcionar atividades iniciando ao nível mais próximo atingido pela turma, auxiliando na resolução de problemas e dando oportunidades para que todos se desenvolvam.

3. A INVESTIGAÇÃO E O ENSINO DE MATEMÁTICA

De acordo com as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (DCE) (PARANÁ, 2008), o conteúdo de geometria plana é considerado um dos conteúdos básicos para o 7° ano do Ensino Fundamental. As DCE ainda propõem que os conteúdos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática, como a utilização de Investigação Matemática. De acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2006) "as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p.10).

Ainda de acordo com as DCE,

> uma investigação é um problema em aberto e, por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser investigado não é explicitado pelo professor, porém o método de investigação deverá ser indicado através, por exemplo, de uma introdução oral, de maneira que o aluno compreenda o significado de investigar (PARANÁ, 2008, p. 67).

As possibilidades geradas com o uso de Investigação Matemática não são as mesmas quando os conceitos não são apresentados diretamente pelo professor ao aluno, pois, os conceitos não se ensinam, tudo que se pode fazer é criar, apresentar situações e as ocorrências que ajudarão a formá-los.

Dessa forma, é permitido que os alunos façam atividades experimentais e encontrem diferentes situações formando conceitos partindo dessas experiências. O simples fato de o aluno visualizar figuras geométricas como um mosaico triangular proposto pela teoria de Van Hiele, permite ao aluno ampliar sua observação e investigação, isso ocorre porque algumas etapas formais do processo construtivo são sintetizadas. Nessa perspectiva apresentamos uma atividade, baseada em Villairs (2010), para abordar a soma dos ângulos internos de um triangulo qualquer, por meio de um mosaico triangular.

4. RELATO E CONTEXTO DO DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

A elaboração da atividade se deu no contexto de uma disciplina de Ensino de Geometria e Medidas, de um Programa de Mestrado Profissional de Ensino de Matemática, da qual as duas primeiras autoras eram alunas, e a implementação da atividade foi em novembro de 2019, em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública, localizada na cidade de Apucarana, região Norte do Estado do Paraná, Brasil. A turma era composta por 30 alunos, com 12 a 13 anos de idade e a atividade foi desenvolvida com o objetivo de vivenciar como a Teoria de Van Hiele pode ser utilizada no contexto da sala de aula, ou seja, para verificar o nível em que cada aluno se encontrava e como criar e explorar situações para que pudessem progredir em relação ao pensamento geométrico.

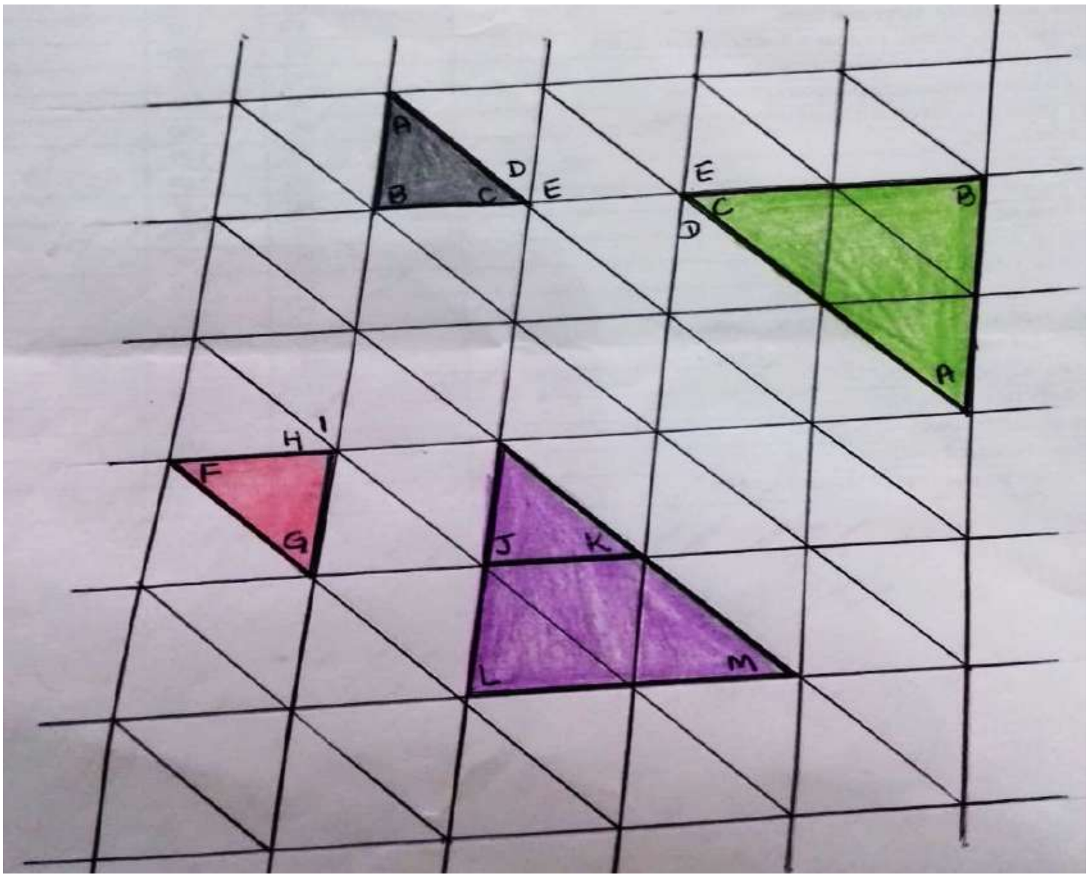
O conteúdo abordado foi a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer e a estratégia utilizada foi um mosaico triangular. Para o desenvolvimento da atividade nos pautamos nas fases de aprendizagem mencionadas no Quadro 1, ou seja, as estratégias utilizadas foram:

1. Questionamento para verificação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto a ser estudado.
2. Entrega de materiais para manipulação e investigação sobre o conteúdo, com atividades que levem a respostas específicas e objetivas.
3. Observação da troca de experiência e os pontos de vista diferentes sobre o conteúdo e que contribuirão para cada um analisar suas ideias.
4. Tarefas orientadas, estimulando a possibilidade de diversas experiências e descobertas, para que o aluno obtenha autonomia e construa novos conhecimentos.
5. Síntese do processo, relato das experiências e conclusões.

Em primeiro momento realizamos a investigação oral para verificação do 1º nível: Reconhecimento. Para o desenvolvimento desse nível do pensamento geométrico foram propostas atividades de reconhecimento, comparação e nomenclatura das formas geométricas, através de questionamentos e observações do ambiente escolar, como também através de explorações de materiais apresentados. Observamos que todos os alunos tinham domínio desses conceitos geométricos.

A atividade seguinte foi proposta em equipe para estimular a investigação e o compartilhamento de experiências. Os alunos se organizaram em grupos, ficando livres para escolha entre eles, de tal forma que teriam que ter cinco integrantes em cada equipe. Na sequência entregamos os mosaicos triangulares e solicitamos que pintassem os triângulos, como os apresentados na Figura 1.

Figura 1 – Mosaico triângular



Fonte: Dos autores.

Em seguida solicitamos que os alunos observassem as imagens cinza e verde, discutissem e respondessem as perguntas seguintes:

1. Quantos ângulos tem o triângulo cinza?
2. que você pode dizer sobre os ângulos A e B em relação aos ângulos D e E? Porquê? O que você pode concluir a partir disso?
3. que a medida dos ângulos representa no triângulo?

É comum os professores pedirem que seus alunos meçam os ângulos de um triângulo com um transferidor e então deixá-los concluir que os ângulos internos de um triângulo qualquer somam sempre 180°, e que esse é o ângulo raso ou de meia volta.

A partir do ponto de vista de Van Hiele, isso é uma prática que é inadequada, pois não proporciona uma subestrutura conceitual apropriada na qual a explicação lógica que prova o conceito de que a somados ângulos internos de um triângulo se totalizam 180° está implicitamente embutida.

É dessa forma que tradicionalmente a maioria dos professores e autores de livros didáticos apenas fornecem aos alunos conteúdos prontos, apresentando as definições, os teoremas, as comprovações, as classificações, entre outros para os educandos apenas assimilarem e após se submeterem a atividades, testes e provas.

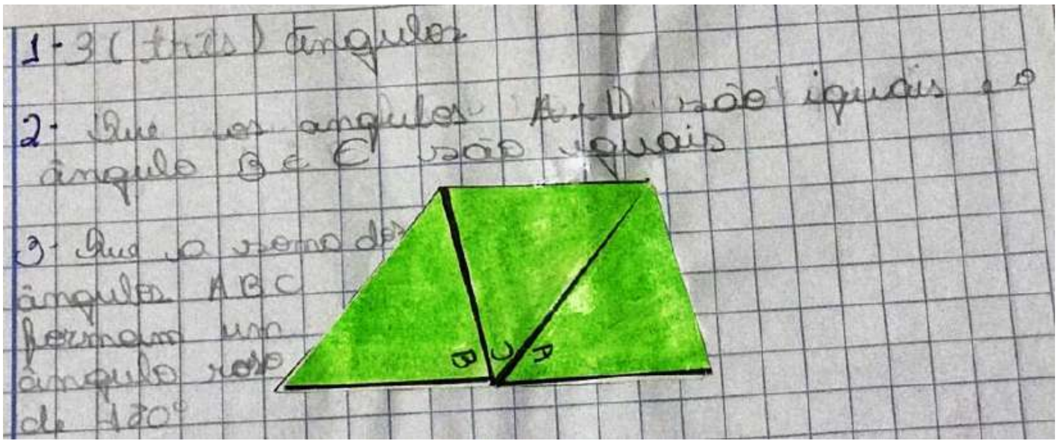
Com a atividade proposta aos educandos, eles foram estimulados a manipular, investigar, questionar e compartilhar experiências. Entre os integrantes do grupo e também entre os grupos foi possível verificar que nem todos visualizaram da mesma forma para dar as respostas. Tiverem alguns grupos e alunos específicos que precisaram da mediação dos professores, e auxílio para o registro das conclusões e observações.

Nessa segunda etapa foi perceptível a diferença de nível entre os alunos e que se houvesse esse conhecimento específico do nível do pensamento em relação a compreensão da geometria os grupos poderiam ser formados de forma diferente, respeitando o nível de cada aluno. Conforme mencionado não há entendimento entre dois alunos que estão em níveis diferentes.

Apresentaremos a seguir algumas respostas elaboradas pelos alunos acerca das perguntas analisadas e discutidas. Foi solicitado para que escolhessem a resposta que melhor representasse o grupo.

A figura 2 mostra as repostas do primeiro grupo.

Figura 2 – Repostas das questões 1, 2 e 3 do Grupo 1

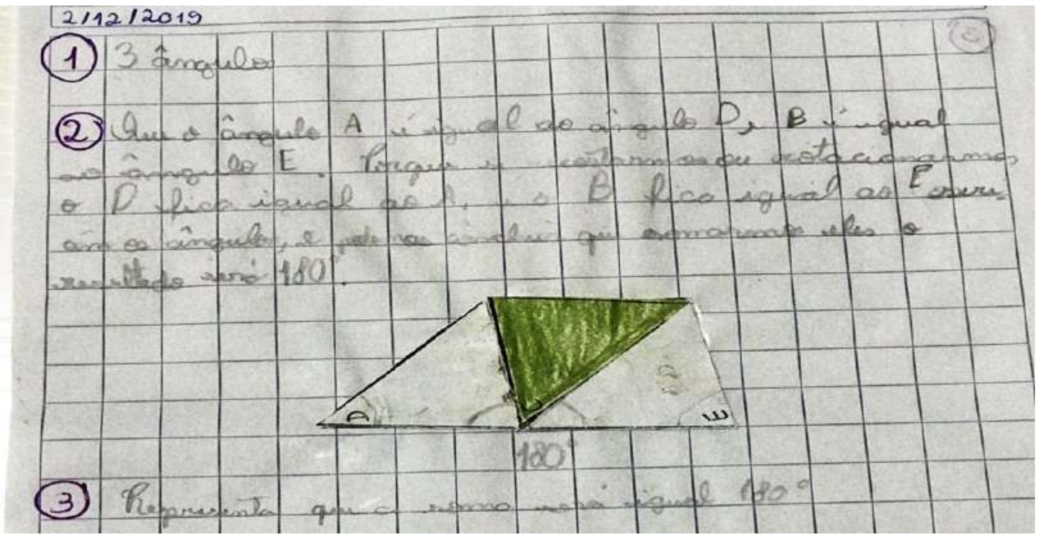


Fonte: Relatório dos alunos

Podemos perceber que os alunos entenderam que um triângulo tem três ângulos e consequentemente possuem três lados. O grupo visualizou que poderiam recortar o triângulo verde e sobrepor o ângulo A no D e B no E, concluindo que A é igual a D e que B é igual a E, que a união dos três ângulos formam o ângulo raso, ou seja ângulo de 180°.

A figura 3 mostra as repostas do segundo grupo.

Figura 3 – Repostas das questões 1, 2 e 3 do Grupo 2

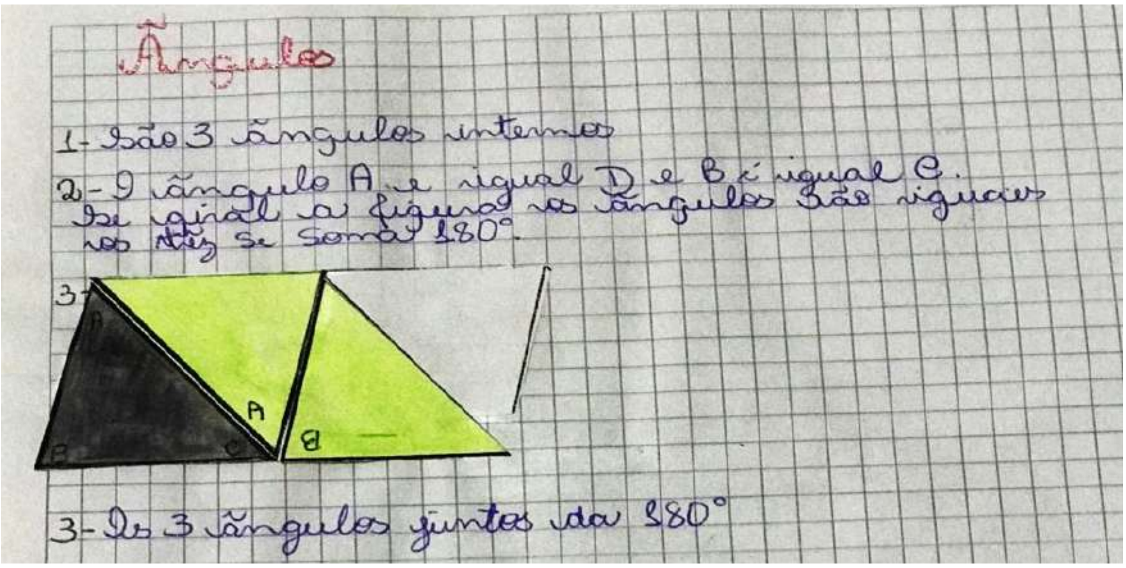


Fonte: Relatório dos alunos

Verificamos que os alunos desse grupo entenderam que um triângulo tem três ângulos e consequentemente possuem três lados. O grupo visualizou que poderiam rotacionar ou contornar a figura para mostrar que o ângulo D e A e que o ângulo B e E também são iguais. O grupo ainda recortou o triângulo verde e observou que se sobrepusessem o ângulo A no D e B no E, teriam que A é igual a D e que B é igual a E, que a união dos três ângulos formam o ângulo raso, ou seja ângulo de 180º.

A figura 4 mostra as repostas do terceiro grupo.

Figura 4 – Repostas das questões 1, 2 e 3 do Grupo 3

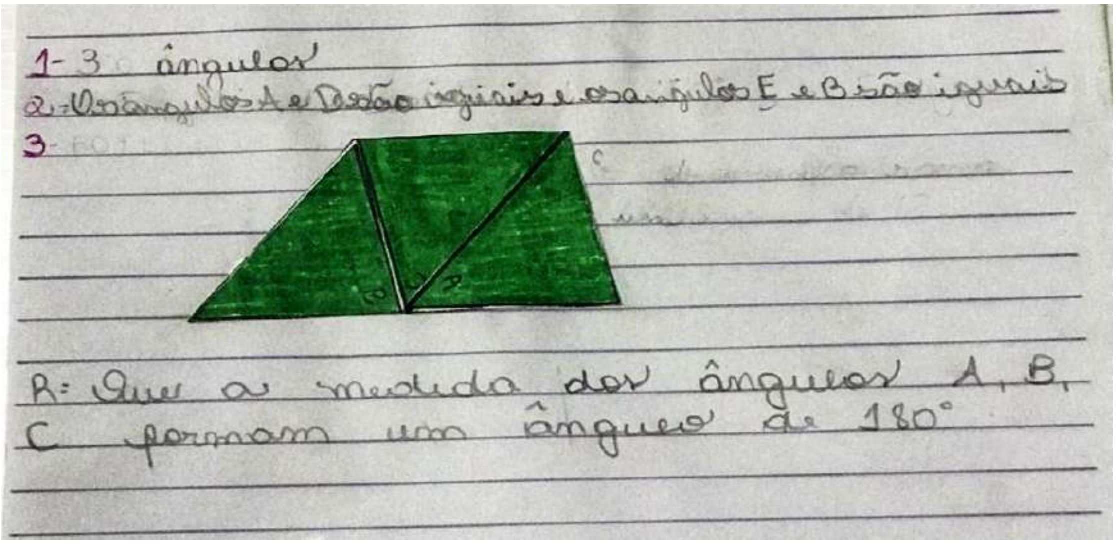


Fonte: Relatório dos alunos

Os estudantes deste grupo também compreenderam que um triângulo tem três ângulos e consequentemente possuem três lados. Os alunos após troca de informações visualizaram que poderiam recortar o triângulo verde e montaram feito quebra cabeça o ângulo A sobre o D e B sobre o ângulo E, desta forma concluíram que A é igual a D e que B igual a E, e que a união dos três ângulos forma o ângulo raso, ou seja ângulo de 180º.

A figura 5 mostra as repostas acerca das três perguntas do quarto grupo.

Figura 4 – Repostas das questões 1, 2 e 3 do Grupo 3



Fonte: Relatório dos alunos

As respostas dos integrantes do grupo 4 mostra com clareza que um triângulo tem três ângulos, logo, compreenderam também que a figura é composta por três lados. Visualizam que poderiam recortar o triângulo verde e que se fizesse a sobreposição do ângulo A no D e o ângulo B no E, mostrariam que o ângulo A é igual ao ângulo D e que o ângulo B é igual ao angulo E, portanto, a união dos três ângulos formam o ângulo raso, ou seja, ângulo de 180°.

Para que ficasse claro que as soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer sempre possui medida igual a 180°, finalizamos com a formalização dos conceitos para que todos os estudantes pudessem compreender sobre sua validade. Durante a formalização foi realizada a explanação referente a importância do conceito adquirido sobre os ângulos internos de um triângulo, pois é a base para conceituar os ângulos de um quadrilátero, por exemplo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que diz respeito as diferentes possibilidades para o ensino e aprendizagem que emergem de uma atividade desenvolvida utilizando a Investigação Matemática, observamos que durante o desenvolvimento da atividade a medida em que iam sendo aplicadas, foi evidente a aquisição e ampliação de novos conceitos geométricos pelos alunos, dando condições para avançar de um nível para outro. Assim como afirma a teoria, observamos que para que o aluno tenha progresso de um nível para outro, se faz necessário que sejam aplicadas atividades adequadas a cada nível, pois a evolução de um nível não depende da idade cronológica. É preciso criar oportunidades para que os alunos possam passar de um nível para outro, sendo o professor o mediador nessa progressão.

A realização dessa atividade proporcionou aos alunos a progressão nos níveis do pensamento geométrico, já que durante a aplicação foram instigados e motivados a buscar as respostas solicitadas através da investigação, reflexão e análise das questões solicitadas. Os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver o pensamento geométrico, adquirindo autonomia na resolução de situações-problema e levando-os a adquirir novas ferramentas e estratégias nessas resoluções.

O formato da atividade reconfigurou o papel de professor e aluno em sala de aula, foi possível que os alunos agissem como protagonistas de seu aprendizado e as professoras como as mediadoras. Destacamos que a motivação para a implementação dessa atividade, se deu como proposta de um Programa de Pós-graduação do Programa De Mestrado Profissional Em Ensino De Matemática, o que para nós se tornou uma motivação para continuar desenvolvendo atividades nesse formato e compartilhar de experiências como essa.

6. REFERÊNCIAS

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. (2008). *Diretrizes Curriculares para Educação Básica*. Curitiba: SEED.

PONTE, J. P., BROCARDO, J. & OLIVEIRA, H. (2006). *Investigações Matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

NASSER, L. & SANT'ANNA, N. F. P. (2010). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ.

VILLIERS, M. (2010). Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. *Educação Matemática e Pesquisa*, v. 12, n. 3, pp. 400-431.

USISKIN, Z. (1982). *Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry*. Final report of the CDASSG Project. Chicago: Univ. of Chicago.

VAN HIELE, P. M. (1986). *Structure and Insight*. Academic Press Orlando, FL, USA.

5 TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

LA COMPETENCIA DOCENTE DE ANÁLISIS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DESARROLLADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA

Juan Alberto Barboza Rodriguez[1], Walter Fernando Castro Gordillo[2]

Resumen

Propuesta aprobada para desarrollo de tesis doctoral, está enmarcada en la formación de profesores y en particular en el conocimiento que debe tener para la enseñanza de las matemáticas, tema de gran interés en educación matemática. Se pretende caracterizar la competencia de análisis de Idoneidad Didáctica y las relaciones entre las diferentes idoneidades que propone el profesor de matemáticas durante un proceso de estudio en la perspectiva del modelo del El modelo del Competencias y Conocimiento Didáctico Matemático (CCDM).

Palabras claves: Competencia docente, idoneidad didáctica, reflexión, enseñanza, Enfoque Ontosemiótico

Abstract

Un resumen en inglés siguiendo las indicaciones dadas anteriormente.

Key words: Seguir las indicaciones dadas previamente.

1. INTRODUCCIÓN

El formato del documento es Microsoft Word. El documento completo debe tener mínimo 3 páginas y máximo 6 páginas, siguiendo este formato y tipo de letra (Candara 11). Cada párrafo inicia con una sangría y debe estar justificado.

Debe contener en su orden:

- El resumen y las palabras claves.
- Abstract and key words.
- La Introducción siguiendo las indicaciones que se muestran a continuación.
- Marco de la investigación.
- Metodología de la investigación.
- Las conclusiones y recomendaciones y consideraciones finales.
- Las referencias bibliográficas.

[1] Magister en Educación y candidato a doctor; docente Universidad de Sucre; Colombia; juan.barboza@unisucre.edu.co
[2] Doctor en Didáctica de las Matemáticas; docente Universidad de Antioquia; Colombia; walter.castro@udea.edu.co

Todas las referencias detalladas en la sección de referencias bibliográficas, deben haber sido citadas explícitamente en el artículo (Introducción y Secciones). Serán citadas según normas APA sexta edición.

Se recomienda que la introducción no exceda de media página.

En la introducción debe hacer de manera muy general una descripción del estado del arte de la temática tratada. Luego, debe indicar claramente el problema que se pretende resolver. Seguidamente, debe detallar cómo la investigación realizada (o que se adelanta) espera contribuir a la solución de dicho problema. Posteriormente debe hacer una descripción resumida de dicha investigación.

Una vez detallada la Investigación, se pasará a describir el documento mismo, indicando como la misma forma parte de la investigación (se sugiere que describa cada una de las secciones).

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los títulos de las secciones serán en mayúsculas, a alineados a la izquierda, como se indica arriba. Irán precedidos de doble espacio, y seguidos de espacio simple.

Los párrafos de cada sección irán separados por un espacio sencillo.

2.1 Subtítulos.

Irán al lado izquierdo, en minúsculas y en negrilla, precedidos de un solo espacio. El texto irá en la línea siguiente.

2.1.1 Segundos Subtítulos: Irán al lado izquierdo, en minúsculas y en negrilla, precedidos de espacio sencillo, y el texto comenzará al frente de ellos. No se recomienda hacer más subdivisiones (2.1.1.1, etc.)

3. METODOLOGÍA

3.1 Tablas y figuras: Deberán citarse explícitamente en el texto del artículo, e insertarse inmediatamente después del fin de párrafo donde se hace la cita por primera vez; **NO** las inserte al final de las secciones o del documento y tampoco corte un párrafo para insertarlas.

La numeración es secuencial, sin importar la sección. Se usará entonces: Figura 1, Figura 2,…; Tabla 1, Tabla 2,…

Todas las Figuras y Tablas irán precedidas de un espacio, deberán ir centradas, tituladas en la parte superior, seguidas de un espacio. Cuando las figuras o Tablas son copiadas de otra fuente, esta se debe citar tanto en el texto, y seguido del título de la figura o tabla.

Tabla 12. Descripción el contenido. Fuente.

Var 1	Var 2	Var 3	Var 4
X	876	768	0
Y	65	687	9
Z	33	345	7

En las figuras se debe escribir en cada eje las variables (NO usar siglas) y sus unidades; Ejemplo: Temperatura (°C). Cuando sean varias gráficas se debe indicar el parámetro asociado a cada una de ellas. En las Tablas, se procederá igual para cada columna y fila, cuando sea del caso.

3.2 Acrónimos: NO se debe asumir que el lector ya conoce los acrónimos. Debe detallar la primera vez que son usados. Ejemplo: Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

3.3 Ecuaciones: Se debe numerar de forma consecutiva con un número de ecuación colocado entre paréntesis, precedido de la sigla "Ec.", al lado derecho; Use el editor de ecuaciones de Word. Si son tomadas de otros trabajos, adjuntarle la fuente. A continuación de la ecuación se deben detallar cada una de las variables, que esta haya introducido.

$$A = v/t \qquad \text{Ec. (1)}$$

Donde:

- a: aceleración (m/sg^2)
- v: velocidad de la partícula (m/sg)

Si una variable ya ha sido definida, no debe repetirse el detalle.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Esta sección siempre será la última, y en ella se sintetizan los resultados obtenidos, y se proyecta la labor realizada hacia las futuras actividades.

5. REFERENCIAS

Estas han sido citadas en el documento, como se indicó previamente. Seguir APA sexta Edición.

Bailey, H. & Borwein, J. (2005). Experimental mathematics: Examples, Methods and Implications, *Notices of the AMS*, 52 (5), pp. 502-514.

Borwein J. et al. (2004). *Experimentation in mathematics, computational paths to discovery*. A.K. Peters. USA.

Bailey, H. & Borwein, J. (2003). "Sample Problems of Experimental Mathematics". Recuperado de http://www.experimentalmath.info/books/expmath-probs.pdf

ESPAÇOS PARA SONHOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Daniela Alves Soares[1]

Resumo

Este texto se propõe a fazer um recorte de uma pesquisa de doutorado que, a partir de conceitos que se inter-relacionam, como sonhos, *foreground* e transcendência, em uma perspectiva crítica, e tem por intenção perseguir parte de uma questão de pesquisa, a saber "quais são as propostas dos estudantes para as aulas de matemática, no que diz respeito a criar mais espaços para sonhos?" A produção de dados foi realizada junto a adolescentes de duas escolas pública. O procedimento para produção de dados, destacado nesse texto, é o grupo de discussão, realizado com os estudantes público-alvo. Como resultados preliminares, no que diz respeito a haver mais espaços para sonhos nas aulas de matemática, vemos que os estudantes realizam sugestões a respeito das relações professor-aluno e entre alunos, assim como, no campo didático, propõe caminhos para um trabalho mais investigativo e coletivo.

Palavras-chave: *Sonho, foreground, transcendência, educação matemática crítica.*

Abstract

This text proposes to make a cut of a doctoral research that, from concepts that are interrelated, such as dreams, *foreground* and transcendence, in a critical perspective, and intends to pursue part of a research question, the to know "what are the students' proposals for math classes, in terms of creating more spaces for dreams?" Data production was carried out with adolescents from two public schools. The procedure for data production, highlighted in this text, is the discussion group, conducted with the target audience. As preliminary results, with regard to having more spaces for dreams in mathematics classes, we see that students make suggestions regarding teacher-student relationships and between students, as well as, in the didactic field, proposes paths for more investigative work and collective.

Key words: Dream, *foreground*, transcendence, critical mathematics education.

1. INTRODUCÃO

Esse texto tem por base os dados produzidos durante o meu doutorado em andamento. A pesquisa foi realizada em duas escolas públicas que atendem alunos em desvantagem social, uma localizada em cidade do Estado de São Paulo, no Brasil, e outra na cidade de Bogotá, Colômbia.

O objetivo de pesquisa da tese é Investigar quais são e que fatores influenciam os sonhos de adolescentes latino-americanos em desvantagem social, expressos por meio de seus *backgrounds* e *foregrounds*, e o que eles pensam a respeito das aulas de matemática e o que propõem para ela, no que diz respeito ao tema dos sonhos. Esse objetivo é a

[1] Unesp; IFSP; Brasil; bemdani@gmail.com

materialização da seguinte questão de pesquisa: como sonham adolescentes em desvantagem social, e o que eles pensam e propõem para as aulas de matemática, a respeito desse tema? Para esse texto, buscamos destacar os sonhos que os estudantes apresentaram durante a produção de dados, bem como relacioná-los ao nosso marco teórico, em que se destacam os conceitos de sonho, *foreground* e transcendência.

2. APORTE TEÓRICO

Para Freire (1992), sonhar não é um mero desejo: é um ato político, resultado da conotação histórico-social de estarmos sendo mulheres e homens nesse mundo. É uma forma de fazermos e refazermos história, como sujeitos que não só se inserem e se adaptam ao mundo, como também intencionam transformá-lo.

A origem de todo sonho e de toda a busca do homem, para Freire (1983), é a consciência de seu 'inacabamento'. Em outras palavras, é o seu desejo de ser mais. O homem se sabe inacabado e por isso sonha, se educa. Na educação matemática, sob o meu ponto de vista, um conceito relacionado ao de sonho, em Freire, é o de *foreground*, em Ole Skovsmose.

Foreground (SKOVSMOSE, 1994, 2014a, 2015, 2016) é um conceito que se refere às futuras perspectivas de uma pessoa, repletas de possibilidades e obstruções, esperanças e medos. Esse escopo de aspirações da pessoa está relacionado ao seu *background*, ou seja, às suas experiências de vida, ao seu meio cultural, aos seus sonhos realizados e aos frustrados. Assim, apesar do *foreground* (ou *foregrounds*) de uma pessoa (ou de um grupo) estar relacionado às experiências do passado, que deixam marcas e trazem direcionamentos para o futuro, o seu *foreground* é um conceito opaco, incerto, suscetível a mudanças. E os sonhos são projeções que o ser direciona as suas ações, dentro do seu *foreground*. Eles expressam seus desejos.

Observo também que o pensamento do filósofo franco-lituano Lévinas, assim como o de Freire, é entendido como um pensar que se apoia na ideia de inacabamento do ser. Para ele (LÉVINAS, 1980), há algo para além do que se é que nos influencia, que não está sob o nosso controle e que nunca se esgota: esse algo está na exterioridade. E o que vem a ser essa exterioridade? Trata-se de um movimento de transcendência do ser, um movimento metafísico que se volta para fora, para um outro modo que ser; que se volta para o outro. É alteridade.

Todos esses conceitos apresentados aqui serão importantes para compreender os dados que apresento sobre a pesquisa. Mas antes, vamos a alguns aspectos da metodologia desse trabalho.

3. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, com método de pesquisa particular, construído durante a trajetória dessa tese, e que possui inspiração nos métodos de estudo de caso e da história oral. A produção de dados foi realizada junto a adolescentes, com idade entre 15 e 17 anos. No Brasil, foi realizada junto a estudantes do 1° ano do Ensino Médio, de um Instituto Federal Paulista – IFSP. Já a produção de dados colombiana foi realizada com estudantes do 10° ano de la Educación Media, que seria o equivalente ao 1° ano do Ensino Médio no Brasil, em uma Institución Educativa Distrital (IED). Tanto na escola brasileira como na colombiana, os procedimentos para produção de dados foram os mesmos: foram realizadas entrevistas semiestruturadas com estudantes do 1° ano do Ensino Médio (o equivalente ao 10° da

Educación Media colombiana), da mesma turma, sendo oito na escola brasileira e nove na colombiana. Além disso, assistimos às aulas de matemática dessas turmas, durante três semanas; e foi realizado um grupo de discussão com esses mesmos estudantes. A produção de dados foi realizada entre os meses de agosto e setembro de 2019.

Neste texto apresento dados advindos de parte da terceira temática disparadora do grupo de discussão: Como vocês acham que seria possível criar mais espaços nas aulas de matemática para a fomentação de sonhos dos estudantes? Na escola colombiana, a pergunta foi realizada em espanhol, e aqui os dados estão traduzidos. Os nomes dos estudantes foram modificados, e os nomes das escolas, omitidos, por questões éticas da pesquisa.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

Durante os grupos de discussão os estudantes das duas escolas, de forma quase unânime, evidenciaram que as aulas de matemática costumam oferecer poucos espaços, ou quase nenhum, para a fomentação de sonhos. E evidenciaram que as razões para tanto estão ligadas ao conteúdo em si, ao método de ensino praticados durante as aulas, e as relações humanas que se estabelecem entre professor-aluno e entre alunos. Em seguida, eles ofereceram algumas sugestões. Eis algumas delas.

Uma primeira sugestão dos estudantes, advinda da escola bogotana, gira em torno de tornar as aulas de matemática mais interessantes e próximas da vida deles. Para tanto, os estudantes sugerem que o professor use menos o computador durante as aulas. Entendo que eles fizeram essas sugestões pensando que eles terão mais chances de realizar os seus sonhos ao melhorar aprendizagem de matemática. Ou seja, são sugestões que colaborariam para a realização dos sonhos, de forma indireta. De fato, quando o professor se preocupa em realizar aulas mais próximas à vida dos alunos, ou dos seus interesses, ele está valorizando o background desses estudantes. E backgrounds valorizados, podem criar novas oportunidades em seus *foregrounds*. E sonhos, como desejos que fazem parte do *foreground* dos estudantes, podem ser estimulados.

Uma segunda sugestão apresentada no grupo de discussão, tanto na escola paulista quanto na bogotana, envolveria que se criassem atividades para se conhecer melhor as profissões, dentro das aulas de matemática e na escola em geral. Nesse sentido, por exemplo, quando perguntei a alunos do IFSP, por exemplo, onde eles viam mais espaço para sonhos na escola, a resposta imediata de uma estudante foi "biblioteca". Isso porque, nesse ambiente, por meio dos livros, ela poderia ter acesso ao mundo de várias profissões. Essa mesma estudante também disse que:

> Brenda: Acho que a gente poderia perguntar um pouco para o professor de matemática sobre algumas carreiras que envolvem diretamente a matemática, como administração, estatística, engenharia, coisas que envolvem a matemática.

Outras sugestões ligadas a essa também partiram de adolescentes colombianos:

> Jennifer: Que os professores de matemática, uma vez por mês, nos deixe com os nossos colegas de sala para que a gente converse sobre os nossos sonhos, ou com ele mesmo.

> Claudia: Que tenha, por exemplo, uma ou duas vezes no ano, um dia que a gente não venha para el colegio estudar, mas para falar sobre os nossos sonhos. Que cada professor ou líder do grupo fiquem em uma sala para falar sobre os sonhos uns dos outros, compartilhar com os professores e os amigos.

Outra sugestão que os estudantes da Colômbia deram, é que o professor desenvolva atividades que simulem profissões. Em atividades como essas as profissões podem ser problematizadas e experenciadas; estudantes podem ser colocados em movimento de busca, condizentes com a sua consciência de inacabamento, mas também, de seu desejo de ser mais. E isso pode refletir em possibilidades para o desenvolvimento dos *foreground* dos estudantes, e fomentação de sonhos.

Outra sugestão está no âmbito das relações. Segundo os estudantes bogotanos, os professores geralmente não se interessavam por saber de suas vidas e, por isso, não dão espaços para sonhos nas aulas de matemática. Aqui está uma sugestão do estudante Jhon a esse respeito, e comparando a outras disciplinas:

> Jhon: [...] Porque o professor pode puxar esse assunto... e, também, há algumas matérias que a gente consegue se expressar, e ele pode nos perguntar como estamos ou nos sentimos.

A partir desse excerto, é possível observar que a relação professor-aluno na qual os alunos identificam espaços para os sonhos tem por base a atenção, o cuidado. Quando o professor pergunta "como você está?" ou "o que você quer ser", ou ainda quando compartilha experiências pessoais, o ser – professor, direciona-se ao outro – estudante, em uma relação de transcendência. Esta relação é marcada pelo diálogo, pela preocupação com o outro, pelo colocar-se no lugar do outro. A relação professor-aluno que cria espaços para sonhos é uma relação de alteridade.

Outro fator importante de ressaltar é que, segundo os estudantes, o espaço para sonhos não se daria somente por meio da relação professor-aluno, mas também nas relações entre pessoas em geral, dentro da escola.

Por fim, a última contribuição que os estudantes deram foram a respeito do que veem como uma forte competição durante as aulas de matemática, que atrapalharia o espaço para sonhos. As estudantes do grupo do IFSP discutiram sobre o assunto, e novos caminhos começaram a surgir. Descrevo suas sugestões:

> Isabela: Eu acho que quem gosta da matemática gosta da competição...
>
> Giselle: Mas eu acho que tem gente que gosta de competição, mas não se dá bem com matemática; e tem gente que gosta de matemática, mas não gosta de competição...
>
> Giselle: Eu acho que envolve o modelo meio... positivista que acontece nas aulas. Porque se as aulas de matemática, especialmente, acontecessem com as pessoas conversando...
> Isabela: Acho que se fosse uma aula mais dinâmica, em grupo... ao invés de você tentar fazer sozinho. Você tentar ajudar, tentar ensinar o que você sabe, tudo isso te ajuda bastante (a aprender matemática).
>
> Giselle: Faz mais sentido na sua cabeça quando você explica, né? [...] A gente reflete mais também, a gente fica pensando naquilo [...] essa coisa coletiva, de todo mundo errar junto, um acertar e ajudar, e fazer de um jeito que todo mundo possa entender porque, nesse momento, está todo mundo com a mesma cabeça ali.
>
> Isabela: Isso, tentar chegar num resultado junto, e... se todo mundo fizesse junto, era mais fácil. Sei lá, as vezes um sabe dividir, o outro multiplicar, e outro somar e...

Iara: Acho que é isso, a gente resolver no diálogo, e tentar preparar os professores para essa competição de uma forma mais saudável.

As estudantes pensaram em ações específicas, ligadas ao método do professor em sala de aula, que poderiam reduzir a competição, e concluíram que isso se daria por meio do trabalho coletivo. Esse tipo de trabalho permitiria a troca de ideias, o diálogo, a comunicação com o outro, a construção de soluções em grupo. A proposta pensada pelas estudantes parece ir ao encontro de uma proposta de trabalho mais investigativa e menos expositiva, mais aberta a possibilidades e múltiplas respostas e menos a soluções únicas e inquestionáveis.

Além disso, por se tratar de um trabalho que envolveria diálogo entre pessoas que, juntas, compartilhariam conhecimentos e buscariam um denominador comum, caracteriza-se por ser um trabalho que valorizaria o background das estudantes, e envolveria transcendência e movimento em relação ao outro; uma relação de alteridade.

5. REFERÊNCIAS

FREIRE, P. (1983). *Educação e Mudança*. Editora Paz e Terra: Rio de Janeiro.

FREIRE, P. (1992). *Pedagogia da Esperança*. Paz e Terra, Rio de Janeiro.

LÉVINAS, E. (1980).*Totalidade e Infinito*. Tradução de José Pinto Barreiro. Lisboa: Edições 70.

SKOVSMOSE, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

SKOVSMOSE, O. (2014a). *Foregrounds:* Opaque stories about learning. Rotterdam: Sense Publishers.

SKOVSMOSE, O. (2015). *Critique as uncertainty.* Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing.

SKOVSMOSE, O. (2016). Meaning in Mathematics Education: a Political Issue. *Revemat.* Florianópolis (SC), v.11, Ed. Filosofia da Educação Matemática, p. 36-46.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA: UMA PROPOSTA PARA O PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Italândia Ferreira De Azevedo[1], Georgyana Gomes Cidrão[2], Francisco Régis Vieira Alves[3]

Resumo

Este trabalho tem como intenção apresentar uma proposta de resolução de problemas olímpicos para o ensino de matemática, em especial da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), seguindo uma sequência de ensino inspirada nas ideias de Brousseau, relacionadas à Teoria das Situações Didáticas (TSD) e trabalhando, indiretamente, com a metodologia de resolução de problemas amparada com o *software* Geogebra. A proposta traz um exemplo de percurso típico de aprendizagem envolvendo as dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) na construção do conhecimento; a questão selecionada foi retirada da prova de segunda fase da OBMEP 2016/nível 3, para ser vivenciada a partir das situações adidáticas e assim, desenvolver a autonomia do aluno na busca do seu aprendizado.

Palavras chaves: *Ensino de matemática, Geogebra, Resolução de problemas olímpicos. Teoria das Situações Didáticas.*

Abstract

This work intends to present a proposal for solving Olympic problems for the teaching of mathematics, especially the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP), following a teaching sequence inspired by Brousseau's ideas, related to the Theory of Didactic Situations (TSD) and working, indirectly, with the problem solving methodology supported by the Geogebra software. The proposal provides an example of a typical learning path involving dialectics (action, formulation, validation and institutionalization) in the construction of knowledge; the selected question was removed from the second phase test of OBMEP 2016 / level 3, to be experienced from adidactic situations and thus, develop student autonomy in the pursuit of their learning.

Keywords: Mathematics teaching, Geogebra, Olympic problem solving. Theory of Didactic Situations.

2. INTRODUÇÃO

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) são olimpíadas nacionais e tem em comum a busca de talentos e a melhoria da qualidade do ensino de matemática. Neste trabalho, focaremos em especial a OBMEP, devido ser uma olimpíada que atinge um número significativo de

[1] Mestra em Ensino de Ciências e Matemática; Secretária de Educação do Estado do Ceará; Brasil; italandiag@gmail.com

[2] Mestra em Ensino de Ciências e Matemática; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Brasil; georgyanacidrao28@gmail.com

[3] Doutor em Educação; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Brasil; fregis@ifce.edu.br

inscrições a cada ano, chegando em 2018, a 99,44% dos municípios brasileiros inscritos na primeira fase (IMPA, 2018).

Assim, percebemos que está surgindo um maior interesse das escolas a participarem dessa olimpíada, e consequentemente um maior envolvimento de alunos e professores. Com isso, surge nosso interesse em propor uma organização didática para o professor de matemática, incluindo elementos que facilite o trabalho didático com resolução de problemas de olimpíadas.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino usando as dialéticas de Brousseau na construção do conhecimento do aluno a partir da resolução de problemas da OBMEP e do uso do software Geogebra.

Deste modo, adotamos a Teoria das Situações Didáticas (TSD) como referencial teórico e a resolução de problemas como metodologia de ensino. Além disso, o Geogebra tem como função a modelização matemática dos problemas encontrados nas olimpíadas, pois facilita a exploração cognitiva e proporciona de forma significativa a visualização, manipulação e demonstração dos cálculos dos problemas.

Nas próximas seções apresentamos: 2. O papel do contrato didático, 3. Estabelecendo o contrato didático na aula de Geometria, 4. Análise de dados e algumas considerações.

2. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS - TSD

A TSD apoia-se em alguns fundamentos e relações existente entre o mileu, aluno e professor. Para Oliveira e Mastroianni (2015, p. 460), "o milieu constitui a ambientação na qual sucedem as interações entre os agentes (alunos e professores) e o conhecimento em jogo". Esse ambiente deve ser planejado e preparado pelo professor de forma que cause um desequilíbrio, provando o surgimento de "conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos" (Oliveira & Mastroianni, 2015, p. 460).

Assim, é possível prever resistências e dificuldades dos alunos, mas que podem ser superadas a partir da investigação de conjecturas que levem a resolução do problema, sendo assim, o aluno é colocado em uma situação que ele mesmo constrói seu conhecimento.

Segundo Brousseau (2008), no processo de ensino e aprendizagem, o aluno deve realizar suas próprias investigações e conclusões sobre um determinado problema, tendo o professor a consciência de não dar a resposta de imediato, evidenciando uma característica de uma situação didática. Sendo assim, "uma situação didática se caracteriza pelo jogo de interação do aluno com os problemas colocados pelo professor"(Almouloud, 2007, p. 34).

Dentro das situações didáticas, temos as situações adidáticas, que se caracterizam pela ação do aluno independentemente do controle do professor, ou seja, o aluno caminha com seus próprios passos na busca de novos conhecimentos.

Para Oliveira e Mastroianni (2015, p. 461), "o aluno se apropria das situações, como se fosse um pesquisador buscando a solução, com seus próprios passos, sem a ajuda de seu orientador (papel do professor). Este, aliás, é justamente o lugar de um problema do ponto de vista da TSD: no âmbito de uma situação adidática".

A TDS apresenta também, um percurso de aprendizagem que envolve a passagem por dialética distintas e interligadas, sendo elas: dialética de ação, formulação, validação e institucionalização, que estamos considerando-as como uma sequência de ensino para trabalhar com resolução de problemas olímpicos.

Situação de ação: nessa etapa, acontece o primeiro contato dos alunos com a situação-problema, cabendo a ele buscar, em seus conhecimentos, elementos necessários à solução, ao mesmo tempo, interagindo com o *milieu* na obtenção de uma estratégia de resolução.

Situação de formulação: essa etapa é caracterizada pela troca de informações (escrita ou oral) entre o aluno e o *milieu,* permitindo uma linguagem adequada, mas sem exacerbada preocupação com uma linguagem matemática formal.

Situação de validação: nessa etapa, faz-se necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois é, aqui, que os alunos devem apresentar, individualmente ou em grupo, suas soluções. Deve existir cuidado na comunicação, para que ela seja suficientemente clara para o restante da turma, já que são eles, seus pares, que irão julgar a certeza/pertinência/precisão das afirmações feitas.

Situação de institucionalização: última etapa, aqui, o professor revela sua verdadeira intenção através do problema proposto. Ele faz uma análise e síntese das respostas e soluções dos alunos, apresentando a formalização matemática esperada para o assunto escolhido, levando em conta as soluções e concepções apresentadas pelos alunos, situando-as dentro da teoria matemática que se deseja abordar.

3. MATERIAL E PROPOSTA DE ATIVIDADE

É possível encontramos vários problemas olímpicos no site da OBMEP, onde disponibilizam sessões com Banco de Questões, Provas de anos anteriores e apostilas do PIC. O professor pode trabalhar esses problemas em aulas específicas para preparação das olimpíadas de Matemática, que podem acontecer no contraturno e com poucos alunos, ou para construir conhecimento em sala de aula e com toda a turma, o qual é nosso objetivo.

Para este trabalho, apresentamos um problema olímpico (Figura 1) que têm como público-alvo estudantes do ensino médio. O problema foi selecionado da prova de segunda fase da OBMEP 2016/nível 3, devido exigir alguns conhecimentos prévios de matemática do ensino fundamental, como: Teorema de Pitágoras, Semelhança de triângulo, Perímetro e Função afim.

Figura 1 – Problema olímpico

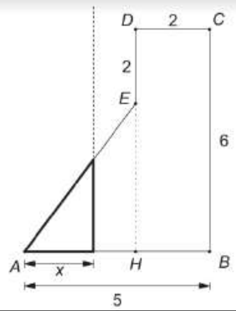
3. A figura mostra um polígono *ABCDE* em que todos os lados, exceto *AE*, são horizontais ou verticais e têm os comprimentos indicados na figura.

Considere, agora, uma reta vertical distante x do vértice A, com $0 < x \leq 5$. Ela divide o polígono *ABCDE* em dois polígonos, um situado à direita da reta e outro à esquerda. Considere a função f que associa a cada valor de x o perímetro do polígono situado à esquerda da reta. Por exemplo, $f(3)$ é o perímetro do triângulo *AHE*, enquanto $f(5)$ é o perímetro do polígono *ABCDE*.

a) Calcule $f(3)$.

b) Calcule $f(5)$.

c) Escreva as expressões de $f(x)$ para $0 < x \leq 3$ e para $3 < x \leq 5$.



Fonte: Prova 2ª fase da OBMEP- nível 3, 2016.

Na prova de segunda fase da OBMEP, as soluções devem ser apresentadas de forma discursivas, o que exige do aluno a habilidade de resolver problemas e aplicar conceitos matemáticos corretamente, levando o aluno a transpor conceito já estudado. Segundo Allevato e Onuchic (2009, p. 9), "conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução dos problemas". A utilização do software Geogebra, nesta proposta, tem como objetivo o suporte tecnológico na visualização e validação dos cálculos, despertando assim, o raciocínio cognitivo do aluno ou os obstáculos que ainda precisam ser superados

4. ANÁLISE DE DADOS E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A partir do embasamento matemático, apoiado pelos conhecimentos prévios e organização do milieu, propormos a resolução do problema seguindo uma sequência de ensino de acordo com as dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) apresentadas por Brousseau (2008) na Teoria das Situações Didáticas. Neste exemplo, realizaremos uma ação descritiva de uma solução ideal do aluno, nomeada por Alves e Santos (2017) como sendo hipóteses didáticas.

4.1 Concepção da Situação Didática

Inicialmente, deve ser fixado um contrato didático entre o professor e a turma, surgindo assim a devolução[1], que para Brousseau (2008) é um componente essencial para a existência do contrato didático. Em seguida, seguiremos a resolução do problema olímpico seguindo quatro fases e prevendo as percepções dos alunos.

Dialética de ação: o aluno realizará o estudo inicial do problema, ou seja, o primeiro contato do aluno com o problema proposto. Para esse problema olímpico, espera-se que os alunos observem a existência dos triângulos retângulos e seus casos de semelhanças, sendo assim possível a solução dos itens a e b.

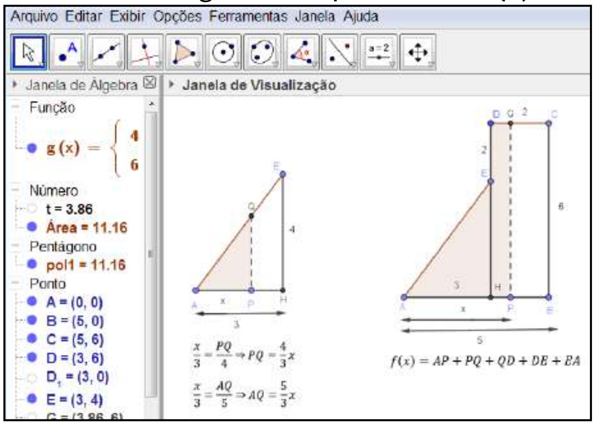
Dialética de formulação: o professor deve estimular uma maior troca de informações e colaboração entre os alunos, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. Aqui, espera-se que os alunos apresentem conceitos matemáticos já escritos ou mentais, podendo identificar assuntos mais específicos, como por exemplo, Teorema de Pitágoras e Semelhança de triângulos no problema proposto. Dessa forma, preliminarmente, os alunos devem observar que o lado AE é a hipotenusa do triângulo retângulo AEH. Sendo que AH= AB – HB = AB – DC = 5 – 2 = 3 e EH = DH – DE = CB – DE = 6 – 2 = 4. Em seguida, aplicando os conceitos matemáticos que eles acham cabíveis para resolver o item a e b. Para o item c, espera-se que os alunos observem as relações de semelhança entre os triângulos APQ e AHE, consequentemente, que $\frac{x}{3} = \frac{PQ}{4} e \frac{x}{3} = \frac{AQ}{5}$.

Dialética de validação: nesse momento acontecerá uma validação dos resultados. Nessa fase, o professor deve ficar atento aos erros dos alunos e seus obstáculos epistemológicos, de forma a aproveitá-los para construir conhecimento na próxima fase. É possível usar nessa fase a modelagem matemática, a qual sugerimos para esta aula o software Geogebra. Ele servirá como amparo tecnológico para uma melhor visualização, manipulação e demonstração dos cálculos do problema.

Temos na figura 2, as imagens geradas por f(x) quando $0 < x \leq 3$ e $3 < x \leq 5$ construídas no GeoGebra. Sendo possível ver, que P e Q são os pontos de intersecção da reta vertical com os dois polígonos resultantes, destacamos as relações de proporcionalidade para os triângulos AHE e APQ, além de expressar a função para o polígono APQDE.

[1] Para Brousseau (2008, p. 91) "devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência".

Figura 2 – Expressões de f(x)



Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Dialética de institucionalização: nessa última fase, o professor retoma a posição de condutor do processo de conhecimento. Ele deverá apresentar as diversidades de soluções e processos encontrados pelos alunos, fazendo em seguida a apresentação dos teoremas e propriedades que cabem na resolução do problema olímpico. Ficando a descoberta, estruturação formal e entendimento da aplicação exposta pelo professor. Sendo assim, temos:

a) Aplicação do Teorema de Pitágoras, onde temos que $AE^2 = AH^2 + EH^2 \Rightarrow AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$, como o enunciado informa que f(3) é a medida do perímetro do triângulo retângulo AEH, então, f(3) = 3 + 4 + 5 =12.

b) Já para f(5), temos que a medida do perímetro do polígono ABCDE =f(5)= 5 + 6 + 2 + 2 + 5 = 20.

c) Primeiramente será obtido a expressão de f(x), para $0 < x \leq 3$. Considerando os pontos de intersecção P e Q da reta vertical com o polígono. Observando que os triângulos APQ e AHE são semelhantes, obtendo as expressões:$\frac{x}{3} = \frac{PQ}{4}$ e $\frac{x}{3} = \frac{AQ}{5}$, ou seja, que $PQ = \frac{4}{3}x$ e $AQ = \frac{5}{3}x$. Obtemos que: $f(x) = AP + PQ + QA = x + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}x = \frac{12}{3}x = 4x$

Agora para $3 < x \leq 5$, temos que considerar os P e Q os pontos de intersecção da reta vertical com o polígono, onde temos: $f(x) = AP + PQ + QD + DE + EA = x + 6 + (x - 3) + 2 + 5 = 2x + 10$.

4.2 *Algumas Considerações*

Este trabalho apresentou uma proposta para o professor de matemática, onde o mesmo possa aderir em sua prática de ensino a resolução de problemas olímpicos, em especial problemas da OBMEP, não deixando para trabalhar esse tema apenas em grupos específicos de preparação de olimpíadas, mas sim ampliando para todas as turmas que leciona, para assim possibilitar um maior número de alunos a se prepararem para a OBMEP e despertar a criatividade e autonomia no processo de resolução dos problemas.

As quatro dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) propostas pela TSD, foram usadas com intuito de promover uma sequência de ensino e promover um ambiente de construção de conhecimento, focando no desenvolvimento de estratégias, raciocínio cognitivo, interpretação e argumentação do problema. O problema proposto foi retirado da prova de segunda fase da OBMEP 2016/nível 3, onde apresentamos um resultado previsto em situações adidáticas vivenciado pelo aluno (ação, formulação, validação) e a dialética de institucionalização, neste momento não faz parte de uma situação adidática, pois o controle do saber volta para o professor. O Geogebra possibilitou uma modelização matemática, proporcionando a visualização, manipulação e demonstração dos cálculos, além de interligar a matemática e com a tecnologia.

Por fim, esperamos que essa proposta de ensino possa ajudar o professor e o aluno no momento da construção de conceitos e aplicações matemáticas envolvidas nos problemas olímpicos, dando uma maior liberdade para o aluno construir seu próprio conhecimento e ao professor, a capacidade de despertar o ensino e aprendizagem pela matemática.

5. REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G.; & Onuchic, L. R. (2009). Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. *Boletim Gepem,* Rio de Janeiro, (55), pp.133-154.

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática.* Paraná: UFPR.

Alves, F. R. V.; & Santos, A. A. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. *Revista Acta Scientiae,* Canoas, 19 (3), pp.447-465.

Alves, F. R. V. (2019). Visualizing the olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra software. *Acta Didactica Naposcencia*, 12, (2), pp. 97-116.

Azevedo, I. F.; Alves, F. R. V.; & Oliveira, J. (2018). OBMEP e Teoria das Situações Didáticas: uma proposta para o professor de Matemática. *Educação Matemática em Revista - RS*, 2 (19), pp. 82-92.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:* conteúdos e métodos de ensino. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo: Ática.

Impa. (2018). *OBMEP 2018 bate recorde de escolas participantes.* Recuperado em 05 de julho, 2018, de https://impa.br/page-noticias/obmep-2018-bate-recorde-de-escolas-participantes/

Obmep. (2018). *Provas e Soluções 2016:* 2ª fase/nível 3. Recuperado em 05 de julho, 2018, de http://www.obmep.org.br/provas_static/sf2n3-2016.pdf

Oliveira, G. P.; & Mastroiann, M.T. M. R. (2015). Resolução de Problemas Matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação com professores polivalentes. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, 17 (2), pp. 455-482.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

ANÁLISIS DE LAS ADAPTACIONES CURRICULARES QUE PROPENDEN POR LA IMPLEMENTACIÓN DEL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DISTRITO DE BARRANQUILLA

Yenny Patricia Fernandez Moros[1], Lourdes Maria Sanjuan Acosta[2], José Gregorio Solorzano Movilla[3]

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo analizar las adaptaciones curriculares que implementan las Instituciones Educativas del Distrito de Barranquilla para la enseñanza del Razonamiento Cuantitativo; con el fin de conocer si dentro de las Instituciones se implementa el desarrollo de las distintas competencias matemáticas y la relación que presentan con base a lo que evalúa las pruebas estandarizadas. La metodología aplicada a esta investigación específicamente es el estudio de casos múltiples, orientada bajo un enfoque cualitativo teniendo en cuenta su carácter social. Se analizó el Proyecto Educativo Institucional (PEI), malla curricular de cada Institución y guías de aprendizaje propuestas por los docentes para la presentación de sus clases; en este proceso se emplearon técnicas e instrumentos como lo son la encuesta, revisión documental y la matriz de resultados durante la recolección y análisis de datos.

Palabras claves: *Adaptaciones curriculares, competencias matemáticas, Instituciones educativas, razonamiento cuantitativo.*

Abstract

The present research aims to analyse the curricular adaptations implemented by Educational Institutions of the district of Barranquilla for the teaching of Quantitative Reasoning; In order to know if within the educational institutions the development of the different mathematical competences is implemented and the relationship they presented based on what standardized tests evaluate. The methodology applied to this research is the study of multiple cases, oriented under a qualitative approach considering its social character. The Institutional Educational Project (PEI), the Curriculum of each institution and learning guides proposed by teachers for their classes were evaluated. In this process, techniques and instruments such as the survey, document review and results matrix were used during data collection and analysis. As a fundamental goal for the construction of the questionnaire and the analysis of the results.

Key words: Curricular adaptations, Educational Institutions, mathematical competences. Quantitave Reasoning,

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de las investigaciones encontradas, las cuales están relacionadas con el objeto de estudio de la presente investigación, en la parte internacional se encontraron teóricos como Kabael y Akain (2018) quienes tienen una amplia investigación sobre el RC enfocado a

[1] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, Universidad del Atlántico, ypfernandez@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, Universidad del Atlántico, lmariasanjuan@est.uniatlantico.edu.co
[3] Docente de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Del Atlántico, josesolorzano@mail.uniatlantico.edu.co

los docentes y quienes manifiestan que el RC es una competencia que debe ser tratada desde los primeros años escolares; pasando al plano nacional Alonso y Hoyos (2018), argumentan que en los últimos años se ha incorporado en los planes educativos el RC como área de conocimiento primordial, pues es uno de los componentes más importantes evaluado a nivel nacional e internacional y en el plano local, autores como Vergara, Fontalvo, Muñoz y Valbuena (2015) definen el RC como aquellas acciones que encaminan a un individuo a llegar a una solución de un problema o situación que se le presente, a su vez se relaciona con el fortalecimiento de la razón y el saber.

Por lo tanto, esta investigación pretende analizar lo que sucede de acuerdo a las instituciones educativas, puesto que las investigaciones anteriores se han hecho estudios sobre la población estudiantil, con el fin de obtener el porqué de los bajos puntajes obtenidos en las pruebas estandarizadas, de acuerdo a OCDE (2018) se obtuvo un puntaje por debajo de la media, razón por la cual motiva esta investigación a fin de analizar otros factores involucrados en esta problemática. De acuerdo a lo anterior, se desea conocer las adaptaciones curriculares de las instituciones del Distrito de Barranquilla, con el fin de obtener información sobre la importancia que se le está dando a la competencia de RC en dichas instituciones, para lo cual se utilizó 2 instituciones educativas como muestra y se realizó el análisis de la documentación institucional, como el Proyecto Educativo Institucional (PEI), mallas curriculares y guías utilizadas por los docentes para la realización de sus clases, así como también se realizó un cuestionario a los docentes de ambas instituciones sobre la importancia del RC y su conocimiento de dicha competencia.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Importancia del Razonamiento Cuantitativo dentro del área de las Matemáticas.

Clements & Sarama (2007), consideran que el principal foco a desarrollar el pensamiento matemático en los niños es el enfatizar el razonamiento y todas las habilidades que se presenten en la resolución de problemas.

Ahora bien, según Calvo (2008), la resolución de problemas que se evalúa dentro del área de las matemáticas es una de las principales causas por la que los estudiantes se les dificulta la comprensión y aprendizaje de esta área, esto a causa de la mecanización generada por las operaciones básicas durante los primeros años escolares y que les impide el desarrollo de habilidades como la argumentación y comprensión de problemas de la vida cotidiana contextualizados a las matemáticas, teniendo en cuenta que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva. En este sentido, Iñiguez (2015) argumenta que es fundamental para la formación de ciudadanos que tengan capacidad crítica y buena comprensión de todos los procesos matemáticos, el desarrollo de la competencia matemática, puesto que los ayudará al desenvolvimiento en la vida cotidiana y a comprender procesos de la vida real.

Alonso y Hoyos (2018) aseguran que el razonamiento cuantitativo asume un rol muy importante dentro del proceso de aprendizaje en los profesionales y en especial en aquellos que tienen relación con el área de las matemáticas; teniendo en cuenta que un profesional con buenas bases en esta área se puede enfrentar a cualquier situación de la vida diaria. En apoyo, Andrade y Vasconcelos (2019) consideran que un individuo puede llegar a identificar lo que es fundamental y necesario, por medio del razonamiento aprendido durante su vida escolar. Por lo anterior, dentro del área de las matemáticas es fundamental el desarrollo de todas las competencias que en ella se encuentran, en especial el razonamiento cuantitativo que conlleva a un individuo a desenvolverse con más facilidad en su entorno, a comprender situaciones de la vida cotidiana y mejorar aspectos laborales, socioculturales, económico, entre otros.

2.2 Adaptaciones curriculares del Razonamiento Cuantitativo en las Instituciones

Calvo (2008), afirma que los educadores que actualmente se encuentran en las aulas transmitiendo los conocimientos a las futuras generaciones atravesaron un sistema de enseñanza con el enfoque tradicional, es por esto que así como los educadores fueron educados así mismo traspasan el conocimiento, de manera mecánica sin alcanzar la comprensión de cada proceso de alguna operación numérica; así, la autora replantea la necesidad de incorporar en el currículo otro enfoque de tal manera que el estudiantado y la sociedad en general sean beneficiados.

Así mismo, Berrocal y Gómez (2002) aseguran que es primordial programar y llevar a la práctica docente procesos de aprendizaje que ayuden a facilitar de una manera lúdica y didáctica el desarrollo del razonamiento. El enseñar matemáticas implica el desarrollo de aspectos como lo con el lógico-verbal (uso de símbolos abstractos, el cálculo, procesos analíticos, lenguaje formalizado, la lógica formal, entre otros) y aspectos visual-imaginativos (capacidad para detectar formas, dominio de imágenes visuales, aspectos intuitivos, entre otros).

Por su parte, Prado (2017) en su artículo denominado "Heurísticos: una herramienta de razonamiento en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática" manifiesta que el enseñar contenidos matemáticos no debe ser lo único esencial dentro del currículo escolar, sino que debe estar enfocado en el fortalecimiento de habilidades que le permitan a una persona analizar la información, razonar posibles soluciones y justificar las ideas propias ante cualquier situación presentada. De manera que, el basarse en estrategias simples, no logarítmicas e intuitivas; incentiva el proceso de razonamiento en los estudiantes, debido a que muchos tienen el pensamiento que las matemáticas es solo la solución de un algoritmo, un paso a paso que se hace de manera intuitiva. Por tanto, al ser la enseñanza de las matemáticas una disciplina dentro del currículo institucional, debe proponer una formación basada en las competencias y habilidades de cada estudiante, logrando así que sean capaces de construir su propio conocimiento; todo esto basados en experiencias y situaciones que le ayuden a expresar y validar sus razonamientos, sin tener que recurrir necesariamente a procesos estructurados y rígidos, el autor tenía como objetivo incluir en su currículo este tipo de enseñanza para que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo.

2.3 El razonamiento cuantitativo visto desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS)

Godino, Batanero y Font (2007) manifiestan que dentro del conjunto de nociones teóricas que adoptan el EOS, estas se clasifican en cinco grupos o categorías, con el objetivo de permitir el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, estas son: Sistema de prácticas, configuración de objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas, configuración didáctica, la dimensión normativa y la noción de idoneidad matemática.

Álvarez y Hernández (2017) definen en acuerdo con Godino el significado institucional como el sistema de prácticas compartidas por una institución, las cuales hacen referencia a documentos institucionales y curriculares, libros de texto y explicaciones que el docente pueda dar en el aula de clase, de la misma manera definen el significado personal como el sistema de prácticas que realiza una persona y su objeto personal, se centran en los estudiantes, su aprendizaje y las respuestas dadas en una evaluación a los mismos. Dentro del significado institucional se tienen en cuenta el referencial, pretendido, implementado y el evaluado u obtenido.

3. METODOLOGÍA

La metodología utilizada desde el enfoque cualitativo, fue el estudio de casos múltiples, Yin (1994, citado por Castro, 2010), el cual considera el autor principal en la investigación con estudio de casos; afirma que esta investigación consiste en un estudio técnicamente específico, en la cual se tienen en cuenta más variables de interés que datos observacionales; generalmente es basado en múltiples fuentes de evidencia obteniendo datos que son dirigidos a una triangulación y posteriormente a su análisis.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De acuerdo a los significados institucionales propuesto por el EOS, se analizó lo siguiente:

Significado institucional referencial: Los docentes de ambas instituciones dentro de sus actividades académicas consideran a la competencia del RC importante, buscan desarrollar dentro de los estudiantes cada uno de los componentes de ésta según sea el tema abordado. Por otro lado, una de las instituciones que se tomó como muestra no considera dentro de sus documentos institucional que esta competencia sea relevante, es decir, no la tiene en cuenta en el proceso de enseñanza en el área de las matemáticas.

Significado institucional pretendido: Tanto la institución como el docente consideran que dentro del proceso de enseñanza se debe desarrollar el pensamiento lógico, el cual va ligado a la competencia de RC; aunque durante el desarrollo de esta investigación no se pudo evidenciar las clases virtuales dadas por los docentes de cada institución tanto por la enfermedad Covid-19, como por normativas institucionales; de este modo no se logró constatar lo plasmado en las guías de aprendizaje y lo pretendido por el docente.

Significado institucional implementado: el docente de una de las instituciones no considera importante el manejo de todos los componentes de la competencia del RC en el desarrollo de sus clases o actividades propuestas en la guía de aprendizaje. Así mismo, una de las instituciones no considera dentro de su plan de estudios la importancia de implementar las competencias matemáticas de manera particular en cada uno de sus grados.

Significado institucional evaluado: Los docentes en ambas instituciones consideran que dentro de sus actividades se desarrollan algunos de los componentes de dicha competencia matemática; aunque las instituciones no tienen en cuenta una evaluación interna para esta competencia a través de algún proyecto en específico.

De acuerdo a las conclusiones se obtuvo: En primera medida que dentro de las instituciones educativas del Distrito de Barranquilla tomadas como muestra; en sus documentos institucionales como PEI y Malla Curricular, no tienen en cuenta de manera puntual esta competencia, sino que para el desarrollo de sus clases de matemáticas plantean los pensamientos matemáticos sin especificar las estrategias metodológicas y didácticas para lograr una apropiación de estos pensamientos por parte del estudiantado; por lo tanto en las instituciones no está implementado ni planificado esta competencia.

En segunda instancia, a pesar de que las instituciones educativas nos tengan implementado esta competencia, los docentes por su parte dentro de sus clases y actividades propuestas la incluyen; de acuerdo a las guías de trabajo o aprendizaje que utilizan, se logró evidenciar que algunos componentes de esta competencia, sobre todo la resolución de problemas y argumentación se dan, las cuales son pilares fundamentales para adquirir y desarrollar esta competencia como lo es el RC. Cabe resaltar que los docentes que hicieron parte de la muestra de esta investigación cuentan con buen desenvolvimiento de la competencia de RC, se logró observar que el docente está capacitado para transmitir este saber a sus estudiantes.

5. REFERENCIAS

Alonso, J. & Hoyo, C. (2018). Razonamiento Cuantitativo en los egresados del sector software en Colombia: Una evaluación de su desempeño. ISBN: 978-958-8936-52-9.

Álvarez, O. & Hernández, D. (2017). Evaluación de los significados institucionales del profesor de matemáticas. Un proceso de estudio sobre los conceptos de perímetro y área en quinto grado. (Tesis de Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Andrade, S. & Vasconcelos, S. (2019). Correlación entre razonamiento lógico y razonamiento matemático en escolares. Bolema, Rio Claro (SP) 33(65), 1047-1066.

Berrocal, R. & Gómez, O. (2002). Razonamiento lógico-matemático en las escuelas. Revista Electrónica Educare (2) 129-132.

Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. Recuperado de:https://www.researchgate.net/publication/26596495_Ensenanza_eficaz_de_la_resoluci on_de_problemas_en_matematicas

Castro, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. Revista Nacional de Administración 1(2) 31-54.

Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), second handbook of research on mathematics teaching and learning vol 1. pp. 461-555. New York: Information Age Publishing.

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. Versión ampliada del artículo Godino, J. Batanero, C. &

Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. The International Journal on Mathematics Education 39(1-2) 127-135.

Iñiguez, F. (2015). El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales. Revista Iberoamericana de Educación 67(2) 117-130.

Kabael, T. & Akin, A. (2018). Prospective middle-school mathematics teachers' quantitative reasoning and their support for students' quantitative reasoning. International Journal of Research in Education and Science (IJRES) 4(1), 178-197. DOI:10.21890/ijres.383126. Recuperado en: https://eric.ed.gov/?id=EJ1169837

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) (2018). Programa para la Evaluación Internacional de la Alumnos (PISA) Resultados 2018.

Prado, W. (2017). Heurísticos: Una herramienta de razonamiento en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Conocimiento Educativo 5 29-40

Vergara, J., Fontalvo, J., Muñoz, A., & Valbuena, S. (2015). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del razonamiento cuantitativo mediante el uso de las TIC. Revista de matemática de la Universidad del Atlántico (MATUA) 2(2), 70-80.

GARARAGUATI, AVANCES SOBRE LA INVESTIGACIÓN EN LA NUMERACIÓN DEL PUEBLO GARÍFUNA HONDUREÑO

J. Mejuto[1], C. Argueta Canizales[2], I. Valladares[3], N. Rivera[4]

Resumen

Este trabajo presenta los primeros avances del proyecto de investigación Gararaguati que está llevado a cabo por el Departamento de Arqueoastronomía y Astronomía Cultural de la Universidad Nacional Autónoma de Honduras, el Grupo de Investigación en Astronomía Cultural de la misma universidad. Este proyecto está dirigido a la búsqueda, descripción y explicación de elementos artísticos- culturales y su conexión con la matemática para la preservación de identidad de la cultura garífuna. Se presentan los aspectos culturales que han sido explorados hasta el momento y las primeras conclusiones que surgen de los datos que se tienen hasta el momento así como las dificultades que se han presentado.

Palabras claves: Garífuna, sistemas de numeración, música, danza

Abstract

This work presents the first advances of the Gararaguati research project that is carried out by the Department of Archaeoastronomy and Cultural Astronomy of the National Autonomous University of Honduras, the Cultural Astronomy Research Group of the same university. This project is aimed at the search, description and explanation of artistic-cultural elements and their connection with mathematics for the preservation of the identity of the Garífuna culture. The cultural aspects that have been explored so far and the first conclusions that emerge from the data available to date are presented, as well as the difficulties that have arisen.

Key words: Garifuna, numeral systems, music, dance

1. INTRODUCCIÓN

"El origen del pueblo garífuna se remonta antes de la colonia, tiene sus raíces en los amerindios que habitaban la zona desde antes de la colonización, los Arawakos y Karina. De la unión de ambos pueblos emergieron los Kariphunas (caribes) y estos luego se mezclaron con ancestros africanos traídos de África como esclavos" (Castillo, 2020).

Entre 1650-1797, época colonial, los garífuna fueron asediados por los franceses e ingleses por la disputa del territorio, y si bien ocurrían confrontaciones bélicas entre ambos grupos, terminaban por firmar la paz a través de diferentes tratados.

[1] PhD.; Dpto. Arqueoastronomía y Astronomía Cultural, Facultad Ciencias Espaciales, Universidad Nacional Autónoma de Honduras; Honduras; javier.mejuto@unah.edu.hn
[2] Lic.; Dpto. Arqueoastronomía y Astronomía Cultural, Facultad de Ciencias Espaciales, Universidad Nacional Autònoma de Honduras; Honduras; cristina.argueta@unah.edu.hn
[3] Lic.; Dpto. Arqueoastronomía y Astronomía Cultural, Facultad Ciencias Espaciales, Universidad Nacional Autónoma de Honduras; Honduras; waxaklajun@mail.ru
[4] MSc; Dpto. Arqueoastronomía y Astronomía Cultural, Facultad de Ciencias Espaciales, Universidad Nacional Autònoma de Honduras; Honduras; nohemy.rivera@unah.edu.hn

En marzo 14 de 1796 Josep Satuye (héroe del pueblo garífuna) es asesinado a manos de los británicos, siendo estos los que vencen finalmente en junio de 1796. Atacan a los caribes, y en octubre de ese año, 4644 personas fueron confinadas en la isla de Baliceaux (OFRANEH, 2011).

Finalmente, en 1797 un grupo aproximado de 2,026 cautivos, son deportados por los ingleses de La Isla de San Vicente, por temor a una nueva rebelión. Los ancestros garífunas que llegaron a Honduras, arribaron a las costas con su propio idioma, religión, cosmovisión y costumbres, las cuales se han reafirmado y legitimado durante 223 años de existencia, con algunas variantes en sus manifestaciones artísticas-culturales.

Actualmente, se encuentran ubicados en comunidades y asentamientos en las zonas costeras de Nicaragua, Guatemala, Honduras y Belice. La investigación de la etnomatemática garífuna permite un acercamiento al estado actual del arte e idioma garífuna, el sistema matriarcal por el cual están regidos, juega un papel importante en la transmisión de la cultura a través de las danzas (abinahani) y los cantos; otro elemento interesante e importante para esta investigación es la música, la cual será explicada desde la construcción de los tambores (garauon), así como la ejecución de los mismos en el ritmo Wanaragua. Estos tres elementos artísticos-culturales contienen la base matemática tácita e inconsciente del pueblo garífuna.

El análisis de la cultura garífuna desde la perspectiva etnomatemática descolonizada, presenta un desafío ante un mundo globalizado, por lo que los estudios aquí planteados se plasmarán siguiendo el sentir y pensar espiritual y de resistencia de cada uno de los componentes culturales encontrados.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Hasta el momento se han explorado los conocimientos matemáticos que aparecen en los siguientes expresiones culturales garífunas:

2.1 Lengua garífuna

Según Haurholm-Larsen (2016) la lengua garífuna conserva una cantidad considerable de material léxico y gramatical adquirido y moldeado a partir del contacto con otros idiomas, producto de su larga historia de contacto lingüístico. Desde tiempos prehispánicos, los pueblos de habla arawak migraron hacia las islas de las Antillas Menores, y concretamente en la actual isla de San Vicente el pueblo eyeri (Quesada, 2017); donde son conquistados por hablantes de lengua caribe (en la literatura referidos como kalina). A partir de ese momento, las mujeres arawak mantienen su lengua original y ancestral, pero también aprenden el idioma de los invasores caribes. Los hombres caribes toman el idioma arawak, pero utilizan elementos léxicos y gramaticales paralelos. Esa situación provoca que la lengua mantiene algunos rasgos dispersos del sistema de registros de habla diferenciado para hombres y mujeres.

En el período colonial, ingleses y franceses mantienen interés y dominio de las Antillas Menores. Este encuentro con lenguas indoeuropeas (inglés y francés), genera otra influencia importante sobre la lengua. Posteriormente, un grupo es enviado a las islas de Roatán, ubicada en el Golfo de Honduras, y luego migran hacia la costa hondureña. Todo este recorrido se refleja en el sistema de numeración garífuna actual.

2.2 Sistema de numeración

La escritura de las cantidades de la numeración garífuna y francesa coinciden en varios aspectos, ambos pertenecen al sistema vigesimal, ya que las cantidades se agrupan cada veinte números; la primera veintena de números del 0 al 19 se nombran cada uno de forma diferente; la segunda del 20 al 39 se escriben como el español; del 40 al 59, el sistema garífuna acorta la escritura y omite la palabra veinte (wein) ;del 60 al 79 el sistema garífuna escribe los números multiplicando las veces que necesita la veintena y se suma lo faltante para escribir la cantidad deseada, por ejemplo: tres veces veinte y tres para 63 (Ürüwa wein Ürüwa); ambos sistemas coinciden en la forma de escribir sus cantidades a partir del número 80 al 99.

Tabla 1. Ejemplos de escritura de números en garìfuna y francés.

N°	Escritura garífuna	Escritura francés	N°	Escritura garífuna	Escritura francés
60	Ürüwa wein	soixante	70	Ürüwa wein dîsi	soixante-dix
61	Ürüwa wein Aban	soixante et un	71	Ürüwa wein dîsi Aban	soixante et onze
62	Ürüwa wein Biña	soixante-deux	72	Ürüwa wein dîsi Biña	soixante-douze
63	Ürüwa wein Ürüwa	soixante-trois	73	Ürüwa wein dîsi Ürüwa	soixante-treize
. . .					
69	Ürüwa wein Nefu	soixante-neuf	79	Ürüwa wein dîsi Nefu	soixante-dix-neuf

2.3 Música

A pesar que el tiempo, los procesos de aculturación y la pérdida de conocimientos ancestrales han convertido el tambor en un suvenir o un simple instrumento de fiesta, para los garífunas mayores el tambor ancestral continúa siendo símbolo de resistencia, es la convocatoria a la lucha hasta el final, transmisión de mensajes, respeto, el medio para complacer a los gubida (espíritus de los ancestros), además poseían mensajes cifrados en cada toque, les avisaba a la población si debían huir, combatir, entre otras cosas (Castillo, 2020).

Castillo comenta: "existe una diversidad de tambores, sin embargo, los tambores ancestrales mantenían una medida y tamaño específica así como una forma construcción precisa, el árbol utilizado debía tener cierta madurez, era una madera especial, una membrana de cuero tensado con bejucos o sogas, todos construidos según las fases de la luna". El etnomusicológico Idalberto Suco (1987) específica las medidas utilizadas en algunos de los tambores (garaones) :

- Libiama garauon, (tambor primero); mide 25.5 cm de diámetro y 39 cm de altura.
- Linigui garauon, (corazón del tambor), tambor principal y segundo, mide 30 cm de diámetro y 45 cm de altura.
- Luruvan garauon, (ayuda, tercer tambor); mide 27 cm de diámetro y 40 cm de altura.
- King drummer, es el tambor más grande y principal para ejecutar en los rituales.

El tambor requinto y primera son los más agudos, la mayor parte del tiempo improvisan, el segunda y tercera son más graves que los anteriores y llevan la base, los tambores Lun Dügü apoyan la base. (Barahona, 2011)

Dichas medidas de construcción ayudan en el control del sonido y la afinación del instrumento, así mismo utilizan 6 o 7 pares de cuerdas enlazados al contorno de la membrana con un palo al centro, las cuales al torcerse provocan una tensión en la membrana y agregan cruzadas por el centro un par de cáñamo, alambre o cuerdas de guitarra (en la actualidad) para generar un sonido específico (Barahona, 2011).

2.4 Danza (Abinahani)

Los ritmos musicales, así como las danzas son diversas, a través de ellos cuentan la historia de su pueblo, costumbres, religión y cultura.

El tambor, el canto y la danza son de suma importancia para los garífunas, a través de estos honran a los ancestros. Se cree que el cuerpo de los vivos es el depósito de los *gubida* (espíritus de los ancestros), porque a través de estos pueden seguir el ritmo del tambor, danzando y cantando tal como lo hacían en vida, (Castillo, 2020).

La mayoría de las danzas garífunas se realizan al ritmo del tambor, los bailarines ejecutan los movimientos siguiendo el tambor, a excepción del Wûanáragâwa, el cual el tamborista sigue al bailarín y posee un conteo particular. También llamado Malátdî, Yancunnú o Mascaros , es una danza guerrera, bailada solamente por hombres, esta representa a los guerreros garífunas que lucharon contra los ingleses y franceses en la Isla de San Vicente antes de su expulsión. En esta danza se puede ver como el danzarín muestra sus habilidades mientras el tambor primero o requinto le sigue el paso a sus movimientos, (Chavéz, 2018).

Según Castillo (2020), en las comunidades los niños y jóvenes aprenden Wûanáragâwa observando a los mayores y luego practicando, o son enseñadas directamente por los expertos. Por otra parte, Perez (2011) explica: "los pies del bailarín se mueven simétricamente balanceándose entre punta y talón, en un movimiento binario, sobre la base ternaria sostenida por el Garaón Segunda .

a lo anterior lo podemos explicar de la siguiente forma: el ritmo binario se da cuando los tiempos aparecen en grupos de dos, (1-2, 1-2) alternando un primer tiempo fuerte con un segundo tiempo débil. Cuando los tiempos aparecen agrupados de tres en tres (1-2-3, 1-2-3), es decir, con un primer tiempo fuerte y los otros dos débiles, tenemos un tiempo ternario.

Jorge Chavéz (2020) en su metodología de enseñanza de la música y la danza garífuna, explica que si tuviéramos que coreografiar el Wûanáragâwa, podría hacerse de la siguiente forma: apertura o marcaje los cuales se comienzan en el segundo golpe la mayoría de las veces, asayahaní, espera o aguranaha donde se da un tempo de espera (se subdivide el compas de 3, se cuenta en 2 y va en base 6), preparación para la batalla y aseihaní o ataque, se combinan y todo se subdivide de 6 a conteo 3. El aseihaní se realiza en 6 movimientos percutidos con los pies y el tiempo fuerte o acento se expresa en el 7mo movimiento y el pie se sostiene arriba.
Por naturaleza, la música es anacrusa por la polirritmia que les caracteriza.

La música y danza garífuna es sin embargo compleja de explicar desde un punto de vista académico debido a la polirritmia y a la carga espiritual que conlleva cada una de las artes, los garífunas consideran que esta carga espiritual está relacionada a sus estados de ánimo convirtiendo cada proceso en algo personal.

3. METODOLOGÍA

El enfoque metodológico que se está utilizando es el de Investigación-Acción-Participativa en el que se pretende realizar la investigación a la vez que se interviene en la mejora social del pueblo garífuna mediante el empoderamiento del conocimiento ancestral de su cultura. Esta metodología evita la relación clásica de investigador vs objeto de estudio, mientras que a través de las técnicas y metodologías participativas los propios miembros de las comunidades garífuna dirigen y colaboran en la investigación en cada una de sus etapas.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Como se ha mostrado resumidamente en los puntos anteriores del texto en las diferentes expresiones culturales garífunas subyace una lógica matemática interna que solamente estamos empezando a conocer y de la que solamente podemos entrever sus aspectos superficiales. Esta investigación es de carácter pionero en el país desde el enfoque matemático y será la primera de una serie de investigaciones sobre los pueblos originarios hondureños.

Sin embargo, el enfoque metodológico utilizado necesita de un contacto con la comunidad que en esta situación de emergencia sanitaria por pandemia son imposibles o difícilmente realizables. Para paliar este impacto se están realizando entrevistas a través de medios digitales e intentado contactar con las comunidades y con los actores clave que permitan realizar el proyecto y estén interesados en integrarse en la investigación y serán los corresponsables con los miembros del equipo de investigación de empoderar a las comunidades con el conocimiento generado.

5. REFERENCIAS

Barahona, G. B. (2011). Música Garífuna de Honduras (2da, ed.). Recuperado de: http://www.cervantesvirtual.com/descargaPdf/musica-garifuna-de-honduras/

Haurholm-Larsen, S. (2016). A grammar of Garifuna. University of Bern.

OFRANEH (Organización Fraternal Negros de Honduras) "Historia del pueblo garífuna". Recuperado de: http://ofraneh.org/ofraneh/historia_garinagu.html

Perez Guarnieri, A. (2011) "Wanaragua: La clave rítmica garífuna como expresión del mestizaje afroamericano" Senderos, Revista de Etnomusicología, Universidad de San Carlos, Guatemala. En prensa.

Quesada, D. (2017). *Gramática de la lengua garífuna.* Hermosillo: Universidad de Sonora.

Tratados después de la paz de Utrecht. (s.f.). Apendice I, XLII-XLIII. Obtenido de http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1020014337/1020014337_069.pdf

UNESCO Office San José . (2012). Tambor, tierra, sangre... soy garífuna: cuaderno cultural garífuna. Nicaragua. Colección Identidades y Patrimonio Cultural Recuperado de: https://unesdoc.unesco.org/images/0022/002270/227035s.pdf

Entrevistas:
Dr. L. Castillo, conversación personal, 8 de agosto de 2020.

Jorge Chávez, director de Tambor Negro de Honduras, conversación personal, 10 de agosto de 2020.

Redes sociales y blogs:

Castillo. R, [Rony Castillo]. (9 de agosto de 2020). ¿Por qué si son Negros son También Indígenas? Negritud Indígena del pueblo Garífuna . [Publicación de estado]. Facebook. https://www.facebook.com/photo.php?fbid=10221262971817225&set=a.10200430564860071&type=3&theater

SIGNIFICADOS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL CONTEMPLADOS POR PROFESORES DE MATEMÁTICA EN SUS TRABAJOS DE FIN DE MÁSTER

Eulalia Calle[1], Adriana Breda[2], Vicenç Font[3]

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo identificar qué significados de las medidas de tendencia central son contemplados por profesores de matemáticas en ejercicio. Para ello, se han analizado tres trabajos de fin de máster que han tenido como propuesta didáctica central el estudio de dicha noción. Se concluye que los profesores tienen presente la idea de trabajar diferentes significados, pero tienen dificultades en cómo diseñar tareas con problemas de aplicación que respondan a esta pluralidad de significados.

Palabras claves: *significados de medidas de tendencia central, formación de profesores, trabajo de fin de master.*

Abstract:

This work aims to identify which meanings of the measure of central tendency are contemplated by practicing mathematics teachers. For this, three master thesis projects have been analyzed, with the study of said mathematical object as a central didactic proposal. It is concluded that teachers take into account the idea of working different meanings, but have difficulties designing tasks with application problems that respond to this plurality of meanings.

Key words: *meanings of central tendency measurement, teacher training, master's thesis.*

1. INTRODUCCIÓN

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas, distintos modelos teóricos hacen énfasis en la importancia de abordar la complejidad del objeto matemático en la formación de profesores. Uno de dichos modelos, es el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico Matemáticas (CCDM) del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017) que considera necesario que los profesores de matemáticas tengan en cuenta la complejidad del objeto matemático que se pretende enseñar (entendida ésta como pluralidad de significados) en el diseño, implementación, valoración y rediseño de procesos de instrucción. Se han realizado varias investigaciones que tienen como foco el estudio de la complejidad de los objetos matemáticos en la formación de profesores usando el EOS. Dichas investigaciones han tratado, entre otros, la complejidad de los siguientes objetos matemáticos: proporcionalidad (Burgos, Beltrán-Pellicer, Giacomone y Godino, 2018); igualdad de números reales (Wilhelmi, Godino y Lacasta, 2004); media aritmética (Calle, Breda y Font, 2020; Rondero y Font, 2015); diversos objetos matemáticos (Calle y Breda, 2019).

Siguiendo esta línea de investigación, el presente trabajo se propone como objetivo identificar qué significados de la medida de tendencia central son contemplados por

[1] Candidata a doctora; Universidad de Cuenca; Ecuador; eulalia.calle@ucuenca.edu.ec
[2] Doctora en Educación Matemática; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@ub.edu
[3] Doctor en Didáctica de las Matemáticas; Unversitat de Barcelona; España; vfont@u.edu

profesores de matemáticas en ejercicio (estudiantes de un máster profesional para formación de profesores) en las propuestas didácticas presentes en sus trabajos de fin de máster.

2. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

Usando constructos del EOS se ha generado una propuesta que articula diversas categorías de conocimientos y competencias (llamada modelo CCDM), de los profesores de matemáticas consideradas necesarias para una enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019). Este modelo teórico hace hincapié en el análisis de idoneidad didáctica, como una competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva. La noción de idoneidad didáctica, responde a la siguiente pregunta: qué criterios seguir en el diseño de secuencias de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios hacer para conseguir metas de aprendizaje superiores. Esta noción se descompone en los siguientes criterios parciales de idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Font, 2019): Idoneidad epistémica: Idoneidad ecológica, Idoneidad cognitiva, Idoneidad afectiva, Idoneidad interaccional e Idoneidad mediacional.

2.1 La idoneidad epistémica y la complejidad de los objetos matemáticos

Para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Rondero y Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas.

El componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos* (entendida como pluralidad de significados parciales), se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia (Giacomone, Godino y Beltrán-Pelliecer, 2018; Font, Breda y Seckel, 2017). En el cuadro 1 se recogen los indicadores que evidencia si se ha tenido en cuenta o (no) este componente en el diseño e implementación de secuencias didácticas.

Cuadro 1. El componente de Representatividad y sus indicadores.

Componente de la Idoneidad Epistémica	Indicadores
Representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar	1. Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar 2. Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad contemplada en el currículo de la noción matemática que se quiere enseñar. 3. Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla una muestra representativa de problemas? 4. Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla el uso de diferentes modos de

	expresión (verbal, gráfico, simbólico…), tratamientos y conversiones entre los mismos?

3. METODOLOGÍA

En ese apartado, presentamos el contexto del estudio (participantes de la investigación, tipo de máster) y explicamos cómo se han analizado las respuestas de los docentes.

3.1 Contexto del estudio

Se ha seleccionado para esta investigación 3 trabajos de fin de máster, con la temática sobre medidas de tendencia central (MTC), realizados por profesores que ejercen la docencia de matemáticas en instituciones educativas públicas y privadas de secundaria en diferentes provincias y ciudades de Ecuador (un TFM, realizado por el profesor D, ha trabajado la MTC con estudiantes de 13 y 14 años del noveno grado de Educación General Básica, y los otros dos, realizados por las profesoras A y M, han trabajado la MTC con estudiantes de 16 y 17 años, del segundo curso de Bachillerato General Unificado).

Además de ejercer la actividad de docencia en matemáticas, los profesores estaban realizando un máster profesional de formación de profesores de matemáticas de secundaria. Dicho máster tenía como enfoque la formación continua y profesionalización docente. Dado su aspecto profesional, el máster tuvo una duración de dos años, divididos en tres bloques: a) el bloque general (15 créditos ECTS) que incluye asignaturas de psicología, sociología, orientación y sistema educativo ecuatoriano; b) el bloque específico (21 créditos ECTS) que contempla las asignaturas de la disciplina (matemática) y su didáctica y; c) el bloque de *prácticum* y trabajo de fin de máster (TFM) (24 créditos ECTS) que se orienta al ejercicio de articulación entre la teoría y la práctica.

3.2 Análisis de los datos

Para analizar los TFM, se utilizó la noción de *representatividad del objeto matemático a ser enseñado* del EOS. En particular, se buscó identificar en los 3 TFM qué significados de las medidas de tendencia central fueron contemplados por los profesores en sus propuestas didácticas, utilizando para ello, los cuatro indicadores del Cuadro 1.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para los dos primeros indicadores *Muestra representativa de la complejidad del objeto matemático* (desde la perspectiva de las matemáticas y del currículum), el profesor D, inicia su propuesta ubicando los contenidos que trabaja en el currículum y menciona que "Las actividades se presentan en forma representativa y articulada a situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación utilizando expresiones matemáticas (verbal, grafica, simbólica) siendo claros y correctos en las definiciones, procedimientos, explicaciones, comprobaciones y demostraciones para el nivel educativo al que se imparten los conocimientos". Además muestra que conoce los diferentes significados parciales de la media aritmética cuando menciona que ha propuesto los siguiente problemas: "Utilizando la *estimación de la medida* se plantea el siguiente ejercicio en la actividad 5: Seis alumnos miden el peso de un objeto, con el mismo instrumento, obteniéndose los siguientes datos: 3, 8, 4, 10, 6, 2. ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?" y "En la actividad 10 se plantea el ejercicio utilizando la media como valor representativo: Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una (segunda) prueba han sido: 15, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 14, 18. ¿Crees que la prueba fue efectiva?". A pesar de que en el desarrollo de la propuesta, no se presentan de manera explícita a los estudiantes, los diferentes significados, se puede considerar la intención del profesor por abordar estos diferentes significados de media aritmética. El profesor D justifica finalmente la complejidad, indicando que se han planteado ejercicios de contextualización. Se infiere que, en su propuesta de secuencia didáctica, el profesor D tuvo en cuenta una cierta muestra representativa de los significados parciales del objeto media aritmética.

La profesora A ubica su propuesta en el currículo ecuatoriano: "El tema Medidas De Tendencia Central consta en el bloque seis denominado Estadística y Probabilidad, basado en el currículo de educación para segundo año bachillerato propuesto por el Ministerio De Educación de nuestro país, según la última reforma curricular". Sin embargo, en su desarrollo trabaja con otras destrezas relacionadas a la estadística y se concentra más en esos temas, abordando muy ligeramente las medidas de tendencia central. También señala que ha tenido limitaciones en su propuesta ya que en el "Cálculo de la media aritmética: Los alumnos aplican las fórmulas de la media simple y no usan la media ponderada; en la actividad 16 numeral 2 se observa que solo 8 estudiantes logaron resolver dicha actividad, demostrando que habían asimilado correctamente este algoritmo, mientras que los demás actuaron probando diferentes formas que no les ayudaron a resolver (ensayo-error), demostrando que existió una comprensión mecánica de su significado (Anexo 7). Acotando a esto, en la actividad 7 (Tarea) el 35% de los estudiantes optaron por calcular la mediana de variables cualitativas". Además manifiesta que "Con relación a procurar enseñar una muestra representativa de la complejidad de las nociones enseñadas, considero que esto no se tuvo suficientemente en cuenta. Bien resulta que los problemas que se propusieron en la unidad didáctica estaban relacionados con el primer significado: Valor que compensa los excesos con los defectos (equilibrio, equidad, etc.) y no se trabajaron los otros dos". La profesora A reconoce que no se trabajó la pluri - significación de los objetos matemáticos, involucrado en las medidas de tendencia central, a pesar de que ella tiene claro los conceptos. Se infiere que en la propuesta de la profesora A no se consideró una muestra representativa de la complejidad MTC.

La profesora M ubica su propuesta en el bachillerato "Con el propósito de implementar la unidad didáctica en segundo de bachillerato se plantean los siguientes objetivos según el Ministerio de Educación (2017)", Por otra parte, la profesora M en su propuesta menciona que "Se escogieron ejercicios de razonamiento de la vida diaria y práctica de acuerdo con el nivel educativo a impartir las clases, no se observa ambigüedad, los ejercicios son claros sin crear confusión en el momento de resolverlos y ubicar su definición, las actividades planteadas están de acorde con la realización de procesos relevantes como: modelización, argumentación, resolución de problemas y de razonamiento. Los contenidos enseñados están acorde con el currículo del ministerio de educación". En esta reflexión sobre la idoneidad epistémica no se infiere que la profesora M tuviese en cuenta la representatividad de la complejidad del objeto matemático enseñado.

Para el indicador Muestra representativa de problemas de aplicación del objeto matemático, el profesor D propone, sobre todo, ejercicios en donde se aplica un solo significado para cada medida de tendencia central, aunque, como ya se mencionó, en su justificación indica que se han planteado problemas para aplicar otros significados como, para el caso de la media aritmética, la estimación de la medida y la media como valor representativo de un conjunto de datos.Por lo que se puede deducir que hay un cierto intento del profesor D por proponer problemas en los que se tenga que aplicar la pluri - significación de la media aritmética; aunque los objetos moda y mediana, solo son abordados con un único significado parcial. En cierta manera, se puede concluir que se contempla una muestra representativa de problemas para la media aritmética. La profesora A reconoce que "no se consideró una muestra representativa de problemas sobre la complejidad de las Medidas de Tendencia Central. Por ejemplo: se abordó el estudio de la Media Aritmética solo como un valor que compensa los excesos con los defectos (equilibrio, equidad, etc.) y no se abordaron los otros dos significados de la media", además de mencionar que está de acuerdo con tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos y que se debe "procurar presentar una muestra representativa de problemas para la media aritmética y también para las otras medidas de centralización y no limitarnos a explicar la media como la compensación de los excesos con los defectos"; de esta manera, se concluye que, en esta propuesta de la profesora A, no se contempla una muestra representativa de problemas. La profesora M, en su propuesta, tampoco contempla una muestra representativa de problemas.

Para el indicador *Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos,* el profesor D menciona que ha explicado diferentes modos de expresión, aunque en la propuesta solo se visibilice en los vídeos que miran los estudiantes. Por tanto, en el caso del profesor D, se puede inferir que, para uno o varios significados parciales, seleccionados para su implementación, se contemplan, de manera implícita, diferentes modos de expresión. La profesora A expone en su propuesta que está de acuerdo con tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos; sin embargo no lo hace en las tareas que propone y no contempla diferentes modos de expresión. La profesora M también implementa su propuesta didáctica sin tener en cuenta diferentes modos de expresión.

5. CONCLUSIONES

Los profesores están de acuerdo en la importancia de considerar los diferentes significados de los objetos matemáticos en su proceso de enseñanza. Sin embargo, no saben cómo diseñar tareas con problemas de aplicación que respondan a esta diversidad de significados. Se trata de un resultado relevante si se tiene en cuenta que en el currículum ecuatoriano si se contempla una variedad de significados parciales de las diferentes medidas de tendencia central (media, mediana, moda), en particular es posible a partir del noveno año de EGB, profundizar mediante ejercicios y problemas, los diferentes significados de dichas medidas de tendencia central.

El desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, propuesto en el currículo ecuatoriano, tiene en cuenta, en cierta manera, la complejidad de los objetos matemáticos ya que los diferentes significados se pueden ir impartiendo, de acuerdo al nivel en el que se trabajan las destrezas. En es esentido es necesario continuar trabajando en la formación de profesores para que estos tengan en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos como estrategia para mejorar los aprendizajes y desarrollar las destrezas con criterio de desempeño, propuestas por el Ministerio de Educación

Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

6. REFERENCIAS

Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., y Godino, J. D. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa, 44,* 1-22.

Calle, E., Breda, A. (2019). Reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos en la formación inicial de profesores. En Daniel Aguilar, Martha Cobos, Luis Claudio Cortés, Enma Campozano (Eds), *La Investigación Educativa en un Mundo en Constante Transformación* (pp. 29-50). Cuenca: ASEFIE.

Calle, E., Breda, A., Font, V. (2020). ¿Qué significado atribuyen a la media aritmética profesores de matemáticas en ejercicio? *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *33*(1), 643-652.

Font, V., Breda, A., y Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, *10*(2), 1-23. Doi: 10.3895/rbect.v10n2.5981

Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, *44*, e172011.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, *39*(1), 37-42.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, *31*(57), 90-113.

Ministerio de Educación. (2017). Currículo vigente. Quito. Disponible en: << https://educacion.gob.ec/curriculo/>>

Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, *33*(2), 29-49.

Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, *27*(1), 77 - 120.

DISEÑO DE ACTIVIDADES MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA ETNOMATEMÁTICA DE UNA PRÁCTICA ARTESANAL

Luis Ángel Cantillo Fuentes[1], Néstor De Jesús Pupo Paba[2], Camilo Andrés Rodríguez Nieto[3]

Resumen

El problema de investigación radica en que, en la enseñanza y aprendizaje de los sistemas de medida, se han subvalorado procesos de medición realizados por grupos culturales. El objetivo general fue diseñar actividades contextualizadas a partir los resultados etnomatemáticos obtenidos en la práctica artesanal de elaboración de bollos de yuca de Carreto Atlántico y los Lineamientos Curriculares en Educación Matemática. Teóricamente la investigación se fundamentó en el programa Etnomatemática y en las acepciones de medir y medida. La metodología usada fue de tipo cualitativa- etnográfica. La información se recolectó por medio de entrevistas semiestructuradas y registros audiovisuales. En los resultados se evidencian las interpretaciones etnomatemáticas de un sistema de medidas no convencional establecido y utilizado por la comerciante. Se concluyó que estas medidas no convencionales pueden aportar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través del diseño de actividades matemáticas en el marco de la etnomatemática.

Palabras claves: Etnomatemática, Educación matemática, Pensamiento Métrico.

Abstract

The research problem is that, in the teaching and learning of measurement systems, measurement processes carried out by cultural groups have been undervalued. The general objective was to design contextualized activities based on the ethnomathematical results obtained in the artisanal practice of making cassava buns from Carreto Atlántico and the Curriculum Guidelines in Mathematical Education. Theoretically, the research was based on the Ethnomathematics program and on the meanings of measurement and measurement. The methodology used was of a qualitative-ethnographic type. The information was collected through semi-structured interviews and audiovisual records. The results show the ethnomathematical interpretations of an unconventional measurement system established and used by the merchant. It was concluded that these unconventional measures can contribute to the teaching and learning of mathematics through the design of mathematical activities in the framework of ethnomathematics.

Key words: Ethnomathematics, Mathematics education, Metric Thinking.

---

[1] Estudiante de Licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico, Colombia. luisacantillo@est.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante de Licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico. Colombia. npupo@mail.uniatlantico.edu.co
[3] Candidato a Doctor en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa en la UAGro, México. crodriguez@uagro.mx;

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente las investigaciones en etnomatemática se han centrado en explorar las medidas usadas por grupos culturales, particularmente, en Colombia se han hecho investigaciones de tipo Etnomatemático (e.g., Carabalí, 2012; Aroca, 2012; Albanese, y Perales, 2014; Arbey y Acosta, 2015; Rodríguez-Nieto, Mosquera y Aroca, 2019; Rodríguez-Nieto, Aroca y Rodríguez-Vásquez, aceptado). Estas investigaciones resaltan el valor de la etnomatemática como práctica pedagógica, asimismo, muestran en sus resultados diversas medidas no convencionales, que se involucran en las diferentes prácticas artesanales, por ejemplo, la braza, el jeme, la cuarta, los cuatro dedos, entre otras. El problema que motivó a realizar la presente investigación fue la subvaloración de los sistemas de medidas no convencionales de los diferentes contextos en el aula de clase de matemáticas (Rodríguez-Nieto, Mosquera, y Suarez, 2015).

Por lo anterior, se resaltan los trabajos realizados por Rodríguez-Nieto, Mosquera, y Suárez (2015) y Aroca, Palacio y Ramírez (2015), los cuales, además de encontrar medidas no convencionales en el desarrollo de los procesos de investigación, diseñaron actividades matemáticas donde problematizaron los resultados etnográficos correspondientes en aulas de clases de matemáticas. por ello, en la presente investigación se pretende contribuir a fortalecer el Pensamiento Métrico en estudiantes de sexto grado de secundaria a través del diseño de actividades matemáticas con un componente etnomatemático (medidas no convencionales de la práctica artesanal de bollo de yuca) y un componente global (Estándares Curriculares en Matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizajes, MEN, 2006), posteriormente, aplicar una prueba piloto para evidenciar el nivel de exigencia de las mismas y realizar ajustes en caso de ser necesario. En el Marco de la investigación, se resalta la actividad de medir como una de las más antiguas e importantes a través de la historia, asimismo, un recorrido en diferentes puntos de vista del concepto de la Etnomatemática, además, se hace el reconocimiento del Sistema Internacional de Medidas como componente principal para el fortalecimiento del Pensamiento Métrico, pues, es aceptado por el Currículo Matemático Colombiano.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para Gerdes (2013), *medir* es una actividad que se realiza de diversas maneras según el contexto donde se encuentren las personas, ya que cada pueblo desarrolla su propia matemática y por ende su sistema de medida. En este contexto para Rey y Aroca (2011) "la actividad de medir, incluyendo el proceso de estimación, son actividades culturales de la humanidad que se practican de manera implícita y explícita en diversas tareas cotidianas" (p.138). De la misma forma, Bishop (1999) habla sobre la *actividad de medir* enfatizando que es importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se ocupa de comparar, de ordenar y de cuantificar cualidades que tienen valor e importancia.

Esta investigación se fundamenta en la Etnomatemática, que, ha sido considerada por D'Ambrosio (2014) desde una perspectiva etimológica como un conjunto de estilos, artes y técnicas, para conocer, aprender y explicar los ambientes sociales, culturales, imaginarios y naturales de una cultura, es decir, "Etnomatemática son las ticas de matemá en un determinado etno" (D'Ambrosio, 2014, p.103). De la misma forma, Aroca (2016) muestra un concepto crítico sobre la forma en que entendemos el programa Etnomatemática mostrándolo de la siguiente manera:

> No sólo es lo sociocultural, también es lo histórico, lo político, lo ético, su relación con la educación, la formación, la pedagogía, la didáctica, lo religioso, lo económico, lo psicológico, lo lingüístico que median en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y no a todas estas dimensiones las podemos interpretar mediante las tics de mathema en una etno (p.192).

La Etnomatemática, propone una pedagogía viva, dinámica, para dar respuesta a nuevos estímulos ambientales, sociales, culturales y a nuevas necesidades (D'Ambrosio, 2014), es por esto que se dio lugar a esta investigación la cual dirigió la mirada hacia el pensamiento métrico y sistemas de medidas a partir del diseño de actividades contextualizadas desde una perspectiva etnográfica hacia una práctica artesanal en concreto. Además, para el diseño de dichas actividades se tuvo en cuenta lo establecido por el MEN (2006) donde se refleja el Sistema Internacional de Medidas (SI) como el componente principal para el desarrollo del Pensamiento Métrico. Por otra parte, el (SI) está conformado por Magnitudes las cuales son todo aquello que se puede medir (Carabalí 2012), la magnitud es una cualidad o atributo de una serie de objetos que puede variar en forma cuantitativa y continua o en forma cuantitativa y discreta (Carabalí, 2012). Además, las magnitudes registran "unidades bases" de medida de las cuales se desprenden los múltiplos y submúltiplos de las mismas, las unidades de medida son "una cantidad arbitraria que es adoptada por convenio de una Magnitud" (Carmona 1013).

Algunas de las magnitudes del (SI) son: Longitud, Masa, Tiempo, Capacidad, entre otras. Las medidas no convencionales como el entercie, la braza, el puñao y el tobo encontradas en esta investigación, fueron relacionadas con las unidades de medidas principalmente de las magnitudes de longitud, masa y capacidad del (SI), por ejemplo, el litro, el metro, el gramo y el kilogramo. Éstas medidas guardan estrecha relación entre ellas, por lo cual se estableció un sistema de medidas no convencionales en el marco de la etnomatemática.De este modo, se diseñaron las actividades contextualizadas a esta práctica partiendo del (SI) como eje principal, con el fin de desarrollar un aprendizaje paralelo y comparativo (Aroca, 2018).

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es de tipo cualitativa (Hernández, Fernández, Baptista, 2014) y se llevó a cabo en dos fases: 1) *Fase Etnográfica:* tuvo una perspectiva etnográfica basada en la observación participante (Hernández *et al.*, 2014), se recolectó la información durante tres días por medio de entrevistas semiestructuradas y registros audiovisuales (video cámara, grabadora de audio) con sus respectivas transcripciones (con apoyo de las notas de campo). 2) *Fase Educativa:* fue de tipo estudio de caso simple (Vasilachis, 2006), con un enfoque cualitativo-descriptivo (Hernández *et al.*, 2014) con el fin de describir en detalle la aplicación de las actividades contextualizadas a través de una prueba piloto a un estudiante de sexto grado de una Institución Educativa del municipio de Soledad-Atlántico, administrado durante tres sesiones, empleando un tiempo promedio de noventa minutos por cada sesión., También, el cuestionario fue revisado por tres profesores investigadores para validar el contenido y estructura de las situaciones problemas. Según los resultados obtenidos se someterán a evaluación y ajustes en caso de ser necesario.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1. Análisis de los resultados en la *Fase Etnográfica*.

En la *fase etnográfica* de la investigación, se describieron los siguientes procesos en la elaboración del bollo de yuca: *pelado de la yuca, rallado de la yuca, exprimir la masa, amarrar los bollos y envolverlos y cocinar los bollos.* En la Tabla 1, *se presentan* los principales resultados de esta fase que aportan al diseño de actividades en el marco de la Etnomatemática

Tabla 13. Etnomatemática en la elaboración del bollo de yuca. Fase Etnográfica.

Procesos en la práctica	Interpretación matemática (Etnomatemática)
Pelado de la yuca:	✓ 1 bulto de yuca = 1 saco de yuca ✓ 1 bulto de yuca = 30 kilos ✓ Un bulto y medio de yuca pelado por día ✓ En diciembre, carnavales y semana santa se pelan tres o dos bultos y pico por día ✓ De bulto y medio ($1+\frac{1}{2}$ bulto) de yuca = dos tobos y medio ($2+\frac{1}{2}$ tobos) de concha ✓ Cuatro mujeres pelando yuca = media hora ✓ Tres mujeres pelando yuca = una hora
Amarrar los bollos y envolverlos	✓ 1 atadero (pita de amarrar bollo) = metro y medio ($1+\frac{1}{2}$ metro) ✓ 1 bollo se amarra con metro y medio ($1+\frac{1}{2}$ metros) de atadero ✓ 1 saco de pita = un siento y pico de atadero (alcanzo para los 110 bollos)
Cocinar los bollos	Por cada 8 baldes de agua para cocinar los 110 bollos se necesitan un balde y medio ($1+\frac{1}{2}$ baldes) de agua agria.
Transacciones asociadas a la actividad	✓ 1 bulto de yuca = $29.000 ✓ Transporte de los bultos de yuca hasta la casa = $7.000 ✓ 2 tobos de concha = 1 litro de leche (Trueque: la concha o cascara de la yuca se la cambian al dueño de unos cerdos quien a su vez al tener vacas les da un litro de leche para el consumo de la familia de Enna.

4.2. Análisis de los resultados en la *Fase Educativa*.

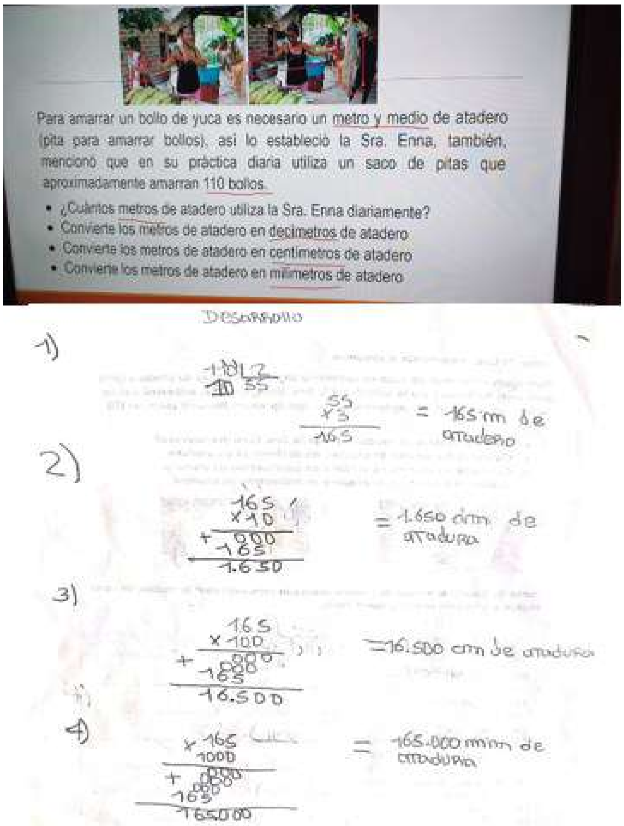
Las actividades matemáticas diseñadas con base a los resultados obtenidos en la fase etnográfica fueron relacionadas con las medidas no convencionales(no estándares) estructurado y utilizado por la comerciante de bollos de yuca, las actividades tienen un componente matemático cultural (medidas y palabras utilizadas por la comerciante y sus colaboradores) y un componente matemático global (uso del SI) para lograr armonía entre lo cultural y lo global a través de la aprendizaje paralelo y comparativo (Aroca, 2018).

4.3. Análisis de la prueba piloto.

En las temáticas de las magnitudes longitud, capacidad, masa y sus unidades de medida correspondientes del (SI), el estudiante en ocasiones confundía las magnitudes con las unidades de medida, asimismo, tuvo dificultades en el reconocimiento de los múltiplos y submúltiplos correspondientes a las unidades bases de las magnitudes, al igual que su simbología. Además, fue necesario reforzar en el estudiante las operaciones básicas como la multiplicación y división de números enteros y racionales, ya que al momento de realizar conversiones entre unidades (de menor a mayor o de mayor a menor unidad) tuvo dudas al momento de realizar las operaciones correspondientes, en ocasiones confundía las unidades de medida mayores que la unidad base con las menores que la unidad base, esto le generaba confusión al momento de elegir la operación adecuada para las conversiones.

Por otro lado, se notó en el estudiante que hubo aprendizaje paralelo y comparativo (Aroca, 2018) en la aplicación de las actividades contextualizadas a la práctica artesanal del bollo de yuca, pues, conoció y relacionó las medidas no convencionales empleadas en la práctica artesanal con las del (SI), se mostró motivado al resolver actividades que tienen en cuenta el contexto cercano, su razonamiento y las operaciones empleadas en las actividades, fueron lógicas y acertadas (ver Figuras 1, 2 y 3), se logró que el estudiante diferenciara y ordenara en objetos y eventos, propiedades o atributos que se pudieran medir, es decir la longitud, la masa de los cuerpos y las capacidades en los recipientes Asimismo, el estudiante seleccionó unidades convencionales y no convencionales apropiadas para la resolución de las actividades, también, utilizó y justificó el uso de la estimación para resolver los problemas asociados a la práctica artesanal reconociendo y utilizando algunas magnitudes como la longitud, la capacidad y la masa con sus respectivas unidades de medida en las situaciones asociadas a la práctica artesanal. En las Figuras 1, 2 y 3 se muestran las respuestas dadas por el estudiante a las actividades diseñadas con base en los resultados etnomatemáticos encontrados en la práctica artesanal de elaboración del bollo de yuca de Carreto Atlántico:

Figura 1. Actividad contextualizada de la magnitud longitud. Producción propia.


Para amarrar un bollo de yuca es necesario un metro y medio de atadero (pita para amarrar bollos), así lo estableció la Sra. Enna, también, mencionó que en su práctica diaria utiliza un saco de pitas que aproximadamente amarran 110 bollos.

- ¿Cuántos metros de atadero utiliza la Sra. Enna diariamente?
- Convierte los metros de atadero en decimetros de atadero
- Convierte los metros de atadero en centímetros de atadero
- Convierte los metros de atadero en milímetros de atadero

DESARROLLO

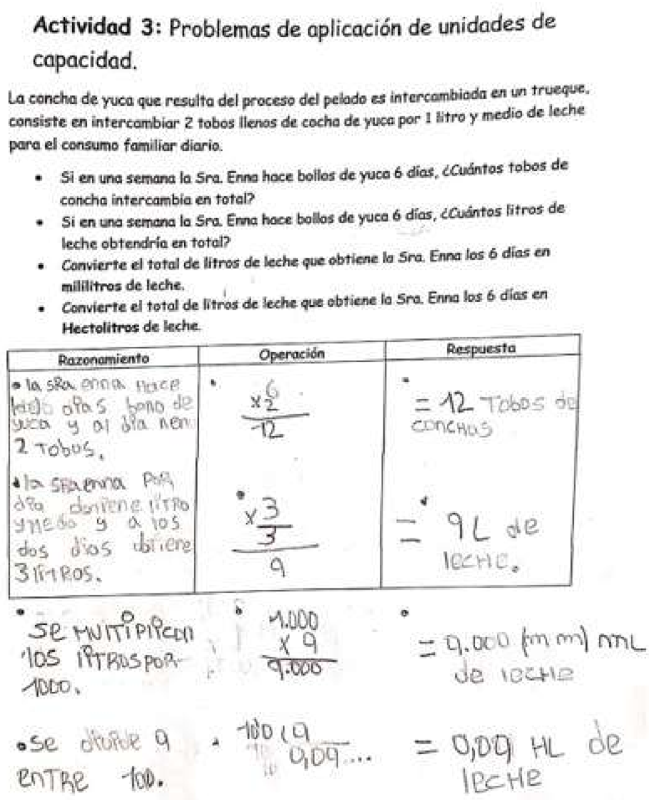
1) 55 x 3 = 165 = 165 m de atadero

2) 165 x 10 = 1.650 = 1.650 dm de atadura

3) 165 x 100 = 16.500 = 16.500 cm de atadura

4) 165 x 1000 = 165000 = 165.000 mm de atadura

Figura 2. Actividad contextualizada de la magnitud capacidad. Producción propia.

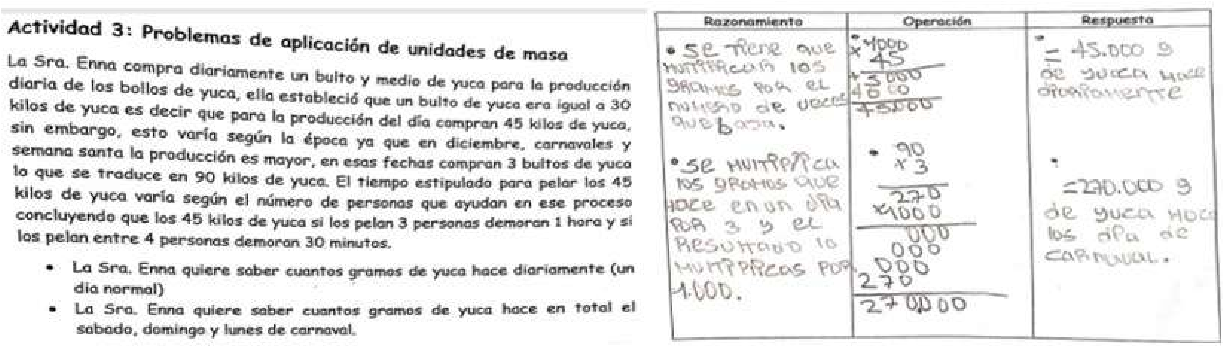

Actividad 3: Problemas de aplicación de unidades de capacidad.

La concha de yuca que resulta del proceso del pelado es intercambiada en un trueque, consiste en intercambiar 2 tobos llenos de cocha de yuca por 1 litro y medio de leche para el consumo familiar diario.

- Si en una semana la Sra. Enna hace bollos de yuca 6 días, ¿Cuántos tobos de concha intercambia en total?
- Si en una semana la Sra. Enna hace bollos de yuca 6 días, ¿Cuántos litros de leche obtendría en total?
- Convierte el total de litros de leche que obtiene la Sra. Enna los 6 días en mililitros de leche.
- Convierte el total de litros de leche que obtiene la Sra. Enna los 6 días en Hectolitros de leche.

Razonamiento	Operación	Respuesta
• la sra enna hace bollo 6 días bollo de yuca y al día tiene 2 tobos.	• 6 x 2 = 12	• = 12 Tobos de conchas
• la sra enna por día obtiene litro y medio y a los dos días obtiene 3 litros.	• 3 x 3 = 9	• = 9 L de leche.
• se multiplican los litros por 1000.	• 1.000 x 9 = 9.000	• = 9.000 ~~mm~~ mL de leche
• se divide 9 entre 100.	• 9 ÷ 100 = 0,09...	= 0,09 HL de leche

Figura 3. Actividad contextualizada de la magnitud masa. Producción propia.


Actividad 3: Problemas de aplicación de unidades de masa

La Sra. Enna compra diariamente un bulto y medio de yuca para la producción diaria de los bollos de yuca, ella estableció que un bulto de yuca era igual a 30 kilos de yuca es decir que para la producción del día compran 45 kilos de yuca, sin embargo, esto varía según la época ya que en diciembre, carnavales y semana santa la producción es mayor, en esas fechas compran 3 bultos de yuca lo que se traduce en 90 kilos de yuca. El tiempo estipulado para pelar los 45 kilos de yuca varía según el número de personas que ayudan en ese proceso concluyendo que los 45 kilos de yuca si los pelan 3 personas demoran 1 hora y si los pelan entre 4 personas demoran 30 minutos.

- La Sra. Enna quiere saber cuantos gramos de yuca hace diariamente (un dia normal)
- La Sra. Enna quiere saber cuantos gramos de yuca hace en total el sabado, domingo y lunes de carnaval.

Razonamiento	Operación	Respuesta
• se tiene que multiplicar los gramos por el numero de veces que baja.	• 1000 x 45 = 45000	• = 45.000 g de yuca hace diariamente
• se multiplica los gramos que hace en un día por 3 y el resultado lo multiplicas por 1.000.	• 90 x 3 = 270; 270 x 1000 = 270000	• = 270.000 g de yuca hace los días de carnaval.

5. REFERENCIAS

Albanese, V., y Perales, F. J. (2014). Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *17*(3), 261-288.

Arbey, J., y Acosta, D. (2015). *La construcción del Concepto de Medida en el Contexto de la Escuela Indígena "Las Aves" de Canoas.* Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Aroca, A. (2012). Las Formas de Orientación Espacial de los Pescadores de Buenaventura, Colombia. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica,* 15(2): 457 – 465.

Aroca, A. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. *Educación matemática*, *28*(2), 175-195.

Aroca, A., Palacio, R. J., y Ramírez, F. A. (2015). Operaciones básicas de la aritmética desde el conocimiento de algoritmos etnomatemáticos de Barranquilla. *RECME, 1*(1), 60-65.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.

Carabalí, J. (2012). *Patrones de Medidas no Convencionales: El caso de la longitud en el barrio Desepaz del municipio de Santiago de Cali, Colombia*. Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Carmona, R, A. (2013). *Diseño e implementación de una unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje del tema Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas, mediante la utilización de las TIC: Estudio de caso en los estudiantes de grado 6° de la Institución educativa Inem José Félix de Restrepo de Medellín*. (Tesis de maestría), Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 100-107.

Gerdes, P. (2013). *Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana*. Lima: Ministerio de Educación.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Rey Muñoz, M., y Aroca Araújo, A. (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación matemática. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, *14*(1), 137-147.

Rodríguez-Nieto, Aroca y Rodríguez-Vásquez (aceptado). Procesos de medición en una práctica artesanal del Caribe Colombiano. Un estudio desde la Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,*

Rodríguez-Nieto, C., Mosquera, G., y Aroca, A. (2019). Dos sistemas de medida no convencionales en la pesca artesanal con cometa en Bocas de Ceniza. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *12*(1), 6-24.

Mosquera, G., Rodríguez-Nieto, C., y Suarez, P. (2015). *Dos sistemas de medidas no convencionales en la pesca artesanal con cometas en bocas de ceniza y su potencial para la educación matemática*. (Tesis de pregrado), Universidad del Atlántico, Barranquilla. Manuscrito no publicado.

Vasilachis de Gialdino. (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación* (pp. 23-60). Buenos Aires: Gedisa.

CONTEÚDOS MATEMÁTICOS ABORDADOS NAS PRÁTICAS COM A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA RELATADAS NOS ENEM DE 2004 A 2019

Paulo Wichnoski[1], Elisângela Araujo Sanches[2], Clélia Maria Ignatius Nogueira[3]

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa mais ampla e expõe uma análise dos relatos de experiência que foram publicados nos Anais das edições de 2004 a 2019 do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM[4], no tocante aos conteúdos matemáticos tematizados em práticas com a Investigação Matemática. Da postura qualitativa é possível inferir que conteúdos abordados se concentram majoritariamente no Ensino Médio, e pontualmente no Ensino Fundamental e Superior. Além disso, se revelam predominantemente na unidade temática Geometria e Medidas com o conteúdo de figuras planas, seguida da unidade temática Números e Álgebra com o conteúdo sequência numérica.

Palavras-chave: Investigação Matemática, Práticas Pedagógicas. Conteúdo Matemático.

Abstract

This work is an excerpt from a broader research and exposes an analysis of the experience reports that were published in the Proceedings of the 2004 to 2019 editions of the National Meeting of Mathematical Education - ENEM, with respect to the mathematical contents thematized in practices with Mathematical Research . From the qualitative posture, it is possible to infer that the contents covered are mainly concentrated in Secondary Education, and occasionally in Elementary and Higher Education. Furthermore, they are revealed predominantly in the thematic unit Geometry and Measurements with the content of flat figures, followed by the thematic unit Numbers and Algebra with the content of numerical sequence.

Keywords: Mathematical Research, Pedagogical Practices. Mathematical Content.

1. INTRODUÇÃO

No contexto de uma pesquisa mais ampla, desenvolvida em nível de mestrado, no Brasil, com o objetivo de identificar as percepções de professores de Matemática sobre tarefas de Investigação Matemática, fomos remetidos, pelo próprio caminhar metodológico, a compreender, antes, o que a literatura sobre o tema diz a respeito do trabalho prático no

---

[1] Doutorando em Educação em Ciências e Educação Matemática. Unioeste. Brasil. wichnoski@gmail.com
[2] Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática. Unioeste. Brasil. elisinhaas@hotmail.com
[3] Doutora em Educação. Unioeste. Brasil. voclelia@gmail.com
[4] O ENEM é um encontro brasileiro e o mais representativo na área da Educação Matemática, por ser o único que congrega produções de professores que estão em exercício em sala de aula, de estudantes de graduação e pós-graduação e de pesquisadores. Sua ocorrência é a cada dois anos, em diferentes regiões do país.

ambiente investigativo. Para tanto, considerando que nosso interesse se concentrava em professores, nos voltamos aos relatos de experiência sobre o tema, publicados nas edições do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM entre os anos de 2004 a 2019, buscando conhecê-los em sentido lato, isto é, conhecer as origens, a autoria, os conteúdos, os recursos didáticos, o nível de escolaridade e as bases teóricas sob as quais os trabalhos se fundamentam.

Para este trabalho, trazemos um recorte do trabalho supracitado, enfocando especificamente os conteúdos matemáticos presentes nesses relatos, na intenção de apontá-los como potencialidades investigativas e, em certo sentido, direcionar a prática de ensino de Matemática sob as vias da perspectiva tema deste trabalho.

A escolha do ENEM, enquanto *lócus* que possibilitou o encontro com o material da pesquisa, se justifica tendo em vista que este evento é o mais representativo da área (a sua última edição contou com mais de 4000 participantes) e o único que congrega produções de professores que estão em exercício em sala de aula, como os relatos de experiência. A delimitação temporal às edições de 2004 a 2019, se deu considerando que a primeira produção brasileira por nós estudada foi a de Lamonato & Passos (2011) e por ser, a edição de 2019, a mais recente.

Dessa introdução, que situa o trabalho, expõe seus objetivos e justifica-o como pertinente, consideramos necessário apontar ao leitor, mesmo que suscintamente, o entendimento sobre a Investigação Matemática na Educação Matemática assumido e, sob o qual procedemos à pesquisa.

Para Ernest (1996), as Investigações Matemáticas se caracterizam como uma atividade divergente do pondo de vista dos objetivos a serem perseguidos, os quais estão centrados no próprio processo de exploração e não na resposta final. Além disso, é uma atividade com enunciados abertos, dando autonomia para o investigador na formulação de questões a serem investigadas, na definição do método a ser utilizado, bem como nas conclusões efetuadas. Em conformidade, Ponte *et al.,* (1998, p. 15) esclarece que as Investigações Matemáticas "São atividades de cunho aberto, referentes a contextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos) que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos".

Segundo Ponte, Brocado & Oliveira (2016), a Investigação Matemática está ligada à atividade dos matemáticos profissionais. Há um processo investigativo intrínseco ao processo de produção do conhecimento matemático. Nas palavras desses autores,

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2016, p.10).

Neste sentido, o trabalho docente apoiado pela Investigação Matemática intenta trazer para a sala de aula, uma atividade semelhante à dos matemáticos profissionais, priorizando as habilidades de questionar, pesquisar, conjecturar, testar, refutar, argumentar e provar, conforme nos dizem Ponte, Brocardo & Oliveira (2016): "O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor" (p. 23).

Em conformidade com Brocardo (2001, p. 99) "[...] uma atividade de investigação não é caracterizada apenas pelos processos matemáticos nela envolvidos, mas, também, pela *interacção* entre eles, ou seja, pelas relações que se devem necessariamente estabelecer entre eles". Dito de outro modo, a Investigação Matemática não pode ser vista apenas sob o caráter matemático, uma vez que existe, intrinsecamente, uma ação pedagógica nesse processo que a diferencia, enquanto metodologia de ensino, da atividade puramente matemática (Wichnoski & Klüber, 2015).

Quando se trata da Investigação Matemática como metodologia de ensino não significa, necessariamente, lidar com situações difíceis de resolver, ou construir conceitos matemáticos até então desconhecidos, significa trabalhar com uma situação, que se apresenta, inicialmente, confusa e sem direção prévia, por meio da aplicação de conceitos, procedimentos e representações matemáticas já conhecidas e chegar a uma conclusão, ou não (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2016).

Em face do exposto, compreendemos que a Investigação Matemática é uma metodologia para o ensino de Matemática que busca no trabalho dos matemáticos inspiração para o trabalho em sala de aula e, desse modo, propõe que o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina se dê por meio do fazer Matemática.

Como um trabalho autônomo e plural do ponto de vista dos procedimentos a serem adotados, o interesse reside mais nos aspectos que se revelam no decorrer da investigação do que nos resultados alcançados, podendo desencadear habilidades do pensar matemático, bem como conteúdos matemáticos e as relações existentes entre eles. Além disso, preocupa-se com o desenvolvimento de outras habilidades, não necessariamente matemáticas, como por exemplo, a comunicação e a argumentação. Portanto, é uma metodologia ativa, que incentiva o envolvimento e a cooperação dos alunos, colocando-os como corresponsáveis pelo próprio aprendizado.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa é qualitativa e bibliográfica. Buscamos este tipo de pesquisa, pois de acordo Gil (2002) "[...] não há outra maneira de conhecer fatos passados se não com base em dados bibliográficos" (p. 45). A pesquisa se desenvolve de modo próximo a um Estado do Conhecimento, levando-se em consideração os delimitadores: período, temática e evento.

Metodologicamente procedemos à busca, no site[1] da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, pelos trabalhos publicados nas edições VIII, IX, X, XI, XII e XIII do ENEM, orientada pelas expressões Investigação e Investigação Matemática nos títulos ou nos resumos. Do universo dos trabalhos encontrados, selecionamos os trabalhos que relataram práticas pedagógicas sob a perspectiva da Investigação Matemática, no âmbito da sala de aula e/ou práticas formativas para professores. Consideramos, então, 93 relatos de experiência, para os quais nos voltamos em busca dos conteúdos matemáticos presentes. Aquilo que encontramos com esse movimento segue na próxima seção.

3. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Para disparar as considerações efetuadas, condensamos a ocorrência dos conteúdos presentes nos trabalhos analisados na Tabela 1, a seguir.

[1] http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem.

Tabela 14. Conteúdo matemático presente nos relatos de experiência do ENEM (2004 à 2019). Os autores.

Edição do evento	Conteúdo matemático
VIII	progressão aritmética; cálculo diferencial integral
IX	padrões e regularidades; geometria fractal; reta numérica e equação da reta; estatística descritiva.
X	operação de adição e subtração; sucessões numéricas; progressão geométrica; equação polinomial do segundo grau; pensamento algébrico; função afim; figuras planas quadrado, retângulo e triângulo; polígonos; propriedades e condição de existência de um triângulo; Mediatriz e Bissetriz de um ângulo; organização e comunicação de dados; análise combinatória; Contagem.
XI	potências; múltiplos; função exponencial, função afim; proporcionalidade; ângulos internos; ângulos externos; polígonos; polígonos regulares e irregulares; Teorema de Pitágoras; fórmula de Pick; coleta e tratamento de dados.
XII	Sequências numéricas; números racionais e irracionais; padrões e regularidade; Função exponencial, equivalência; cônicas; elipse; posição relativa entre duas retas; Teorema de Talles; transformações geométricas no plano cartesiano; trigonometria; equação da reta; decomposição e composição de figuras; área de figuras planas; distribuição de frequência; principio fundamental da contagem.
XIII	operações aritméticas; tabuada; função afim; função exponencial; função composta; generalização de sequências numéricas; produtos notáveis; pensamento algébrico; sistema de equação do primeiro grau, equivalência; grafos; área e perímetro de figuras planas; tangente de um ângulo; superfícies quádricas; triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono e octógono; processo de contagem.

Os relatos de experiência apresentados na edição VIII do ENEM, consideram conteúdos referentes aos níveis Médio e Superior de ensino, especificamente, progressão aritmética e conceitos do cálculo diferencial integral I. Nenhum dos trabalhos apresenta conteúdos geométricos, que é o tema que vai predominar nos encontros seguintes. Os trabalhos publicados na IX edição, contemplaram os conteúdos de Estatística (estatística descritiva), Números e Álgebra (padrões e regularidades) e predominantemente a Geometria (Geometria Fractal, Geometria Analítica e Geometria Plana).

A X edição apresenta um aumento considerável no número de trabalhos publicados com vistas à Investigação Matemática, sendo, em termos quantitativos, mais do que dobro da edição anterior. A Geometria continua sendo o conteúdo mais abordado; dos 23 trabalhos selecionados, cinco são desta área, embora aparecem, também, conteúdos no campo da Álgebra, da Matemática financeira, das Funções e da Estatística.

Na XI edição, os conteúdos abordados se encontram nos campos da Aritmética, da Estatística e da Geometria, a qual, novamente, predomina em relação a outros conteúdos. Na XII edição, dos 19 trabalhos selecionados, oito apresentam conteúdos nos campos Geometria e, os demais, nos campos da Aritmética, Funções, Álgebra e Estatística.

Na XIII os conteúdos se distribuem nos campos da Aritmética, Álgebra, Matemática Financeira e Geometria. Percebemos que os conteúdos de Estatística não foram abordados pelos trabalhos publicados nesta edição e, apesar dos conteúdos relacionados à Geometria ainda serem em maior quantidade, os conteúdos no domínio da Álgebra também foram privilegiados.

Se considerarmos as unidades temáticas constantes na Base Nacional Comum Curricular – BNCC[1], a saber: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra e Probabilidades e Estatística, mas realizando algumas adaptações, tais como considerar Geometria e Grandezas e Medidas em um único bloco, pois medidas de superfície e volume, bem como a trigonometria se encontram estreitamente relacionadas e consideramos um grupo específico para os conteúdos de Matemática Financeira, os conteúdos matemáticos podem ser assim apresentados.

Na unidade temática Números e Operações, os conteúdos apareceram da seguinte forma: progressão aritmética (VIII); padrões e regularidades de operações elementares (IX); lógica matemática, progressão geométrica e multiplicação (X); múltiplos e potências (XI); aritmética, fração e números irracionais (XII); contagem, padrões numéricos, operações aritméticas e tabuada (XIII).

Na unidade temática Álgebra os conteúdos apareceram da seguinte forma: diferenciação e integração (VIII); sucessões numéricas, equação polinomial do primeiro grau e função afim (X); função exponencial, função do primeiro grau e função afim (XI); função exponencial e sequências numéricas (XII); noções de equivalência, função afim, função exponencial, função composta, sequências numéricas, sistema de equação do primeiro grau e produtos notáveis (XIII). Na IX edição, esta unidade temática não foi contemplada nos relatos de experiência.

Na unidade temática Geometria, Grandezas e Medidas os conteúdos apareceram da seguinte forma: fractais e equações da reta (IX); polígonos (quadrado, triângulo e retângulo), figuras planas, propriedades e condição de existência de um triângulo e mediatriz e bissetriz de um ângulo (X); proporcionalidade, ângulos internos, ângulos externos, polígonos, soma dos ângulos internos de um triângulo, polígonos regulares e irregulares, teorema de Pitágoras, fórmula de Pick, ângulos internos de um polígono convexo, noções topológicas (XI); elipse, posição relativa entre duas retas, teorema de Talles, transformações geométricas no plano cartesiano, trigonometria, razões trigonométricas, equação da reta, área de figuras planas, decomposição e composição de figuras (XII); grafos, tangente de um ângulo, superfícies quádricas, figuras planas, área e perímetro de figuras planas (XIII). Na VIII edição, esta unidade temática não foi contemplada nos relatos de experiência.

Na unidade temática Probabilidade e Estatística os conteúdos apareceram da seguinte forma: estatística descritiva (IX); análise combinatória (X); coleta e tratamento de dados e tratamento da informação (XI); distribuição de frequência (XII). Nas edições VIII e XIII, esta unidade temática não foi contemplada nos relatos de experiência. Na unidade temática Matemática Financeira os conteúdos apareceram da seguinte forma: cálculo variados (XIII). Nas demais edições esta unidade temática não foi contemplada nos relatos de experiência.

---

[1] Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básicabrasileira.

A unidade temática Geometria, Grandezas e Medidas é o preponderante, com 26 trabalhos e dentro dela, o conteúdo que se sobressai é figuras planas. A segunda unidade temática no número de trabalhos apresentado é Números e Álgebra e o conteúdo mais abordado é sequência numérica. Concluímos, portanto, que a unidade temática Geometria, Grandezas e Medidas é a preponderante, com 26 trabalhos, e dentro dela, o conteúdo que se sobressai é o de figuras planas. A segunda unidade temática no número de trabalhos apresentado é Números e Álgebra e o conteúdo mais abordado é sequência numérica. Os interesses dos autores variam entre os diferentes tipos de geometria: a Geometria Fractal, a Geometria Analítica e a Geometria Euclidiana.

4. REFERÊNCIAS

Abrantes, P. (1999). Investigações em Geometria na sala de aula. In: VELOSO, E. et al. (org.). *Ensino da Geometria no Virar do Milénio*, Lisboa: DEFCUL.

Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Curricular Comum – BNCC*. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 de agosto de 2020.

Brocardo, J. (2001). As Investigações na aula de Matemática: Um projecto curricular no 8° ano. 2001. 641 f. Tese (Doutorado em Educação) –Universidade de Lisboa, Lisboa.

Ernest, P. (1996). Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P. et al. (org.). Investigar para aprender matemática: Textos seleccionados. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática, pp. 25-47.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de Pesquisas*. 4° ed. São Paulo: Atlas.

Lamonato, M. & Passos, C. L. B. (2011). Discutindo resolução de problemas e exploração investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. *Zetetiké*, São Paulo, 19 (36), pp. 51-74.

Ponte, J. P. et al. (2016). *Investigação Matemáticas na Sala de Aula*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Wichnoski, P. & Klüber, T. E. (2015). Uma hermenêutica da produção sobre investigação Matemática no Brasil. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, 17(2), pp.173-190.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

EL DISEÑO DE LA MÁSCARA DEL TORITO. BASES PARA UNA PROBLEMATIZACIÓN DE RESULTADOS ETNOGRÁFICOS EN CLASES DE MATEMÁTICAS EN EL GRADO SÉPTIMO.

Noretshy Muñoz Granados[1], Ever Pacheco Muñoz[2], Oscar Paternina Borja[3], Armando Aroca Araujo[4]

Resumen

El problema de la presente investigación se ha caracterizado por la búsqueda e identificación de diferentes formas o expresiones del pensamiento matemático, específicamente espacial, desarrollado por artesanos del Municipio de Galapa, Atlántico, Colombia, mediante la elaboración del diseño en la máscara del torito. El objetivo general fue identificar las simetrías inmersas en el diseño de la máscara del torito para la problematización en el aula. El marco teórico tomó como referente el programa de etnomatemática, los sustentos teóricos de Radford acerca del aprendizaje y lo planteado por Bishop acerca de las actividades matemáticas universales específicamente diseñar, medir y localizar. La metodología empleada es de tipo cualitativo con un diseño etnográfico. Se evidenció en los resultados la simetría axial con respecto a un eje vertical u horizontal y la simetría central. Las principales conclusiones son llevar estos resultados etnográficos con la problematización al aula de clases, fortaleciendo la relación entre los saberes culturales y escolares.

Palabras claves: *Etnomatemáticas, diseñar, máscara, artesano, simetría.*

Abstract

The issue of this research have been characterized for searching and identification of different ways and expressions of mathematical thought, specifically spatial, developed by craftsmans at Galapa's municipality, Atlantico, Colombia, by means of making torito masks design. The general objective was to identify symmetries immersed en torito masks design for problematization in the classroom. The theoretical framework took the ethnomathematics program as a reference Radford's theoretical underpinnings about of the learning and Bishop´s statement about universal mathematical activities specifically design, measure and locate. The methodology used is of a qualitative type with an ethnographic design. The axial symmetry with respect to a vertical or horizontal axis and the central symmetry were evident in the results. The main conclusions are to bring these ethnographic results with the problematization to the classroom, strengthening the relationship between cultural and school knowledge

Key words: *Ethnomathematics, design, masks, craftsmen, symmetry.*

[1] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; noretshymg@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-2071-8293
[2] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; everjpacheco0905@gmail.com , https://orcid.org/0000-0001-5234-5287
[3] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; oscarpborja@mail.com, , https://orcid.org/0000-0001-9061-9680
[4] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Desde sus inicios, las investigaciones en el marco del programa etnomatemática y llevar los resultados al aula de clases como los artículos científicos de Condori, Navarrete, Aguirre y Chamorro (2017) titulado ***"Cultura Arica: Un caso para el estudio y educación de la geometría presente en textiles prehispánicos"***, donde se desarrollan actividades teórico-prácticas a partir de los conceptos geométricos identificados en los diseños iconográficos. De la Hoz, Trujillo y Tun (2017) en el artículo "***La Geometría en la Arquitectura de la vivienda tradicional Arhuaca"*** analizaron las construcciones de viviendas de la comunidad Arhuaca identificando conceptos geométricos y Morales & Aroca (2018) en "***Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar"*** diseñaron situaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje de los movimientos y transformaciones del plano vinculando los lineamientos curriculares y las nociones geométricas de las artesanías. El problema de investigación es: ¿Cuáles son las simetrías inmersas en el diseño de la máscara del torito para la problematización en el aula?, donde se dará solución con la descongelación de las matemáticas de esta práctica artesanal para tenerla como punto de partida para hacer y elaborar matemáticas en el aula de clases.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Hablar de cultura en la educación matemática, es traer al contexto todas aquellas prácticas, saberes y conocimientos que inciden en el aprendizaje y formación de los estudiantes, entendiendo la cultura como "el cúmulo de conocimiento compartidos por los individuos de un grupo tiene como consecuencias compatibilizar el comportamiento de eso individuos y acumulados, esos conocimientos compartidos y comportamientos compatibilizados constituyen la cultura del grupo" D'Ambrosio (2008). Teniendo en cuenta sus costumbres, creencias y objetivos existen diversos grupos culturales en el arte, el deporte, las danzas, artesanías, etc. La cultura es relevante para darle sentido a la matemática y dejar de lado la estructura rígida de la educación matemática tradicional en las aulas de clase, debido a esto la etnomatemática en sus investigaciones ha tratado de llevar al aula de las instituciones todos aquellos aspectos que rodea a los estudiantes partiendo de los saberes culturales de los grupos o comunidades hasta las experiencias de la vida cotidiana. Según D'Ambrosio (2013) la etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes. En este sentido, existen tantas matemáticas como grupos culturales en una sociedad.

Sin embargo, estas matemáticas han sido relegadas e invisibilizadas por las matemáticas occidentales sin que haya un análisis de los saberes en las prácticas culturales. Gerdes (2012) plantea que estas prácticas tienen una matemática "oculta" o "congelada" por ejemplo el artesano que descubre la técnica, hace matemáticas, desarrolla matemáticas porque estaba pensando matemáticamente, pero el artesano que imita una técnica de producción conocida generalmente no hace muchas matemáticas. La descongelación de las matemáticas congeladas puede servir como punto de partida para hacer y elaborar las matemáticas en el aula.

Por otra parte, D'Ambrosio (2014) propone la etnomatemática como una pedagogía viva, dinámica, para dar respuesta a estímulos ambientales, sociales, culturales donde la relación entre la Etnomatemática y la enseñanza de las matemáticas es natural, ya que esta última tiene como objetivo preparar a los jóvenes y adultos con un pensamiento crítico que le permita vivir en sociedad y desarrollar su creatividad. Lo anterior es posible a través de la práctica de Etnomatemática logrando los principales objetivos de la educación de las matemáticas, con diferentes vistas para diversos entornos culturales por lo tanto la Etnomatemática no es una nueva disciplina, sino una nueva práctica pedagógica. En este sentido la etnomatemática permite construir una sociedad menos excluyente y más reflexiva tomando conciencia de los distintos saberes y apropiándose de ellos.

En efecto, la etnomatemática permite llevar las prácticas culturales al aula dando lugar a la problematización de estos saberes. para Gerdes (2012) problematizar la realidad conduce a una conciencia de la relevancia de las matemáticas como un medio para comprender y transformar la realidad. Introducir estas prácticas al aula de clases por medio de problematizaciones ayudan al estudiante a comprender su realidad, darle importancia y ser consciente de su transformación y por ende fortaleciendo los diferentes pensamientos matemáticos que de una u otra manera se encuentra inmersos en las culturas.

2.1 Las actividades matemáticas universales en la elaboración de la máscara del torito.

Bishop (1999) plantea seis actividades matemáticas universales presentes en las diversas culturas, las cuales estimulan diversos procesos cognitivos y también son estimuladas por estos, estas actividades son importantes tanto por separado como en interacción, para el desarrollo de ideas matemáticas en cualquier cultura. Además, todas ayudan a desarrollar la tecnología simbólica que llamamos *matemáticas.* Las actividades matemáticas universales son: contar, explicar, jugar, localizar, medir y diseñar, esta última presente en la elaboración de la máscara del torito.

Para Bishop (Ibid) esta actividad hace referencia a la tecnología, los artefactos y los objetos "manufacturados" que todas las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, como adorno, para la guerra y con fines religiosos. La esencia de diseñar implica imaginar la naturaleza sin las partes innecesarias y quizá incluso destacar algunos aspectos por encima de otros, es decir, tomar un fenómeno natural, sea madera, arcilla o terreno y transformarlo en otra cosa abstrayendo una forma del entorno natural. El diseño de objetos ofrece la posibilidad de imaginar formas, figuras y pautas en el entorno, esto no significa que las formas, las figuras y las pautas no se den en el entorno natural, sino que cuando las forma se trazan, realizan y diseñan las formas *mismas* se convierten en centro de atención.

Durante la elaboración de la máscara del torito también se presentaron las actividades de medir y localizar, para Bishop (2005) **medir** es la cuantificación de cualidades como la longitud y el peso, para propósitos de comparación y ordenación de objetos. En fenómenos que no están sujetos al conteo (v.g., agua, arroz), es usual medirlos. En el caso de la moneda, ésta también es una unidad de medida de valor económico. Y Por otra parte, **localizar** consiste en la exploración del entorno espacial, conceptualización y simbolización de tal entorno con modelos, mapas, dibujos y otros recursos. Este es el aspecto de la geometría en el que juegan un papel importante tópicos relacionados con la orientación, la navegación, la astronomía y la geografía.

2.2 Aprendizaje

En la presente investigación se asume el aprendizaje desde la postura de Radford (2017, 2018). Para Radford (2018) el aprendizaje como un proceso social (es decir un proceso no individual) de encuentro con sistemas de pensamiento ya en la cultura siendo este un resultado, siempre parcial, siempre en curso, de procesos de objetivación. Dichos procesos son procesos de actividad por medio de los cuales el saber "en sí" adquiere una forma particular desarrollada, la única manera de convertirse en objeto de conciencia, y por lo tanto en conocimiento para nosotros (saber "para sí") (Radford, 2017). En este sentido, el aprendizaje es ese encuentro con un objeto histórica y culturalmente codificado, es decir, con sentido y significados dentro de un contexto y una actividad provisto de un saber con forma de pensamiento inmersos, al reconocer dicho saber y tomar conciencia de su potencialidad lo apropiamos llegado a una transformación propia como sujetos. Esta transformación da lugar al conocimiento en el individuo. Irán al lado izquierdo, en minúsculas y en negrilla, precedidos de espacio sencillo, y el texto comenzará al frente de ellos. No se recomienda hacer más subdivisiones (2.1.1.1, etc.)

3. METODOLOGÍA

La presente investigación es de tipo cualitativo con un diseño metodológico etnográfico según Hernández (2014). Se tomó como población los artesanos del municipio de Galapa, Atlántico con una muestra de tres artesanos dedicados a la elaboración de las máscaras con arcilla y papel maché como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Datos generales de los artesanos

Artesano	Nivel de escolaridad	Edad	Experiencia laboral
José	Primaria	75 años	Taller artesanal 50 años aprox.
Luis	Universitario	37 años	Taller artesanal 30 años aprox. Docente
Jesús	Secundaria	27 aprox.	Taller artesanal 10 años aprox.

Durante esta etapa, se realizaron cuatro trabajos de campo, empezando de manera muy general y luego se enfocó en la máscara del torito, los cuales son: **a)** ***Visita al artesano, una exploración etnográfica.*** Se tuvo como objetivo indagar y conocer la labor artesanal del señor José en el municipio de Galapa. **b)** ***Paso a paso en el proceso de elaboración de la máscara del torito.*** El propósito fue conocer el proceso de elaboración de la máscara. **c)** ***Diseños de trazos y colores en la elaboración de la máscara del torito.*** El objetivo fue conocer las formas o Figuras y colores durante el diseño de los trazos en la máscara del torito. **d)** ***Pintando la máscara del torito.*** Se tuvo como propósito que los investigadores realizaran los trazos en la máscara del torito y experimentaran con la guía del artesano Jesús.

Para la recolección de información, se emplearon técnicas descritos en la tabla 2 e instrumentos planteados por Hernández (2014)

Instrumentos y datos recolectados en la etapa etnográfica

Cámara fotográfica (Go pro 7, réflex): 1719 fotografías
Videograbadora (Go pro 7): 44 videos con 6 horas y 18 minutos
Grabadora de audio: 5 audios con 5 horas y 54 minuto
Guías de entrevista: 4 entrevistas tituladas, **I:** Visita al artesano, una exploración etnográfica. **II:** Paso a paso de la elaboración de la máscara del torito. **III:** Diseños de trazos y colores en la elaboración de la máscara del torito. **IV:** Pintando la máscara del torito.

Tabla 3. Técnicas utilizadas en las etapas de investigación

Técnica	Etapa etnográfica
Revisión documental	Se realizó una revisión de documentos sobre etnomatemática, el objeto de estudio, los artesanos y sus artesanías.
Observación Participante	El grupo investigador se adentra en el contexto de los artesanos con la vinculación de los investigadores en la práctica durante el proceso de los trazos y pintando la máscara.
Entrevistas	Se implementaron 4 entrevistas semiestructuradas
Triangulación de datos	Se transcribió la información con ayuda de los signos Val.Es.Co como los videos y audios, a dichas transcripciones le anexamos fotografías claves acorde a cada intervención de los entrevistados teniendo en cuenta sus gestos, movimientos y explicaciones.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta en los trabajos de campo y las fases planteadas se muestran los siguientes resultados y su respectivo análisis.

a) Elaboración del molde: el artesano toma arcilla y con sus manos comienza a moldear hasta lograr la forma de las facciones del animal como los ojos, el hocico, posición de los cachos, etc. para esto tienen en cuenta medidas realizadas con sus dedos y estimaciones. De esta manera, el artesano logra elaborar un molde con simetría con respecto a un eje vertical "la parte izquierda se corresponde con la parte derecha" (Alsina, 2005, p.7). Ver figura 1.

Figura 1. Elaboración del molde con medidas no convencionales

b) Empapelamiento, secado y corte: luego de realizar el molde se procede a untarle vaselina para pegarle papel maché mojado con engrudo de yuca, esto se realiza hasta cubrir todo el molde teniendo donde se coloca el papel. Posteriormente se coloca al sol durante un periodo entre uno y tres días para lograr un secado perfecto, una vez seco el molde empapelado se hacen tres cortes para obtener la máscara del torito. Como el molde presenta simetría la máscara hereda estas mismas características ya que el papel no modifica su forma, por lo tanto, la máscara también presenta simetría con respecto a un eje vertical. Ver figura 2

Figura 2. Empapelamiento y cortes de la máscara.

Para colocar las orejas los artesanos hacen una figura redonda y luego hacen unas perforaciones sobre esta con un punzón que deja la misma forma llevando cierto orden, luego extraen esa parte de la máscara e introducen y pegan las orejas en ese orificio, ver Figura 3. En este proceso se analizó la simetría central; "es la simetría con centro y rotaciones" (Alsina, 2005, p.7).

Figura 3. Perforaciones para insertar la oreja.

c) Trazos: Obtenida la máscara en papel maché se procede pintarla de blanco y realizar los trazos sobre la superficie de la máscara con lápices los cuales el artesano también los emplea para realizar medidas, con sus ojos hace estimaciones y visualizaciones de líneas imaginarias y puntos para lograr formas y figuras teniendo en cuenta las facciones de la máscara. De esta manera, estas formas trazadas adquieren la simetría con respecto a un eje vertical de la máscara y algunas figuras triangulares una simetría con respecto a un eje horizontal.

Figura 4. Trazos en la máscara del torito realizada por el artesano.

d) Pintura: realizados los trazos en la máscara se escogen los colores de las pinturas, los cuales son escogidos por los artesanos inspirándose en los colores de la bandera de Barranquilla, el mar y el río. Con ellos buscan obtener contrastes que sean atractivos para los visitantes y clientes. Este juego de colores permite una mejor visualización de las simetrías presentes en la máscara como también sus formas y figuras. El color se asume como forma y no como ornamento el cual capta los patrones en una configuración posibilitando el análisis geométrico y es como un mapa que devela saberes ancestrales por tal razón en el diseño no hay pensamiento geométrico si no hay un juego de colores (Aroca, 2008).

Figura 5. Pintura en la máscara resaltando simetrías.

Todo este proceso de elaboración de la máscara está en relación a los planteado por Bishop (1999, 2005) con la actividad matemática universal "*diseñar*", durante el diseño de la máscara también se manifiestan las actividades de *medir* y *localizar* más exactamente en la ubicación de las ojos y cachos, como también en la construcción de los trazos para dar lugar a las formas y figuras.

Para concluir, se identificaron dos tipos de simetrías en el diseño de la máscara del torito, la simetría Axial con respecto a un eje vertical u horizontal y la simetría central. Cabe resaltar, que los resultados obtenidos en esta etapa etnográfica se pretenden llevar al aula de clase en una segunda etapa llamada Problematización de los Resultados Etnográficos para el aprendizaje de las simetrías teniendo en cuenta Radford (2017, 2018).

5. REFERENCIAS

Aroca, A (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 11*(2), 4-7.

Alsina, C. (2005). Los secretos geométricos en diseño y arquitectura. En C. A. Catalá, Los secretos geométricos en diseño y arquitectura (pág. modulo 3: La geometría y la historia). España: universitat Politecnica de Catalunya.

Bishop. A. (1999). *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. España: Paidos Ibérica.

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática.* Colombia: Universidad del Valle.

Condori, C., Navarrete, M., Aguirre, I., & Chamorro, A. (2017). Cultura Arica: Un caso para el estudio y educación de la geometría presente en textiles prehispánicos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(2), 8-25.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las Tradiciones y la modernidad*. España: Editorial Díaz de Santos.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 100-107.

De la Hoz, E., Trujillo, O., & Tun, M. (2017). La geometría en la arquitectura de la vivienda tradicional Arhuaca. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(1), p.37-49.

Gerdes (2012). *Etnomatemática – Cultura, Matemática, Educação,* Maputo, Moçambique: Instituto Superior de Tecnologias e Gestão (ISTEG).

Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F, México: Industria Editorial Mexicana.

Morales, M., Aroca, A., & Álvarez, L. (2018). Etnomatemáticas y Educación Matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 11*(2), 120-141.

Radford (2017). *Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación*. En B. D'Amore y L. Radford (en prensa). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Editorial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, *12*(2), 61-80.

ANÁLISIS DE MODELOS Y REPRESENTACIONES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ENUNCIADO VERBAL PROPUESTOS POR PROFESORES DE PRIMARIA

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto[1], Alexi Rafael Sarmiento-Martínez[2]

Resumen

El objetivo de esta investigación fue analizar los modelos y representaciones para la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal propuestos por profesores del municipio de Baranoa, Atlántico. Teóricamente se consideró la tipología de problemas aditivos según la estructura semántica, los tipos de representaciones para nociones de estructuras aditivas y los tipos de modelos para visualizar una estructura aditiva. La metodología de la investigación fue cualitativa desarrollada en dos fases: 1) Se diseñó y se implementó un taller realizado en la Escuela Normal Superior Santa Ana de Baranoa donde se le pidió a los profesores de educación básica primaria plantear problemas aditivos de enunciado verbal, y, posteriormente resolverlos. 2) Se analizaron los problemas con base en el fundamento teórico. Los resultados muestran que los profesores proponen problemas de cambio, combinación y comparación, y, los resuelven a través de modelos funcionales cardinales y numéricos, conectándolos con representaciones icónicas y numéricas.

Palabras claves: problema aditivo, profesor de matemáticas, estructura semántica.

Abstract

The aim of this research was to analyze the models and representations for the resolution of additive verbal statement problems proposed by teachers from the municipality of Baranoa, Atlántico. Theoretically, the typology of additive problems was considered according to the semantic structure, the types of representations for notions of additive structures and the types of models to visualize an additive structure. The research methodology was qualitative developed in two phases: 1) A workshop was designed and implemented at the Santa Ana de Baranoa Normal Superior School where primary basic education teachers were asked to pose additive problems of verbal statement, and, later solve them. 2) The problems were analyzed based on the theoretical foundation. The results show that the teachers propose problems of change, combination and comparison, and solve them through cardinal and numerical functional models, connecting them with iconic and numerical representations.

Key words: additive problem, teacher, semantic structure

1. INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas se ha considerado importante en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles escolares (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), especialmente cuando se trata con problemas verbales contextualizados (Orrantia, González y Vicente, 2005).

1 Universidad Autónoma de Guerrero, México, crodriguez@uagro.mx
2 Escuela Normal Superior Santa Ana de Baranoa, Colombia. alexis2125@hotmail.com

Desde la investigación se identificó que los problemas aditivos de enunciado verbal han sido ampliamente estudiados, pero siguen siendo un tema fundamental desde los primeros grados escolares. Por ejemplo, Orrantia et al. (2005) analizó libros de textos españoles donde encontró que los problemas verbales se proponen más con estructuras sencillas clasificándolos en de tipo superficiales o de cambio con loa incógnita en la cantidad final. De igual manera, en Chamoso, Vicente, Manchado y Múñez (2014) se identificó que los problemas más propuestos en los libro de texto son de estructura de combinación, y en Rodríguez-Nieto, Navarro, Castro y García-González (2019) los libros de texto mexicanos de educación primaria presentan problemas con estructuras sencillas (cambio 1 y 2, combinación 1), pero se encontraron problemas con estructuras compuestas.

Es oportuno mencionar que, los problemas aritméticos de enunciado verbal son dificultosos para los estudiantes, debido a sus características lingüísticas y aritméticas o bien, por parte del sujeto por el conocimiento matemático o la comprensión de lectura (Daroczy, Fauth, Cipora, Meurers y Nürk, 2020). En este sentido, los estudiantes presentan dificultades para resolver problemas aditivos porque en la resolución de un problema usan a menudo la palabra clave o indicio verbal de manera directa (Castro, Gorgorió y Prat, 2014), lo cual permite que lleguen a respuestas incorrectas. También, los estudiantes tienen inconvenientes para comprender el enunciado de problema y eligen operaciones (adición o sustracciones) equivocadas (Orrantia *et al*., 2005; Vicente, Orrantia y Verschaffel, 2008). Ahora bien, se ha reportado que el profesor de educación primaria propone problemas aditivos sencillos de resolver y con estructuras aditivas limitadas (Castro *et al*., 2014; Rodríguez-Nieto, García-González, Navarro y Castro, en revisión).

Así mismo, en el marco de la creación de los estándares básicos de competencia, socializados por el MEN (2006), se enfatiza que uno de los procesos clave en desarrollo de pensamiento matemático, atiende a la formulación, tratamiento y resolución de situaciones problemas, el cual es concebida como un "proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica" (p.52). También, los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA] (2016) para el tercer grado de primaria, puntualizan en que los estudiantes deben "interpretar, formular y resolver problemas de composición, transformación y comparación en diferentes contextos" (p. 22), notándose implícitamente que se deben promover problemas con estructuras aditivas. Además, en las Mallas de Aprendizaje [MA] (2017) se reconoció que los estudiantes al cursar los grados de educación primaria comprendan y resuelvan problemas aditivos.

Ahora bien, desde los planes curriculares y desde la investigación se reconoce que los problemas aditivos son importantes, pero a la vez generan cierta dificultad al momento de proponerlos, representarlos y hacer un modelo para su resolución. Por lo tanto, en este trabajo se analizan los modelos y representaciones para la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal propuestos por profesores de educación primaria de Baranoa.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación consideramos la tipología de problemas aditivos de enunciado verbal (cambio, combinación, comparación e igualación) propuestos por Cañadas y Castro (2011). Posteriormente, se presentan los tipos de modelos para visualizar las estructuras de los problemas aditivos usados en la resolución de los mismos (Cañadas y Castro, 2011).

2.1. Tipología de problemas

2.1.1. **Cambio**: “se distinguen tres momentos diferentes: hay una cantidad inicial sometida a una acción o transformación que la modifica para llegar a una cantidad final” (Cañadas y Castro, 2011, p. 85). Estos problemas se subclasifican teniendo en cuenta seis estructuras aditivas semánticas considerando la posición de la incógnita en cambio-aumento ((1) incógnita en el final; (2) incógnita en la cantidad inicial; (3) incógnita en la transformación) y cambio-disminución ((4) incógnita en el final; (5) incógnita en la cantidad inicial; (6) incógnita en la transformación).

2.1.2. **Combinación**: “hay dos cantidades estáticas (A y B) que forman parte de un todo que las incluye y lo conforman en su totalidad” (Cañadas y Castro, 2011, p. 86). Estos problemas se subclasifican considerando dos estructuras aditivas semánticas : (1) combinación con incógnita en el todo y (2) combinación con incógnita en una parte.

2.1.3. **Comparación**: “se dan simultáneamente dos cantidades independientes que se relacionan mediante la comparación” (Cañadas y Castro, 2011, p. 86). Este tipo de problemas se subclasifican atendiendo seis estructuras semánticas : comparación-aumento ((1) incógnita en el referente; (2) incógnita en el comparado; (3) incógnita en la diferencia) y comparación-disminución ((4) incógnita en el referente; (5) incógnita en el comparado; (6) incógnita en la diferencia).

2.1.4. **Igualación**: “exponen una acción física, necesaria para que una cantidad sea igual a otra (Cañadas y Castro, 2011, p. 88). Este tipo de problemas se subclasifican considerando seis estructuras aditivas semánticas en igualación-aumento ((1) incógnita en el referente; (2) incógnita en el comparado; (3) incógnita en la igualación) y comparación-disminución ((4) incógnita en el referente; (5) incógnita en el comparado; (6) incógnita en la igualación).

2.2. Tipos de representación y modelos

En los tipos de representación se tienen en cuenta que “la representación tiene elementos propios para expresar las nociones características de la estructura aditiva (números, acciones, resultados, etc.)” (Cañadas y Castro, 2011, p. 80). Estos autores plantean la existencia de tres tipos de representaciones (simbólica, manipulativa e icónica). Las representaciones *simbólicas* proporcionan la representación simbólica de la estructura aditiva, involucrando los números naturales y los símbolos característicos de una estructura aditiva (+, -, =). La representación *manipulativa* se refiere al uso de materiales físicos o manuales. La representación *icónica* implica el uso de dibujos e imágenes con base en una situación aditiva (Cañadas y Castro, 2011).

Además, Cañadas y Castro (2011) proponen modelos "para visualizar las propiedades de las dos operaciones aritméticas de la estructura aditiva" (p.81), ver Tabla 1. Para fines de esta investigación, los modelos se evidenciaran en la resolución de los problemas propuestos por los profesores.

Tabla 15. Tipos de modelos.

Tipo de modelo	Descripción
Lineales	Permite visualizar propiedades de la adición, por ejemplo mediante la recta numérica (2+5=5+2).
Cardinal	Se usa para visualizar la propiedad asociativa de la adición (5 + (3+2) = (5+3)+4).
Medida	Para las operaciones de adición y sustracción se utilizan regletas, recta numérica o balanzas para representar medidas.
Numérico	Son aquellos en los que se usan símbolos representados, por ejemplo, 2+3 = 3+2
Funcionales	Se considera tres cantidades, una inicial, una final y otra que transforma la cantidad inicial.

Fuente: Información tomada de Cañadas y Castro (2011).

3. METODOLOGÍA

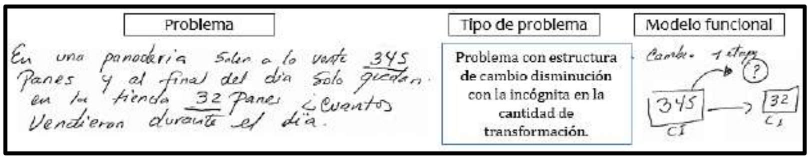
Esta investigación se realizó bajo una metodología cualitativa descriptiva (Hernández, Fernández y Baptista, 2014) y se desarrolló en dos etapas: 1) Se diseñó y se implementó un taller realizado en la Escuela Normal Superior Santa Ana de Baranoa donde se le pidió a los profesores de educación básica primaria plantear problemas aditivos de enunciado verbal, y, posteriormente resolverlos. 2) Se analizaron los problemas propuestos con base en el fundamento teórico presentado en el apartado 2. Los participantes fueron 40 profesores (33 mujeres y 7 hombres) de educación primaria de diferentes escuelas del municipio de Baranoa, asistentes a un taller que tuvo como objetivo la proposición y resolución de problemas aditivos de enunciado verbal. Los profesores se etiquetaron por P1, P2, P3,…, P40.

Para recolectar la información se consideraron dos momentos. En el primero, los investigadores realizaron una pregunta ¿Cuáles son los problemas aditivos de enunciado verbal que les propones a tus estudiantes en el aula de clases?, los cuales se pidieron en forma de texto en una hoja. En el segundo momento, se les pidió que resolvieran los problemas planteados.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

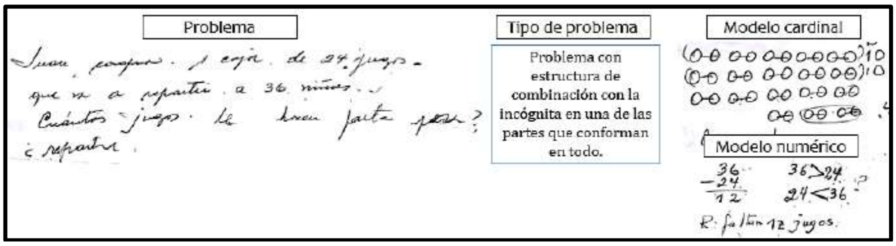
Con base en los elementos teóricos presentados en el apartado 2, se analizaron los datos, considerándose las producciones escritas con los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos por los profesores. En este reporte se presentan ejemplos de cuatro profesores por motivos de limitaciones de espacio.

Figura 2. Problema propuesto y resuelto por el profesor 1



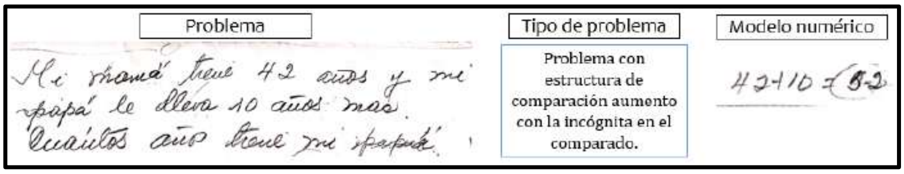
En la Figura 1 se evidencia que el profesor 1 (P1) propuso un problema aditivo con una estructura semántica de cambio disminución con la incógnita en la cantidad de transformación o que modifica a la cantidad inicial. Asimismo, se identificó que para la resolución del problema P1 utilizó un modelo funcional que le permitió visualizar y representar los datos implícitos en el enunciado del problema. Cabe destacar que, el modelo usado guarda una relación con la representación simbólica. Este tipo de problema se consideran de una etapa (Cañadas y Castro, 2011).

Figura 3. Problema propuesto y resuelto por el profesor 12.



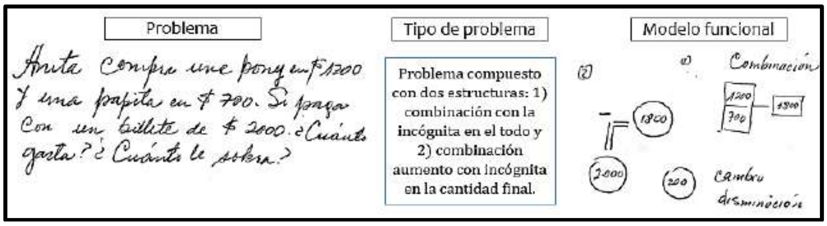
Por su parte, el profesor 12 (P12) planteó un problema de combinación con la cantidad desconocida ubicada en una de las partes que conformman el todo. Para la resolución de este problema, P12 empleó un modelo cardinal para hallar cuántos jugos le faltaban por repartir, y, usó tecnicas de conteo conectadas con representaciones icónicas (circulos), ver Figura 2. También, estableció conexiones entre dos modelos (cardinal-numérico) que lo llevaron a dos formas de resolver la situacion que planteó y, relacionar diferentes tipos de representaciones (icónicas-simbólicas). Otra característica evidenciada en la resolución fueron los tipos de agrupaciones o conjuntos que P12 implementó como alternativa para saber cuántos jugos faltaban por repartir.

Figura 4. Problema propuesto y resuelto por el profesor 23.



En la Figura 3, el profesor 23 (P23) planteó un problema aditivo de enunciado verbal de comparación aumento con la incógnita ubicada en la cantidad de comparado. Para la resolución de este problema P23 empleó un modelo numérico que incluye una representación simbólica. Cabe destacar, que este tipo de problemas se consideran uno de los más desafiantes para resolver por los estudiantes (Orrantia *et al*., 2005; Castro *et al*., 2014).

Figura 5. Problema propuesto y resuelto por el profesor 35.



Por último, en la Figura 4 se presenta el problema aditivo de enunciado verbal propuesto por el profesor 35 (P35), el cual contiene dos estructuras semánticas (una de combinación con la incógnita en el todo y otra de cambio disminución con la incógnita en la cantidad final). Para la resolución, P35 acudió primero a un modelo que relaciona las dos cantidades 1200 y 700, con la cantidad total. Segundo, utilizó un modelo funcional que relaciona representaciones simbólicas. No obstante, P23 presentó un error de operación cuando sumó obtuvo 1800 de la suma de 1200+700, resultado que lo llevó a obtener una respuesta inconsistente cuando implemento el modelo funcional.

Los resultados obtenidos en esta investigación nos permitieron alcanzar el objetivo propuesto, dado que se analizaron los diferentes tipos de problemas aditivos de enunciado verbal y los modelos y representaciones. Se identificó que los problemas más propuestos por los profesores fueron de tipo cambio con la incógnita en la cantidad final como se presenta en investigaciones previas (Orrantia *et al*., 2005; Castro *et al*., 2014; Rodríguez-Nieto *et al*., 2019), seguidos por los problemas de combinación con la incógnita en el total y, en menor cantidad se presentaron problemas de comparación. Se resalta que los profesores no plantearon problemas de igualación. Sin embargo, este trabajo muestra la novedad de que los profesores para la resolución de los problemas relacionan diferentes modelos y conectan distintas representaciones, lo cual es coherente con las orientaciones curriculares (NCTM, 2000; MEN, 2006; DBA, 2016). Se concluye que los profesores podrían contribuir a la competencia de resolución de problemas por parte de los estudiantes.

5. REFERENCIAS

Cañadas, M. C. & Castro, E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En Segovia y Rico (Coord.). *Matemáticas para maestros en Educación Primaria* (pp. 75-98). Madrid: Pirámide.

Castro, A., Gorgorió, N. y Prat, M. (2014). Indicios verbales en los PAEV aditivos planteados por estudiantes para maestro. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 217-226). Salamanca: SEIEM.

Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. y Múñez, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿Son solo Problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación en Matemática*, 9, 261–279.

Daroczy, G., Fauth, B., Cipora, K., Meurers, D., & Nuerk, H. C. (2020). The Relation of Environmental Factors to the Task Difficulty in Word Problems. DOI: 10.31234/osf.io/dz9he

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, Matemáticas, ciencia y ciudadanas*. Bogotá, Colombia: MEN.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Área de Matemáticas (version 2). Bogotá, Colombia: MEN.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2017). Mallas de Aprendizaje. Grado Tercero. Bogotá, Colombia: MEN.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Orrantia, J., González, L. & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto en educación primaria. *Infancia y aprendizaje*, *28*(4), 429-451.

Rodríguez-Nieto, C., García-González, M., Navarro, C. y Castro, A. (en revisión). Creación de problemas aditivos de enunciado verbal por profesores de educación primaria en México.

Rodríguez-Nieto, C., Navarro, C., Castro, A. y García-González, M. (2019). Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. *Revista Educación Matemática*, *31*(2), 75-104.

Vicente, S., Orrantia, J. & Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, *31* (4), 463-483.

LA TAREA COMO OPORTUNIDAD DE APRENDIZAJE

Martha Cecilia Mosquera Urrutia[1], Vivian Libeth Uzuriaga López[2]

Resumen

Se presenta el diseño, gestión y evaluación de tareas de matemáticas desde la perspectiva del profesor que pretende facilitar la adquisición de competencias matemáticas en los estudiantes (CM), utilizando diferentes tipos de tarea (reproducción, conexión y reflexión). Se concibe la tarea como un medio para generar oportunidades de aprendizaje (OTL) y aprendizaje significativo para los estudiantes. Se espera que las propuestas elaboradas a partir de contextos cercanos a ellos, generen mejores oportunidades de aprendizaje. Por último, se muestran algunos procesos de pensamiento vinculados con las tareas de aprendizaje.

Para el diseño de tareas cercanas a la realidad de los estudiantes, se tuvo en cuenta la situación de aislamiento social obligatorio y la información referida a situciones concretas en relación con el COVID-19; para constrastar se presentaron tareas de reproducción propuestas en libros de texto. Los objetos matemáticos en estudio fueron la parábola y los sistemas de ecuaciones lineales.

Palabras claves: competencias matemáticas, oportunidades de aprendizaje, tareas.

Abstract

We present the design, management and evaluation of mathematics tasks from the perspective of the teacher that aims to facilitate the acquisition of mathematical competences in students (CM), using different types of tasks (reproduction, connection and reflection). The task is conceived as a means to generate learning opportunities (OTL) and meaningful learning for students. Proposals developed from contexts close to them are expected to generate better learning opportunities. Finally, some thought processes linked to learning tasks are shown.
For the design of tasks close to the reality of the students, the situation of compulsory social isolation and the information referring to specific situations in relation to COVID-19 were taken into account; to compare reproduction tasks proposed in textbooks were presented. The mathematical objects under study were the parable and systems of linear equations.

Key words: Mathematical competence; learning opportunities; tasks

1. INTRODUCCIÓN

Las tareas siempre han sido elemento fundamental en el proceso educativo, aunque algunas son propuestas para que los estudiantes continúen repitiendo lo expuesto en clase por el docente, lo que en la mayoría de los casos no genera impacto positivo en el aprendizaje de los alumnos, porque no permiten trascender de operaciones intelectuales de bajo nivel

[1] Doctora en Didáctica de la Matemática; Universidad Surcolombiana; Colombia; martha.mosquera@usco.edu.co
[2] Doctora en Ciencias Pedagógicas; Universidad Tecnológica de Pereira; Colombia; vuzuriaga@utp.edu.co

como conocimiento memorístico, comprender el significado del material de estudio y escasamente aplican conceptos o un principio para utilizarlos en resolver un problema. (González, 2011, p. 27).

Lo anterior ha llevado a que varios investigadores estén interesados en proponer tareas como oportunidades de aprendizaje (OTL); es por esta razón que la investigación en curso pretende mostrar que las tareas planeadas desde contextos familiares para los estudiantes, permiten el desarrollo de procesos activos de construcción de su propio conocimiento, en ese orden de ideas se plantea la pregunta: ¿A través de tareas de reproducción, conexión y reflexión, se logra que los estudiantes desarrollen capacidades para comprender, crear, ejemplificar, y usar conceptos para resolver problemas complejos, generalizar y justificar los resultados obtenidos?

La investigación se ha focalizado en diseñar y planear tareas a partir del contexto de los estudiantes, lo que las hace significativas para ellos, estas tareas corresponden a situaciones particulares obtenidas, las unas a partir de información referente a la pandemia COVID-19, y para contrastar las propuestas por Uzuriaga y Martínez 2015. Estas tareas han sido clasificadas en: *Tareas de reproducción* que se comprenden como tareas en contextos familiares, conocimientos ya practicados, aplicación de algoritmos estándar, realización de operaciones sencillas, uso de fórmulas elementales. *Tareas de conexión* que son aquellas planteadas en contextos menos familiares, que buscan que el estudiante interprete y explique, maneje y relacione diferentes sistemas de representación, seleccione y use estrategias de resolución de problemas no rutinarios y las *Tareas de reflexión* que requieren que el estudiante comprenda y reflexione, cree, produzca ejemplos y use conceptos, además de relacionar conocimientos para resolver problemas complejos, generalizar y justificar los resultados obtenidos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolla en el marco de la metodología de la indagación, la cual se define como una estrategia de enseñanza y aprendizaje, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada en la comprensión y significación de los participantes (Betancourt y Uzcátegui, 2013).

La metodología de la indagación se caracteriza por descentralizar la enseñanza del maestro hacia la participación productiva del estudiante, en donde la pregunta y la búsqueda de respuestas argumentadas transversalizan las relaciones entre docente, estudiante, estudiante-estudiante y saber; a través del diálogo durante todas las sesiones de clase (Sánchez, Uzuriaga y Palechor, 2019).

El concepto de tarea es concebido desde la propuesta de (Lupiáñez, 2009, p.113) como "el principal vehículo para suministrar a los escolares oportunidades de aprendizaje" y de (Zakaryan, 2011), quien afirma "Dentro de los indicadores asociados a la actividad del profesor, que determinan las oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, es destacable la relevancia que varios autores atribuyen al tipo de tareas que éste selecciona y propone"

Las tareas se han diseñado desde las perspectivas: R*eproducción*, cuando son planeadas y diseñadas en contextos familiares conocidos por los estudiantes porque se han practicado, con la intención de aplicar o reproducir algoritmos, realiza operaciones aritméticas básicas. *Conexión*, propuestas en contextos menos familiares o rutinarios, con el propósito que los alumnos interpreten y expliquen situaciones, manejen y relacionen diferentes sistemas de representación de conceptos estudiados, seleccionen y usen estrategias de resolución de problemas no de solo ejercicios, y las tareas de *reflexión*, las cuales requieren comprensión, reflexión, creatividad, ejemplificación y uso de conceptos, relacionar conocimientos para resolver problemas complejos, generalizar y justificar resultados obtenidos.

El diseño y planeación de tareas de reflexión lleva a los estudiantes a desarrollar actividades matemáticas y a fortalecer competencias matemáticas como: Formular y ejecutar, argumentar e interpretar y representar (Estándares básicos de competencias, MEN 2006)

3. METODOLOGÍA

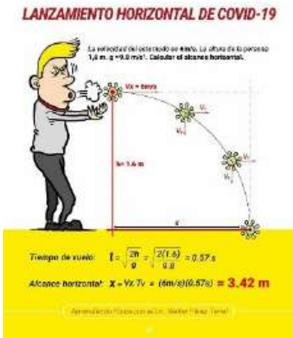
La metodología que se adopta en la investigación es cualitativa de corte descriptivo, porque permite describir características del aprendizaje de los estudiantes a través de las razones que exponen para justificar las respuestas a las tareas.

Para identificar los tipos de razonamientos se realizará un análisis de contenido, en el cual se buscarán palabras y procedimientos clave para identificar el desarrollo de capacidades (comparar, ejercitar, clasificar, relacionar, representar, deducir…)

Como instrumentos se han diseñado tareas de aprendizaje de tipo reproducción, de conexión y reflexión que promueven el aprendizaje de diferentes conceptos matemáticos en varios niveles de escolaridad. Se muestran algunos ejemplos:

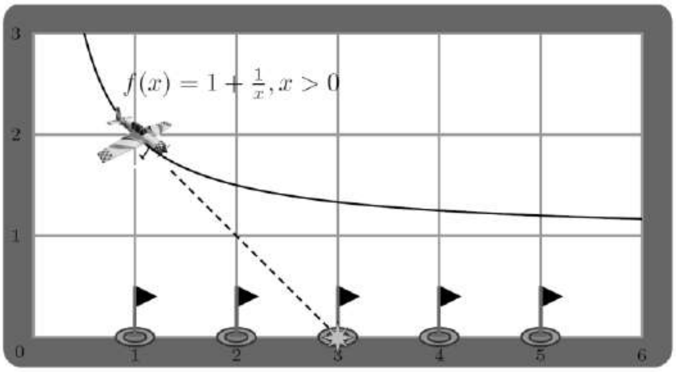
Tabla 1. Tareas de aprendizaje

Tareas de aprendizaje	Ejemplo
Reproductivo	1. Calcular el parámetro, el vértice, el foco, la directriz y el eje de simetría de la parábola $3x^2+6x+2y+9=0$ 2. Encuentre los valores de a y c, si existen, de modo que las rectas de ecuaciones $x+2y=4$ y $ax+3y=c$ no se corten (Uzuriaga, Martínez, 2015, p. 19)

1. 

https://calculo.cc/temas/temas_geometria_analitica/lg_conica/problemas/p_parabola.html

Conexión



2. Determine si el avión impacta en la bandera al disparar desde el punto P (1, 2) (Uzuriaga, Martínez, 2015, p. 19).

1. El aire del estornudo puede viajar a una velocidad media de entre 110 y 160 kilómetros por hora. Si, ¡160 kilómetros por hora! y ¡es imposible estornudar con los ojos abiertos !

Estimar una distancia de 160 km

Neiva a Bogotá 310 km

Neiva a Acevedo 189 km

Neiva a Pitalito 188km

CONTEXTUALIZAR

Hacer el cálculo en m/s

Reflexión

El estornudo es la expulsión súbita y violenta de aire por la nariz y la boca, y es causado por la irritación de las membranas mucosas de la nariz o la garganta.

¿por qué estornudamos?

http://co.lasdistancias.net/calcular?from=neiva&to=tima

2. Una empresa de artículos deportivos tiene dos fábricas y en cada una se ensamblan bicicletas de montaña fabricadas en aluminio y titanio. La primera planta produce 180 bicicletas de aluminio y 18 de titanio por día. La segunda 240 y 20, respectivamente. Si v1 = (180, 18) y v2 = (240, 20). Calcule e interprete el significado de 2v1 - v2. ¿Cuántos días debería trabajar cada fábrica para que la empresa entregue 5520 bicicletas de aluminio y 520 de titanio? (Uzuriaga, Martínez, 2015, p. 120).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los estudiantes deben dar cuenta de comportamientos complejos, midiendo competencias genéricas y específicas de manera simultánea. Para evaluar, se les solicita que entreguen productos escritos y orales, o ambos de manera complementaria. Actividades que les ha permitido vincular la escuela con la vida, logrando aprendizajes significativos (Díaz-Barriga, 2005). Los estudiantes pudieron explicar cambios referidos a la emisión de partículas y a las variaciones de la altura de una persona o hacerse preguntas sobre por qué debemos estar separados 2 metros, unos de otros, también podría preguntar si esta distancia debiera ser mayor o menor en algunos casos.

Las tareas de aprendizaje han llevado a los estudiantes a desarrollar procesos de pensamiento tales como: comparación, clasificación, análisis estructural, inducción, deducción, análisis del error, síntesis o construcción de sustentaciones, aplicaciones, toma de decisiones, investigación, análisis de sistemas, solución de problemas, indagación e invención. Por ejemplo, cuando en tareas relacionadas con los estornudos, más en estos tiempos del Covid-19, los alumnos fueron capaz de explicar cambios referidos a la emisión de partículas y a las variaciones de la altura de una persona o hacerse preguntas ¿por qué debemos estar separados 2 metros, unos de otros?, también podría preguntar ¿esta distancia debiera ser mayor o menor en algunos casos? Taparse tanto la boca como la nariz a la hora de estornudar es muy importante., puesto que las gotas de saliva y los gérmenes que hay en ella pueden caer hasta a 5 metros de distancia.

El diseño de estas tareas brinda la oportunidad de establecer un diálogo de saberes entre profesores de diferentes áreas, para explicar como es que un área informa a la otra (Mosquera, 2005) (Mosquera Urrutia, 2020)
Esta sección siempre será la última, y en ella se sintetizan los resultados obtenidos, y se proyecta la labor realizada hacia las futuras actividades.

5. REFERENCIAS

Díaz, Barriga, F. (2014). *Diseño y validación de una propuesta de evaluación auténtica de competencias en un programa de formación de docentes de educación básica en México.* Perspectiva Educacional Formación de Profesores. 53(1). pp 36-56

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Calidad para el área de Matemáticas.

Mosquera, Urrutia, M. (2020). Aprendiendo y Enseñando Estadística desde Casa. En: Castro, D. (Ed.). (2020). Memorias Versión 2 del Coloquio de Educación Estocástica. Ibagué, Colombia: Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT. pp 28-38

Mosquera. M. (2005). Estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático. Conferencia presentada en Encuentro Internacional de Matemáticas - EIMAT (9-11 Nov 2005). Barranquilla, Colombia.

Sánchez, H.G, Uzuriaga, V. L. y Palechor A. (2019). La metodología de la indagación, una forma de enseñar y aprender matemáticas. ISBN 978-958-722-359-0. Colección trabajos de investigación. Editorial UTP.

Uzuriaga, V. L. y Martínez A. (2015). Álgebra Lineal desde un enfoque desarrollador. ISBN 978-958-722-209-8. Colección textos académicos. Editorial UTP.

Zakaryan, D. (2011). *Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años. Un estudio de casos. Tesis Doctoral.*

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

DISEÑO DE UN INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO EN LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS VERBALES MATEMÁTICOS

Adriana Toxtle Colotl[1], José Antonio Juárez López[2]

Resumen

En el presente trabajo se muestra el diseño de un instrumento diagnóstico de enfoque cualitativo sobre la comprensión de problemas verbales matemáticos. Con base en algunas descripciones del Modelo de Indexación de Eventos fue posible identificar los criterios e indicadores que inspiraron el diseño de un cuestionario para entrevista terapéutica. Este fue evaluado mediante la técnica de juicio de expertos. La perspectiva teórica abordada asume que al construir un modelo de situación se logra la comprensión textual, por lo tanto, el cuestionario buscó dar cuenta del monitoreo de elementos relevantes de las dimensiones de los modelos de situación que los estudiantes realizan en la resolución de problemas verbales matemáticos. Finalmente se presentan algunos resultados de aplicación que consideramos pueden ser útiles en la elaboración de propuestas para apoyar a los estudiantes a superar las dificultades específicas identificadas.

Palabras clave: Comprensión textual, Dimensiones, Modelo de situación, Problemas verbales

Abstract

The present work shows the design of a diagnostic instrumentwith a qualitative approach on the understanding of Mathematical Word problems. Based on some descriptions of the Event Indexing Model, it was possible to identify the criteria and indicators that inspired the design of a questionnaire for therapeutic interview. This was evaluated using the expert judgment technique. The theoretical perspective approached assumes that when building a situation model, textual understanding is achieved, therefore the questionnaire sought to account for the monitoring of relevant elements of the dimensions of the situation models that students carry out in solving Mathematical Word problems. Finally, some application results are presented that we consider may be useful in the development of proposals to support students to overcome the specific difficulties identified.

Keywords: Textual comprehension, Dimensions, Situation model, Word problems

1.INTRODUCCIÓN

Una de las prioridades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es entender el proceso desarrollado por los estudiantes para lograr la comprensión textual de enunciados verbales que comporta una situación matemática a resolver (Palm, 2009).

Los problemas verbales matemáticos atienden a la complejidad de construir una representación mental coherente a partir del texto del problema (Cummins, Kinstch, Reusser y Weimmer, 1988; Manrique y Borzone, 2010; Juárez, Slisko, Hernández y Monroy, 2015). Al

[1] Licenciada en Educación Secundaria; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; toxtleadry9@gmail.com
[2] Doctor en Ciencias, especialidad en Matemática Educativa; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; jajul32@hotmail.com

tiempo que un modelo mental inadecuado produce soluciones incorrectas (Krawitz & Schukajlow, 2018).

Para nosotros es importante analizar la comprensión textual de problemas verbales matemáticos y caracterizar las profundas dificultades en algunos estudiantes. Estamos de acuerdo en que una mejor enseñanza de las habilidades para resolver problemas verbales debe basarse en el conocimiento de las dificultades de los estudiantes para construir modelos de situación coherentes (Gutiérrez y Salmerón, 2012).

Sostenemos que realizar un diagnóstico sobre los criterios identificados en cada una de las dimensiones puede brindarnos información importante sobre la comprensión textual de los problemas planteados. Y proporcionar una caracterización de las dificultades en la resolución de problemas verbales matemáticos.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La perspectiva multidimensional de los modelos de situación es abordada en un marco de procesamiento general en el Modelo de Indexación de Eventos (Zwaan y Radvansky, 1998).En este “a medida que se comprende cada evento o acción de la historia entrante (denotado por un verbo), el lector supervisa y actualiza el modelo de situación actual definiendo cinco índices: temporalidad, espacialidad, protagonista, causalidad e intencionalidad” (Tapiero, 2007, p. 41). Por lo tanto, la comprensión textual, queda determinada por la capacidad del lector para indexar de manera consistente las acciones, los eventos y las relaciones situacionales a través de las dimensiones señaladas, hasta formar un todo coherente, es decir, un modelo de situación completo.

De esta manera, los eventos y las acciones intencionales de los personajes son los puntos focales de los modelos de situación (Tapiero, 2007).Estos pueden hallarse explícitamente en el texto de un problema verbal. Sin embargo, cuando no se suministran de manera explícita, entonces el lector debe realizar inferencias (Marmolejo, 2007). Es decir, debe extraer información evocada por el texto identificando proposiciones relevantes y las partes esenciales en él (Zwaan y Radvansky, 1998).

Con base en el Modelo de Indexación de Eventos, la relevancia hace referencia a “la información que está en la mantención del foco (*Foregrounding*) creando y manteniendo un indicio de recuperación de esta información en la memoria de trabajo de corto plazo” (Zwaan y Radvansky, 1998, p.167).En concordancia con Tapiero (2007) “la relevancia puede concebirse como una propiedad de la información actualizada [...] que desempeña el papel de señales de recuperación y hace conexiones con la información en la memoria de largo plazo” (p. 45). En otras palabras, es una cualidad de la información que permite que los eventos sean integrados a través de señales de recuperación. A su vez permiten la actualización del modelo integrado y la construcción de un modelo completo.

Los criterios que representan elementos relevantes de cada dimensión y que conformarían un modelo completo se muestran en la siguiente Tabla:

Tabla 1

Criterios que constituyen elementos relevantes de los modelos de situación

Dimensiones	Criterios
Espacio	o La presencia de conexiones claras entre la nueva información espacial y la situación descrita anteriormente.
	o Los hechos descritos se refieren claramente a la misma situación.
	o Información sobre un marco espacial a partir de relaciones espaciales entre un observador y los objetos del entorno.
	o La adopción de una perspectiva al crear el modelo de situación (dentro del contexto (de ruta) o de espectador externo (de encuesta).
	o La descripción de un espacio a parir de la descripción que proporciona el texto.
Causalidad	o Manifestación de la relación causal explícita o inferida por el lector.
	o El uso de conectivos causales (porque, por lo tanto, por consiguiente, etc.).
	o La creación de conexiones causales.
	o La coherencia causal global de la situación.
	o La generación de inferencias predictivas sobre las consecuencias causales del evento.
Intencionalidad	o Información sobre una meta insatisfecha, objetivos fallidos o completados.
	o Seguimiento de los objetivos y planes de los protagonistas.
	o Inferencias sobre el objetivo que motivó la acción (si el objetivo no se menciona explícitamente en el texto).
Protagonistas y objetos	o Introducción de un protagonista por un nombre propio.
	o Especificaciones de propiedades del protagonista.
	o Mantiene la noción del evento más reciente.
Tiempo	o Mantiene nociones de cuándo y en qué momento se produjo el evento en relación a los demás.
	o El uso de marcadores temporales (y, entonces, mientras, etc.)
	o La proximidad temporal de los eventos (temporalmente contiguos).

2.1 Pregunta de investigación

La pregunta que guía nuestro estudio es ¿Qué características son pertinentes en un instrumento para diagnosticar las dificultades enfrentadas por los estudiantes en la comprensión textual y resolución de algunos problemas verbales matemáticos.

2.2 Objetivo

Diseñar un instrumento diagnóstico sobre la comprensión de problemas verbales matemáticos.

3. MÉTODO

El estudio es de enfoque cualitativo y alcance descriptivo; se llevó a cabo en el ambiente natural de los estudiantes y la problemática fue abordada desde su particular contexto (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Se acudió a un grupo de 40 estudiantes de la secundaria "Constitución de 1917" en la ciudad de Puebla, México. Con ellos se aplicó una prueba conformada por tres problemas verbales. A partir de los resultados de dicha prueba se seleccionaron a los estudiantes con los que se aplicó la entrevista terapéutica. El criterio a considerar fueron respuestas numéricas incorrectas y dibujos sin representación de elementos relevantes de las dimensiones de los modelos de situación.

En suma, el diseño del instrumento diagnóstico abarcó la elaboración de la prueba de aplicación, la elaboración de un cuestionario de entrevista terapéutica y la evaluación mediante juicio de expertos.

La entrevista terapéutica se ha usado como herramienta en el campo de la investigación en ciencias sociales y educativas (Cohen y Manion, 1990). Posee cualidades que nos permiten tratar a los estudiantes con algún tipo de problema (Tarrés, 2013). En nuestro contexto, de manera individual con estudiantes que presentaron profundas dificultades en la comprensión de problemas verbales identificados a través de la prueba inicial.

Los datos fueron registrados en un formato de seguimiento y cada sesión fue videograbada.

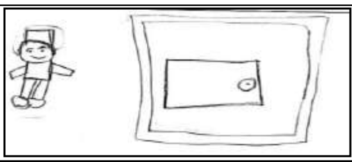
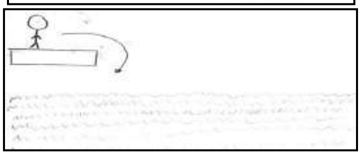
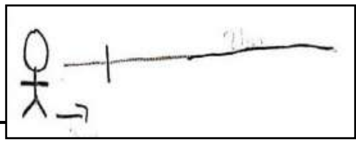
Finalmente, la evaluación del instrumento se realizó gracias a la valoración cualitativa por parte de expertos, entendida como “una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones” (Escobar y Cuervo, 2008, p. 29). Para tal evaluación se tomaron en cuenta seis criterios: claridad en la redacción, coherencia interna, lenguaje adecuado con el nivel del informante, relevancia y suficiencia.

Se brindó la prueba inicial a cada estudiante en el salón de clases en una sesión de 50 minutos. Las respuestas numéricas y los dibujos de cada prueba fueron analizados. Para las respuestas numéricas se verificó que la cantidad fuera correcta. Para analizar los dibujos se utilizó una lista de cotejo para verificar que el estudiante representara elementos relevantes de las dimensiones de los modelos de situación. A partir de los datos se eligieron tres casos de mayor dificultad en la resolución de los problemas verbales.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados de la prueba inicial de uno de estos estudiantes se muestran en la Tabla siguiente:

Tabla 2

Problema verbal	**Respuestas numéricas**	**Dibujos**
Problema 1	51 metros A la derecha de la puerta	
Problema 2	5 metros 2 metros (Sin respuesta)	
Problema 3	2.53 m 0.5 m	

Podemos informar que, a partir de un problema verbal, los estudiantes crean modelos de situación distintos, expresados en sus dibujos y en las respuestas proporcionadas a las preguntas planteadas. Las principales dificultades están caracterizadas porque los estudiantes no tuvieron claro cómo los hechos podrían referirse a la misma situación, no manifestaron sensibilidad a los conectores causales como señales para construir vínculos causales entre eventos, no generaron inferencias predictivas y no crearon señales de recuperación en la memoria de trabajo de corto plazo para identificar dos eventos temporalmente contiguos. En consecuencia, consideramos que los estudiantes establecieron un marco espacio-temporal no coherente con el desplazamiento del protagonista, operaron con las cantidades descritas en el texto sin tomar en cuenta las relaciones situacionales entre los eventos, hubo una falta de establecimiento de relaciones causales e inferencias adecuadas, así como carencia de consistencia entre las palabras y lo que representan, es decir el significado que le atribuyen a una determinada palabra. Todas estas dificultades impidieron la construcción de un modelo de situación completo y por lo tanto no lograron resolver adecuadamente los problemas.

Estos casos requieren especial atención puesto que se demuestra que a pesar de tener un dominio de la lectura, nociones sintácticas y semánticas de las palabras, así como conocimientos previos recuperados de situaciones que han experimentado, o bien, con las que han tenido algún tipo de interacción; no se les ha brindado la oportunidad de analizar y comprender explícitamente sus dificultades, para que con base en ello se propongan estrategias encaminadas al desarrollo de la comprensión textual.

5.REFERENCIAS

Cohen, L., y Manion, L. (1990). Métodos de investigación educativa. Madrid: La Muralla.

Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K., &Weimer, R. (1988). The Role of Understanding in Solving Word Problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

Escobar, J. & Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: Una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 6, 27-36.

Gutiérrez, C. & Salmerón, H. (2012). Estrategias de comprensión lectora: enseñanza y evaluación en educación primaria. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 16 (1), 183-202.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010).*Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill.

Juárez, J. A., Slisko, J., Hernández, L. A. & Monroy M. (2015). Differences in the situation model construction for a textbook problem: The broken tree or the broken bamboo? *HAL archives ouvertes*, 897-903. Recuperado de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287263

Krawitz, J. & Schukajlow, S. (2018). Activation and monitoring of prior mathematical knowledge in modelling processes. In *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PNA* (pp. 243-250).

Manrique, M. S. &Borzone, A. M. (2010). La comprensión de cuentos como resolución de problemas en niños de 5 años de sectores urbano – marginales. *Interdisciplinaria*, 27 (2), 209-228.

Marmolejo, F. (2007). Nuevos avances en el estudio científico de la comprensión de textos. *Universitas Psychologica*, 6 (2), 331-343.

Palm, T. (2009). Theory of authentictasksituations. En Verschaffel, L., Greer, B., van Dooren, W., &Mukhopadhyay, S.*Words and worlds: Modelling Verbal descriptions of Situations* (pp.3-19).Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Tapiero, I. 2007. Situation Models as Integrated Representations: What Kind of Model Does the Reader Build? En Taylor & Francis (Eds.), *Situation models and levels of coherence Toward a Definition of Comprehension* (pp. 33-54). Mahwah, New Jersey: Taylor & Francis Group, LLC.

Tarrés, M. A. Los procedimientos básicos de recolección como técnica y método. En M. A. Tarrés (Coord.), *Observar, escuchar y comprender sobre la investigación cualitativa en la investigación social* (pp. 63-122). México: FLACSO y El colegio de México.

Zwaan, R. A., &Radvansky, G. A. (1998). Situation Models in Language Comprehension and Memory. *PsychologicalBulletin*, 123 (2), 162-185.

POSTER

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SUAS CONTRIBUIÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Priscila Miranda Engelhardt[1], Lidiomar Casteluber Da Silva[2]

Resumo

O presente trabalho trata de uma pesquisa bibliográfica que tem por objetivo apresentar a história da matemática como metodologia de ensino e sua contribuição no processo de ensino-aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental. A utilização da história da matemática em sala de aula deve ocorrer através de atividades diferenciadas, instigantes e motivadoras que dêem significado à aprendizagem matemática. Pensando nisto, abordou-se a aplicação desta metodologia juntamente com o uso dos materiais manipuláveis conhecidos como tangram e material dourado. O uso destes materiais transforma o ensino da matemática em algo lúdico e divertido, proporcionando aos alunos uma experiência prazerosa de aprendizagem significativa. A escolha do uso deles em conjunto com a história da matemática foi considerada levando-se em conta a riqueza histórica de suas origens e o foco da pesquisa nos anos iniciais do ensino fundamental.

Palavras-chaves: História da matemática, materiais manipuláveis, ensino-aprendizagem, séries iniciais.

Abstract

The present work deals with a bibliographic research that aims to present the history of mathematics and its contribution as a teaching methodology in the teaching-learning process in the early years of elementary school. The use of the history of mathematics in the classroom must occur in order to promote differentiated, thought-provoking and motivating activities that give meaning to mathematical learning. With this in mind, we approached the application of this methodology together with the use of manipulable materials known as tangram and golden material. The use of these materials turns the teaching of mathematics into something playful and fun, providing students with a meaningful and pleasurable learning experience. The choice of their use in conjunction with the history of mathematics was considered taking into account the historical richness of their origins and the focus of research in the early years of elementary school.

Keywords: History of mathematics, manipulable materials, teaching and learning, initial grades.

[1] Mestranda em Educação Matemática; Fundação Universidade Federal de Rondônia (Unir), campus Ji-Paraná; Brasil; mirandapri28@gmail.com
[2] Graduando em Licenciatura em Matemática; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO), campus Cacoal; Brasil; lidiomar.c@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

É dever do educador refletir sobre a atual situação do ensino da matemática, considerando o seu papel na formação dos alunos desde o início do processo educacional. Assim, é importante que o professor de matemática assimile os desafios que permeiam o saber matemático e as ações integradas que ajudam no processo de ensino-aprendizagem escolar. Dentro desta perspectiva, faz-se necessário buscar metodologias de ensino que atendam a estes desafios e uma das metodologias que se apresentam como promissoras neste sentido, é a História da Matemática.

Ao abordar os conteúdos matemáticos partir de sua história é possível, ao professor, apresentá-los de forma contextualizada e ampla, relacionando a matemática com conceitos de outras disciplinas e na forma de algo construído no decorrer de vários anos e por várias pessoas, contribuindo para minimizar as dificuldades de aprendizagem da matemática, tão comuns no ensino desta disciplina. Neste sentido, essa pesquisa traz o seguinte questionamento: que contribuições a história da matemática pode trazer para o processo de ensino-aprendizagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental?

Com o intuito de responder esta pergunta, realizou-se uma pesquisa bibliográfica em obras literárias e dissertações, focando nos primeiros contatos dos alunos com a matemática. Considerando que a aplicação da história da matemática com outras metodologias proporcionam um ensino mais lúdico e também significativo para os alunos, apresenta-se neste trabalho, a utilização da história da matemática em conjunto com o uso de materiais manipuláveis, especificamente o tangram e o material dourado, como uma forma de auxiliar o trabalho com a história da matemática nesse nível de ensino.

2. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

A matemática é uma descoberta humana que vem sendo construída ao longo do tempo. A esse processo evolutivo damos o nome de história da matemática. Com isso, a história se torna um instrumento importante para explicar a origem dos vários axiomas, conceitos, fórmulas e postulados matemáticos. Como todas as ciências, a matemática tem um processo histórico que implica na construção humana gerada pelas várias necessidades práticas demandadas pela sociedade.

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e saber (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

A História da Matemática pode ajudar a promover o ensino-aprendizagem do conteúdo através da assimilação e da significação, permitindo ao aluno entender que o conhecimento matemático é edificado historicamente e que a História da Matemática e sua interpretação se tornam imprescindíveis para o sucesso da formação básica e principalmente para facilitar os estudos desta disciplina.

> O uso da História da Matemática pode auxiliar no conhecimento matemático, ajudando o aluno a compreender tais métodos e fórmulas usadas hoje na Matemática. Além disso, pode motivar o aluno a se aprofundar no assunto, tendo uma visão de como esses tipos de problemas eram resolvidos antes de existir o que hoje nos é familiar (SANTOS, 2007, p. 19).

O professor poderá usar em sala de aula a Matemática como uma descoberta humana, levando os alunos a visualizar essa disciplina como uma necessidade primordial que, quando vinculada a sua história, pode trazer para os alunos mais sentido para o conteúdo estudado, deixando a disciplina mais interessante. Assim, ao utilizar a história dentro do contexto da Matemática é possível identificar uma manifestação cultural de muitos povos, como a linguagem, os valores, as crenças e os hábitos, deixando o ensino interdisciplinar e contextualizado, valorizando também os conhecimentos prévios dos alunos.

3. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O trabalho com a Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental deve ser encarado como algo rico e importante, pois é nessa etapa que a criança tem o primeiro contato com a disciplina. É nessa fase que se constitui na criança muitos conhecimentos lógico-matemáticos que servirão de base para aprendizados subsequentes. Por este motivo o processo de ensino-aprendizagem da matemática deve ocorrer de forma prazerosa e instigante, aumentado as chances de um bom desenvolvimento matemático.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática temos:

> A matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades (BRASIL, 1997, p. 24).

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o aluno precisa ser envolvido em atividades matemáticas que permitam a construção da aprendizagem de modo significativo, essa construção deve ser mediada pelo professor, que deve estar atento e aberto para novas metodologias de ensino, e também ao uso de diferentes recursos didáticos e pedagógicos. É importante que o professor crie um vínculo entre a matemática e a realidade, fazendo com que os alunos tenham consciência e entendam o porquê de estudar determinado conteúdo, assim serão capazes de utilizar esses conhecimentos para compreender e transformar o mundo a sua volta. E isto se torna possível através da história da matemática.

> Ao veicular a matemática como uma criação humana, a história auxiliará a desmistificá-la, mostrando que não é construída por gênios, mas por indivíduos que enfrentam dificuldades e entraves no decorrer de sua construção. Com isso, os estudantes poderão se sentir motivados e capazes de aprender matemática e

> resolver problemas propostos pelo professor, pois outras pessoas (em outras épocas) também tiveram dificuldades, por vezes, parecidas com as deles. Tudo isso facilitará derrubar o preconceito apresentado por muitos estudantes, ou seja, a noção de que "a matemática é difícil e apenas poucos são capazes de compreendê-la" (BALESTRI, 2008, p. 92).

Ao iniciar a aula, o professor pode falar um pouco sobre a origem do conteúdo, quais circunstâncias levaram a sua descoberta, evidenciando que o conteúdo matemático estudado é utilizado nos dias atuais e aplicado em situações reais, isto ajuda os alunos a se situar no tempo e entender que a Matemática faz parte de todas as nossas ações diárias.

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, uma boa opção para trabalhar a História da Matemática é a utilização dos materiais manipuláveis conhecidos como Tangram e Material Dourado. Estes materiais podem auxiliar na explicação de diversos conteúdos de forma lúdica, instigante e motivadora, com isso o professor pode trabalhar aspectos históricos relativos ao ensino da matemática.

A utilização do Tangram é interessante nessa fase levando em conta que ele é um jogo conhecido mundialmente e que possibilita trabalhar diversos conceitos matemáticos. Seu objetivo é construir uma figura idêntica a um modelo previamente determinado, utilizando todas as sete peças que o compõe: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo.

> O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa. Existem diversas lendas sobre o seu surgimento e muitos afirmam que se originou há milênios, porém não há registros exatos de quando ele foi inventado. Uma lenda diz que uma pedra preciosa teria se quebrado em sete partes. Outra história conta que um imperador teria deixado cair no chão um espelho de formato quadrado e que este teria se partido em sete pedaços. Ao tentar reconstruir o espelho, ele teria percebido que com esses pedaços seria possível montar diversas figuras (MASCARO, 2018, p.26).

Outra informação relevante referente a história do Tangram é que não se sabe a origem de seu nome e que existem várias histórias por trás de sua origem. Essas histórias podem ser abordadas em sala de aula.

> Também não se sabe ao certo o porquê de seu nome. Uma versão diz que seria proveniente da expressão chinesa "Tchi Tchiao pan", que significa "Sete Peças da Sabedoria", uma vez que o modelo tradicional é formado por sete peças (MASCARO, 2018, p.26).

Contar a história do Tangram, mesmo que não seja uma história confirmada pode servir para mostrar que a matemática já existe a muito tempo, tanto que a origem de conceitos mais antigos pode até ter se perdido na história.

> Para consolidar o processo de ensino e aprendizagem apoiando-se na história da matemática, é necessário realizar atividades centradas nas informações históricas existentes, ainda que sejam lendas. A partir daí, a ideia é conduzir a produção de

> conhecimento e orientar os estudantes durante a realização das atividades. Assim, a história da matemática pode ser uma ferramenta poderosa para trazer novos conteúdos ao conhecimento dos alunos (LOYO et al., 2019, p.32)

Além da história, o trabalho com o Tangram também torna possível a realização de diversas atividades. Seu uso pode facilitar o entendimento do conteúdo de geometria, o professor pode usar suas peças para explicar a história das figuras geométricas e a partir disso apresentar os conceitos de cada figura presente no Tangram de uma forma lúdica, no qual os alunos terão o contato com cada figura podendo analisar cada uma de suas particularidades. Um outro atrativo quanto ao uso do Tangram é a possibilidade de sua confecção utilizando materiais de baixo custo em sala de aula.

O Material Dourado, por sua vez, é utilizado para o ensino dos números e operações com números no sistema decimal. Logo no primeiro contato dos alunos com o material, deve-se estimular a familiarização com as peças que o compõe, que possuem nomes próprios. São eles: cubinho, barra, placa e cubo. Com o tempo os alunos passam a aprender o nome de cada peça e o que representam (respectivamente: unidade, dezena, centena e unidade de milhar).

Na História da Matemática o Material Dourado pode ser utilizado para explicar a história dos números e a origem do sistema decimal.

> A princípio, o Material Dourado foi criado pensando-se em facilitar o entendimento do sistema decimal por crianças com alguma deficiência (física ou cognitiva). Entretanto, após serem feitas experiências, verificou-se um resultado tão positivo que diversas escolas decidiram incluí-lo em seu currículo para o primeiro segmento do Ensino Fundamental (MASCARO, 2018, p.25).

A história da criação do próprio material também pode ser abordada, entendendo-o como parte da história da matemática, que foi criado em uma época, por uma pessoa que viu a necessidade de se criar algo que pudesse melhorar o ensino da matemática.

> Criado pela médica italiana Maria Montessori (1870-1952), o Material Dourado recebeu este nome, uma vez que, em sua primeira versão, era confeccionado por contas na cor dourada. De acordo com Montessori, este material foi "destinado a representar os números sob forma geométrica" (MASCARO, 2018, p.24).

Existem vários métodos e estratégias de se ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental, a História da Matemática é um desses métodos, mas o importante mesmo é que o professor se preocupe com a aprendizagem significativa de seus alunos, mostrando a eles que a matemática também pode ser divertida e útil em suas vidas, tornando-se um saber essencial à vida humana.

4. CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou fazer um estudo sobre a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem a fim de mostrar que o ensino da matemática deve ser ministrado de forma incentivadora e instigante em sala de aula. A História da Matemática como metodologia de ensino, pode ajudar o professor a fazer com que seus alunos compreendam como se desenvolveu uma das ciências mais ricas e notórias do mundo que é a Matemática e também que entendam a natureza dos objetos matemáticos e como essa ciência exerce um papel de extrema importância para vida em sociedade desde a antiguidade até os dias atuais.

Nas séries iniciais do ensino fundamental, o ensino da Matemática por meio da metodologia da História da Matemática deve se portar de forma lúdica, prazerosa e significativa, pois assim maiores serão as possibilidades de um bom desenvolvimento do aluno nessa disciplina. Como uma boa opção para se trabalhar a História da Matemática em sala de aula, temos a utilização dos materiais manipuláveis Tangram e Material Dourado. Estes materiais ajudam a explicar a história de vários conteúdos matemáticos de forma lúdica, além de que os próprios materiais apresentam histórias de como foram inventados.

Portanto, a utilização da História da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, ajuda o professor de matemática promover a aprendizagem significativa de seus alunos, apresentando os conteúdos a partir de suas histórias, mostrando que a Matemática é essencial para vida humana em todas as épocas históricas, inclusive na atualidade, sendo considerada por muitos a rainha das ciências.

5. REFERÊNCIAS

Balestri, R. D. (2008). *A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores e pesquisadores*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil.

Brasil. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília, DF: Secretaria de Educação Fundamental. Recuperado em 28 julho, 2020, de http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf.

D'Ambrosio, U. (1999). A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In M. A. V. Bicudo (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas* (pp. 97-115). São Paulo: Unesp.

Loyo, T., Cabral, V. R. S., Silva, C., Grams, A. L. B. (2019). *Fundamentos e metodologias de matemática*. Porto Alegre: Sagah.

Mascaro, M. M. (2018). *Material Dourado e Tangram como aliados da prática docente*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil.

Santos, C. A. (2007). *A História da Matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

EL USO DE PROBLEMAS HISTÓRICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

Diana Carolina Pineda Pérez[1]

Resumen

Este avance de investigación analiza el contenido histórico que presentan algunos libros de texto de matemáticas de secundaria referente al “Problema de la Corona de Arquímedes”. Se enfoca en identificar cómo los libros de texto proporcionan el planteamiento de este problema y las dificultades y/o fortalezas que presentan los estudiantes al enfrentarse a problemas históricos. Se utilizó un cuestionario con preguntas abiertas que se aplicó a estudiantes de grado séptimo, octavo y noveno de secundaria en la ciudad de Puebla, México. Además, se entrevistaron dos estudiantes colombianos de grado octavo y dos estudiantes mexicanos de grado noveno. A través de este proceso se lograron observar similitudes y diferencias entre estudiantes de ambas nacionalidades en diferentes contextos, y la escasez o nulo contenido histórico en las clases de matemáticas.

Palabras claves: *Arquímedes, corona, dificultades, historia, libros de texto.*

Abstract

This research advance analyzes the historical content presented by secondary school mathematics books concerning the "Archimedes´ Crown Problem". It focuses on identifying how textbooks provide the approach to this problem and the difficulties and/or fortitude that students present when confronting historical problems. A questionnaire with open questions was used and applied to seventh, eighth and ninth grade secondary school students in Puebla, Mexico. Furthermore, two Colombian eighth-grade students and two Mexican ninth-grade students were interviewed. Through this process it was possible to observe similarities and differences between students of both nationalities in different contexts, and the deficiency or absence historical content in mathematics classes.

Key words: Archimedes. crown, difficulty, history, text books.

1. INTRODUCCIÓN

La interpretación de la solución del “Problema de la corona de Arquímedes” ha generado diferentes controversias de lo que pudo haber ocurrido exactamente en el gobierno del rey Hierón. Este problema ha sido expuesto en libros de texto de matemáticas y física; en algunos libros se observa que no se definen previamente los conceptos para proceder a resolver el problema. Por el contrario, se presenta como una lectura inicial al tema, porque el propósito del autor o de los autores no es aportar para que los estudiantes comprendan alguna noción en el ambiente escolar sino de informar sólo a aquellos que tengan un interés en la historia de las matemáticas y de la física (Slisko, 2008). En este sentido Salvat (1987, citado por Salvat y Sánchez, 1995) ya se daba cuenta de la deformación

[1] Estudiante de Maestría en Educación Matemática; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP); México; dianapineda1710@gmail.com.

introducida por los textos escolares al presentar el denominado "Principio de Arquímedes", como consecuencia de dar solución al enigma de la corona de oro del rey Hierón.

De esta manera, un aspecto fundamental en el proceso de investigación es el análisis de la presentación de los acontecimientos históricos, específicamente del que se hace mención, en los diferentes libros de texto de matemáticas de secundaria, y de identificar el proceso de solución que los estudiantes emplearon. Para contribuir a la investigación se realizó un cuestionario de preguntas abiertas[1] a estudiantes de séptimo, octavo y noveno de secundaria, al igual que cuatro entrevistas clínicas a estudiantes de Colombia y México. Esto, con el fin de identificar las dificultades y/o fortalezas que presentan los estudiantes en la apropiación de un saber que se genera a partir del desarrollo histórico del problema como lo exponen los libros de texto.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Un docente debe distinguir y diferenciar lo que es enseñar Historia de la Matemática o enseñar Matemáticas históricamente. El primero, se relaciona con que es indispensable ser un historiador para desenvolverse en este aspecto; y, la otra está ligada a la enseñanza de los objetos matemáticos recurriendo al proceso histórico por el que pasó cada uno antes de su formalización que conocemos actualmente. En esta investigación nos enfocamos en enseñar matemáticas históricamente. Esto, teniendo en cuenta la idea el uso fundamental de la historia en los procesos educativos, pues "ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas" (Bell, 1985, citado por González, 2004, p. 18).

Una de las aplicaciones de la historia de las matemáticas en la educación fue empleada por Filloy y Rojano (1984, citado por Sierra, 2000) para realizar secuencias didácticas que pusieron a prueba, con el fin de analizar los resultados obtenidos por los estudiantes y buscar sus posibles relaciones con las dificultades que tuvo esta noción en su desarrollo histórico.

Por otro lado, en el proceso de aprendizaje de esta ciencia podemos pensar en que los estudiantes vean la historia de las matemáticas como un recurso, que les permita (1) Conocer la historia y preparar el terreno para un cambio de la visión de las matemáticas, es decir que se amplía la perspectiva de los estudiantes para que estén preparados de la posible evolución que puede tener un concepto matemático. (2) Apreciar el contexto sociocultural de las matemáticas de cada época. (3) Reflexionar acerca de las dificultades que tuvieron matemáticos de cada época para la evolución de un concepto y que posiblemente ellos tienen las mismas dificultades para la aprehensión de ese mismo concepto.

Avanzando un poco más al objeto de estudio de esta investigación, consideremos las seis formas de trabajo en el aula propuestas por Maza (1994), donde la historia de las matemáticas es crucial: (1) Introducción de anécdotas históricas en el trabajo cotidiano sobre matemáticas. (2) Introducción histórica ante un nuevo concepto. (3) Resolución de problemas históricos. (4) Construir "historias" entorno a problemas críticos del pasado que ilustren métodos y técnicas actuales. (5) Construcción de posters o trabajos sobre un tema histórico. (6) Análisis de textos históricos.

[1] Tomadas de libros de texto de matemáticas.

Cada una de estas formas permite que se dé un proceso de enseñanza y aprendizaje desde el punto de vista histórica y sus diferentes connotaciones en que puede ser trabajada escolarmente. Pero, en esta investigación se tendrán en cuenta únicamente los ítems (1), (3) y (6).

En este sentido, se puede pensar que la incorporación de la historia de las matemáticas va a permitir a los docentes obtener una fuente inagotable de recursos didácticos, de problemas interesantes, de diversión, de enriquecimiento personal, científico y profesional para el desarrollo de una clase (González, 2004), con el objetivo de motivar a los estudiantes en la adquisición de un nuevo conocimiento dentro de este campo.

3. METODOLOGÍA

Se realizó una investigación de tipo Cualitativo en la medida que es flexible y modificable mientras que se avance en la investigación, además de que la recolección de datos a realizar no va a ser estandarizada, sino que se espera hacer un análisis descriptivo a partir de la observación de los datos obtenidos en el proceso.

La recolección de la información se realizó en dos escenarios diferentes. En la primera situación se aplicó la prueba a estudiantes que cursaban grado séptimo, octavo y noveno en la ciudad de Puebla, México, cada grado conformado por 15, 14 y 15 estudiantes respectivamente. Con esto, se procedió a analizar cada una de las pruebas de forma individual y grupal, luego entre los tres grados se realizó un paralelo para establecer las similitudes y diferencias en cada una de las respuestas proporcionadas de forma general por grado.

Y, en la segunda situación se aplicó la prueba a través de cuatro entrevistas clínicas con la ayuda de grabaciones obtenidas por medio del software de videollamadas y reuniones virtuales zoom. Realizadas a dos estudiantes de octavo de la Ciudad de Cali, Colombia, un hombre y una mujer respectivamente, ambos de 13 años; y a dos estudiantes de noveno de la Ciudad de Puebla, México, un hombre y una mujer respectivamente de 14 años cada uno. A partir de esto, se realizó un paralelo entre los cuatro estudiantes y se analizaron las similitudes y diferencias en las respuestas proporcionadas por los estudiantes de ambas nacionalidades, además de realizar una comparación de género.

Se utilizó un cuestionario con cuatro preguntas abiertas en el que se pidió realizar algunas tareas sobre el problema de la corona de Arquímedes, las cuales tuvieron como objetivo brindar a los estudiantes las condiciones de la reseña histórica que aparece en algunos libros de texto de matemáticas de secundaria, con el fin de que cada estudiante empleara y explicara sus estrategias de razonamiento.

De esta manera, cada uno de los estudiantes en ambos casos resolvieron los puntos propuestos en la siguiente actividad:

Instrucciones: Lee el siguiente texto y luego responde lo que se pregunta.

Alrededor del siglo III a.n.e el rey Herion II, gobernante de Siracusa (antigua Grecia), dio un lingote de oro a un orfebre para que le elaborara una corona. Al recibir la corona, el rey pidió verificar que en ella se hubiera empleado todo el lingote de oro. Arquímedes, uno de los más grandes matemáticos, explicó al rey que en la elaboración de la corona se había sustituido parte del oro por otro material.

a) ¿Cómo supo Arquímedes que la corona no era de oro puro? Explica con detalle el método.

b) ¿Qué medidas conserva un lingote de oro, ya sea perímetro, área o volumen, aun después de ser deformado? Explica.

c) Si el lingote y la corona se guardan en cajas, ¿Cuál de las dos cajas tendrá mayor capacidad? Explica.

d) ¿Qué método empleó Arquímedes para ello? Descríbelo con ayuda de dibujos.

Para el planteamiento de los tres primeros puntos de esta actividad se ha tomado como base la página 226 del libro de texto Matemáticas 1, Infinita Secundaria de ediciones Castillo escrito por Bosch Giral, C., Meda Guardiola, A., y Gómez, C. G. en el año 2018. Abordamos este libro de texto porque en la revisión de contenido histórico que se ha hecho hasta el momento de los libros de texto proporcionados por el CONALITEG[1], encontramos que un primer acercamiento al problema de la corona de Arquímedes lo encontramos en éste.

Para el último interrogante se tomó en cuenta la pregunta citada por Slisko (2005) del libro de texto de Física y Química, Ciencias de la Naturaleza de 4.º Secundaria de ediciones Edelvives en la página 98 y escrito por España Talón, J., López Fenoy, V., Morales Ortíz, J. y Arribas Puras, C. en el año 1995.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con la investigación realizada hasta el momento se logra identificar que las diferentes soluciones empleadas por los estudiantes tanto de los diferentes grados como de ambas nacionalidades, mantienen relaciones que son notables.

En el primer escenario las respuestas de séptimo y octavo grado no presentan tanto fundamento teórico y analítico como las de noveno que por las explicaciones y dibujos que proporciona cada estudiante nos permite inferir que antes de realizar la actividad propuesta quizás ya conocían la historia del problema de la corona de Arquímedes o tienen más claro las nociones matemáticas que se trabajan en tal actividad, esto, porque sus respuestas van más allá de lo que sólo proporciona el texto introductorio de la actividad.

En el segundo escenario los estudiantes de nacionalidad colombiana se identifican más expresivos al dar una respuesta, esto por el uso constante de gestos y movimientos con las manos, en comparación con los estudiantes de nacionalidad mexicana que no hacen uso tan frecuente de estas expresiones. Además, se identifica que los estudiantes presentaron dificultades en la resolución de cada uno de los puntos, manifestando que los relacionados con el contenido histórico dejaron a su imaginación la posible continuación de la historia.

En cada una de las respuestas proporcionas por los estudiantes en cada uno de los escenarios se puede percibir inmediatamente el no uso o el uso inadecuado de la historia de las matemáticas en ambos sistemas educativos (Colombia y México), aspecto que no es de

[1] Se refiere a la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, el cual es un organismo público de la Secretaria de Educación Pública (SEP) de México y tiene como objetivo brindar libros de manera gratuita a los estudiantes de educación básica inscritos en el sistema educativo nacional.

sorprender puesto que muchos desconocen lo fructífero que puede resultar para los estudiantes aprender matemáticas de esta manera. Sin embargo, no sólo basta con esto, sino que los docentes sean conscientes del uso adecuado de la historia de las matemáticas en sus clases, además, observar si los libros de texto de secundaria que implementan la historia

dentro de sus contenidos sea de forma correcta, donde tanto el estudiante como el docente pueda obtener el mejor provecho posible de esto y no sea algo que simplemente se ignora.

Para que exista un buen proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con ayuda de los libros de texto que presentan contenido histórico a través de las actividades, es fundamental que en el contenido de la historia se evidencie el relato que va a permitir al estudiante dar o acercarse a la respuesta correcta según la formulación de la pregunta, pues no tiene sentido esperar que cada estudiante de respuestas bien fundamentadas sino existe una buena historia. Sin embargo, podemos pensar que quizás el docente podría complementar el contenido histórico para que se dé una buena respuesta.

Este tipo de investigaciones permiten que exista una reflexión didáctica y epistemológica en los docentes de matemáticas al abordar estas cuestiones en sus clases y en los libros de texto que llevan a cargo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un saber matemático, por esto se deja una invitación a los lectores a promover e incentivar el uso de la historia en las clases de matemáticas y prestar más atención a éstas secciones en los libros de texto de secundaria que emplean.

5. REFERENCIAS

Bosch Giral, C., Meda Guardiola, A., y Gómez, C. G. (2018). *Matemáticas 1. Infinita Secundaria.* Ciudad de México, México: Ediciones Castillo, p. 226.

González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17–28.

Maza, C. (1994). Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis. *Suma*, 17, 17–26.

Salvat, A., y Sánchez, J. (1995). Aplicación Didáctica de la Balanza "Pesaoro" de Arquímedes. *Enseñanza de Las Ciencias*, 13, 107–112.

Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. In *Números* (Issue 43, pp. 93–96).

Slisko, J. (2005). Sacándole más jugo al problema de la corona. Primera parte: el tratamiento conceptual. *Revista Eureka Sobre Enseñanza y Divulgación de Las Ciencias.*, 2(3), 364–373. https://doi.org/10.25267/rev_eureka_ensen_divulg_cienc.2005.v2.i3.05

Slisko, J. (2008). La historia de la física en la enseñanza. *El Cronopio*, 10, 16–21.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

EMPODERAMIENTO DOCENTE DE LAS TIC EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Adriana Medina Güette[1],Valentina Teherán Barranco[2], Sonia Valbuena Duarte[3]

Resumen

Esta investigación está enmarcada al análisis de la incidencia que tiene el empoderamiento docente en el uso de las tecnologías dentro del aula de matemáticas. Como objetivo general se plantea analizar el grado de apropiación en las tecnologías de la información y las comunicaciones del docente de matemática, como parte del proceso de empoderamiento docente. Metodológicamente esta se define como cualitativa enfocada a un estudio de casos múltiples, para lograr los objetivos se realizó una revisión documental, y a partir de los resultados de esta se estructuró una entrevista y bitácora de observación, aplicadas a formadores de formadores, licenciados en formación y docentes en ejercicio del área de matemáticas. Los resultados obtenidos apuntan que lo expresado por los docentes disgrega de lo observado en cuanto al uso de tecnologías. Se concluye que se hace necesario reforzar las competencias tecnológicas del profesorado teniendo en cuenta el empoderamiento docente.

Palabras claves: Competencias, Empoderamiento docente, Enseñanza de las Matemáticas, Formación de docentes, TIC.

Abstract

This research is framed by the analysis of the impact of teacher empowerment on the use of technologies in the classroom of mathematics. The general objective is to analyze the degree of appropriation in information and communication technologies of the mathematics teacher, as part of the process of teacher empowerment. Methodologically this is defined as qualitative focused on a multiple case study, to achieve the objectives a documentary review was carried out, and from the results of this was structured an interview and observation log, applied to trainers of trainers, graduates in training and in-service teachers in mathematics. The results indicate that what the teachers have expressed is different from what was observed in terms of the use of technologies. It is concluded that it is necessary to strengthen the technological competencies of teachers taking into account teacher empowerment.

Key words: Competences, Teacher empowerment, Mathematics Teaching, Teacher training, ICT.

1. INTRODUCCIÓN

[1] Licenciada en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; apatriciamedina@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Licenciada en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; vteheran@mail.uniatlantico.edu.co
[3] Especialista en física, Magister en Educación: Desarrollo Humano, Magister en Matemáticas, Docente investigadora tiempo completo; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

En la actualidad, la inmersión de herramientas procedentes de las tecnologías de la información y de las comunicaciones [TIC] han impuesto retos en la sociedad, la incorporación de estas en el proceso educativo no comprueba la eficacia y potencialidad ante las nuevas generaciones de estudiantes en las competencias para el aprendizaje del siglo XXI (Jimenez, Martelo y Jaimes, 2017; Amaya et al, 2018). Del mismo modo, se ha evidenciado poca presencia de competencias pedagógicas, tecnológicas y didácticas por parte de los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Moreno 2019), provocando que los cambios hacia la innovación se vean obstaculizados. Por tanto, es un fin deseable para el sector educativo que todos aprendan matemáticas mediante pedagogías que respondan al desarrollo científico y tecnológico de la sociedad actual (Valero, 2017).

Dicho lo anterior, es por ello que nuestra investigación pretende contribuir por medio del empoderamiento docente que los profesores sean capaces de promover ambientes innovadores donde se haga presencia de las herramientas TIC, considerando las ventajas que estas traen consigo en el proceso de enseñanza y aprendizaje en la sociedad actual, teniendo en cuenta que el empoderamiento docente es un proceso que posibilita al maestro apropiarse de los saberes que enseña por medio de su problematización, así, un docente empoderado de sus saberes es capaz de llevar las riendas de su formación continua, abrirse hacia la innovación educativa y cambiar su relación al conocimiento matemático (Cantoral y Reyes-Gasperini, 2016).

Dentro del marco teórico de esta investigación encontramos referentes los cuales se consideran guía de la investigación, se describe el empoderamiento en el ámbito educativo y lo que implica, a su vez se tomaron documentos a nivel gubernamental que sustentan el uso de TIC en el sistema educativo colombiano, dentro de estos el documento que enuncian las competencias que deben tener los docentes. En la metodología utilizada se expresa de manera explícita las fases con las que se aborda esta investigación de tipo cualitativa enfocada en un estudio de casos múltiplos, se describe la población, la muestra de estudio y las técnicas e instrumentos que para este caso corresponden a una revisión documental, entrevista a través de un cuestionario y una observación no participante. Por último, se presentan los resultados obtenidos y los análisis de los datos luego de realizar una lectura cruzada de documentos y una triangulación con los cuestionarios y la observación aplicada, a partir de estos se enuncian las conclusiones del estudio.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Las TIC en la educación: Políticas en Colombia.

En la ley 1341 de 2009 de Colombia se define a las TIC como el "conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento, transmisión de información como voz, datos, texto, video e imágenes" (p.4). Estas herramientas se han convertido en uno de los recurso más influyentes e indispensables en el campo de la educación, es por ello que, al hablar de innovación en torno a educación, se requiere que los docentes asuman de un rol activo para la implementación de estas herramientas (Hernández, Orrego y Quiñones, 2018).

En Colombia, en el Plan Nacional Decenal de Educación [PNDE] (2016-2026) actualmente vigente, se propone como sexto desafío para este periodo en materia de educación, "Impulsar el uso pertinente, pedagógico y generalizado de las nuevas y diversas tecnologías para apoyar la enseñanza, la construcción de conocimiento, el aprendizaje, la investigación y la innovación, fortaleciendo el desarrollo para la vida" (p. 51). En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional [MEN] en el año 2013 hizo público el documento de Competencias TIC para el desarrollo profesional docente, con el fin de guiar al docente hacia la innovación educativa con el uso adecuado y competente de las TIC, estableciendo cinco competencias que debe desarrollar el profesorado: Competencia Tecnológica, Comunicativa, de Gestión, Pedagógica e Investigativa.

2.2 Una caracterización del Empoderamiento Docente

Hablar de empoderamiento es ubicarnos en la necesidad de trabajar de manera conjunta, de reflexionar para generar reacciones en el ámbito donde nos desempeñamos, así, el empoderamiento permite a la persona y a la comunidad a la que pertenece impulsar sus capacidades y mejorar sus destrezas, un individuo inmerso en el empoderamiento cuenta con habilidades para la toma de decisiones acertadas en determinadas situaciones de su actuar (Cantoral y Reyes-Gasperini, 2014; Asunción, 2019; Kimwarey, Chirure, Omondi, 2014).

Ahora bien, teniendo en cuenta lo dicho sobre el empoderamiento, en el ámbito educativo se entiende como el proceso que posibilita al docente apoderarse del saber que enseña a través de la problematización del mismo, un proceso que vive el docente e investigador en conjunto y que desarrolla confianza y autonomía en su práctica para trabajar por la innovación educativa y la generación de reflexiones significativas en sus estudiantes (Cantoral y Reyes Gasperini, 2014). En este sentido, un docente empoderado desarrollará de manera autónoma competencias en pro de su desarrollo profesional, explorará sus habilidades y trabajará en sus limitaciones (Balyer, Ozcan y Yaldiz, 2017).

Se considera la problematización del saber cómo la integración de las dimensiones del saber y los componentes de la construcción social y se refiere a "hacer del saber un problema", dichas dimensiones corresponden a: Dimensión Epistemológica referida a la naturaleza del saber, la Dimensión Cognitiva que estudia la apropiación del saber, Dimensión Social referida al uso del saber y la Dimensión Didáctica la cual hace énfasis en la difusión del saber (Reyes-Gasperini, 2011; Cantoral y Reyes-Gasperini, 2016). Por otro lado, Gómez (2015) estableció en relación a las dimensiones mencionadas unas categorías: Saber Matemático para la Dimensión Cognitiva y epistemológica, Liderazgo Grupal dentro de la Dimensión Social y Reflexión sobre la práctica docente para la Dimensión Didáctica.

3. METODOLOGÍA

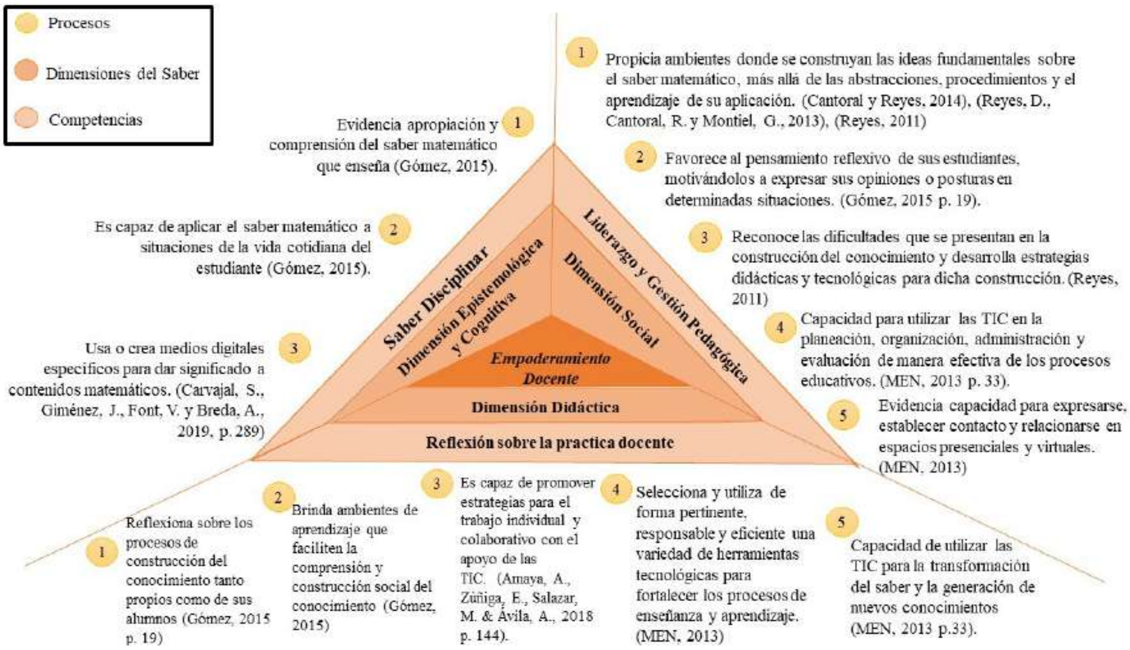
La presente investigación se enmarca dentro de un enfoque cualitativo y está diseñada bajo un estudio de casos múltiples (Rule & Mitchell, 2015). Esta investigación busca identificar los elementos constituyentes del Empoderamiento Docente de las TIC en los Formadores de Formadores, licenciados en formación inicial y docentes en ejercicios, y, además, identificar qué implicaciones tiene el empoderamiento docente en el uso de las TIC.

La metodología para analizar los resultados obtenidos fue adaptada de Ñaupas, García, Novoa y Villagómez (2014) y Jiménez (2012) y se efectuará en cinco fases: la Fase I es el diseño, esta fase permitirá orientar la recolección de los datos y delimitar la investigación. En la Fase II se selecciona la muestra. Se identifican los aspectos a analizar y los sujetos sobre los cuales se analizarán, Para esta, se seleccionaron tres formadores de formadores, cuatro licenciados en matemáticas en formación inicial de la Universidad del Atlántico y tres docentes en ejercicio del área de matemáticas del departamento del Atlántico. La fase III corresponde a diseñar y aplicar las técnicas e instrumentos a los sujetos en cuestión para esta investigación son: Revisión documental, entrevista y observación no participante y en la fase IV se elaborará el informe final.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para el análisis de la revisión documental se realizó una lectura cruzada de los textos y artículos seleccionados, del cual se obtuvieron unas competencias y procesos para cada una de las dimensiones del saber con referencia a los elementos que caracterizan al empoderamiento docente. Para la dimensión epistemológica y cognitiva con la competencia de saber disciplinar se adaptaron tres procesos. Dentro de la dimensión social con la competencia liderazgo y gestión pedagógica y la dimensión didáctica con la competencia reflexión sobre la práctica docente se ajustaron cinco procesos en cada una de ellas. Lo dicho se encuentra de forma extensa en la figura 1.

Figura 1. Análisis de la revisión documental. Fuente: Elaboración propia



Para el análisis de los resultados obtenidos en los cuestionarios y las observaciones realizadas a la muestra de estudio, se evidencio discrepancias en lo expresado en los cuestionarios y lo observado, principalmente en la forma en la que los docentes en ejercicio utilizan las herramientas tecnológicas. En los discursos de los cuestionarios los docentes evidenciaron que reconocen la importancia de implementar tecnología en el proceso de enseñanza y la gran mayoría manifiesta que han recibido capacitación en el uso de esta, sin embargo, en las observaciones se mostraron prácticas en las que los recursos tecnológicos se reducen a la mera herramienta, dado que no se están incluyendo de manera pertinente en las planeaciones y no se expresan de forma efectiva en ambientes virtuales. Uno de los aspectos a destacar de los resultados obtenidos es que los docentes recurren al aprendizaje colaborativo en el aula, demuestran manejo del saber disciplinar y en su gran mayoría buscan relacionarlo con situaciones de la vida cotidiana del estudiante.

Se concluye entonces que, subyace la necesidad de que se fortalezcan las competencias tecnológicas de los docentes desde de su formación inicial, con el fin de poder darles un uso apropiado durante su formación continua, además, a pesar de que se están reconociendo las TIC como posibilitadoras de conocimientos, no se están implementando de forma idónea dentro del aula de clase, cabe agregar que se presentan limitaciones para el uso de ellas en cuanto a la infraestructura tecnológicas en las instituciones educativas. Por otro lado, a partir de este estudio, se hace conveniente que se den actividades investigativas que exploren el empoderamiento docente y sus implicaciones en el sistema educativo, considerando que este proceso promueve cambios en la práctica del maestro.

5. REFERENCIAS

Amaya, A.; Zúñiga, E.; Salazar, M. y Ávila, A. (2018). Empoderar a los profesores en su quehacer académico a través de certificaciones internacionales en competencias digitales. *Apertura,* 10 (1). 104-115.

Asunción, S. (2019). Metodologías Activas: Herramientas para el empoderamiento docente Active Methodologies: Tools for teacher empowerment. *Revista Internacional Docente 2.0 Tecnológica-Educativa.* 19 (1). ISBN 978-980-18-0441-3

Balyer, Aydin; Ozcan, Kenan & Yildiz, Ali. (2017). Teacher Empowerment: School Administrators' Roles. *Eurasian Journal of Educational Research*. (70), 1-18.

Cantoral, R y Reyes-Gasperini, D. (2014). Socioepistemológica y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático*. Bolema*, 28 (48), 360-382.

Cantoral, R. y Reyes-Gasperini, D. (2016). Empoderamiento Docente: La práctica docente más allá de la didáctica… ¿Qué papel juega el saber en una transformación educativa? *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, 2(11), 2362-3346.

Carvajal, S.; Giménez, J.; Font, V. y Breda, A. (2019). La competencia digital en futuros profesores de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M.T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional*. 285-306. Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

Gómez, J. (2015). *El Empoderamiento Docente: una opción para la apropiación de la práctica educativa del profesor de matemáticas.* (Tesis de Maestría). Tecnológico de Monterrey. Santiago de Querétaro. México.

Hernández, R., Orrego, R. & Quiñones, S. (2018) Nuevas formas de aprender: La formación docente en el uso de las TIC, Propósitos y Representaciones 6(2), 671-701.

Jimenez, A. Martero, J. y Jaimes, J. (2017). Empoderamiento digital y currículo para el sector universitario. *Formación Universitaria.* 10(4), pp. 55-66.

Jiménez, V. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista internacional de investigación en ciencias sociales* ,8(1), 141-150.

Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas.* (Tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Kimwarey, M; Chirure, H. & Omondi, M. (2014). Teacher Empowerment in Education Practice: Strategies, Constraints and Suggestions. *Journal of Research & Method in Education* 4(2), 51-56.

Ministerio de las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones (2009) Ley 1341 2009. Recuperado de https://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-3707_documento.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2013). Competencias TIC para el Desarrollo Profesional Docente. Colombia. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339097_archivo_pdf_competencias_tic.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2017). Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026. Recuperado de: http://www.plandecenal.edu.co/cms/media/herramientas/PNDE%20FINAL_ISBN%20web.pdf

Moreno, J. (2019). *Formación docente en Competencias tecnológicas en la era digital: Hacia un impacto sociocultural*. (Tesis de Maestría). Universidad Cooperativa De Colombia.

Ñaupas, H., Mejía. E., Novoa, E. & Villagómez, A. (2014) *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Bogotá: Ediciones de la U.4a. Edición

Rule, P. & Mitchell, J. (2015). A necessary Dialogue: Theory in case study research. *International journal of Qualitative.* 14(4), 1-11.

Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana en Educación*, (73), 99-128.

ERRORES EN ESTUDIANTES DEL GRADO SEPTIMO AL REALIZAR OPERACIONES QUE INVOLUCRAN NÙMEROS ENTEROS NEGATIVOS.

Erik Miguel Gomez Rivera[1], Judith Bertel Behaine[2]

Resumen

Son varios los errores cometidos por los estudiantes hoy día en el área de matemáticas y es notable su bajo rendimiento académico cuando se encuentran con la misma. En esta investigación se ve reflejada esta situación, ya que con un análisis experimental de 34 estudiantes de la Institución Educativa Madre Amalia del municipio de Sincelejo; se pudo evidenciar problemas con las operaciones en las que se ven involucrados los números enteros negativos. La investigación se enmarca en un enfoque mixto de tipo descriptivo. La prueba diagnóstica constó de dos ejercicios con procedimientos individuales, y una segunda prueba de corta duración en la que los negativos se presentaban de forma distinto. El estudiantado en su gran mayoría se equivocó en la primera prueba, mostrando el mal manejo de operaciones básicas. Para la segunda experiencia se encontró una diferencia marcada en la prueba, mejorando los resultados de los estudiantes.

Palabras claves: enteros negativos, errores, estudiantes, matemáticas, diferenciación.

Abstract

There are several mistakes made by students today in the area of mathematics and their low academic performance when they encounter it is notable. This situation is reflected in this research, since with an experimental analysis of 34 students from the Madre Amalia Educational Institution in the municipality of Sincelejo; problems could be evidenced with the operations in which negative integers are involved. The research is framed in a mixed descriptive approach. The diagnostic test consisted of two exercises with individual procedures, and a second test of short duration in which the negatives were presented differently. The vast majority of students were wrong in the first test, showing poor handling of basic operations. For the second experience, a marked difference was found in the test, improving the results of the students.

Key words: negative integers, errors, students, mathematics, differentiation.

1. INTRODUCCIÓN

Hoy día en la mayoría de las instituciones educativas del país el estudiantado presenta distintos problemas con el aprendizaje del área de las matemáticas, con operaciones trascendentales de la misma. Dentro de los diferentes temas existentes se encuentran las operaciones básicas, una categoría de ellas con los números enteros negativos, y es común en la mayoría de los estudiantes que se cometan errores cuando se enfrentan a distintos problemas que involucran la utilización de los mismos.

La siguiente investigación se llevó a cabo en la institución educativa Madre Amalia, de carácter público del municipio de Sincelejo, con estudiantes entre las edades de 11 y 15

[1] Universidad De Sucre, Erikgomez2012@Gmail.Com
[2] Universidad De Sucre, judithbertel@gmail.com

años, del grado séptimo de secundaria, con una muestra aproximada de 34 de los mismos, quienes pertenecen a familias entre su gran mayoría a los estratos socioeconómicos uno (1) y dos (2) de la población Sincelejana. Esta busca determinar errores más comunes que comenten los estudiantes de dicho grado cuando se ven enfrentados a situaciones problemas y operaciones donde los números enteros se hacen presentes, en este caso los negativos, que frecuentemente al realizar operaciones básicas como la adición y la sustracción, es común que los signos sean el motivo de los errores y se omitan muchas veces.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Marco teórico.

Dado que el presente trabajo analiza los errores matemáticos que presentan los estudiantes de bachillerato del grado séptimo cuando se ven enfrentados a situaciones problema que involucran el uso de los números enteros negativos, se hace necesario tomar enfoques teóricos de distintos estudios y referencias teóricas que hayan hablado acerca del tema, para buscar una solución viable que genere resultados que minimicen el problema por el cual se lleva a cabo la investigación.

Existen varios estudios anteriores en los que se pueden localizar diversos antecedentes de los elementos y de las componentes del significado de este concepto.

Mancera (2015) señala que el análisis de los errores cometidos por el estudiantado, en su proceso de aprendizaje, aporta información relevante sobre cómo se construye el conocimiento matemático. Además, constituyen una importante herramienta para mostrar el estado del conocimiento en cada educando, aspecto primordial para realimentar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Maz (2005) revisó libros de texto españoles de los siglos XVIII y XIX y documentó la evolución ocurrida en el tratamiento de la estructura conceptual de los números enteros en tales textos durante ese periodo.

Bell (1986) identificó, clasificó e interpretó los errores conceptuales en situaciones de listas y escalas, errores como ignorar el signo, confundir posición y movimiento.

2.2. Marco legal.

2.2.1 Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA): conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa con el fin de promover procesos de enseñanza en igualdad de condiciones a los niños, niñas y jóvenes del país, creados en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias que indican lo que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar. Al realizar un análisis específico a los DBA al terminar el grado 7 uno de los ideales en cuando a la temática es "Resuelve problemas que involucran números racionales positivos y negativos (fracciones, decimales o números mixtos)" pero según el análisis, estudios e investigaciones de diferentes autores lo real puede apuntar a una baja aprehensión y dominio de éstas incluso en este grado.

2.2.2 Estándares básicos de competencias en matemáticas: mediante los estándares básicos de competencias en matemáticas, a través del pensamiento numérico y sistemas numéricos busca fomentar competencias enfocadas a la capacidad de reconocer y analizar propiedades que faciliten las relaciones entre números enteros y de las operaciones entre ellas, con el fin de aplicarlas en los distintos contextos.

2.2.3 Ley General de la Educación 115 (1994): a través del articulo 20 propone el siguiente objetivo específico " El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana" lo cual apunta al dominio de las competencias matemáticas para la aplicación en el contexto caso que puede no apreciarse en cuanto a los enteros.

2.3. Marco conceptual.

2.3.1 Número negativo: es cualquier número cuyo valor es menor que cero y por tanto, que los demás números positivos, como 7, 94/22 o π. se utilizan para representar pérdidas o deudas, disminuciones o decrecimientos, entre otras cosas.

2.3.2 Los sistemas de representación: expresan los modos de hacer presente un objeto, concepto o idea y contemplan ara ello símbolos, signos, gráficos y materiales físicos. Los modos de representar nociones matemáticas destacan las propiedades de los conceptos y procedimientos.

3. METODOLOGÍA

El estudio se soporta en un enfoque mixto de tipo descriptivo y en el que se analizan algunos casos representativos de la muestra. Se llevó a cabo una prueba diagnóstica a manera de examen evaluativo, con la realización de actividad de forma individual. (Ver tabla 1 y 2)

Tabla 1

Suma de Números Enteros

Ejercicio 1.		
Participantes	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Niños	3	12
Niñas	5	14

Tabla 2

Situación problema contextualizado

Ejercicio 2		
Participantes	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Niños	1	16
Niñas	1	16

Luego de veinte minutos se realiza una segunda prueba de menor complejidad, solo con operaciones de suma y resta, teniendo en cuenta la ley de los signos. Dicha prueba poseía una diferenciación en su forma, ya que los números negativos en los ejercicios estaban redactados con un color diferente al negro, el que comúnmente se maneja, para así diferenciarlos de los positivos. (Ver tabla 3)

Tabla 3

Suma de Números Enteros

Ejercicio 3.		
Participantes	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
Niños	7	12
Niñas	6	9

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De acuerdo al informe que surgió de dicha experiencia se tiene los siguientes resultados:

- En la primera prueba, la mayoría de los participantes obtuvieron una nota baja, alrededor del 77%.
- No se presentó un buen manejo de los signos, y las respuestas dadas, no fueron correctas.
- La situación problema contextualizada de pérdidas y ganancias, generó confusión en la interpretación, y no se llegó a la respuesta esperada. Muchos no comprendieron la pregunta: ¿Cómo se escribe el número?. Es decir, no fue posible representar un numero negativo, manifestado como una deuda
- Solo dos estudiante resolvieron la prueba correctamente, de 34 que la presentaron, es decir, el 6%.
- La pregunta abierta, en la que el estudiantado da su opinión respecto al mal desempeño en el área de las matemáticas de muchos, el 100% coincidió en que la responsabilidad recae en ellos mismos, dando a entender que en esta situación los estudiantes miran a sus profesores como no culpables de su mal rendimiento, solo como mediadores.
- La segunda sesión, en la que solo se realizaron los mismos ejercicios, pero invirtiendo el orden en los incisos, y redactando los números negativos con color rojo, se mostró que los resultados mejoraron. Se puede interpretar que una diferencia en la forma escrita de los números negativos, hizo que el estudiantado fuera más cuidadoso con sus respuestas. Es decir del 24% en respuestas correctas en ese ejercicio pasó al 38%. Por ello se recomienda volver a usar los colores en la enseñanza, y salir del mundo del blanco y negro (fotocopias) que se da en la actualidad.

5. REFERENCIAS

Colombia Aprende (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siemprediae/86404

Ministerio de Educación Nacional (2005). Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar. Estándares básicos de competencias en matemáticas. Pp. 84.

Congreso De Colombia (1994). Ley General de la Educación 115. Recuperado de http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0115_1994.html#:~:text=T%C3%8DTULO%20I.&text=ART%C3%8DCULO%2010.,derechos%20y%20de%20sus%20deberes.

Mancera Martínez, Eduardo. (2015). Errar es un placer: El uso de los errores para el desarrollo del pensamiento matemático (2a. ed.). México: 3D Editorial.

Maz, A. (2005). Los Números Negativos en España en los siglos XVIII y XIX. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada, España.

Bell, A. (1986). Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros. Enseñanza de las ciencias, 4(3), (pp. 199-208)

EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA PARTIENDO DEL PARADIGMA DE LA COMPLEJIDAD

Vagner Euzébio Bastos[1], Norberto Boggino[2], Antônio Mauricio Aires[3]

Resumen

Las prácticas evaluativas, aún hoy, poseen un carácter reduccionista y lineal. Ancoradas en el paradigma de la simplicidad, se resumen, a una finalidad clasificatoria o selectiva. Además, es necesario un (re) pensar, sobre el acto de evaluar. Por lo tanto, esta investigación tiene como objetivo, investigar como una propuesta de formación continuada, fundada en el paradigma de la complejidad, se reflejaría en los métodos de evaluación del aprendizaje y consecuentemente, en las prácticas pedagógicas de los profesores de Matemática. Estamos en una fase de implementación de la metodología. Ésta tendrá un abordaje cualitativo. En cuanto a la naturaleza, la clasificamos como investigación aplicada. En relación a sus objetivos, exploratoria. Sobre los procedimientos, es una investigación de campo. Para la recolección de la información serán usados cuestionarios y entrevistas semiestructuradas. Los resultados obtenidos por el análisis del contenido. Se espera que, los frecuentadores de la formación, dejen de evaluar solamente al alumno o a una producción del mismo, y pase a tener una visión panorámica y poli ocular sobre el aprendizaje y la evaluación.

Palabras claves: evaluación a la luz de la complejidad, evaluación del aprendizaje, complejidad, simplicidad y matemática.

Abstract

The evaluation practices are still, with a reductive and lineal character. They are stuck in the paradigm of simplicity, having just a selective and classificatory gold. It is necessary a (re) think, about the act of evaluate. This research wants to investigate how a formal proposal, who is in the complexity paradigm, could be reflected in the evaluation methods of learning, and in consequence, in the pedagogical practices of Math's teachers. We are in the implementation phase. This would have a qualitative approach. About the nature, we classify it as an applicate research. Regarding the objectives, exploratory. In connection with the procedures, it is a field investigation. We pick up the information with questioners and interviews semi structured. The results that we get with a contain analyses. We expect that, the people in charge of the formation, stop evaluating to the student or his production, and instead, have a panoramic vision, and a poly ocular one, about the learning and the evaluation.
Key words: evaluation in the light of complexity, evaluation of learning, complexity, simplicity and Math.

[1] Mestre; IFSUL; Brasil; vagnerdamatematica@gmail.com

[3] Doutor; UFPEL; Brasil; alves.antoniomauricio@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los profesores de matemática, tanto de las redes de enseñanza, públicas como privadas, todavía conciben sus evaluaciones educativas sobre una óptica reduccionista, fragmentada, descontextualizada y lineal. Ancorada históricamente en el paradigma de la simplicidad. Tal paradigma, percibe a la evaluación como un simple acto aislado, colocando toda la carga de peso sobre el alumno o sobre su conocimiento. Por su parte, una evaluación, según el paradigma de la complejidad, nos posibilitaría romper con esta lógica de observar "solamente a través de la cerradura". Es a través de la complejidad que se torna posible evaluar no solamente al alumno, sino también a los docentes, a los gestores, a la Escuela como organización e institución, a los documentos institucionales, al material didáctico, al contexto social y cultural, etc. Todos estos factores forman una red interconectada e interdependiente. Al considerar las múltiples dimensiones que configuran la evaluación, como la flexibilización, la pluricausalidad, la no fragmentación, el no determinismo, podremos avanzar en el diálogo entre las otras áreas de conocimiento y la matemática, dando la oportunidad, a la formación integral del alumno. Y quizás, una reducción de los índices de retención en la disciplina de matemática.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Inicialmente comenzamos describiendo el estado del arte, y posteriormente la revisión bibliográfica de la Tesis. Necesitábamos estar bien preparados conceptualmente para proponer el curso de Formación Inicial y Continuada (FIC) a los profesores de Matemática. Éste, originalmente previsto en la forma presencial. Pero, por causa del Covid19, nuestros planes tuvieron que cambiar. Muchas instituciones de enseñanza, aquí en Brasil, están hace cuatro meses sin actividades presenciales. Algunas atendieron apenas, de forma remota (internet). Entonces, gracias a las orientaciones de distanciamiento, resolvimos realizar el curso dentro del ambiente virtual Moodle. Para que esto fuese posible, precisamos realizar un curso (EAD) sobre Moodle, para aprender a trabajar con esta herramienta. Una vez que "conseguimos" los conocimientos necesarios, comenzamos a estructurar el curso dentro de este ambiente. Todos los cuestionarios, entrevistas, contenidos didácticos, clases online, etc., fueron disponibles dentro de éste ambiente. Lo que evidentemente demandó mucho tiempo. Por ejemplo, los pre-cuestionarios. Ellos despertaron, a los colegas profesores, el interés/curiosidad por saber sobre "su desempeño". Precisábamos disponer en el ambiente virtual un feed back a los participantes. No obstante, la forma de diagramar las preguntas dentro de Moodle y obtener los resultados, es muy complejo. La grabación y edición de los videos, autorales, para el curso, también. Listamos apenas dos de las varias incumbencias de esta parte del trabajo. Pero, logramos vencer esta etapa y fue de gran aprendizaje. Actualmente estamos en la fase de divulgación vía web del curso. Por los canales oficiales y redes sociales. Sin embargo, somos conscientes de que podremos tener una demanda menor de lo esperado. El motivo: la saturación por parte de los profesionales de la Educación con el uso de la propia internet. Esto es porque, así como nosotros, muchos no sabían cómo usar algunas herramientas educativas virtuales. Viéndose entonces, obligados a aprender de forma abrupta.

Lo que también ocasionó, un aumento considerable en la demanda de trabajo. Junto con esto, las diferentes lives educativas, que surgieron en estos tiempos de pandemia, vinieron a "ocupar" aún más el tiempo de los profesionales de la educación.

De esta forma, nos restará esperar el transcurrir del mes de agosto, para poder referir si nuestra expectativa (1000 profesionales) de inscriptos, será alcanzado o no. Posteriormente, esperamos desenvolver las actividades y recoger las informaciones que queremos investigar.

3. METODOLOGÍA

3.1 Criterios metodológicos:

El objetivo general de este trabajo, como expresamos, es analizar como una propuesta de formación continuada, en perspectiva del paradigma de complejidad, se reflexionaría sobre los métodos de evaluación y consecuentemente, en las prácticas pedagógicas de los profesores de matemática y ciencias naturales de la ciudad de Camaquã. Para ello, adoptaremos una metodología cualitativa.

Yin (2016) nos orienta a no buscar una definición singular sobre lo que es una investigación cualitativa. Según el autor, "lo más apropiado" sería percibir si la investigación se encaja en cinco características esenciales para clasificarlas como una investigación cualitativa. Son ellas:

1) Estudiar el significado de la vida de las personas, en situaciones de la vida real;
2) Retratar las concepciones y puntos de vista de las personas en estudio;
3) Englobar las condiciones contextuales en que las personas viven;
4) Contribuir con revelaciones sobre conceptos existentes o emergentes que puedan ayudar a aclarar el comportamiento social humano;
5) Buscar usar inúmeras fuentes de evidencia en vez de confiar en una única fuente. (Yin, 2016, p.29)

Creemos que nuestra investigación se encaja dentro de las cinco características mencionadas. En cuanto a la naturaleza, la investigación será, aplicada. Este tipo de indagación, tiene como finalidad generar conocimientos para la aplicación práctica, volviendo a la solución de problemas específicos. En cuanto a los objetivos, podemos clasificarla como exploratoria. Esta elección se debe al hecho, de posibilitar una mayor proximidad con el problema, para, de esta forma, tornarlo más visible o también, a construir hipótesis. Gil (2007) afirma que:

> Estas investigaciones tienen como objetivo principal el aprimoramiento de ideas o el descubrimiento de instituciones. Su plan es bastante flexible, de modo que posibilite la consideración de los más variados aspectos relativos al hecho estudiado. En la mayoría de los casos, esas investigaciones envuelven: (a) levantamiento bibliográfico; (b) entrevistas con personas que tuvieran experiencias prácticas con el problema investigado; y (c) análisis de ejemplos que "estimulen la comprensión". (Gil, 2007, p.41).

En cuanto a los procedimientos, podemos clasificarla como una investigación de campo. Esta es una investigación que va más allá de la investigación bibliográfica y/o documental. Efectúa la recolección de datos junto a las personas, con el auxilio de varios tipos de investigaciones (como la ex-post-facto, investigación-acción, investigación participante, etc.).

Nuevamente Gil (2007) nos orienta que:

Típicamente, el estudio de campo focaliza una comunidad, que no es necesariamente geográfica, ya que puede ser una comunidad de trabajo, de estudio, de ocio u orientada para cualquier otra actividad humana. Básicamente, la investigación e desarrollada por medio de la observación directa de las actividades del grupo estudiado y de entrevistas con informantes para captar sus explicaciones e interpretaciones sobre lo que ocurre en el grupo. Estos procedimientos son generalmente conjugados con muchos otros, tales como el análisis de documentos, filmación y fotografías. (Gil, 2007, p. 53)

3.2 Recursos técnicos:

Inicialmente, será realizado un estudio, bastante detallado, sobre el currículum y la evaluación. En esta etapa, están previstas dos fuentes documentales: un material producido por el Ministerio de la Educación por intermedio de la Secretaria de Educación Básica y distribuido nacionalmente para las demás redes de enseñanza en Brasil, cuyo objetivo es nortear la temática de evaluación. Los planes de enseñanza de la Disciplina de Matemática, de las más variadas regiones de Brasil, en cuanto a la forma que es propuesta con evaluaciones por los colegas de la disciplina antes citada.

Para el análisis de esta documentación, será elaborado un cuestionario de lectura para cada tipo de documento. Este cuestionario, estará compuesto por preguntas visando facilitar una lectura crítica y la localización de informaciones relevantes.

Posteriormente y durante el curso, serán realizados cuestionarios (preguntas abiertas) y entrevistas semi estructuradas. La elección en referencia a las entrevistas, se da porque esta es una forma o una técnica alternativa para recolectar "datos" no documentados sobre un determinado tópico. Es una técnica de interacción social, una forma de diálogo asimétrico, en la cual una de las partes busca obtener "datos" y la otra se presenta como fuente de información. Semi estructurada porque, el investigador organiza un conjunto de preguntas (cuestionario) sobre el asunto que está siendo estudiado, pero, permite, y a veces hasta envalentona al entrevistado a hablar libremente sobre cuestiones que surgen con el desdoblamiento del tema principal.

Para analizar, entender e interpretar un material cualitativo es necesario penetrar en los significados que los actores sociales comparten en una experiencia de sus realidades. De esta forma, adoptaremos para esta investigación, el análisis de contenido. Según Bardin (2011), el análisis de contenido es "un conjunto de técnicas de análisis de las comunicaciones visando obtener con los procedimientos sistémicos y objetivos de descripción del contenido de los mensajes indicadores que permitan la inferencia de conocimientos relativos a las condiciones de producción/recepción de esos mensajes" (Bardin, 2011, p.48).

Existen varios tipos de análisis de contenido, entre los cuales destacamos: análisis lexical, análisis de expresión, análisis de relaciones, análisis temática y análisis de enunciación.

Seleccionaremos el análisis temático, ya que es considerado el más adecuado para investigaciones cualitativas.

3.3 Fuentes de Información:

Los planes de enseñanza de la Disciplina de Matemática y la Cartilla elaborada por el Ministerio de Educación sobre currículum y evaluación.

3.4 Actividades:

El curso "Evaluación del aprendizaje en matemática partiendo del Paradigma de la Complejidad" es FIC (Formación Inicial y Continuada). Su modalidad es a distancia (EaD). Está orientado a profesores de matemática de las redes públicas y privadas d enseñanza. El curso tendrá una duración de tres (3) meses y una carga horaria de 180 horas. Cabe recordar que este es un curso MOOC (Massive Open Online Course), esto quiere decir, sin tutoría. El mismo será organizado en 8 módulos, de la siguiente forma.

Módulo 1 – La necesaria reforma del pensamiento;

Módulo 2 – Crisis del paradigma dominante y del paradigma emergente;

Módulo 3 – Tipos de evaluación del aprendizaje;

Módulo 4 – Evaluación Formativa;

Módulo 5 – Características del pensamiento complejo;

Módulo 6 –Evaluación en matemática a partir del paradigma de la complejidad;

Módulo 7 – Evaluación en Matemática a partir del paradigma de la complejidad;

Módulo 8 – Evaluación en Matemática a partir del paradigma de la complejidad

3.5 Otras atividades:

- Investigar abordajes conservadores y/o innovadoras y su influencia en la práctica pedagógica de los profesores que frecuenten el curso;
- Identificar cual es la visión que el profesor de matemática tiene sobre el pensamiento complejo;
- Describir cómo la teoría de la complejidad en la perspectiva de Edgar Morin y Norberto Boggino, en la visión de gerente podría ser implementada en una red de enseñanza;
- Investigar las ideas de Edgar Morin y Norberto Boggino para la elaboración de un cuaderno de actividades sobre evaluación a la luz de la complejidad.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Como fue dicho anteriormente, estamos en la fase de divulgación del curso. Esta etapa, cerrará el día 30 de agosto. Del 4 de septiembre al 4 de diciembre, se llevará a cabo el curso en la plataforma virtual Moodle. Solamente después de éste período, podremos analizar los resultados provenientes del curso. Esperamos que el mismo contribuya para que los profesores de Matemática puedan:

- No confundir evaluación, verificación y calificación
- No reducir la evaluación a cuestiones puramente técnicas
- Entender las razones y el conocimiento que apoyan las producciones de los alumnos
- Evaluar resultados parciales y finales y los procesos de aprendizaje del alumno
- Entender la evaluación diagnóstica, tanto de la acción educativa, como sobre el desarrollo del proceso de aprendizaje de los estudiantes
- Pensar sobre el problema de la evaluación a partir del paradigma de la complejidad
- Colocar la evaluación como un componente necesario de la enseñanza. Permitiendo así, la continuidad del proceso de aprendizaje; más allá del área, ciclo o nivel.

Y así, creemos que los profesionales que egresen del curso, puedan usar y compartir los conocimientos construidos durante el curso en sus redes de enseñanza.

5. REFERENCIAS

BARDIN, L. (2011). *Análise de conteúdo*. (1a ed.). São Paulo: Edições 70.

GIL, A. C. (2007). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (4a ed.). São Paulo: Atlas.

YIN, R. K. (2016). *Pesquisa qualitativa do início ao fim* (D. Bueno, Trad.; D. Silva, Rev.). Porto Alegre: Penso.

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE.

Sebastián Solano Díaz [1], Robinson Junior Conde-Carmona[2]

Resumen

Estudio de los entornos virtuales de aprendizaje y el conocimiento matemático de futuros profesores de matemática es una investigación que se encuentra en curso, consiste en reflejar que en la actualidad el profesorado en formación, carece de conocimientos para desarrollarse bajo un entorno virtual de aprendizaje (EVA). Tiene como objetivo principal caracterizar la relación práctica pedagógica y el conocimiento sobre los entornos virtuales de aprendizaje de los profesores de matemática en formación.

El marco de la investigación está compuesto por: Formación de profesores de matemáticas en TIC, el TPACK (technological pedagogical content knowledge) en educación matemática, entornos virtuales de aprendizaje en matemáticas. La metodología empleada en la investigación está desarrollada por fases como lo plantea Conde y Padilla (2020). Las posibles conclusiones que se esperan es lograr describir la relación que existe entre la práctica pedagógica y los EVA. A su vez se espera aportar a posibles investigaciones en el tema

Palabras claves: EVA, *Estudio, TIC.*

Abstract

Study of virtual learning environments and mathematical knowledge of future mathematics teachers is an ongoing investigation, it consists in reflecting that currently the teacher in training lacks the knowledge to develop under a virtual learning environment (EVA). Its main objective is to characterize the pedagogical practical relationship and the knowledge about virtual learning environments of mathematics teachers in training.

The research framework is composed of: Training of mathematics teachers in ICT, the TPACK (technological pedagogical content knowledge) in mathematics education, virtual learning environments in mathematics. The methodology used in the research is developed in phases as proposed by Conde and Padilla (2020). The possible conclusions that are expected is to be able to describe the relationship that exists between pedagogical practice and VLEs. In turn, it is expected to contribute to possible research on the subjectearning

Key words: EVA, *Study, TIC.*

---

[1] Estudiante Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia; snsolano23@gmail.com

[2] Ph.D © en Educación matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; rjconde@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Un entorno virtual de aprendizaje (EVA) Se define como un ambiente informático en el cual puede coexistir diversos instrumentos agrupados y optimizadas con fines académicos (Bühl ,2017). Por lo que esta investigación tiene como idea central conocer de antemano los diversos factores que influyen en la creación de este tipo conocimiento. Teniendo en cuenta cada una de estas afirmaciones es convincente que, por medio del uso de estos entornos, los futuros docentes en matemáticas desarrollen ciertas habilidades tecnológicas las cuales sean propicias para su desenvolvimiento profesional.

Del mismo modo, esta investigación permitirá que el estudiante logre evidenciar la relación que existe entre un EVA y un conocimiento matemático específico. Reconociendo y verificando que esto no está fuera de la realidad, de manera que lleguen entender la posibilidad de enfrentar situaciones en su diario vivir con la aplicación de las matemáticas, encontrando coherencia entre su entorno y sus saberes previos (Alberti, 2018). Por medio de la investigación se pretende analizar de manera detallada los diversos factores que influyen en la problemática mencionada con anterioridad y a su vez

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. EL TPACK (TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE) EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El modelo a utilizar es TPACK (CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS, PEDAGÓGICOS Y DE CONTENIDO) propuesto por Mishra y Koehler (2006). El cual permite analizar desde una perspectiva importante como una teoría del aprendizaje con TIC se involucra en la formación del profesorado, además es necesario recalcar que por medio de este modelo pedagógico se analizara cada uno de los contenidos ofrecidos, adquiridos por el estudiante los cuales son: Conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico y conocimiento tecnológico. Evidentemente existe la necesidad de conocer cada uno de ellos.

El conocimiento del contenido hace referencia a las diferentes teorías, conceptos, procesos etc. que debe tener el docente, en cuanto al conocimiento pedagógico resalta los procesos de enseñanza y aprendizaje obtenidos por el alumno y el conocimiento tecnológico hace referencia a los recursos, herramientas utilizadas. De tal manera que cada uno de estos elementos ya mencionados haga parte de esa estrecha relación que deberá existir entre un EVA y la práctica pedagógica del futuro docente.

2.1.1. ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS.

La educación virtual puede considerarse como un espacio donde se comparten conocimientos mediados por un medio cibernético, el MEN (Ministerio de Educación Nacional) define a esta como un espacio de aprendizaje donde el estudiante y profesor no tienen un encuentro personal. Asimismo, Álvarez (2002) afirma que es un espacio donde prevalece el uso de tecnologías las cuales están desarrolladas, diseñadas por las diferentes metodologías de aprendizaje y están destinadas a poblaciones que están limitadas por su posición geográfica.

Ahora bien, con referencia a los entornos virtuales de aprendizaje (EVA), se pueden definir como un espacio que se encuentra incorporado en la web en el cual los participantes pueden interactuar entre ellos mismo mediante estas herramientas (Salinas, 2011). De tal modo, que el profesorado perteneciente a la educación matemática cada día se enfrenta a nuevos retos, nuevas herramientas por lo que se hace necesario estar actualizados, en efecto Arancibia, Carbero, Arancibia y Marín (2020) proponen que su participación en este entorno tienda a ser carácter investigativo, ya que, los estudiantes en formación de hoy en día están expuesto a cualquier tecnología lo cual debe ser aprovechado por el docente y a su vez desde su postura como investigador de estos acontecimientos, posibilite herramientas, mecanismos que favorezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje en TIC enmarcados dentro del marco de la educación matemática bajo entornos virtuales de aprendizaje.

3. METODOLOGÍA

La metodología de la investigación se desarrollará mediante fases como lo plantea Padilla y Conde (2020), por este motivo se exponen tres fases:

Primera fase: **Formación de profesores en TIC, c**omenzado por el marco teórico el cual expone un recorrido histórico sobre los diferentes autores que han proporcionado diferentes aportes de conocimientos a esta.

Segunda fase: Esta fase está dividida de la siguiente forma:

1. En primer lugar se manifiesta la creación de los instrumentos por los cuales se recogerán la respectiva información de la investigación, esta se realizara mediante el uso de encuestas dirigidas a los actores de esta.
2. En segundo lugar, aplicación de los cuestionarios con cierto número de preguntas abiertas, las cuales irán orientadas en reflejar la importancias de las competencias TIC en su formación profesional, además se pretende reconocer la importancia de la practica pedagógica en este contexto. En definitiva cada uno de estos procesos deben generar una autoevaluación dentro de los estudiantes sobre las herramientas y como las usan.
3. Por último, se realizara el análisis de la información adquirida y determinar la relación que existe en la formación del profesorado en TIC y su desenvolvimiento en el aula de clase.

Tercera fase: Finalmente, se realizará un proceso de conclusiones para así lograr la **caracterización** de la relación práctica pedagógica y los conocimientos sobre los entornos virtuales de aprendizaje por parte del profesorado de matemática en formación. Del mismo modo, se hizo un contraste con la información recogida y el modelo pedagógico TPACK con el fin de encontrar una alternativa para próximas investigaciones

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se ha recabado alguna información preliminar, en la cual se ha identificado algunas de las siguientes características:

- Los profesores de matemática en formación, manifiestan no recibir la formación adecuada para crear EVA.
- Los conocimientos analizados mediante TPACK, hasta el momento distan mucho de la realidad de los profesores de matemática en formación, se espera recabar más información para mencionar y describir los hallazgos de fondo.

Se esperan obtener las siguientes conclusiones:

- Caracterizar la relación practica pedagógica en los entornos virtuales de aprendizaje por parte de los profesores de matemática en formación.
- Describir la influencia de un entorno virtual de aprendizaje (EVA) sobre la práctica pedagógica del docente en formación con

5. REFERENCIAS

Padilla Escorcia, I. A. y Conde-Carmona, R. J. (mayo-agosto, 2020). *Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas: un análisis cualitativo.* Revista Virtual Universidad Católica del Norte, (60), 116-136. https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n60a7

Mishra, P. & Koehler, M.J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054. Retrieved August 8, 2020 from https://www.learntechlib.org/p/99246/.

Henao, A.O. (2002). La enseñanza virtual en la educación superior. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). ISSN: 1657-5725

Salinas, M. (2011). *Entornos virtuales de aprendizaje en la escuela. Pontificia Universidad Católica Argentina.* Recuperado de: https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/33050741/Eva1.pdf

Arancibia, M., Carbero, J., y Marín, V. (2020). Creencias sobre la enseñanza y uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en docentes de educación superior. Formación Universitaria, 13(03), *0718-5006.*http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000300089

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS DE MODELIZACIÓN

Abish Rojas Gutiérrez[1], Manuel Ponce De León Palacios[2]

Resumen

Este estudio, que se encuentra en la etapa de diseño metodológico, busca indagar la influencia de las características de las representaciones y las estrategias que usan alumnos de primer grado de secundaria en la resolución correcta de problemas geométricos de modelización ya que se ha comprobado que la modelización matemática es un tema muy relevante en la participación de los estudiantes en la vida social y profesional.

Esta investigación en proceso es de tipo cualitativa con un enfoque descriptivo hacia un estudio de caso, en el que se trabaja con estudiantes de primer grado de una escuela secundaria. Los informantes se seleccionan por medio de un muestreo intencional. Se utilizan tres instrumentos de recolección de datos ya validados: guía de observación, hoja de trabajo y entrevista. Los resultados se analizan con las teorías y herramientas de análisis diseñadas.

Palabras claves: *Dibujos, educación de la matemática, geometría, problemas verbales, representaciones gráficas*.

Abstract

This study, which is in the methodological design stage, seeks to investigate the influence of the characteristics of the representations and the strategies used by first grade students from a secondary school in the correct resolution of geometric modeling problems since it has been proven that mathematical modeling is a very relevant topic in the participation of students in social and professional life.

This ongoing research is qualitative with a descriptive approach towards a case study, in which we work with first grade students from a secondary school. Informants are selected through intentional sampling. Three validated data collection instruments are used: observation guide, worksheet and interview. The results are analyzed with the theories and analysis tools designed.

Key words: *Drawings, geometry, graphic representations, mathematics education, verbal problems.*

[1] Estudiante de Maestría en Educación Matemática; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; abish.rojas@alumno.buap.mx
[2] Estudiante de Doctorado en Educación; Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla; México; manuel.poncedeleon@upaep.mx

1. INTRODUCCIÓN

La modelización matemática es un tema importante en la educación matemática, ya que es muy relevante para la participación de los estudiantes en la vida social y profesional. La modelización o la capacidad de resolver problemas del mundo real exige la aplicación de procesos de transferencia desafiantes entre la realidad y las matemáticas (Niss et al., 2007). En el contexto de la modelización matemática, el dibujo generado por el alumno describe el proceso y el producto de generar una ilustración que corresponde a los objetos y relaciones descritos en una tarea (Rellensmann et al., 2016).

Específicamente, en el dominio de la geometría, se cree que las estrategias de dibujo ofrecen formas poderosas para hacer frente a las complejas demandas de modelización matemática (Schukajlow, 2011, citado en Rellensmann et al., 2020). Se ha comprobado que el uso de representaciones gráficas en la resolución de problemas geométricos de modelización no es suficiente para asegurar que se comprenda el problema y que posteriormente se llegue a la respuesta correcta.

Esta investigación, que se encuentra en la etapa de diseño metodológico, busca indagar la influencia que tienen las características de las representaciones y las estrategias que usan alumnos de primer grado de secundaria en la resolución correcta de problemas geométricos de modelización. Una de las aportaciones de este estudio es la de profundizar en la línea de investigación por medio de la innovación del diseño metodológico a través de las herramientas de análisis y su aplicación en contextos diferentes, dichas herramientas permitirán extraer datos de las representaciones gráficas de estudiantes.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Varios enfoques han analizado los procesos cognitivos que subyacen en la modelización, por ejemplo, el de Galbraith y Stillman (2006), entre otros (Blum y Leiss, 2007; Greer y De Corte, 2000, citado en Rellensmann et al., 2016). La mayoría de estos enfoques coinciden en que, como primer paso, el alumno tiene que construir un modelo de la situación descrita en el problema matemático para comprender la situación problemática. En un segundo paso, el modelo de la situación debe traducirse en un modelo matemático a través de la estructuración y la matematización. El modelo matemático representa el problema en un nivel más abstracto que permite a los estudiantes aplicar métodos matemáticos y calcular un resultado matemático. En un tercer paso, el resultado matemático debe ser interpretado y validado con respecto a la realidad (Rellensmann et al., 2016).

Parte de la modelización matemática se relaciona con las representaciones, que, de forma general, son signos o una configuración de signos, caracteres u objetos. Lo importante es que puede representar (simbolizar, representar, codificar o representar) algo distinto de sí mismo(Goldin y Shteingold, 2001).

Ott (2017) menciona que los problemas verbales son descripciones en forma de texto de situaciones con un enfoque en las relaciones matemáticas (Veschaffel, Greer y de Corte, 2000, citado en Ott, 2017); a diferencia de los problemas verbales, las representaciones gráficas no incluyen símbolos relacionales. Estas representaciones se encuentran conformadas por signos de objetos estructuralmente relevantes que a su vez se establecen en la hoja de tal manera que se representen las relaciones verbalmente descritas del problema verbal. Tales representaciones gráficas tienen el carácter de diagramas (Dörfler, 2006, citado en Ott, 2017).

La autora identifica seis categorías de la estructura matemática de problemas verbales en los dibujos de los niños. Una representación es: No gráfica si consiste solo en cálculos o textos; fuera del texto si posee elementos gráficos, pero no hay un enlace del texto con respecto al contenido; Ilustrativa si posee elementos gráficos con enlace al texto, pero no se representan objetos estructuralmente relevantes; relacionada con objetos si posee elementos gráficos con un enlace al texto y se representan objetos estructuralmente relevantes, aunque las relaciones entre ellos no son identificables en la disposición; Implícitamente esquemática si posee elementos gráficos con un enlace al texto, se representan objetos estructuralmente relevantes y las relaciones entre ellos son identificables en la disposición; Explícitamente diagramática si posee elementos gráficos con un enlace al texto, se representan objetos estructuralmente relevantes. las relaciones entre ellos son identificables en la disposición y se enfatizan explícitamente (Ott, 2017).

3.METODOLOGÍA

Esta investigación en proceso es de tipo cualitativa con enfoque descriptivo con un método de estudio de caso, en el que se trabaja con estudiantes de primer grado de una escuela secundaria. Los informantes se seleccionan por medio de un muestreo intencional. Se utilizan tres instrumentos de recolección de datos ya validados: guía de observación, hoja de trabajo y entrevista.

La recolección de datos se lleva a cabo en varias sesiones. La primera sesión, de aproximadamente 25 minutos, consiste en la aplicación de un problema de geometría de modelización por medio de una hoja de trabajo, a estudiantes de primer grado de secundaria. Simultáneamente se emplea la guía de observación para registrar ciertos aspectos del comportamiento de dichos estudiantes.

Posteriormente se seleccionan 6 estudiantes con base en sus perfiles y en sus respuestas a aplicaciones anteriores, y se realizan sesiones individuales de entrevista con una duración aproximada de 20 minutos cada una.

Los resultados se analizan con las teorías y herramientas de análisis que proponen Ott (2017) y Rellensmann et al. (2020).

Por medio de la guía de observación y la hoja de trabajo, se podrá describir las características de las representaciones gráficas y estrategias que los alumnos de secundaria emplean en la resolución de problemas geométricos de modelización.

La entrevista permitirá analizar la relación que guardan las características de las representaciones gráficas y las estrategias de los estudiantes con el desempeño durante la resolución de problemas geométricos de modelización.

4. PROESPECTIVA Y CONCLUSIONES

Al ser una investigación en proceso se cuenta con el diseño metodológico; posteriormente se aplicarán los instrumentos de investigación.

Además de analizar las relaciones entre las características de las representaciones gráficas y las estrategias de los estudiantes, se pretende establecer hasta qué punto esto influye en la comprensión y resolución correcta de dichos problemas.

La profundización en la investigación del uso de representaciones gráficas en problemas geométricos de modelización permitirá realizar propuestas didácticas que se enfoquen en diseñar herramientas para que los estudiantes mejoren sus estrategias al resolver este tipo de problemas.

5. REFERENCIAS

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 143–162. https://doi.org/10.1007/BF02655886

Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. In A. A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 1–23).

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, & H.-W. Henn (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI study* (pp. 1–32). Springer.

Ott, B. (2017). Children's drawings for word problems – design of a theory and an analysis tool. In *10th Congress of European Research in Mathematics Education*.

Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2016). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53–78. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9736-1

Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2020). Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometry modelling problems. *ZDM - Mathematics Education*, 52(1), 97–110. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01085-1

INSPIRAÇÕES ETNOMATEMÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA A PARTIR DA CULTURA INDÍGENA

Denise Cristina Ribeiro Da Silva[1], Ieda Maria Giongo[2]

Resumo

Este trabalho tem como objetivo examinar as possibilidades e limitações de uma prática pedagógica centrada na geometria, a ser efetivado com um grupo de estudantes indígenas de uma aldeia no interior de Ourilândia do Norte, Pará, Brasil. Os sujeitos da pesquisa fazem parte de uma turma multisseriada do sexto ao nono ano. Os aportes teórico-metodológicos que sustentarão a investigação são atinentes ao campo da etnomatemática em seus entrecruzamentos com as ideias de Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein. Espera-se, com a efetivação das aulas, que os estudantes, por um lado, valorizem sua cultura e, por outro, tenham contato com as regras da matemática escolar. Também se almeja a percepção, por parte dos estudantes, de que as matemáticas são geradas em distintas formas de vida, fazendo sentido a partir de seus usos.

Palavras-chave: *Etnomatemática, culturas indígenas, geometria, práticas pedagógicas.*

Abstract

This work aims to examine the possibilities and limitations of a pedagogical practice centered on geometry, to be carried out with a group of indigenous students from a village in the interior of Ourilândia do Norte, Pará, Brazil. The research subjects are part of a multiseries class from the sixth to the ninth year. The theoretical-methodological contributions that will support the investigation are related to the field of ethnomathematics in their intertwining with the ideas of Michel Foucault and Ludwig Wittgenstein. It is expected, with the completion of classes, that students, on the one hand, value their culture and, on the other hand, have contact with the rules of school mathematics. It is also aimed at the perception, on the part of the students, that mathematics are generated in different forms of life, making sense from their uses.

Keywords: *Ethnomathematics, indigenous cultures, pedagogical practices.*

1. INTRODUÇÃO

A geometria faz parte do nosso cotidiano, como obras de arte, pinturas, construções arquitetônicas e até em materiais manipulativos. A Base Nacional Comum Curricular brasileira (BNCC) aponta a necessidade dela ser inserida na vida estudantil desde os primeiros anos de escolarização. Entretanto, parece haver dificuldades em se trabalhar na construção do conhecimento geométrico na escola, seja por parte do professor, que muitas vezes aborda este tema superficialmente, seja pelo aluno que encontra entraves em comparar as formas geométricas com seu dia a dia. À frente desse cenário, vislumbramos a possibilidade de uma prática pedagógica centrada na perspectiva da Etnomatemática que busca valorizar os diferentes modos de vidas existentes, em diversos contextos nos quais os envolvidos

[1] Mestranda em Ciências Exatas na Universidade do Vale do Taquari-Univates, Professora do Município de Ourilândia do Norte-PA; Brasil; deniseducacao0609@gmail.com
[2] Doutora em Educação; Coordenadora do PPG Ensino-Universidade do Vale do Taquari-Univates; Brasil; igiongo@univates.br

possam estar inseridos. Ademais, há possibilidades de viabilizar o encontro da matemática não escolar praticada por grupos e/ou comunidades de forma particular com a escolar. Nessa ótica, este trabalho está alinhado às ideias de Knijnik et al. (2019, p.28), que possibilitam a compreensão do campo da etnomatemática como caixa de ferramentas Em efeito, "de modo sintético, temos concebido nossa perspectiva etnomatemática como uma 'caixa de ferramentas' que possibilita analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma".

Fundamentadas nos aportes teóricos, almejamos problematizar, junto a um grupo de estudantes indígenas da etnia kayapó, do 6° ao 9° ano (turma multisseriada) localizado em um município no sudeste do Pará/Brasil, algumas de suas práticas. Assim, nos interessa responder ao questionamento: quais jogos de linguagem emergem das pinturas corporais de um grupo de alunos indígenas a partir do estudo de formas geométricas planas?

Feita a apresentação da pesquisa, faremos a seguir uma breve discussão com os aportes teóricos do campo seguido dos procedimentos metodológicos. Por fim, apresentamos os resultados esperados.

2. CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO INDÍGENA NA PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

O Programa Etnomatemática surgiu com as ideias de Ubiratan D'Ambrósio, tido como pioneiro na introdução deste programa na Educação Matemática. No Brasil, também podemos destacar os trabalhos de Eduardo Sebastiani Ferreira que fez uso da Etnomatemática ao realizar e orientar investigações e capacitações de professores indígenas nas comunidades indígenas do alto Xingu e do Amazonas, possibilitando semelhanças da "matemática do branco" e a "língua materna". De fato, Knijnik et al (2019, p.23) afirmam que "A Etnomatemática, desde sua emergência, vem se constituindo como um campo vasto e heterogêneo, impossibilitando a enunciação de generalizações no que diz respeito a seus propósitos investigativos ou a seus aportes teórico-metodológicos", possibilitando a existência de outras matemáticas além da escolar e acadêmica.

Quando pensamos na matemática presente nas pinturas indígenas, percebemos que "[...] há uma peculiaridade que os diferencia: no jogo produzido pela forma de vida camponesa de modo diferente do praticado na escola" (KNIJNIK et al. 2019, p. 17), oportunizando questionar a linguagem matemática universal, visto que "Há, pois, racionalidades diferentes operando na Educação Matemática praticada na escola e fora dela: a Matemática Escolar tem como marca a transcendência e as práticas fora da escola são marcadas pelas imanências" (Ibidem, 2019,p.17). O filósofo entende que a verdade compreende-se "[...] no conjunto das regras segundo as quais se distingue o verdadeiro do falso e se atribui ao verdadeiro efeitos específicos de poder" (FOUCAULT, 2017, p.53). Ao pensarmos nas diferentes Matemáticas existentes, concordamos com Knijnik et al. (2019, p.17) quando l afirmam que "o pensamento etnomatemático está centralmente interessado em examinar as práticas de fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar, com seus estreitos vínculos com a razão universal instaurada pelo Iluminismo". Para Wittgenstein é preciso privilegiar a interação e não a representação, acreditando que a racionalidade surge da gramática, dos princípios encontrados nas interações dos jogos de linguagem, dos direitos e deveres dos indivíduos em diferentes formas de vida. "Como existem diferentes formas de vida com diferentes jogos de linguagem, é possível inferir a existência de diferentes gramáticas que possibilitam a construção de diferentes racionalidades" (SARTORI et al. 2016, p. 8). E ainda podemos inferir de acordo com Wittgenstein (2014) que há uma produção crescente das linguagens que se modifica conforme o contexto inserido, "essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos" (Ibidem, 2014, p. 27).

É importante considerar que há semelhança, ou não, nas linguagens produzidas em diferentes grupos, porém devemos buscar conhecer as diferentes matemáticas produzidas. Agapito (2020, p.107) afirma que "[...] o produto de grupos culturais específicos, como, por exemplo, a geração das matemáticas camponesas, indígenas, incluindo aquelas realizadas por sujeitos surdos, entre outras, pode se entendido como jogos de linguagem", com grande possibilidade de semelhanças de famílias, pois estes grupos fazem parte de um grupo sem grandes representatividades. No que se refere à cultura de um determinado grupo, Knijnik et al. (2019, p.26) discorrem que "para a Etnomatemática, a cultura passa a ser compreendida não como algo pronto, fixo e homogêneo, mas como uma produção, tensa e instável" e, portanto, "as práticas matemáticas são entendidas não como um conjunto de conhecimentos que seria transmitido como uma "bagagem", mas que estão constantemente reatualizando-se e adquirindo novos significados, ou seja, são produtos e produtores da cultura" (Ibidem, 2019, p. 26), buscando seu espaço na sociedade. Avançamos a discussão no terceiro capítulo com as ações metodológicas.

3. AÇÕES METODOLÓGICAS

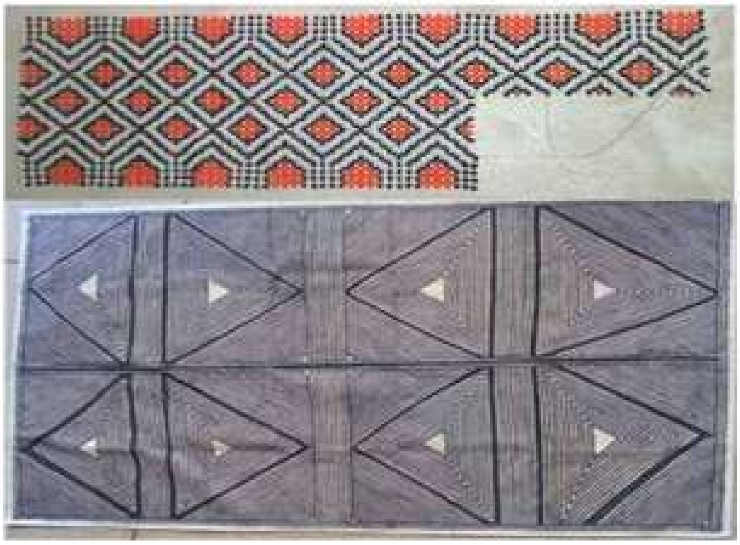
A pesquisa relizar-se-á em uma aldeia de etnia kayapó, com turma multisseriada do 6° ao 9° ano, em uma escola que funciona em dois períodos, com o ensino fundamental I pela manhã e o fundamental II pela tarde. Essa é uma aldeia relativamente nova no município de Ourilândia do Norte – Pará e possui apenas uma sala de aula. Por questões de legislação e ética em pesquisa, será solicitada a liberação para a pesquisa junto a Fundação Nacional do Índio – FUNAI, a Secretaria de Educação do Município e ao Comitê de Ética em Pesquisa para aprovação, pois, somente após as liberações será iniciada a pesquisa.

O material da pesquisa será composto por diário de campo, filmagens, registros fotográficos e materiais elaborados pelos alunos na sala de aula a partir das aulas de geometria e conversas sobre a cultura indígena, buscando semelhanças entre a matemática praticada por eles e a matemática escolar. A análise dos materiais estará alicerçada nos aportes teóricos - metodológicos da Etnomatemática. Wanderer (2014, p.183) complementa essa ideia ao afirmar que "Assim, a literatura etnomatemática destaca a relevância do exame das matemáticas produzidas pelos mais diversos grupos sociais, especificamente suas formas de organizar, gerar e disseminar os conhecimentos (matemáticos) presentes em suas culturas". Dessa maneira, é possível compreender as diversas matemáticas produzidas por diferentes culturas, que as criam em função do surgimento de uma necessidade. Em efeito, "[...] as matemáticas produzidas em diversas formas de vida constituem-se em diferentes jogos de linguagem" (WANDERER, 2014, p. 208), podendo ser encontradas semelhanças e compreensão do amplo sentido desses jogos. Busca-se nas teorizações de Wittgenstein (2014) aludir que nos jogos de linguagem podem se encontrar semelhanças de famílias ou até mesmo diferenças em uma mesma forma de vida. Reitera Knijnik et al. (2019, p.70) "como nos ensinou Wittgenstein, todos os jogos de linguagem possuem significado dentro de uma forma de vida que os abriga", o que nos motiva a conhecer e compreender essas diferentes formas de vida dos indígenas kayapó. Knijnik (2017, p. 47) nos fala ainda que seja preciso discutir "[...] a relevância de considerar as questões culturais no centro dos processos de aprender e ensinar matemáticas" assim como, torna-se necessário conhecer as verdades presentes neste grupo.

4. RESULTADOS ESPERADOS

Esperamos, com a efetivação da prática pedagógica, que os estudantes indígenas por um lado, valorizem sua cultura e, por outro, tenham contato com as regras da matemática escolar. Também se almeja a percepção, por parte dos estudantes, de que as matemáticas são geradas em distintas formas de vida, fazendo sentido a partir de seus usos. É potente, para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, reconhecer a importância do trabalho desenvolvido pelas índias (na maioria das vezes), como a produção de pulseiras feitas com miçangas, as pinturas corporais e em tecidos. As imagens a seguir são exemplos de geometria e ao mesmo tempo símbolos da natureza.

Figura 1: produção da pulseira e pintura de jenipapo em tecido



Fonte: próprias autoras

A figura 1 exibe uma pulseira feita de miçanga e tem o formato semelhante ao casco de jabuti; a pintura em tecido feita a partir de uma mistura de jenipapo e carvão tem a semelhança com as casa dos indígenas. Para os índios, estas pinturas representam seu cotidiano e formas presentes, para eles, na mãe terra. Entretanto, é possível fazer uso dessa diversidade cultural valorizando-a e estabelecendo relações com a matemática escolar. Na figura abaixo destacamos a pintura corporal feita com jenipapo e carvão.

Figura 2: pintura corporal

Fonte: próprias autoras

É possível visualizar nos traços da pintura a preferência por retas e polígonos, embora os alunos não façam essa ligação, tornando-se um desafio para o professor valorizar os costumes e construir novos caminhos de conhecimento a partir dessa cultura. Além de mostrar que a matemática escolar está intimamente envolvida com a história e a arte e não é um produto isolado, desta forma é possível fortalecer a identidade indígena. A participação dos alunos é essencial, pois a partir de suas experiências podem ser construídos elos entre as matemáticas escolar e não escolar. Dessa forma, cabe ao docente encontrar, dentro da cultura indígena, elementos capazes de subsidiar a Matemática Escolar. Nesse sentido, não se trata de substituí-la, ou deixá-la em segundo plano; ao contrário, reafirmá-la e fortalecê-la e, ao mesmo tempo, enriquecer a matemática não escolar para que sobreviva.

5. REFERÊNCIAS

AGAPITO, Francisca M. *Tessituras etnomatemáticas nos anos iniciais na perspectiva da educação bilíngüe para surdos no município de Imperatriz/MA*. Dissertação de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2020.

FOUCAULT, Michel. Microfísica do poder. – 5 ed. - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2017.

KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda, GIONGO, Ieda M. DUARTE, Claudia G. *Etnomatemática em movimento*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

KNIJNIK, Gelsa. *A ordem do discurso da matemática escolar e os jogos de linguagem de outras formas de vida*. Perspectivas da Educação Matemática, v. 10, n. 22, 2017.

SARTORI, Alice S. T., FARIA, Juliano E. S., DUARTE, Claudia G., FLOR, Valdirene T. (2016). *Os jogos de linguagem do processo de produção da farinha de mandioca*: uma investigação Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 9, n. 2, jun-set, p. 127-143.

WANDERER, Fernanda. *Educação matemática, jogos de linguagem e regulação*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

WITTGENTEIN, Ludwig. *Investigações filosóficas*. Tradução Marcos G. Montagnoli. 9 ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes; Bragança Paulista Universitária São Francisco, 2014.

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LAS PLANIFICACIONES DE LOS FUTUROS PROFESORES, UN ANÁLISIS EN EL CONTEXTO INSTITUCIONAL Y PERSONAL

Ramit Nasit Medina Pérez[1], Dina Marcela Monterroza Barrios[2]

Resumen

En el área de educación matemática, existen acuerdos generalizados, de que el profesor de matemáticas no solo debe tener un cierto nivel de competencia matemática, sino también poseer un conocimiento especializado del propio contenido, de las transformaciones que se deben aplicar al mismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como de las interacciones del contenido matemático a enseñar con diversos factores (psicológicos, sociológicos, pedagógicos, tecnológicos etc.) que condicionan dichos procesos. Atendiendo a lo anterior, el docente de matemáticas, debe establecer una conexión entre los aspectos mencionados para ejercer una práctica educativa equilibrada y pertinente.

Con esta propuesta se busca determinar cuál es el nivel de relación entre los constructos teóricos y las políticas para a enseñanza de las matemáticas desde el contexto institucional y personal, evidenciado en las planeaciones de práctica docente, que realizaran estudiantes del programa de licenciatura en matemática de UNISUCRE, todo esto desde la mirada del enfoque cualitativo y guiado por el EOS.

Palabras claves: *Didáctica, Institucional, Competencias, Enfoque Ontosemiótico, Formación.*

Abstract

In the area of mathematics education, there are generalized agreements that the mathematics teacher must not only have a certain level of mathematical competence, but also have specialized knowledge of the content itself, of the transformations that must be applied to it in the processes of teaching and learning, as well as the interactions of the mathematical content to be taught with various factors (psychological, sociological, pedagogical, technological, etc.) that condition said processes. Considering the above, the mathematics teacher must establish a connection between the aforementioned aspects in order to exercise a balanced and pertinent educational practice.

This proposal seeks to determine what is the level of relationship between the theoretical constructs and the policies for the teaching of mathematics from the institutional and personal context, evidenced in the PRÁCTICADOCENTE plans, carried out by students of

the UNISUCRE mathematics degree program , all this from the perspective of the qualitative approach and guided by the EOS.

Key words: Didactic, Institutional, Competences, Ontosemiotic Approach, Training.

1. INTRODUCCIÓN

[1]Estudiante de licenciatura en matemáticas; UNISUCRE; Colombia; medinaramith@gmail.com
[2] Estudiante de licenciatura en matemáticas; UNISUCRE; Colombia; dmonterrozab06@gmail.com

El estudio de la enseñanza de las matemáticas en el campo de la educación se encuentra consolidado por múltiples investigaciones, que convergen en rescatar la importancia de la formación didáctica y disciplinar en los docentes destinados a impartir esta área del conocimiento. Esta notable atención se debe, en la mirada de varios autores como Godino (2017), A. Linares (2013), a que el desarrollo de pensamiento y competencias de los estudiantes están sujetas significativamente de tal formación. De esta manera articular los conocimientos específicos del área de la matemática junto con los conocimientos didácticos, permiten enriquecer notablemente la práctica educativa, y mejorar los niveles de calidad de la enseñanza. Este conocimiento integral resulta observable en las planeaciones que realiza cada docente para orientar las clases, y según las cuales se pueden estimar las características que debe tener un docente competente en su labor profesional.

Conforme lo señalado, la formación de profesores del programa de licenciatura en matemáticas de la universidad de Sucre tiene como uno de sus principales propósitos "Dotar al futuro docente de recursos apropiados para que identifique y contribuya a la solución de problemas de aprendizaje en los distintos grados del nivel de educación básica, mediante el ejercicio crítico y objetivo de la Práctica Pedagógica Investigativa" (Universidad de Sucre, 2010, p. 34), lo que implica el desarrollo de acciones formativas donde la planificación y didáctica es de gran importancia. En este contexto, la presente propuesta de investigación pretende Determinar el nivel de relación que tienen las planificaciones para la enseñanza de las matemáticas analizadas, con los resultados de las investigaciones didácticas y orientaciones curriculares institucionales para enseñar matemáticas. pero también contribuir a mejorar el proceso de formación inicial de profesores .todo esto focalizados en poder analizarlas planeaciones de los docentes en formación del programa de licenciatura en matemáticas de la universidad de Sucre, que realizan prácticas docentes, desde el contexto institucional y personal.

Teórica y metodológicamente, este trabajo estará apoyada en el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS), sobre el conocimiento y la instrucción matemático, basados en el enfoque cualitativo, puesto que para los objetivos de esta investigación, es necesario obtener detalles complejos de algunos fenómenos especialmente relacionados con el pensamiento y las emociones de los seres humanos (Strauss y Corbin, 2012). En este sentido, según Vásquez (2010) al abordar el paradigma cualitativo, se reconoce que, en este marco, el proceso de investigación responde a requerimientos como, analizar de manera detallada, cada uno de los momentos, las condiciones y situaciones que intervienen en el proceso

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Diferentes estudios sustentan que la calidad de la educación en Colombia no responde con los estándares nacionales e internacionales esperados, afirmación que podemos verificar con referentes nacionales de calidad educativa como el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) o internacionales como las pruebas realizadas por PISA, las cuales indican que el rendimiento de los estudiantes en Colombia es relativamente bajo específicamente en el área de matemáticas. Con base a los resultados de las pruebas PISA 2018, Los estudiantes de Colombia obtuvieron un rendimiento menor que la media de la OCDE(2018) en matemática, con 391 puntos, es decir 98 puntos por debajo del promedio internacional. Además desde los indicadores nacionales, en las pruebas saber realizadas en 2009 hasta el 2014, el desempeño de los estudiantes en matemáticas, no tuvo mejoras significativas lo que refleja deficiencias en las practicas educativas.

De lo anterior es preciso anotar que existe una preocupante muestra del bajo nivel de desempeño en matemáticas, debido a problemas provenientes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área, así como lo ha señalado M. E. Murcia y J. C. Henao (2015). Ahora bien, dentro de las posibles causas, hay autores o investigadores que apuntan a las deficiencias en la formación del docente de matemáticas, quienes son los encargados de diseñar e implementar ambientes de aprendizajes pertinentes, y tareas matemáticas apropiadas y articuladas con los ideales institucionales para la enseñanza de esta área. Una causa más específica, son las desconexiones que se puedan o se presentan entre los ideales institucionales para enseñar matemáticas y las miradas personales que los profesores utilizan; estas últimas en muchos casos, no atienden a las orientaciones didácticas que ya se tienen y son avaladas por la comunidad académica. Como se indica en el proyecto de investigación institucional en ejecución, del programa de licenciatura en matemáticas titulado “ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA DOCENTE DEL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN LA PERSPECTIVA DEL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO MATEMÁTICOS DEL PROFESOR” cuyo investigador principal es MG. Juan A. Barboza Rodríguez y además del cual se encuentra enmarcada esta investigación.

En tal sentido se considera que el formador de los futuros profesores de matemáticas tenga claridad conceptual en la disciplina matemática; competencias que le permiten obtener un referente de cómo aprende su alumno y demás elementos metacognitivos sobre el; conocimiento sobre procesos y problemas de aprendizaje de la matemática escolar (Universidad de Sucre, 2010, p. 47). Lo cual exige que los procesos de formación establecidos brinden a los futuros profesores de matemáticas conocimientos y competencias necesarias que le permitan atender distintos aspectos como: epistémicos, cognitivos, afectivos, pedagógicos, entre otros, propios de su la labor docente.

En este caso, centraremos nuestra mirada en el estudio de una de las competencias propias del futuro profesor de matemáticas la cual es “La planificación de la enseñanza”,partiendo de un análisis en el contexto institucional y personal, basad en el enfoque ontosemiótico” Así, los resultados obtenidos de nuestro estudio será de mucho provecho en la toma de decisiones a mejorar en la formación y prácticas del futuro profesor de matemáticas de la universidad de sucre. Conforme a esto, se ha realizado una serie de cuestionamientos, respecto a la formación del futuro profesor de matemáticas, como las siguientes: ¿En qué medida concuerdan las planificaciones para la enseñanza de las matemáticas analizadas, con los resultados de las investigaciones didácticas y orientaciones curriculares institucionales para enseñar matemáticas? ¿Qué aspectos se podrían mejorar?

La formación de docentes en matemática, debe centrar esfuerzos en integrar los saberes disciplinares, con los conocimientos didácticos específicos de esta área, de tal manera que permitan incrementar la calidad de la enseñanza de las matemáticas escolares. Sirviendo de ayuda para enriquecer las tareas docentes de planificación ejecución e implementación de las clases. Tomando así como referencia, las competencias, objetivos, y contenidos que debe desarrollar en sus estudiantes, así como también las restricciones del contexto en el que tiene lugar la enseñanza, en este sentido se presentas los siguientes ejes temáticos:

2.1 El EOS y el modelo de competencias y conocimiento didáctico matemático

Desde el punto de vista del sistema teórico Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (GODINO; BATANERO; FONT, 2007) el profesor debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando las prácticas, objetos y procesos puestos en juego, y las variables que intervienen en los enunciados, a fin de formular nuevos problemas y adaptarlos a cada circunstancia educativa. El desarrollo de dicha competencia es un desafío para los formadores de profesores por la diversidad de dimensiones y componentes a tener en cuenta. Una de ellas es el análisis de los propios conocimientos matemáticos, e implica adoptar una visión amplia que reconozca el papel central de la resolución de problemas en la generación del conocimiento.

En trabajos previos, realizados en el marco del EOS, se ha propuesto un modelo de categorías de los conocimientos didácticos-matemáticos del profesor de matemáticas (GODINO, 2009; PINO-FAN; GODINO, 2015) y también se ha abordado la descripción de las competencias profesionales del profesor de matemáticas, ligándose básicamente con la competencia de describir, explicar y valorar los procesos de estudio matemático, o competencia de análisis didáctico (GODINO et al., 2012; RUBIO, 2012). En este trabajo presentamos un modelo que trata de articular las categorías de conocimientos y las competencias didácticas del profesor de matemáticas, usando las facetas y componentes de un proceso de estudio matemático descritas en el EOS (GODINO, 2013). Se toma como indicador de competencia "una acción eficaz realizada en un determinado contexto con una determinada finalidad" (FONT, 2011, p. 18). Por otra parte, las herramientas de análisis del EOS de sistema de prácticas, configuración ontosemiótica, configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica aportan criterios para definir sub-competencias de la competencia general de análisis didáctico.

2.2 Perspectivas sobre las políticas de calidad educativas referentes al perfil docente en Colombia.

Desde la perspectiva institucional y personal, en la enseñanza de las matemáticas se establecen nacionalmente políticas que indican cómo debe ser el desarrollo de estas, además son muchas las teorías que sustentan buenas prácticas para la enseñanza de las matemáticas, la articulación de estos requerimientos a la práctica es responsabilidad del docente, quien dentro de sus capacidades debe saber contextualizar múltiples factores a la realidad educativa de los estudiante., todo esto se evidencia en el tipo de planeación que realiza el docente. Conocimientos que deben desarrollarse en el proceso de formación inicial de docentes. En Colombia la preocupación por la formación inicial del profesor se reconoce por la expedición de documentos gubernamentales que constituyen una política educativa, en todos estos referentes es coincidente la necesidad de generar transformaciones sustanciales en los programas y procesos de formación inicial y continuada de los profesores a fin de garantizar una educación con calidad. En estas circunstancias el Ministerio de Educación Nacional señaló que "El actual bajo desempeño del sistema educativo exige revisar, entre otros aspectos, la calidad de los programas de formación inicial y permanente de maestros… Se requiere ante todo, repensar lo que se entiende por un "buen profesor" ". (MEN, 2014, p.3)

3. METODOLOGÍA

Enfoque y tipo de investigación: La presente investigación es de tipo cualitativo debido a que pretende hacer análisis desde diferentes perspectivas teóricas. Investigación con alcance exploratoria, Diseño de investigación basado en: análisis de contenido, Estudio de caso instrumental y herramientas del EOS.

Población: estudiantes de práctica docente del programa de licenciatura en matemáticas de UNISUCRE. **Técnicas e instrumentos de recolección de datos:** los datos se obtienen mediante aplicación de entrevistas y revisión documental según una rúbrica basada en elementos del EOS. **Técnicas de procesamiento y análisis de datos:** los instrumentos de recolección de datos se analizan y se procesan con la ayuda de una rúbrica analítica elaborada para determinar el nivel de relación de las planeaciones con los referentes teóricos y políticos.

3.2 Acrónimos: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), Ministerio de Educación Nacional (MEN), Enfoque Ontosemiótico (EOS), Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (PISA), *Organización* para la Cooperación y el

Desarrollo Económicos (OCDE).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS PARCIALES Y CONCLUSIONES ESPERADAS

Se espera determinar el nivel de relación entre los conocimientos didácticos y los conocimientos específicos del área de matemática, además de la integración de las políticas actuales para la enseñanza de la misma, presente en las planificaciones de los docentes en formación del programa de licenciatura en matemáticas de la universidad de sucre que realizan prácticas pedagógicas.

Con el fin de obtener información sustancial, que permita aportar a la mejora de los procesos de formación inicial docente de la universidad y contribuir a los objetivos nacionales de calidad educativa.

A partir de la reflexión realizada, tanto los docentes en formación, como los demás integrantes de la comunidad educativa, rescataron la notable importancia de aunar lo disciplinar y lo didáctico en las planeaciones para la enseñanza de las matemáticas, integrar los requerimientos y teorías en la práctica del que hacer pedagógico, obteniendo de esta manera herramientas y metodologías que incrementen los niveles de calidad en educación.

5. REFERENCIAS

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C & Font, Vicenç. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31(57), 90-113. Recuperado en: https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Agudelo, C. (2012). La ausencia de una adecuada relación entre el conocimiento disciplinar y el pedagógico en programas de formación de profesores de matemáticas. En Obando, Gilberto (Ed.), Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 675-688). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín

Universidad de Sucre. (2010). Documento de Condiciones Iniciales del programa de Licenciatura en Matemáticas. Colombia.

OECD. (2018), resultados PISA 2018. Recuperado en: http://www.oecd.org/pisa/

Reyes J. (2016), La planeación de clase; una tarea fundamental en el trabajo docente. Recuperado de https://educrea.cl/wp-content/uploads/2018/10/DOC1-planeacion tarea-fundamental.pdf

M. E. Murcia y J. C. Henao (2015), Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. Colombia. Recuperado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S19098367201500020004

LOS PROCESOS INFINITOS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA: CONSTRUYENDO EL CONCEPTO DE SUCESIÓN Y CONVERGENCIA

Michela Cuomo[1], Karina Malla Buchhorsts[2], German Marco Osses Romano[3], Miguel Alejandro Rodríguez Jara[4]

Resumen

Presentamos un análisis de una situación didáctica que permitió indagar cómo estudiantes de entre 17 y 18 años construyen la noción de sucesión. Dicho concepto es fundamental para introducir a los estudiantes en el cálculo y, a la vez, permite activar un tránsito a la matemática universitaria. El análisis se realizó mediante la Teoría de las Situaciones Didácticas, destacando las fases de acción, formulación y validación, la que a su vez orientó el proceso de aprendizaje. Como principal hallazgo, se identificaron las estrategias y argumentos más recurrentes por los estudiantes, las que favorecieron un trabajo autónomo.

Palabras claves: sucesión, situación didáctica, cálculo, educación secundaria

Abstract

We present an analysis of a didactic situation that allowed us to investigate how students between 17 and 18 years old construct the notion of succession. This concept is essential for introducing students to calculus and, at the same time, enables a transition to university mathematics. The analysis was carried out through the Theory of Didactic Situations, highlighting the phases of action, formulation and validation, which in turn guided the learning process. As the main finding, the strategies and arguments most recurrent by the students were identified, those that favored autonomous work

Key words: succession, didactic situation, calculus, higher education

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años el acceso a la educación superior en Chile ha aumentado notablemente en atención a las políticas públicas que se han ido implementado gradualmente, como bien lo señala Verdugo (2017). Lo anterior debiera significar un compromiso cada vez mayor por parte de los responsables de la educación secundaria y superior para construir un puente que favorezca un tránsito entre ambos niveles educativos. Con el propósito de que los estudiantes tengan un acceso efectivo a la educación superior, posibilitando con ello que puedan elegir una carrera que les permita crecer como individuos para insertarse de manera activa a la sociedad, ya sea desde un punto de vista académico y/o

---

[1] Magíster en Didáctica de la Matemática; Scuola Italiana Vittorio Montiglio; Chile; micuomo@scuola.cl
[2] Magíster en Didáctica de la Matemática; Universidad Catolica del Norte; Chile; kmalla@ucn.cl
[3] Doctorando en Didáctica de la Matemática; INACAP; Chile; german.osses@inacapmail.cl
[4] Doctor en Didáctica de la Matemática; Universidad de Playa Ancha; Chile; mrodriguez@upla.cl

como un profesional calificado.

En particular, siempre con el objetivo de analizar los aspectos que más inciden en este tránsito desde la educación secundaria hacia la superior, con respecto a las carreras científicas, Vrancken et al. (2006, p. 2), señalan que "La enseñanza del cálculo constituye uno de los mayores desafíos de la educación actual, ya que su aprendizaje trae aparejado numerosas dificultades relacionadas con un pensamiento de orden superior en el que se encuentran implicados procesos tales como la abstracción, el análisis y la demostración".

A la luz de lo que se ha indicado, el estudio de los procesos infinitos en la educación secundaria permitiría introducir de manera gradual los conceptos de límite, derivada e integral, los que ocupan un lugar central en la enseñanza de las matemáticas y representan los conceptos fundamentales del cálculo. Con relación a esos tópicos del cálculo Farfán (1997) afirma que "sus vínculos tanto en las matemáticas elementales, como en la matemática avanzada, así como su papel en la matemática y en las ciencias, lo hacen un conjunto de conocimientos con valor teórico y empírico indispensable en la educación superior" (p.1).

Finalmente, dada la importancia de la enseñanza de los procesos infinitos en la educación secundaria, este trabajo de investigación se propone analizar, en el marco de un estudio de clase, la implementación de distintas fases para validar una situación didáctica, considerando estudiantes de entre 17 y 18 años, para indagar en la construcción de la noción de sucesión, para así avanzar a la noción de límite de una función. Destaca en la situación didáctica que se propone, el paso que se da entre una sucesión divergente a una sucesión convergente.

2. MARCO TEÓRICO

Con esta investigación se quiere analizar el proceso que cada estudiante desarrolla para construir el concepto de sucesión y su incidencia en el concepto de límite de una función. Dicho análisis se realiza por medio de la implementación de una actividad matemática que fue diseñada para que los estudiantes, transitando a través de distintas etapas, construyan las nociones ya mencionadas. A tal fin, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) nos orienta, mediante sus fases, el proceso de construcción de tales nociones de manera dinámica desde un enfoque constructivista.

Para Brousseau (2007), una situación didáctica es aquella construida por el profesor para que los alumnos y alumnas logren un saber determinado o que está en vías de constitución. Este saber es fruto de un proceso de adaptación del alumno a un medio complejo, caracterizado por dificultades, desequilibrios, contradicciones y que finalmente se manifiesta a través de nuevas respuestas construidas por parte de los estudiantes.

La situación didáctica propuesta se caracteriza por tener dos etapas: la primera es el armado de un rompecabezas propiamente tal, con el cual los y las estudiantes llegan a la sucesión de Fibonacci. La segunda se desarrolla a través del uso de la hoja de cálculo que permite, a los y las estudiantes, la construcción de una sucesión convergente a partir de los cocientes de los términos consecutivos de la sucesión anterior, averiguando numéricamente, que el límite de esta sucesión es el número áureo. Este proceso está potenciado por la estrecha conexión entre la fase de acción y formulación, permitiendo a los estudiantes alternar momentos de discusión con sus pares a momentos de acciones. La implementación de esta clase nos ha mostrado que las fases de la TSD no se suceden de manera lineal en el tiempo, sino que están caracterizadas por un constante conversar entre ellas, permitiendo un enriquecimiento continuo del proceso. Durante la situación acción, los estudiantes ponen en juego sus propios conocimientos, los modifican y producen otros. Son los estudiantes que construyen los términos de la sucesión, a través de distintas estrategias que ellos mismos elaboran y aplican a la situación diseñada por el profesor. Cada uno de ellos tiene la posibilidad y responsabilidad de elegir las herramientas que más le acomoda para este fin**.** En la situación de formulación, los estudiantes, a través de un trabajo grupal, levantan hipótesis, argumentan con respecto a posibles regularidades y patrones, comunican sus ideas. Esta fase es caracterizada por la dialéctica, cada estudiante quiere convencer a otros que sus ideas y resultados son válidos. La fase de validación es donde se pide al estudiante el sustento del proceso elaborado para llegar al resultado final. El medio de esta situación didáctica que provoca estas interacciones y moviliza el conocimiento que se quiere que los estudiantes alcancen, es constituido por un rompecabezas, al armarlo se logra gatillar en los estudiantes el concepto de sucesión, que en este caso es la sucesión de Fibonacci. Los estudiantes asumen así el rol de investigadores autónomos reafirmando uno de los aspectos relevantes de la TSD.

3. METODOLOGÍA

El estudio que se ha realizado es una investigación cualitativa, de tipo exploratorio. La clase fue elaborada e implementada según la metodología del estudio de clase. La aplicación de dicha metodología consta de tres fases: una fase de investigación-planificación, una fase de implementación-observación y finalmente una fase de revisión-reflexión (Montoya, 2016). La ejecución de dichas fases, que constituyen un proceso cíclico, permite mejorar la clase preparada en un inicio.

3.1 Unidad de análisis

La clase se implementó con el IV medio diferenciado matemático-físico de un colegio particular, en un bloque de dos horas pedagógicas (90 min.). El curso estaba constituido por un total de 18 estudiantes, de los cuales 8 eran mujeres y 10 hombres. Para el desarrollo de las actividades el curso fue dividido en 6 grupos de tres estudiantes. Cada grupo fue identificado por un color. Para grabar la actividad de todos los alumnos y alumnas, las dos cámaras disponibles fueron posicionadas en dos lugares fijos sobre los bancos, de manera que cada cámara pudiera grabar tres de los grupos. Los tres grupos sentados más lejos de la cámara tenían además un grabador de voz. Para la realización de la actividad a cada grupo fue entregada una hoja con las instrucciones, regla, hojas blancas para escribir y el set de piezas de plexiglás que constituye el rompecabezas.

3.2 Categoría de análisis

A partir de las distintas situaciones que Brousseau (2007) declara en el marco de la TSD se definen diferentes categorías asociadas a cada una de estas, como se muestra en la Tabla 1. Estas categorías permiten estudiar cómo cada una de las distintas fases de la situación didáctica contribuye al desarrollo del concepto de sucesión y convergencia en estudiantes de 17-18 años. Las distintas categorías están, a su vez, asociadas a estrategias y procedimientos que los estudiantes podrían adoptar durante el desarrollo de la actividad. Dichos procedimientos y/o estrategias pueden ser pasos obligados por las instrucciones mismas que se entregan al comienzo de la clase. En algunos casos, para que el proceso de construcción del objeto matemático en estudio proceda y los estudiantes sean responsables de dicho proceso, el profesor interviene con algunas preguntas, previamente preparadas, las devoluciones, que representan el mecanismo que el profesor genera para tal fin.

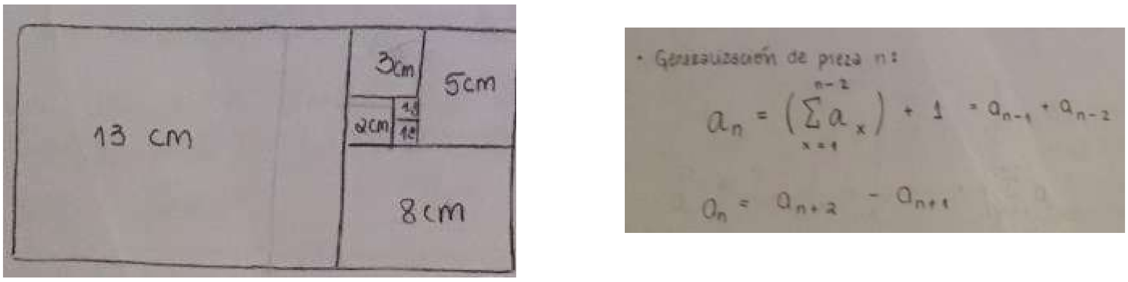
Tabla 1. Categorías de análisis asociadas a la clase del rompecabezas (primer ciclo de etapas).

Categorías (fases)	**Subcategorías (estrategias, procedimientos, argumentos)**	
Acción (Manipulan las piezas de un rompecabezas)	**Procedimientos matemáticos y estrategias**	e_1: Ordena las piezas según tamaño. e_2: Crea una lista con las medidas de las piezas. p_1: Mide los lados de las piezas. p_2: Calcula el área de la superficie de las piezas.
	Argumentos	a_1: Describe en lenguaje natural la orientación que toman las piezas al cubrir la región. Para ello utilizan palabras como: sentido anti horario, en espiral.
Formulación (Conjeturan sobre las características de las piezas del rompecabezas)	**Procedimientos matemáticos y estrategias**	e_3: Identifican un patrón. e_4: Utilizan variables para definir regularidades.
	Argumentos	a_2: Mediante lenguaje natural relacionan tres términos consecutivos.
Validación (Recurre al conocimiento matemático de los sistemas numéricos)	**Procedimientos**	e_5: Sustituye distintos valores en la expresión que define al tercer término de tres o bien al término general por recurrencia. p_3: verifica mediante Excel la relación que define el término general. p_4: Calcula más términos de la sucesión con lápiz y papel

4.ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

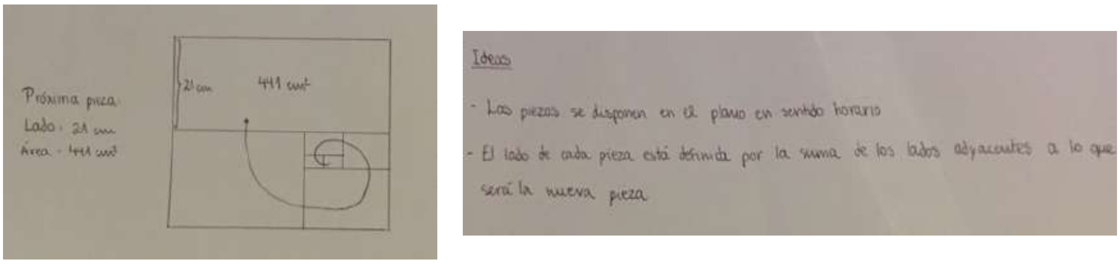
En el siguiente apartado mostramos los principales resultados obtenidos a través de este trabajo de investigación, evidenciando los diferentes momentos que se han generado durante el desarrollo de las tareas de la situación didáctica, según el enfoque de la TSD. En la fase de acción inicial, la mayoría de los estudiantes se enfrentan al rompecabezas, sin aplicar alguna estrategia "matemática" que implique medir, calcular o aquellos procedimientos que habitualmente se consideran parte del ámbito matemático. La cobertura del tablero se realiza muy rápidamente, la actividad continúa impulsada por algunas preguntas (devoluciones) previamente preparadas por el profesor. Estas preguntas son necesarias para gatillar la etapa de formulación. Durante esta etapa los estudiantes determinan el término general de la secuencia numérica que se ha generado. Levantan hipótesis con respecto al patrón que se ha formado, dibujan con lápiz y papel o argumentan entre ellos, describiendo en lenguaje natural la orientación que toman las piezas del rompecabezas y de consecuencia la relación entre los términos de la sucesión. Aunque saben traducir y describir la sucesión en lenguaje natural, el pasaje a una fórmula matemática resulta bastante complejo. El grupo amarillo, habiendo ya reconocido la secuencia de Fibonacci, encuentra rápidamente el patrón general de la sucesión y lo expresa con lenguaje matemático (Figura 1).

Figura 1. Reconstrucción del rompecabezas y término general de la secuencia numérica



Dada las características de los integrantes de este grupo, el cauce de la etapa de formulación es más a lo algebraico que a lo geométrico. Los estudiantes del grupo amarillo demuestran un notable dominio del lenguaje matemático como resulta evidente en la Figura 1. Para los otros grupos, en vez, el aspecto geométrico, que se traduce en la deducción del sentido del armado del rompecabezas (en espiral), cobra un rol significativo también para responder a las preguntas de devolución como resulta bien representado en la Figura 2 por el grupo naranjo.

Figura 2. Dibujo de la espiral que se forma en el armado del rompecabezas



La determinación del término general de la sucesión construida, pide un trabajo más complejo, que se refleja en la búsqueda y análisis de las regularidades de la secuencia, en esta etapa emerge la recursividad de la sucesión y también su carácter divergente.

Después de este momento, los estudiantes se encuentran nuevamente en la etapa de acción de una nueva situación didáctica. Con la actividad del primer momento han construido el concepto de sucesión recursiva, en este segundo momento, a través del uso de la hoja de cálculo, continúan trabajando con los números que la primera sucesión ha generado para llegar a la explicitación de los conceptos de convergencia y divergencia de una sucesión. Este segundo momento permite visualizar el comportamiento de los datos, mediante el recurso TIC. Al final de este segundo momento es necesaria una etapa de institucionalización que permita traducir a lenguaje matemático, el concepto de límite de una sucesión, que han logrado visualizar numéricamente a través de la planilla Excel. En la etapa de formulación se demuestra el rol importante que juegan la intuición del significado de límite de una sucesión y la argumentación con respecto a las diferencias entre las dos sucesiones encontradas.

Desde dicho estudio surge la importancia del uso de material concreto también en los cursos más avanzados para enfrentar la construcción de objeto matemático que por su naturaleza abstracta dificultan el proceso enseñanza y aprendizaje, por ende, se propone recurrir a otras actividades que permitan este tipo de experiencia a los alumnos y alumnas.

5.REFERENCIAS

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Farfán, M. (1997). *Ingeniería didáctica. Un estudio de la variación y el cambio*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Montoya, M.S. (2016). Reflexiones de profesores en un escenario de Estudio de Clases para el desarrollo profesional. *Estudios Pedagógicos XLII*, 4, pp. 127-144. Santiago: Universidad Alberto Hurtado.

Vrancken, S., et al, (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite. Premisa, Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática, 29 (8), pp. 9–19.

Verdugo H., P. (2017). *Espacio de trabajo matemático del análisis: enseñanza de las sucesiones en los primeros años de universidad*. (Tesis doctoral). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ENSINO DE FRAÇÃO

Suelen Sasse Stein[1], Janaína Poffo Possamai[2]

Resumo

Esse estudo tem como intuito avaliar se os problemas desenvolvidos para a aprendizagem de frações são adequados aos objetivos propostos, na visão dos professores. Para tanto, inicialmente se discute o ensino de frações no contexto da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na sequência apresenta-se a caracterização desse estudo, que se trata de uma pesquisa qualitativa, na qual foi utilizado o recurso de questionário para que os professores pudessem avaliar o Produto Educacional desenvolvido para o ensino de frações. Os resultados indicam que os problemas são adequados e interessantes, permitindo desenvolver a autonomia dos estudantes e o trabalho colaborativo.

Palavras-chave: *Resolução de Problemas; Fração; Matemática; Construção*

Abstract

This study aims to assess whether the problems developed for learning fractions are adequate to the proposed objectives, in the view of teachers. For this purpose, the bulletin discusses the teaching of fractions in the context of the Teaching-Learning-Assessment of Mathematics methodology through Problem Solving. Following is the characterization of this study, which is a qualitative research, in which the questionnaire resource was used so that teachers could evaluate the Educational Product developed for the teaching of fractions. The results indicate that the problems are adequate and interesting, allowing students to develop their autonomy and collaborative work.

Keywords: Problem Solving; Fraction; Mathematics; Construction

1. INTRODUÇÃO

A resolução de problemas tem sido reconhecida há muito tempo, em todas as áreas do conhecimento e há uma infinidade de pesquisas já realizadas sobre Resolução Problemas na Educação Matemática, indicando a importância que ela ocupa nos currículos escolares. A partir do momento em que a compressão de que a matemática deve ser ensinada por meio da Resolução de Problemas, pode-se organizar o processo de ensino e aprendizagem em problemas. Com isso, ocorre a aprendizagem como um resultado desse processo da Resolução de Problemas (VAN DE WALLE, 2009).

Ao ensinar por meio da Resolução de Problemas o foco é mais o estudante do que o professor. O ensino começa quando o estudante cria seus conhecimentos prévios, e a partir desse processo eles constituem ideias significativas da matemática (VAN DE WALLE, 2009).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas rompe com ensino 'tradicional' no qual o professor é quem transmite o conhecimento e os estudantes simplesmente recebem, sem questionar, sem

[1] Mestranda em Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; suelensassestein@gmail.com
[2] Doutora em Engenharia de Produção; Universidade Regional de Blumenau; Brasil; janainap@furb.br

precisar refletir. Onuchic e Allevato (2011, p. 82), quando os professores começam a usar essa metodologia "se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios". Por isso, na perspectiva da metodologia da Resolução de Problemas, o professor tem o papel de mediador e o estudante é o responsável da construção do conhecimento.

Especialmente, o processo de ensino e aprendizagem de frações, fundamental para compreensão de vários conteúdos de matemática que envolvam operações fracionárias, ainda é um desafio, pois parte dos professores têm dificuldade em ensinar de modo que proporcione uma aprendizagem com compreensão e significado para os estudantes.

Em geral os estudantes têm compreensão de números naturais, sabendo realizar operações, enquanto com as frações são processos mecanizados e com pouca ou nenhuma significação. Essa bagagem se dá devido que a maioria dos professores não dedicam tempo necessário para uma compreensão com significado (MACK, 1995; LAMOM, 2007; VAN DE WALLE, 2009).

Percebendo as dificuldades encontradas pelos estudantes na aprendizagem de conceitos e operações relativos à fração abordada no Ensino Fundamental, acredita-se na necessidade da construção de propostas metodológicas para que ocorra uma aprendizagem por compreensão. A pergunta que norteia essa pesquisa é: '*Quais implicações do uso da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para a aprendizagem de frações por estudantes do Ensino Fundamental?*'

Na sequência apresentação o quadro teórico que norteou esse estudo, bem como a análise do Produto Educacional desenvolvido na visão de professores o avaliaram.

2. QUADRO DE INVESTIGAÇÃO

Resolução de Problemas é uma metodologia utilizada para o ensino significativo na matemática. Utilizar essa metodologia em sala de aula ajuda a compreender os conceitos matemáticos e mostrar o uso dela além da sala de aula. Onuchic (1999) destaca a importância de se trabalhar com o Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, onde o problema é o ponto inicial do conhecimento matemático, auxiliando os alunos a compreender todo processo dentro de cada temática.

O principal objetivo das aulas de matemática é fazer com que os estudantes tenham compreensão dos conceitos. A aprendizagem deve ser significativa para eles, e está se concretiza quando os conceitos são construídos por eles mesmos e não por listas de exercícios propostos por livros didáticos. "Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão" (ONUCHIC, 1999, p. 208).

A seguir as dez etapas que são sugeridas por Allevato e Onuchic (2014) estabelecendo uma organização para o Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas:

a) Preparação do Problema - nessa primeira etapa, o professor busca um problema gerador no qual irá gerar um novo conceito. Esse conceito ainda não foi introduzido aos educandos, fazendo com que os mesmos utilizem seus conhecimentos prévios para a resolução.

b) Leitura individual - essa etapa o educando deve fazer uma leitura individual para se habituar com o vocabulário e novos conceitos que aparecem no enunciado.

c) Leitura em conjunta - em seguida, os educandos formam pequenos grupos fazendo novamente a leitura e compartilhando entre si, seus primeiros entendimentos referentes a questão e suas ideias. Se houver a necessidade, o professor pode auxiliar, fazendo a leitura do problema em voz alta para a turma e auxiliando no entendimento de palavras desconhecidas, o educando pode também consultar o dicionário se houver necessidade.

d) Resolução do Problema - o educando irá utilizar de estratégias partindo de conceitos já aprendidos e conhecimentos prévios para solucionar o problema da sua maneira, sem referências ou modelos pré-definidos pelo professor. Nos pequenos grupos os alunos discutem e refletem sobre suas ideias e as dos colegas, gerando assim um ambiente de trocas em uma atividade investigativa.

e) Observar e incentivar - o professor, nessa etapa, passa a exercer a função de observador e questionador, desafiando e incentivando os alunos sem interferir em suas soluções dando respostas prontas.

f) Registro das resoluções na lousa - um representante de cada grupo irá transcrever a solução final da equipe.

g) Plenária - nessa etapa ocorre as discussões das resoluções que foram apresentadas na lousa, cada grupo defendendo suas ideias. O professor tem o papel de mediador, proporcionando a participação ativa de todos os alunos.

h) Busca do consenso - depois da análise da resolução e as soluções que encontraram para o problema, o papel do professor é chegar a um consenso com a turma sobre o resultado correto.

i) Formalização do conteúdo - nesse momento o professor organiza todo conhecimento construído através da Resolução de Problemas, esquematizando o conteúdo/conceito planejado para atingir naquele determinado momento.

3. METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Com base no referencial teórico que norteia esta pesquisa quanto ao ensino de matemática através da metodologia de resolução de problemas no ensino de Fração, elaborou-se um Produto Educacional que contém atividades contextualizadas em problemas geradores que partirão uma análise de professores que tenham experiência com o conteúdo de frações no nível de ensino 6° ano, se esses problemas desenvolvidos para aprendizagem de fração são adequados aos objetivos propostos.

Esta pesquisa foi aplicada com professores de Matemática que tenham experiência com o conteúdo de frações no nível de ensino 6° ano. Essa pesquisa é de natureza qualitativa e de caráter investigação-ação, cujos dados de aplicação serão coletados por meio de um questionário eletrônico (via Google Formulários) que foi enviado aos professores juntamente com o Produto Educacional para a análise.

O Produto Educacional apresenta uma sequência de seis atividades, com os objetivos de aprendizagem indicados no Quadro 1.

Quadro 1 – Sequência de atividades

Atividade	Quantidade de problemas	Objetivo de aprendizagem
Desenvolvendo o senso fracionário	9	- Compreender a ideia de partição. - Desenvolver estratégias de compartilhamento.
Tarefas de compartilhamento e linguagem fracionária	10	- Significar as frações por meio uso de modelos de área, comprimento e conjunto. - Desenvolver a ideia de uma referência para o todo de uma fração. - Desenvolver a nomenclatura de fração utilizado a relação parte/todo.
Fração de uma quantidade	4	- Desenvolver a ideia de fração da partir de um conjunto como um todo de referência
Referentes fracionários	1	- Estimar frações com base em uma referência conhecida (um inteiro, metade, um quarto).
Frações equivalentes e comparação de frações	7	- Desenvolver o raciocínio de comparação de frações envolvendo (1) quantidades divididas, (2) componentes numéricos, (3) pontos de referência e (4) conversões numéricas. - Desenvolver compreensão da equivalência de frações, estabelecendo métodos para gerar e reconhecer frações equivalentes.
Adição e subtração de frações	12	- Relacionar as frações com o todo a partir da contagem de partes fracionárias. - Realizar estimativas de adição e subtração de frações. - Desenvolver o entendimento de procedimentos para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes e fazendo estimativas razoáveis para avaliar os resultados.

Fonte: Autoras (2020)

Na sequência a análise da avaliação do Produto Educacional realizada pelos professores participantes da pesquisa, com base no referencial teórico adotado.

4. ANÁLISE

Pesquisa ainda em andamento com professores de Matemática que tem experiência com o conteúdo de fração no nível de ensino 6° ano do Ensino Fundamental Anos Finais, até o momento, foi realizada com sete professores que contribuíram para a análise do Produto

Educacional. Todos os professores que aceitaram participar até agora, são formados em Licenciatura em Matemática e trabalham tanto da rede pública como da rede privada.

O parecer dos problemas acerca dos problemas desenvolvidos para aprendizagem de frações, visa avaliar se é possível compreender as concepções que norteiam uma aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e se é aplicável no seu contexto de sala de aula.

Uma das perguntas do questionário era: 'Quais as dificuldades que você já identificou em seus estudantes em relação à aprendizagem de frações?' é possível elencar algumas das dificuldades destacadas pelos professores:

> P2: 1) Desenvolver com os alunos a compreensão das frações nos seus mais variados contextos. 2) Identificar a escrita de números racionais por diferentes frações. 3) Análise da comparação de frações, relações de maior/menor e antecessor/sucessor. 4) O uso das operações básicas com componentes fracionários (Adição e Subtração utilizar frações equivalentes para transformar em mesmo denominador / Multiplicação pois ao aluno a ideia de multiplicação está associada ao aumento de quantidade e com componente fracionário isto nem sempre ocorre).

> P3: O conteúdo de fração, é um dos conteúdos mais delicados no 6º ano. Percebo dificuldade desde a compreensão do significado de fração até as operações com frações, principalmente quando é necessário encontrar frações equivalentes para realizar as operações.

É perceptível que os professores têm dificuldade de ensinar esse conteúdo na qual haja aprendizagem significativa e, também, os estudantes têm dificuldade de aprender. Mack (1995) salienta em suas pesquisas que é necessário que seja investido um tempo considerável para desenvolver conceitos importantes de frações, por isso é fundamental que o professor invista tempo para uma aprendizagem significativa de frações.

Ao analisar a proposta do Produto Educacional os professores destacaram alguns pontos positivos:

> P2: A maioria dos problemas está relacionado ao cotidiano dos estudantes (as vezes indiretamente, mas fácil de substituir por algo mais próximo) o que fará com que eles percebam a necessidade da construção desse conhecimento. Além disso, os torna construtores do próprio conhecimento!

> P4: Contextualização das frações em diferentes contextos e diferentes temáticas, observados as etapas de pensamento do estudante.

É fundamental ressaltar que Mack (1995) em suas pesquisas deixa de trabalhar com situações de símbolos matemáticos nas frações e desenvolve primeiramente fração em situações do mundo real. Com isso, também foi solicitado para que elencassem os pontos negativos das atividades:

> P6: Abordar outras situações para além de problemas com alimentos
> P7: Quantidade de problemas

Um dos pontos destacados pelas P6, cabe ressaltar que Van de Walle (2009, p. 323) traz que as crianças vêm com a ideia de compartilhar as coisas, e quando esse processo de compartilhar deixa as "[...] peças sobrando, é muito mais fácil pensar em compartilhar as sobras se os itens puderem ser subdivididos. Os tipos de coisas a serem "compartilhados" são bolos de chocolate (retângulos), sanduíches, *pizzas*, biscoitos, bolos, barras de doces e assim por diante" ou seja, ao trabalhar em compartilhamento é mais fácil da criança compreender quando elas tem que compartilhar alimentos.

Assim como P7 em relação a quantidade de problemas foi desenvolvido, é para que cada objetivo de aprendizagem fosse alcançado com sucesso. Portanto, os resultados indicam que os problemas são adequados e interessantes, permitindo desenvolver a autonomia dos estudantes. Ressaltamos ainda que o intuito principal é ainda aplicar o Produto Educacional com os estudantes do 6° ano do ensino fundamental para ver os resultados.

REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G. & Onuchic, L.L.R. (2014). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: Onuchic, Lourdes de La Rosa *et al.* (Org.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 35-52.

Lamon, S. J.(2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. In: LESTER Jr., F. K. (Ed.). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: a project of the national council of teachers of mathematics. NTCM, 629-668.

Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. Journal for Research in Mathematics Education, (26), 422-441.

Onuchic, L.L.R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M.A.V (Org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 199-218.

Onuchic, L.L.R.; Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro (SP), 73-98.

Van de Walle, J. A.(2009). Matemática no ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, Tradução: Paulo Henrique Colonese.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A TRAVÉS DE LAS HABILIDADES BLOOM, UN CASO EN 5 ° BÁSICA PRIMARIA.

RAMIT NASIT MEDINA PÉREZ [1]
JUDITH BERTEL[2]

Resumen

El aprender a pensar es uno de los propósitos fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje, puesto que se convierte en la herramienta esencial, no solo para la asimilación significativa de los objetos de conocimiento, sino, del procesamiento de los mismos, que se llevan a cabo mediante el desarrollo de las operaciones mentales que le permitirán la interpretación, análisis, la inferencia, la reflexión, la crítica, entre otras, las cuales conllevan a la deconstrucción, reconstrucción y construcción del conocimiento y por ende en la dinamización y movilización del quehacer educativo y pedagógico. de esta manera el presente trabajo en curso propone una estrategia metodológica para el desarrollo de habilidades descritas por BLOOM, que doten al estudiante de herramientas para plantear y resolver problemas matemáticos.
Guiados por las características del enfoque mixto de tipo correlacional, se pretende determinar la influencia del desarrollo de dichas habilidades en el proceso de planteamiento y resolución de problemas, en 5° de básica primaria de la Institución Educativa San Vicente De Paúl.

Palabras claves: *habilidades, competencia, resolución de problemas, enseñanza, matemáticas.*

Abstract

Learning to think is one of the fundamental purposes of the teaching process
learning, since it becomes the essential tool, not only for the meaningful assimilation of objects of knowledge, but also for their processing, which are carried out through the development of mental operations that will allow interpretation, analysis , inference, reflection, criticism, among others, which lead to the deconstruction, reconstruction and construction of knowledge and therefore in the dynamization and mobilization of educational and pedagogical work. In this way, the present work proposes a methodological strategy for the development of skills described by BLOOM, which provide the student with tools to pose and solve mathematical problems.
Guided by the characteristics of the mixed correlational approach, it is intended to determine the influence of the development of these skills in the process of posing and solving problems, in 5th grade of elementary school of the Institución Educativa San Vicente De Paúl.

Key words: skills, competence, problem solving, teaching, mathematic

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se aprende matemática, se llevan a cabo procesos mentales que se ligan con las capacidades, destrezas y habilidades de los estudiantes, dicho proceso goza de cierto tipo de dificultad porque para desarrollar todo eso hay que tener en cuenta los factores internos y externos del sujeto que aprende. Con esto en mente, muchos son los estudiantes que desde la básica primaria empiezan a construirse la idea de que las matemáticas son difíciles, y los docentes pocas veces buscan la manera de buscar estrategias que le permitan facilitar dicho

[1] Estudiante de licenciatura en matemáticas; unisucre; Colombia; medinaramith@gmail.com
[2] Magister en educación, unisucre; Colombia

proceso. Muchas teorías concluyen en lo siguiente:" Los alumnos no aprenden ciencias exactas, porque no saben relacionar las conocimientos que se proporcionan en la escuela (leyes, teoremas, formulas) con los problemas que se le presentan en la vida real" (Aguirre. J, 2015). Por tal razón el proponer situaciones que relacionen esos conocimientos con la realidad de los estudiantes, y más importante aun darle las herramientas necesarias para afrontar cualquier reto, resulta indispensable en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

Por lo anterior se plante una propuesta que toma como referencia la teoría de habilidades de pensamiento descrita por Bloom, donde este clasifica las capacidades en niveles básicos y superiores, con el fin de idear y aplicar metodologías para enseñar a solucionar y formular problemas matemáticos, desarrollando este tipo de habilidades, y mejorar así procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Actualmente en el área de matemática los estudiantes de básica primaria, específicamente en el y 5 ° algunos estudiantes carecen de estrategias que les permitan procesar y analizar la información de manera crítica para resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones, debido a que estas habilidades de pensamiento superior no son afianzadas y mucho menos se ejercitadas en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje, que se enfoca solo en la explicación de contenidos además presentar una metodología el cual tienen que mecanizar y replicar en ejemplos alejados de su realidad; produciéndose así un análisis superficial de los objetos matemáticos además de ser un barrera para la comprensión critica de estos, propiciando en los estudiantes dependencia en la opinión de los docentes, esperando su aprobación al momento de realizar mecanismos al momento de enfrentar retos.

Con el objetivo de identificar esta problemática, se aplico un instrumento de recolección (presente en los anexos) de datos a los estudiantes de un grupo de grado quinto de la institución educativa san Vicente de paúl, ubicada en la zona sur de la ciudad, en dicha herramienta se presentaron situaciones con números fraccionarios en los que requerían cada una de las habilidades establecidas en la taxonomía de Bloom. Esta aplicación dio evidencia que los estudiantes presentan pocas dificultades en las habilidad de recordar, comprender, pero muchos inconvenientes en las referentes a aplicar, analizar, evaluar y aun mas en la de crear y sintetizar, la cual es la que presenta más déficits.

Con esto en mente, en trabajos realizados por antiguos estudiantes del programa de licenciatura en matemáticas de UNISUCRE, se han evidenciado resultados favorables para el desarrollo de estas habilidades en el área de más matemáticas. Cómo lo estableció Lambraño A. (2010), en su investigación denominada "resolución de situaciones problemas

Relacionadas con estructuras aditivas a partir de la comprensión de enunciados "en la cual concluyeron que: "la implementación de la estrategia didáctica contribuyó a la superación de las dificultades de comprensión y la extracción de los datos del problema y observar de manera detallada como de manera gradual si fue enriqueciendo en el procese de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a partir de la comprensión de enunciados"… "el desarrollo de esta investigación dejo ver lo esencial que es la comprensión al momento de resolver situaciones problema, por lo cual es necesario potenciar en los educando las capacidades de analizar, reflexionar, interpretar y comprender antes de resolver una situación". Con base en lo expuesto anteriormente se plantea el siguiente interrogante: ¿Desarrollar las habilidades de pensamiento descritas por Bloom, influyen en la solución y formulación de problemas, de estudiantes en grado 5° básica primaria de la I. E. San Vicente de Paúl?

Atendiendo a esto, el objetivo de esta investigación es, eterminar si el desarrollo la habilidades de Bloom influyen la resolución y formulación de problemas matemáticos, de estudiantes en 5° básica primaria de la I. E. san Vicente de Paúl. Del cual se desprenden otros necesarios para cumplir el principal, los cuales son:

- Identificar las habilidades de pensamiento, para la solución y formulación de problemas que poseen los estudiantes.
- Implementar la estrategia centrada en el desarrollo de habilidades, para resolver y formular problemas.
- Analizar los resultados de experiencia, que arrojo la implementación de la estrategia.

Una de las metas de la educación es enseñar al individuo a pensar, por lo tanto, es necesario el uso de metodologías y modelos de enseñanza que estimulen a los estudiantes a desarrollar al máximo su capacidad intelectual, con el fin de favorecer sus competencias y el logro de aprendizajes significativos.

Según Araya. Natalia, (2014) "Para desarrollar la capacidad intelectual, la potenciación de las habilidades de pensamiento en los procesos educativos dentro de espacios curriculares, favorece la integración de aprendizajes significativos, lo que permite al individuo organizar y reelaborar el conocimiento, ser autónomo y consciente de su progreso intelectual"

Esto se puede fundamentar con el concepto de habilidades de pensamiento presentado por: Ortiz (2010, p. 1), el cual indica que están relacionadas con la cognición, que se refiere a conocer, reconocer, organizar y utilizar el conocimiento".

Por tanto, las habilidades de pensamiento están encaminadas a la comprensión y fortalecimiento de la capacidad de razonar del individuo, además de relacionar conocimientos para ejecutar una tarea o dar solución a un problema.

Para los objetivos de esta investigación nos fundamentaremos en la taxonomía propuesta por Bloom. B. (1956), El objetivo de esta teoría es que después de realizar un proceso de aprendizaje, el alumno adquiera nuevas habilidades y conocimientos. Por este motivo, consta de una serie de niveles construidos con el propósito de asegurar el

aprendizaje significativo el cual perdure durante toda la vida. Los niveles de la taxonomía de Bloom son

- Conocimiento: habilidad para recordar hechos, fechas, definiciones, conceptos sin comprenderlos necesariamente. Es el nivel más bajo de la taxonomía pero es crucial para el aprendizaje. por ejemplo aprender de memoria hechos valores y cantidades.
- Comprensión: habilidad para Comprender e interpretar información aprendida. Se trata del nivel más elemental del entendimiento o Captar el significado, sin establecer

necesariamente un vínculo entre dicho conocimiento y otro, o sin la captación de todo su alcance.

- Aplicación: Hacer uso de información recibida y aprendida a situaciones nuevas. Aplicar se relaciona y se refiere a situaciones donde material ya estudiado se usa en el desarrollo de problemas.
- Análisis: Habilidad intelectual para subdividir (descomponer) la información aprehendida en las partes que la componen, descubriendo las relaciones que estas partes tienen entre sí y la forma en que están organizadas.
- Evaluación: Habilidad intelectual para emitir juicios sobre el valor de ideas, obras, soluciones, métodos e información en general, con un propósito determinado.
- Síntesis: Habilidad intelectual para organizar elementos y partes de una información con el fin de generar otra nueva y diferente a la aprehendida.

Enfocados en el área de las matemáticas es imprescindible rescatar su importancia, ya que para trabajar en matemática es necesario el uso de estrategias cognitivas que permitan ser matemáticamente competente en los diferentes procesos intrínsecos en esta. Respecto a esto el MEN en los estándares básicos de competencia, establece que Esta noción ampliada de competencia está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender.

3. METODOLOGÍA

Luego de la caracterización de las habilidades en las cuales los estudiantes presentan dificultades, se procederá a realizar una intervención pedagógica, la cual tendrá como fin, desarrollar habilidades de pensamiento descritas por Bloom como estrategia para resolver y formular problemas. **Tipo de investigación:** descriptivo, correlacional- mixto. La presente es una investigación de corte mixto y de tipo descriptivo correlacional, debido a que busca encontrar la relación existente entra la clasificación de habilidades de pensamiento descrita por Bloom con la solución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas. En este sentido el objetivo fue medir y analizar cuantitativa y cualitativamente la información recogida para determinar si es una estrategia favorable o no en relación con la enseñanza. El diseño es de tipo cuasi-experimental ya que para conocer el efecto que tuvo en la aplicación de la estrategia en los estudiantes, mediante el desarrollo de habilidades para el aprendizaje de la matemática. **Población:** estudiantes de 5° básica primaria de la Institución Educativa san Vicente de Paul **Muestra** la muestra intervenida fueron 33 estudiantes todos matriculados para realizar 5° de básica primaria, en la

Institución Educativa San Vicente de paúl. La próxima muestra serán los grupos restantes que se encuentran en 5° de la institución.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos: los datos se obtendrán mediante aplicación de pruebas escritas con situaciones problemas que requieren las habilidades específicas para su solución. Teniendo en cuenta los estándares del grado correspondiente., además de encuestas y entrevistas a docentes y estudiantes. Para la intervención de la propuesta metodológica, se implementaran tres sesiones de dos horas cada una, en la cual se desarrollaran dos habilidades de las descritas por la teoría de Bloom. Estas sesiones tendrán en cuanta las temáticas trabajadas por los estudiantes, para tener coherencia con la consecución del curso. Posterior a la intervención se aplicaran nuevamente pruebas para estudiar y analizar resultados. **Técnicas de procesamiento y análisis de datos:** los instrumentos de recolección de datos se analizarán y se procesarán con la ayuda de una rúbrica analítica elaborada para evaluar habilidades de pensamiento, también se contará con la ayuda del Software R para el procesamiento de datos. De esta manera en tratamiento será cuantitativo y cualitativo.

3.2 Acrónimos: Ministerio de Educación Nacional (MEN), Estándares Básicos de Competencia (EBC), Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El instrumento aplicado a los estudiantes del grado 5° de la institución educativa san Vicente de paúl. Dieron como resultado según las habilidades lo siguiente: En Recordar los estudiantes presentan con mayor frecuencia un desempeño alto siguiendo de cerca el superior, solo pocos sujetos presentaron dificultades en lo que corresponde a esta habilidad. Lo que nos indica que la mayoría Recuerda y reconoce información e ideas además de principios aproximadamente en misma forma en que los aprendió. En lo que corresponde a la habilidad de comprender, pocos estudiantes presentan problemas Mientras que un número considerable de ellos demuestran un desempeño superior y alto, por lo que comprenden, o interpretan información en base a conocimiento previo, Utilizando conocimientos en situaciones particulares.

Correspondiente a la habilidad Aplicar, aunque algunos estudiantes presenten un desempeño superior, es la gran mayoría la que tiene inconvenientes al Usar información, métodos, conceptos, teorías, en situaciones nuevas, para Soluciona problemas usando sus habilidades. Con respecto a la habilidad de analizar en contextos matemáticos, el mayor porcentaje de estudiantes dominan pero no totalmente esta destreza. Por lo que Establece diferencias. Clasifica y relaciona las conjeturas, hipótesis, evidencias o estructuras de una pregunta o aseveración.

Aunque en los cuatro niveles de desempeño presentaron resultados favorables, es notable que en lo que corresponde a evaluar o criticar en base a estándares y criterios específicos. Compara y discrimina entre ideas. Da valor a la presentación de teorías. Escoge basándose en argumentos razonados. Hay más estudiantes en el nivel bajo. La mayoría de

los estudiantes medianamente Generan, integran y combinan ideas en un producto, plan o propuesta nuevos para él o ella. Utilizan ideas viejas para crear otras nuevas; generalizar a partir de datos suministrados. Relacionan conocimiento de áreas dispersas. Predice conclusiones derivadas.

A partir del primer acercamiento se obtuvieron datos relevantes para los objetivos de la investigación, el análisis de estos, nos indica que en los estudiantes presentan conocimientos elementales del concepto de fracciones y sus propiedades, en lo que corresponde a las habilidades, cuando se trata de recordar, comprender y analizar, en ese orden descendente, la mayoría de los sujetos tienen un promedio den el desempeño alto, mientras tanto que con respecto a la habilidad de aplicar, evaluar y sintetizar podríamos localizar en promedio de nivel de desempeño en el criterio de básico y bajo. Lo anterior demuestra que es necesario desarrollar las habilidades de pensamiento superior propuestas por Bloom.

Además de eso deben propiciar el desarrollo de competencias habilidades y destrezas para que se produzca en los estudiantes un aprendizaje significativo. Donde eso que aprende tenga sentido para él y le permita afrontar todo un mundo de retos con total dominio.

Al aplicar la teoría de Bloom para resolver problemas en matemática se consideró desarrollar en los estudiantes una persona analítica que explica y demuestra con material concreto definiciones y procesos matemáticos, y que los socializa con sus compañeros y comparte nuevas experiencias en clase. El proyecto que se propone poner en ejecución contribuirá de manera importante para el desarrollo y asimilación del Área de Matemática en los niños del 5° grado de básica primaria, mediante la aplicación de la taxonomía de Bloom en las planificaciones, ya que nos ha brindado un aporte transcendental en la educación.

5. REFERENCIAS

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS*. Colombia. M.E.N. disponible en : https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Pólya, G.(1990).*Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Bloom. B. (1956). *Taxonomía de Bloom. Disponible en : http://sitios.itesm.mx/va/calidadacademica/files/taxonomia.pdf*

Araya. Natalia. (2014) *LAS HABILIDADES DEL PENSAMIENTO Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN MATEMÁTICA, DE ESCOLARES DE QUINTO GRADO EN COSTA RICA*. Costa Rica. Universidad De Costa Rica. disponible en: http://www.redalyc.org/pdf/447/44731371003.pdf

USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN EL NIVEL BÁSICA PRIMARIA

Nicolas Navarro Olivera[1], Sandra Marcela Leguía Meza[2]

Resumen

Al observar el poco uso de materiales didácticos en el aula y el desinterés de los estudiantes por las matemáticas en el nivel de básica primaria, se propuso esta investigación que tuvo como objetivo analizar la influencia que tiene el uso y manejo del material didáctico por parte del profesor en el proceso de alcanzar las competencias en el área. Se tomó como muestra los docentes del municipio de Sincelejo y se usaron instrumentos como la encuesta para recolectar información y obtener algunas conclusiones preliminares sobre el estudio, de esta forma se realizaron graficas con los resultados obtenidos. Se concluyó hasta el momento que el material más usado es el Abaco y que los docentes por lo general siempre usan el material propuestos por ellos mismos en la clase además no dan el espacio de uso a otros materiales distintos en la clase de matemática..

Palabras claves: *materiales didácticos, pensamiento numérico, alumno, docente, competencias, tipos de aprendizaje.*

Abstract

When observing the little use of didactic materials in the classroom and the students' lack of interest in mathematics at the elementary school level, this research was started that aims to analyze the influence of the use and management of didactic material by the student. teacher in the process of achieving competencies in the area. The teachers of the municipality of Sincelejo were taken as a sample and surveys were used to collect information and obtain some preliminary conclusions about the study, in this way graphs were made with the results obtained. It has been concluded so far that the most used material is the Abacus and that teachers generally always use the material proposed by them and do not give space to other materials.
Key words: teaching materials, number thinking, student, teacher, skills, types of learning

1. INTRODUCCIÓN

Los materiales didácticos en los primeros años de Educación Básica en el área de matemática son importantes, pues el material concreto favorece el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, si es utilizado de forma adecuada en el aula de clase. Proporcionan un mejor aprendizaje de las actividades, mirándolas como algo más atractivo y creativo generando en los niños el interés por aprender.

En esta propuesta "Uso de materiales didácticos para el desarrollo del pensamiento numérico en el nivel básica primaria" tiene como centro de interés el campo de las matemáticas (Pensamiento Numérico) en el nivel básico de instituciones educativas públicas y privadas del municipio de Sincelejo. Se indagó, desde la perspectiva del profesor, algunos aspectos sobre los materiales didácticos como parte principal del currículo (medios,

---

[1] Estudiante universitario ; universidad de sucre; Colombia; navarro9716@gmail.com
[2] Estudiante universitario; universidad de sucre; Colombia; leguia-16@hotmail.com

materiales y recursos), y así se conoció el grado de utilización en diferentes momentos de la clase, el momento en que se utilizan, tipo de tarea o actividad y tipo de aprendizaje.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los materiales didácticos en los primeros años de Educación Básica en el área de matemática son importantes, pues el material concreto favorece el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, si es utilizado de forma adecuada en el aula de clase. Proporcionan un mejor aprendizaje de las actividades, mirándolas como algo más atractivo y creativo generando en los niños el interés por aprender.

En esta propuesta “Uso de materiales didácticos para el desarrollo del pensamiento numérico en el nivel básica primaria” tiene como centro de interés el campo de las matemáticas (Pensamiento Numérico) en el nivel básico de instituciones educativas públicas y privadas del municipio de Sincelejo. Se indagó, desde la perspectiva del profesor, algunos aspectos sobre los materiales didácticos como parte principal del currículo (medios, materiales y recursos), y así se conoció el grado de utilización en diferentes momentos de la clase, el momento en que se utilizan, tipo de tarea o actividad y tipo de aprendizaje.

3. METODOLOGÍA

La investigación es de enfoque Mixta y de tipo Correlacional.

Técnicas de recolección de datos: Entrevista, encuesta a docentes de matemática en los grados de primaria.

POBLACION

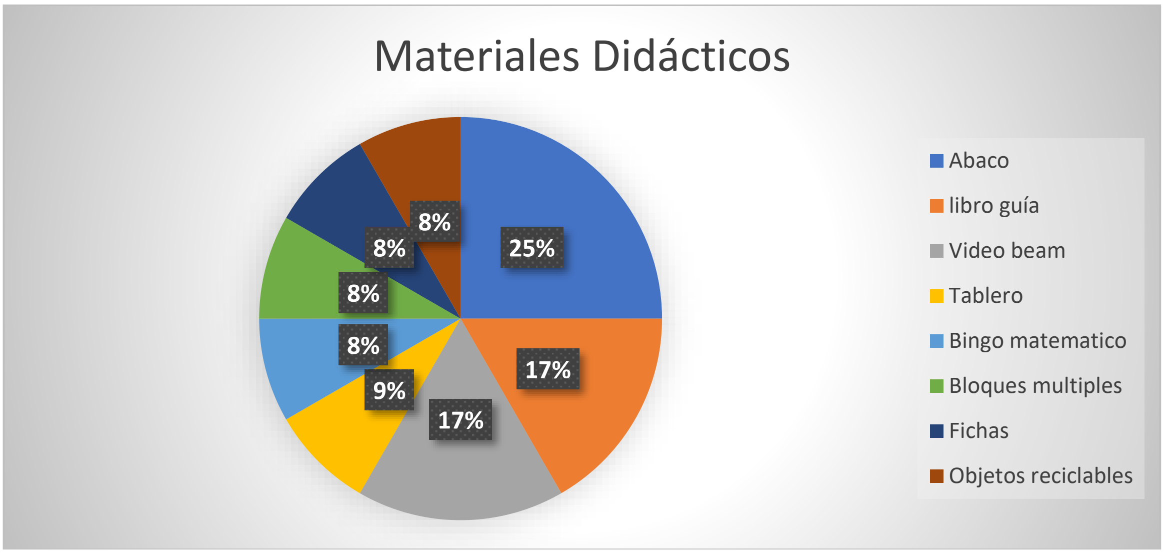
• La investigación se realizó en instituciones públicas y privadas del departamento de sucre y los sujetos de estudio fueron docentes del Nivel Básica Primaria (Muestra no Probabilística).

MUESTRA

• La investigación fue realizada con 31 docentes del área de matemáticas instituciones públicas y privadas del municipio.

Diagnóstico: Se recolectaron los datos e información pertinente para la investigación a través de la aplicación de instrumentos y visitas hechas a los diferentes docentes de las instituciones seleccionadas, esta experiencia ayudó a interpretar el Uso de Materiales Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje del pensamiento numérico en el nivel básica primaria(ver figura 1). Se utilizaron encuestas y entrevistas a los docentes y a través de estos instrumentos manifestaron su opinión y una breve explicación de lo que consideraban con respecto a los materiales a partir de su experiencia en el campo en el área de la enseñanza dela matemática.

Figura 1. Matariles usados por los docentes

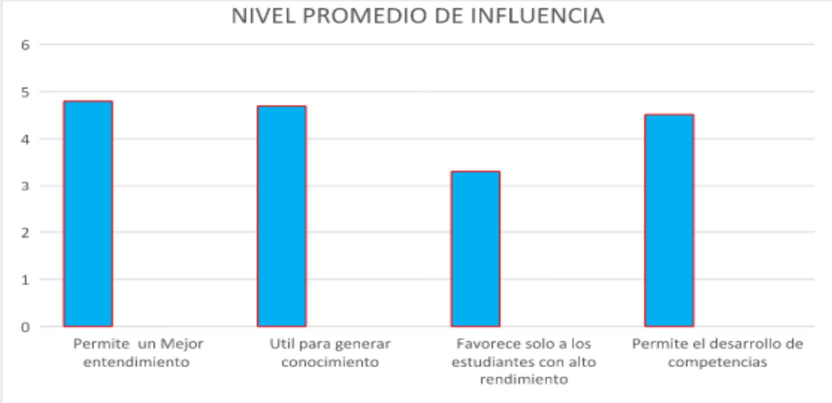


Análisis: Se identificaron los diferentes materiales didácticos utilizados por los docentes para enseñar matemáticas, en particular, el pensamiento numérico, se describió el uso y la implementación de los mismos, y, además se determinaron si los diferentes tipos de materiales didácticos en el área de matemáticas favorecían el aprendizaje del pensamiento numérico dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje por parte de los docentes encuestados. De acuerdo al análisis realizado se llegó a la conclusión de algunos docentes afirman que no usan los materiales didácticos porque podrían distraer la clase, que, si se sabe que los materiales son muy útiles también su lado negativo puede surgir por el uso inadecuado que se le dé a éste, algunos de los docentes piensan que el material didáctico solo sirve como entretenimiento y motivación (ver figura 2).

Figura 2.

Intervención: De lo anterior, teniendo en cuenta el análisis realizado, se tomó la decisión de implementar la planificación de unas clases dirigidas a niños de quinto grado de primaria (5°) usando materiales didácticos, con la intención de verificar que estos realmente favorecen el desarrollo del pensamiento numérico, dentro de las competencias en matemática(ver figura 3).

Figura 3. Importancia del material didáctico



4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados de las encuestas realizadas a los docentes de matemáticas en básica primaria de las diferentes instituciones, se analiza que el uso de los materiales didácticos para el área de matemáticas es muy importante porque les ayuda a los estudiantes a comprender con mayor facilidad los temas tratados en las diferentes clases.

Se conoció que los más utilizados son el ábaco, el bingo matemático, los libros guía, el tablero, el video beam, entre otros.

Al analizar los resultados de la primera y segunda encuestas se observó que éstos coinciden y que la visión de los docentes de primaria sigue siendo la misma, ven provechoso el material didáctico construido por los estudiante, consideran que no distrae la atención, y además, es más utilizado como motivación en el aprendizaje de los conocimientos y en el desarrollo de la enseñanza de conceptos matemáticos, y es menos usado para reforzar la apropiación del conocimiento aprendido, es decir, un profesor puede usar siempre el material didáctico como estrategia pre-instruccional y co-instruccional y ocasionalmente como estrategia post-instruccional.

El tipo de tarea y actividad dependerá del material didáctico, pues si el profesor utiliza el video bean, siempre será para mostrar, en cambio, si usa el transportador generalmente lo utilizará para manipular, así que al momento de planear la clase se debe escoger el recurso adecuado de acuerdo al tipo de actividad.

5. REFERENCIAS

Bracho, R. (2013), Menos Reglas y Más Sentido: Alternativas Metodológicas a los Algoritmos de Cálculos Tradicionales para el Desarrollo del Sentido Numérico en la Educación Primaria. Recuperado de https://semur.edu.uy/cibem.org/7/actas/pdfs/301.pdf

Godino, J. (2014). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y las matemáticas. Universidad de Granada.

Guerrero, A. (2009). LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL AULA. Revista temas para la educación revista digital para profesionales de la enseñanza.

Luján, I. (2016). Recursos didácticos del Ministerio de Educación. Recuperado de https://www.uv.es/uvweb/master-investigacion-didactiques-especifiques/es/blog/recursos-didacticos-del-ministerio-educacion-1285958572212/GasetaRecerca.html?id=1285973234220

Murillo, F.; Román, M; Atrio, (2016). Los Recursos Didácticos de Matemáticas en las Aulas de Educación Primaria en América Latina: Disponibilidad e Incidencia en el Aprendizaje de los Estudiantes.

TO
ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

EL USO DE PROBLEMAS HISTÓRICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

Diana Carolina Pineda Pérez[1], Gabriel Kantún Montiel[2], Josip Slisko Ignjatovr[3]

Resumen

Este avance de investigación analiza el contenido histórico que presentan algunos libros de texto de matemáticas de secundaria referente al "Problema de la Corona de Arquímedes". Se enfoca en identificar cómo los libros de texto proporcionan el planteamiento de este problema y las dificultades y/o fortalezas que presentan los estudiantes al enfrentarse a problemas históricos. Se utilizó un cuestionario con preguntas abiertas que se aplicó a estudiantes de grado séptimo, octavo y noveno de secundaria en la ciudad de Puebla, México. Además, se entrevistaron dos estudiantes colombianos de grado octavo y dos estudiantes mexicanos de grado noveno. A través de este proceso se lograron observar similitudes y diferencias entre estudiantes de ambas nacionalidades en diferentes contextos, y la escasez o nulo contenido histórico en las clases de matemáticas.

Palabras claves: *Arquímedes, corona, dificultades, historia, libros de texto.*

Abstract

This research advance analyzes the historical content presented by secondary school mathematics books concerning the "Archimedes´ Crown Problem". It focuses on identifying how textbooks provide the approach to this problem and the difficulties and/or fortitude that students present when confronting historical problems. A questionnaire with open questions was used and applied to seventh, eighth and ninth grade secondary school students in Puebla, Mexico. Furthermore, two Colombian eighth-grade students and two Mexican ninth-grade students were interviewed. Through this process it was possible to observe similarities and differences between students of both nationalities in different contexts, and the deficiency or absence historical content in mathematics classes.

Key words: Archimedes. crown, difficulty, history, text books.

1. INTRODUCCIÓN

La interpretación de la solución del "Problema de la corona de Arquímedes" ha generado diferentes controversias de lo que pudo haber ocurrido exactamente en el gobierno del rey Hierón. Este problema ha sido expuesto en libros de texto de matemáticas y física; en algunos libros se observa que no se definen previamente los conceptos para proceder a resolver el problema. Por el contrario, se presenta como una lectura inicial al tema, porque el propósito del autor o de los autores no es aportar para que los estudiantes comprendan alguna noción en el ambiente escolar sino de informar sólo a aquellos que

[1] Estudiante de Maestría en Educación Matemática; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP); México; dianapineda1710@gmail.com.
[2] Investigador Posdoctorante en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP); México; gabriel.kantun@correo.buap.mx.
[3] Doctor investigador en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP); México; josipslisko47@gmail.com.

tengan un interés en la historia de las matemáticas y de la física (Slisko, 2008). En este sentido Salvat (1987, como se citó en Salvat y Sánchez, 1995) ya se daba cuenta de la deformación introducida por los textos escolares al presentar el denominado "Principio de Arquímedes", como consecuencia de dar solución al enigma de la corona de oro del rey Hierón.

De esta manera, un aspecto fundamental en el proceso de investigación es el análisis de la presentación de los acontecimientos históricos, específicamente del que se hace mención, en los diferentes libros de texto de matemáticas de secundaria, y de identificar el proceso de solución que los estudiantes emplearon. Para contribuir a la investigación se realizó un cuestionario de preguntas abiertas[1] a estudiantes de séptimo, octavo y noveno de secundaria, al igual que cuatro entrevistas clínicas a estudiantes de Colombia y México. Esto, con el fin de identificar las dificultades y/o fortalezas que presentan los estudiantes en la apropiación de un saber que se genera a partir del desarrollo histórico del problema como lo exponen los libros de texto.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Un docente debe distinguir y diferenciar lo que es enseñar Historia de la Matemática o enseñar Matemáticas históricamente. El primero, se relaciona con que es indispensable ser un historiador para desenvolverse en este aspecto; y, la otra está ligada a la enseñanza de los objetos matemáticos recurriendo al proceso histórico por el que pasó cada uno antes de su formalización que conocemos actualmente. En esta investigación nos enfocamos en enseñar matemáticas históricamente. Esto, teniendo en cuenta la idea del uso fundamental de la historia en los procesos educativos, pues "ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas" (Bell, 1985, como se citó en González, 2004).

Una de las aplicaciones de la historia de las matemáticas en la educación fue empleada por Filloy y Rojano (1984, como se citó en Sierra, 2000) para realizar secuencias didácticas que pusieron a prueba, con el fin de analizar los resultados obtenidos por los estudiantes y buscar sus posibles relaciones con las dificultades que tuvo esta noción en su desarrollo histórico.

Por otro lado, en el proceso de aprendizaje de esta ciencia podemos pensar en que los estudiantes vean la historia de las matemáticas como un recurso, que les permita (1) Conocer la historia y preparar el terreno para un cambio de la visión de las matemáticas, es decir que se amplía la perspectiva de los estudiantes para que estén preparados de la posible evolución que puede tener un concepto matemático. (2) Apreciar el contexto sociocultural de las matemáticas de cada época. (3) Reflexionar acerca de las dificultades que tuvieron matemáticos de cada época para la evolución de un concepto y que posiblemente ellos tienen las mismas dificultades para la aprehensión de ese mismo concepto.

Avanzando un poco más al objeto de estudio de esta investigación, consideremos las seis formas de trabajo en el aula propuestas por Maza (1994), donde la historia de las matemáticas es crucial: (1) Introducción de anécdotas históricas en el trabajo cotidiano sobre matemáticas. (2) Introducción histórica ante un nuevo concepto. (3) Resolución de problemas históricos. (4) Construir "historias" entorno a problemas críticos del pasado que

[1] Tomadas de libros de texto de matemáticas.

ilustren métodos y técnicas actuales. (5) Construcción de posters o trabajos sobre un tema histórico. (6) Análisis de textos históricos.

Cada una de estas formas permite que se dé un proceso de enseñanza y aprendizaje desde el punto de vista histórica y sus diferentes connotaciones en que puede ser trabajada escolarmente. Pero, en esta investigación se tendrán en cuenta únicamente los ítems (1), (3) y (6).

En este sentido, se puede pensar que la incorporación de la historia de las matemáticas va a permitir a los docentes obtener una fuente inagotable de recursos didácticos, de problemas interesantes, de diversión, de enriquecimiento personal, científico y profesional para el desarrollo de una clase (González, 2004), con el objetivo de motivar a los estudiantes en la adquisición de un nuevo conocimiento dentro de este campo.

3. METODOLOGÍA

Se realizó una investigación de tipo Cualitativo en la medida que es flexible y modificable mientras que se avance en la investigación, además de que la recolección de datos a realizar no va a ser estandarizada, sino que se espera hacer un análisis descriptivo a partir de la observación de los datos obtenidos en el proceso.

La recolección de la información se realizó en dos escenarios diferentes. En la primera situación se aplicó la prueba a estudiantes que cursaban grado séptimo, octavo y noveno en la ciudad de Puebla, México, cada grado conformado por 15, 14 y 15 estudiantes respectivamente. Con esto, se procedió a analizar cada una de las pruebas de forma individual y grupal, luego entre los tres grados se realizó un paralelo para establecer las similitudes y diferencias en cada una de las respuestas proporcionadas de forma general por grado.

Y, en la segunda situación se aplicó la prueba a través de cuatro entrevistas clínicas con la ayuda de grabaciones obtenidas por medio del software de videollamadas y reuniones virtuales zoom. Realizadas a dos estudiantes de octavo de la Ciudad de Cali, Colombia, un hombre y una mujer respectivamente, ambos de 13 años; y a dos estudiantes de noveno de la Ciudad de Puebla, México, un hombre y una mujer respectivamente de 14 años cada uno. A partir de esto, se realizó un paralelo entre los cuatro estudiantes y se analizaron las similitudes y diferencias en las respuestas proporcionadas por los estudiantes de ambas nacionalidades, además de realizar una comparación de género.

Se utilizó un cuestionario con cuatro preguntas abiertas en el que se pidió realizar algunas tareas sobre el problema de la corona de Arquímedes, las cuales tuvieron como objetivo brindar a los estudiantes las condiciones de la reseña histórica que aparece en algunos libros de texto de matemáticas de secundaria, con el fin de que cada estudiante empleara y explicara sus estrategias de razonamiento.

De esta manera, cada uno de los estudiantes en ambos casos resolvieron los puntos propuestos en la siguiente actividad:

Instrucciones: Lee el siguiente texto y luego responde lo que se pregunta.

Alrededor del siglo III a.n.e el rey Herion II, gobernante de Siracusa (antigua Grecia), dio un lingote de oro a un orfebre para que le elaborara una corona. Al recibir la corona, el rey pidió verificar que en ella se hubiera empleado todo el lingote de oro. Arquímedes, uno de los más grandes matemáticos, explicó al rey que en la elaboración de la corona se había sustituido parte del oro por otro material.

a) ¿Cómo supo Arquímedes que la corona no era de oro puro? Explica con detalle el método.

b) ¿Qué medidas conserva un lingote de oro, ya sea perímetro, área o volumen, aun después de ser deformado? Explica.

c) Si el lingote y la corona se guardan en cajas, ¿Cuál de las dos cajas tendrá mayor capacidad? Explica.

d) ¿Qué método empleó Arquímedes para ello? Descríbelo con ayuda de dibujos.

Para el planteamiento de los tres primeros puntos de esta actividad se ha tomado como base la página 226 del libro de texto Matemáticas 1, Infinita Secundaria de ediciones Castillo escrito por Bosch Giral, C., Meda Guardiola, A., y Gómez, C. G. en el año 2018. Abordamos este libro de texto porque en la revisión de contenido histórico que se ha hecho hasta el momento de los libros de texto proporcionados por el CONALITEG[1], encontramos que un primer acercamiento al problema de la corona de Arquímedes lo encontramos en éste.

Para el último interrogante se tomó en cuenta la pregunta citada por Slisko (2005) del libro de texto de Física y Química, Ciencias de la Naturaleza de 4.º Secundaria de ediciones Edelvives en la página 98 y escrito por España Talón, J., López Fenoy, V., Morales Ortíz, J. y Arribas Puras, C. en el año 1995.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con la investigación realizada hasta el momento se logra identificar que las diferentes soluciones empleadas por los estudiantes tanto de los diferentes grados como de ambas nacionalidades mantienen relaciones que son notables.

En el primer escenario las respuestas de séptimo y octavo grado no presentan tanto fundamento teórico y analítico como las de noveno que por las explicaciones y dibujos que proporciona cada estudiante nos permite inferir que antes de realizar la actividad propuesta quizás ya conocían la historia del problema de la corona de Arquímedes o tienen más claro las nociones matemáticas que se trabajan en tal actividad, esto, porque sus respuestas van más allá de lo que sólo proporciona el texto introductorio de la actividad.

En el segundo escenario los estudiantes de nacionalidad colombiana se identifican más expresivos al dar una respuesta, esto por el uso constante de gestos y movimientos con las manos, en comparación con los estudiantes de nacionalidad mexicana que no hacen uso tan frecuente de estas expresiones. Además, se identifica que los estudiantes presentaron dificultades en la resolución de cada uno de los puntos, manifestando que los relacionados con el contenido histórico dejaron a su imaginación la posible continuación de la historia.

En cada una de las respuestas proporcionadas por los estudiantes en cada uno de los escenarios se puede percibir inmediatamente el no uso o el uso inadecuado de la historia de las matemáticas en ambos sistemas educativos (Colombia y México), aspecto que no es de

[1] Se refiere a la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, el cual es un organismo público de la Secretaria de Educación Pública (SEP) de México y tiene como objetivo brindar libros de manera gratuita a los estudiantes de educación básica inscritos en el sistema educativo nacional.

sorprender puesto que muchos desconocen lo fructífero que puede resultar para los estudiantes aprender matemáticas de esta manera. Sin embargo, no sólo basta con esto, sino que los docentes sean conscientes del uso adecuado de la historia de las matemáticas en sus clases, además, observar si los libros de texto de secundaria que implementan la historia dentro de sus contenidos sea de forma correcta, donde tanto el estudiante como el docente pueda obtener el mejor provecho posible de esto y no sea algo que simplemente se ignora.

Para que exista un buen proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con ayuda de los libros de texto que presentan contenido histórico a través de las actividades, es fundamental que en el contenido de la historia se evidencie el relato que va a permitir al estudiante dar o acercarse a la respuesta correcta según la formulación de la pregunta, pues no tiene sentido esperar que cada estudiante de respuestas bien fundamentadas sino existe una buena historia. Sin embargo, podemos pensar que quizás el docente podría complementar el contenido histórico para que se dé una buena respuesta.

Este tipo de investigaciones permiten que exista una reflexión didáctica y epistemológica en los docentes de matemáticas al abordar estas cuestiones en sus clases y en los libros de texto que llevan a cargo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un saber matemático, por esto se deja una invitación a los lectores a promover e incentivar el uso de la historia en las clases de matemáticas y prestar más atención a estas secciones en los libros de texto de secundaria que emplean.

5. REFERENCIAS

Bosch Giral, C., Meda Guardiola, A., y Gómez, C. G. (2018). *Matemáticas 1. Infinita Secundaria.* Ciudad de México, México: Ediciones Castillo, p. 226.

González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17–28.

Maza, C. (1994). Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis. *Suma*, 17, 17–26.

Salvat, A., y Sánchez, J. (1995). Aplicación Didáctica de la Balanza “Pesaoro” de Arquímedes. *Enseñanza de Las Ciencias*, 13, 107–112.

Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. In *Números* (Issue 43, pp. 93–96).

Slisko, J. (2005). Sacándole más jugo al problema de la corona. Primera parte: el tratamiento conceptual. *Revista Eureka Sobre Enseñanza y Divulgación de Las Ciencias.*, 2(3), 364–373. https://doi.org/10.25267/rev_eureka_ensen_divulg_cienc.2005.v2.i3.05

Slisko, J. (2008). La historia de la física en la enseñanza. *El Cronopio*, 10, 16–21.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS Y COGNITIVOS EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL: UNA MIRADA SOBRE LOS CASOS DE LÍMITES ESPECIALES

Angelica Maria Trujillo Quiroz [1], Eddie Esteban Fonseca Sanchez [2], Yesika Paola Rojas Sandoval [3]

Resumen

En el proceso de aprendizaje de cualquier tema, que sea nuevo para un estudiante, se pueden encontrar varios obstáculos, estos pueden surgir por diversos motivos como puede ser una forma errónea de explicar el tema o la permanencia prolongada en ejemplos y/o teorías de baja dificultad, entre otras. Estos obstáculos generan dificultad en la construcción de cualquier conocimiento matemático. En particular, es muy importante identificar los obstáculos epistemológicos y cognitivos en el aprendizaje, ya que facilitaría el crecimiento sistemático en la estructuración del conocimiento, así mismo, permite construir una base fuerte para la construcción del conocimiento.

Con base a lo anterior, se tomó como contenido matemático el tema de límites especiales, el cual presenta gran dificultad para su aprendizaje en los estudiantes. Este trabajo presenta el proceso y algunos resultados de una investigación cualitativa en la que se analizan los obstáculos epistemológicos y cognitivos que presentan en el aprendizaje de los límites especiales los estudiantes de la universidad del Atlántico que se están formando para profesores de matemáticas, teniendo como interés dar pautas para la aplicación de herramientas que brinden soluciones e identificar dichos obstáculos. Para ello, se empleó como herramienta, la Rúbrica, que es una guía para la evaluación del desempeño del estudiante. También se analizó la noción de obstáculos y el origen de los mismos, llevándonos a conocer los motivos para la aparición de los mismos. De los hallazgos se resalta que los estudiantes de cálculo diferencial de una y varias variables presentan diferentes obstáculos epistemológicos y cognitivos al resolver situaciones problemas con límites, en donde se reconoce que los más frecuentes son los asociados a los conocimientos previos, el obstáculo verbal, mayormente en el obstáculo basado sobre casos simples, en el conocimiento pragmático, utilitario y el obstáculo basado en la secuencia de un tema.

Palabras claves: limites *especiales, obstáculos cognitivos, obstáculos epistemológicos, rubrica*

---

[1] Estudiante De Pregrado De Lic. En Matemáticas; Universidad Del Atlantico; Colombia; amtrujillo@mail.uniatlantico.edu.co
2 Estudiante De Pregrado De Lic. En Matemáticas; Universidad Del Atlantico; Colombia; eefonseca@mail.uniatlantico.edu.co
3 Licenciada en Matemáticas (Universidad del Atlántico),Especialista en Didáctica de las Matemáticas (Universidad del Atlántico),Magister en Informática Educativa(Universidad URBE Venezuela),Docente Tiempo Completo Ocasional; Universidad Del Atlantico; Colombia;yesikarojas@mail.uniatlantico.edu.co

Abstract

In the learning process of any subject, which is new for a student, several obstacles may be encountered, these may arise due to several reasons such as an erroneous way of explaining the subject or prolonged permanence in examples and / or low difficulty theories, among others. These obstacles then become barriers in the construction of any mathematical knowledge. Particularly, it is very important to identify the epistemological and cognitive obstacles in the learning process, since it could facilitate the systematic growth in the structuring of knowledge, likewise, it allows the student to build a strong base for the construction of knowledge. Based on the above, the subject of special limits was taken as mathematical content, which presents a great difficulty for the students to learn. This paper presents the process and some results of a qualitative research in which the epistemological and cognitive obstacles that students from the Universidad del Atlántico who are being trained to become mathematics teachers present when learning about special limits, are analyzed, with the objective of giving guidelines for the application of systems that provide solutions and identify these obstacles. For this, the Rubric was used as a tool, this being a guide to evaluate student's performance. The notion of obstacles and their origin were also analyzed, leading us to know the reasons for their appearance. From the findings this 3 research, it is highlighted that students of differential calculus with one and/or several variables present different epistemological and cognitive obstacles when solving problem situations with limits, where it is recognized that the most frequent are those associated with previous knowledge, the verbal obstacle, mostly in the obstacle based on simple cases, in the pragmatic, utilitarian knowledge and the obstacle based on the sequence of a topic.

Key words: cognitive obstacles, epistemological obstacles, special limits, rubric.

1. INTRODUCCIÓN

Es una realidad que desde la antigüedad se han identificado muchos obstáculos que dificultan el aprendizaje del concepto de límite, y han causado dificultades para la compresión e interpretación de los conceptos fundamentales del tema. Esto hace que el aprendizaje del cálculo sea uno de los desafíos de la actualidad para los estudiantes de grado decimo y once, y no solamente de secundaria, sino también de los estudiantes que inician carreras universitarias, en la cual involucran los conceptos necesarios en el cálculo, en particular, el límite. En el ámbito escolar, el aprendizaje del límite de funciones se constituye en una temática de gran complejidad es por lo que se presentan cuando el estudiante se dispone a realizar una tarea y para resolverla necesitan de algunos conocimientos previos, como lo son: factorización, para anular la indeterminación de un límite dado, el uso de algunas identidades trigonométricas y otras operaciones algebraicas. Dado lo anterior, este trabajo de grado se centra en caracterizar los obstáculos epistemológicos y cognitivos sobre la noción de los casos de límites especiales en estudiantes universitarios, en donde los estudiantes no están excepto a cometer errores y presentar dificultades en el aprendizaje del mismo. Es por esto que el presente estudio Sintetiza las implicaciones epistemológicas y cognitivas que afectan la comprensión de los casos de límites especiales en estudiantes universitarios.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje del límite

Un obstáculo es un apego que impide el avance de la ciencia. En otros términos, el desarrollo del conocimiento, errores, prejuicios, opiniones de los docentes son transmitidos al estudiante y estos se convierten en obstáculos epistemológicos **(Bachelard, 1971).** Según Bachelard " la noción del obstáculo epistemológico puede ser estudiada en el desarrollo histórico del pensamiento científico y en la práctica de la educación" (Bachelard, 1976, pág. 19). Por otro lado, se tiene a Brousseau que conceptualiza *obstáculo epistemológico* acercándose a las causas que conducen a errores: "El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado". De este modo, al mencionar obstáculo epistemológico, este autor no se refiere necesariamente a conocimientos erróneos; sino a tipos de conocimiento que están obstaculizando la adquisición (construcción) de uno nuevo. (Barrantes, 2006).

2.2 Obstáculos cognitivos en el aprendizaje del limite

Los obstáculos cognitivos se definen como conocimientos que han sido satisfactorios para la resolución de algunos problemas durante algún tiempo, sin embargo, resultan inadecuados y de difícil adaptación al enfrentarse los estudiantes a otros problemas. Por otro lado, interesa destacar lo que indica Tall (1989), en su trabajo "Different Cognitive Obstacles in a Technological Paradigm". Él no hace distinciones entre los obstáculos. Los llama simplemente obstáculos cognitivos, y distingue dos tipos: Obstáculos basados en la secuencia de un tema, en que afirma que la razón para creer en obstáculos surge fundamentalmente del hecho de que ciertos conceptos tienen un grado de complejidad, por lo que es preciso familiarizarse con ellos en un cierto orden. Por ejemplo, el caso del álgebra, en el que las destrezas operatorias son enseñadas con anterioridad a ideas conceptuales aparentemente más profundas y obstáculos basados sobre casos simples, posiblemente causados por limitar al estudiante a casos simples por un período sustancial de tiempo, antes de pasar a casos más complejos.

2.3 Noción del Concepto de Límites

La comunidad matemática dispone hoy de una caracterización formal del concepto de límites. Respecto a este concepto, las definiciones propuestas por Weirstrass y Cauchy respectivamente, mantienen, aún hoy, su vigencia. La caracterización lógico-formal del límite y la derivada ha sido una de los fundamentos en ciertos modelos de enseñanza. Pero tal como lo muestran los resultados de investigaciones didácticas desarrolladas, las dificultades que presentan los estudiantes son fuertes y resistentes (Fernández, 2015). Si bien es cierto, el concepto de 'límite" ocupa una posición central en el campo conceptual del cálculo y su complejidad resulta ser fuente de dificultades tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. Según Medina (2001) Primero por su carácter estructural que lo constituye el eje central y concepto básico sobre el cual se construye la estructura del Cálculo diferencial e integral y otros conceptos de otras ramas de la matemática; también por su carácter instrumental como herramienta para la solución de problemas tanto al interior de las matemáticas como de ciencias aplicadas como la Física, la Ingeniería y finalmente, como objeto matemático que se gesta en diferentes con textos: geométrico, aritmético, métrico, topológico y asociado a otros objetos matemáticos.

3. METODOLOGÍA

3.1 Muestra

Teniendo en cuenta el diseño de estudio de casos, se realiza la selección de una muestra, considerando que Samaja (citado por Ruth Kazez (2009)) afirma que es posible realizar un estudio exploratorio tomando pocos individuos de un determinado nivel de la matriz de datos y sobre grandes cantidades de un nivel inferior de agregación. Por lo anterior se

procedio a escoger tres estudiantes a los cuales como premisa para participar es que hayan cursado la asignatura cálculo diferencial de una y varias variables de acuerdo al nuevo pensum de licenciatura en matemáticas. Para su elección se tuvo en cuenta el tipo de muestra intencional, debido a que este tipo de muestreo se caracteriza por un esfuerzo deliberado de obtener muestras "representativas" mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos.
Para la aplicación de esta investigación, se escogen los estudiantes que hayan cursado la asignatura de cálculo diferencial de una y varias variables de la facultad de educación del programa de pregrado de licenciatura en matemáticas pertenecientes a la Universidad del Atlántico sede norte ubicada en el Km 7 Antigua vía Puerto Colombia de la ciudad de Barranquilla, Atlántico.

3.2 Diseño y metodología de investigación

Este trabajo está enfocado en la investigación cualitativa, puesto que el objetivo es examinar los obstáculos epistemológicos y cognitivos que se presentan en el aprendizaje de límites especiales, debido a que según Hernández Sampieri (2014) las investigaciones cualitativas se basan en explorar y describir datos no estandarizados ni predeterminados, utiliza técnicas para recolectar datos, como la observación no estructurada, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales; para recolectar datos acerca de fenómenos, temas o situaciones delicadas o que son difíciles de discutir o describir; también cuando los participantes no son muy elocuentes, articulados o descriptivos. Esta investigación se desarrolla con el diseño de estudio de casos, por lo que este diseño se caracteriza por precisar de un proceso de búsqueda e indagación, así como el análisis sistemático de uno o varios casos. Para ser más exactos, por caso se entiende todas aquellas circunstancias, situaciones o fenómenos únicos de los que se requiere más información o merecen algún tipo de interés dentro del mundo de la investigación. Para Stake (citado por Álvarez, (2012)) es: “El estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” lo que sugiere es que con este diseño se permite encontrar detalles específicos y descripciones sobre cómo el objeto de estudio se ve afectado. Por lo que tomando la clasificación de Pérez Serrano y Martínez Bonafé (citado por Álvarez (2012)) para la metodología investigación mediante el estudio de casos se distinguen las siguientes series de fases:
Fase preactiva: En esta fase se utiliza la prueba diagnóstica, necesaria para la obtención de información que permita analizar los obstáculos epistemológicos y cognitivos que reflejan los estudiantes sobre la noción de los casos de límites especiales.
Fase Interactiva: Luego del análisis de la información recogida en la fase anterior se procede al análisis de un cuestionario estructurado dirigido a los estudiantes con relación a los procedimientos que tuvieron que realizar en la prueba diagnóstica aplicada inicialmente, esto es para detallar los resultados que se han obtenido a partir de la fase anterior sobre el problema estudiado, es decir los obstáculos epistemológicos y cognitivos que presentan en la noción de los casos de límites especiales.
Fase Postactiva: Esta fase implica la elaboración de una rúbrica de evaluación donde se tiene en cuenta los constructos teóricos en educación matemática sobre los conceptos básicos en la temática de límites especiales que infieren acerca de los obstáculos epistemológicos y cognitivos para poder delimitar la perspectiva con la que se inició la investigación con el fin de determinar aquellos obstáculos que afectan la comprensión de los casos de límites especiales.

3.3 Tecnica e Instrumentos

Para Hernández Sampieri (2014) "un instrumento de medición adecuado es aquel que registra datos observables que representan verdaderamente los conceptos o las variables que el investigador tiene en mente". Por otro lado Albert (citado por Alfonzo (2012)) señala que "una técnica de recolección de datos que tiene como propósito explorar y describir ambientes… implica adentrarse en profundidad, en situaciones sociales y mantener un rol activo, pendiente de los detalles, situaciones, sucesos, eventos e interacciones". Por lo que se definen las técnicas e instrumentos fundamentales para el cumplimiento de los objetivos de esta investigación y la finalidad de cada uno de ellos, estos son: **Prueba diagnóstica** que para Santos (1995:166), afirma que a través de la evaluación diagnóstica se puede saber cuál es el estado cognoscitivo y actitudinal de los estudiantes. Permite ajustar la acción a las características de los estudiantes. La prueba consta en total de 10 preguntas, en la cual los interrogantes 1, 2, 3 y 4 van apuntados hacia las nociones que tienen acerca de limite, de tal manera que se logre saber hasta qué punto manejan ese cocimiento, las preguntas 5, 6, 7, 8, 9 y 10 apuntan a la resolución de problemas en donde deben hacer uso de sus conocimiento respecto al tema y de qué modo proceden para llegar a la solución de los mismos. Sera realizada de manera individual y virtual a los estudiantes seleccionados por medio de la muestra en cálculo I de la facultad de educación del programa de pregrado de licenciatura en matemáticas pertenecientes a la Universidad del Atlántico, la cual tendrá el tiempo límite de 120 minutos para ser desarrollada. Un **Cuestionario estructurado a estudiantes** en el que consiste en un conjunto de preguntas, normalmente de varios tipos, sobre hechos y aspectos que interesan en una investigación o evaluación, y puede ser aplicado en formas variadas; Su característica singular radica en que la información solicitada a los sujetos es menos profunda e impersonal. Al mismo tiempo, permite consultar a una gran cantidad de personas de una manera rápida y económica. (Garcia Muñoz, 2003). Por medio del cuestionario se busca obtener información de los estudiantes que corrobore los resultados de la prueba diagnóstica, para poder determinar aquellos obstáculos presentes en el aprendizaje de límites especiales. Este cuestionario cuenta con 10 preguntas, en donde las dos primeras se relacionan con las nociones de límite para saber los conocimientos que tienen con respecto al tema para comparar lo que hicieron en la prueba , la tercera, la cuarta y la quinta apuntan a la resolución de problemas que permita saber la forma en que se desenvuelven y que tipo de dificultades presentan al momento de resolverlas; por otro las cinco últimas, son preguntas con respecto al tipo de motivación o desmotivación que presentan los estudiantes con respecto al tema de límite. Esta técnica será desarrollada por los estudiantes seleccionados en la muestra de forma escrita y contaran con 30 minutos. Y por último se realiza una **Rúbrica** que para Fernández March (2010) las rúbricas son «guías de puntuación usadas en la evaluación del desempeño de los estudiantes que describen las características específicas de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento, con el fin de clarificar lo que se espera del trabajo del alumno, de valorar su ejecución y de facilitar la proporción de feedback. Por lo que esta técnica es una herramienta de valoración utilizada para reflejar el grado de cumplimiento de una actividad o trabajo. Se presenta como una pauta o tabla de doble entrada que permite unir y relacionar criterios de evaluación, niveles de logro y descriptores.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la tabla 1 se muestra la composición de la rúbrica que evaluativa que se utilizó para esta investigación

Tabla 1: *Rubrica de evaluación*

TEMA		**LIMITES ESPECIALES**		
ESTUDIANTE				
Criterios de evaluación/	Excelente (3 Puntos)	Bueno (2Puntos)	Deficiente (1 Puntos)	No lo hizo (0- Puntos)

	Niveles de expectativa				
Obstáculo Epistemológico	EXPERIENCIA BASICA O CONOCIMIENTO PREVIO	Demuestra noción amplia del tema	Demuestra noción básica del tema	No demuestra mucho entendimiento.	Desconoce completamente el tema a abordar
	OBSTACULO VERBAL	Mediante las imágenes o palabras identifica y explica a la perfección lo que se requiere	Mediante las imágenes o palabras identifica y logra mediante sus palabras explicar los conceptos	Mediante las imágenes o palabras muestra leve entendimiento	No logra identificar Mediante las imágenes o palabras
	CONOCIMIENTO GENERAL	Demuestra total entendimiento de los conceptos.	Algunos conceptos no se tienen muy claros.	No demuestra mucho entendimiento.	Desconoce completamente lo que está realizando.
	OBSTACULO ANIMISTA	Sabe interpretar correctamente para expresar el concepto y resalta las características más relevantes.	Interpreta el concepto y resalta algunas las características más relevantes	Tiene vacíos a la hora de interpretar el concepto y no logra resaltar la características	No interpreta adecuadamente el concepto y no resalta la características
	CONOCIMIENTO PRAGMÁTICO Y UTILITARIO	Detalla los aspectos importantes sin saltar ni desechar lo necesario	Logra detallar con sus palabras los conceptos	Sus conceptos no difieren de una mayor profundidad	No logra detallar ni mencionar ningún aspecto necesario del concepto
Obstáculo Cognitivo	OBSTACULO BASADO EN LA SECUENCIA DE UN TEMA	Supera la secuencia de los temas sin problema	Logra superar de manera óptima los temas	Sus respuestas no difieren de manera óptima los temas	no logra superar de manera efectiva a los siguientes temas
	OBSTACULOS BASADOS SOBRE CASOS SIMPLES	Avanza sin problema alguno debido a que logra identificar lo que necesita en cada punto	Logra avanzar a medida que se le presenta una situación diferente	El avance que obtiene no demuestra resultados efectivos	Demuestra estancamiento en un tema y no logra avanzar

En la tabla 2 se muestran los resultados de los estudiantes que se sometieron a la prueba

Tabla 2: *Resultados de rubrica evaluativa*

Resultado de Rubrica evaluativa para estudiante 1

Obstáculo Epistemológico					Obstáculo Cognitivo	
EXPERIENCIA BASICA O CONOCIMIENTO	OBSTACULO VERBAL	CONOCIMIENTO GENERAL	OBSTACULO ANIMISTA	CONOCIMIENTO PRAGMÁTICO Y	OBSTACULO BASADO EN LA SECUENCIA DE UN TEMA	OBSTACULOS BASADOS SOBRE CASOS SIMPLES
BUENO	DEFICIENTE	BUENO	DEFICIENTE	DEFICIENTE	DEFICIENTE	DEFICIENTE

Resultado de Rubrica evaluativa para estudiante 2

Obstáculo Epistemológico					Obstáculo Cognitivo	
EXPERIENCIA BASICA O CONOCIMIENTO	OBSTACULO VERBAL	CONOCIMIENTO GENERAL	OBSTACULO ANIMISTA	CONOCIMIENTO PRAGMÁTICO Y	OBSTACULO BASADO EN LA SECUENCIA DE UN TEMA	OBSTACULOS BASADOS SOBRE CASOS SIMPLES
BUENO	DEFICIENTE	BUENO	DEFICIENTE	DEFICIENTE	DEFICIENTE	NO LO HIZO

Resultado de Rubrica evaluativa para estudiante 3

Obstáculo Epistemológico					Obstáculo Cognitivo	
EXPERIENCIA BASICA O CONOCIMIENTO	OBSTACULO VERBAL	CONOCIMIENTO GENERAL	OBSTACULO ANIMISTA	CONOCIMIENTO PRAGMÁTICO Y	OBSTACULO BASADO EN LA SECUENCIA DE UN TEMA	OBSTACULOS BASADOS SOBRE CASOS SIMPLES
DEFICIENTE	DEFICIENTE	BUENO	DEFICIENTE	DEFICIENTE	DEFICIENTE	NO LO HIZO

De acuerdo al objetivo general de la investigación y el análisis e interpretación de los resultados arrojados por las técnicas utilizadas, se puede evidenciar que los estudiantes de cálculo diferencial de una y varias variables presentan diferentes obstáculos epistemológicos y cognitivos al resolver situaciones problemas con límites, en donde se reconoce que los más frecuentes son los asociados a los conocimientos previos que son un conjunto de ideas muy propias acerca del tema y en los resultados estas ideas no son del todo profundas o significativas, el obstáculo verbal que se presenta cuando mediante una sola palabra o una imagen se tiende a dar un significado por lo que los resultados en general fueron poco favorables para explicar un concepto y dar respuesta; en el caso de obstáculo basado sobre casos simples y el obstáculo basado en la secuencia de un tema en que a medida que el curso va pasando de casos simples a complejos aumentan los vacíos conceptuales lo que ratifica que es preciso familiarizarse con el tema en un cierto orden. . En el análisis, se puede identificar que a los estudiantes se les dificulta dar una explicación con sus propias palabras sobre los conceptos destacados en el tema de límite 85 necesarios para la comprensión y realización de situaciones problemas. Esto es porque ellos no logran entenderlos con claridad, lo que se refleja al momento de identificar por medio de una gráfica si el límite existe o cuando se le pide que plasme la definición formal del límite de forma simbólica y que complete el significado de manera intuitiva no logran asimilar de manera que puedan generar los resultados deseas y de ahí parte la mayoría de los obstáculos (Mora Zamora, 2002).

5. REFERENCIAS

Alfonzo, N. (2012). Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos Cualitativos.

Álvarez, C. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. Gazeta de Antroplogía, 1-13.

Fernández March, A. (2010). LA EVALUACIÓN ORIENTADA AL APRENDIZAJE EN UN MODELO DE FORMACIÓN POR COMPETENCIAS EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA. Revista de Docencia Universitaria, Vol.8 (n.1) 11-34, 11-34.

Garcia Muñoz, T. (2003). EL CUESTIONARIO COMO INSTRUMENTO DE INVESTIGACION/EVALUCION .

Hernández Sampieri, R. (2014). metodlogia de la investigacion, sexta edicio.

Hernández Sampieri, R. (2014). Metodolodía de la Investigación (6ta. ed.). México : Interamericana Editores.

Kazez, R. (2009). Los estudios de casos y el problema de la selección de la muestra, Aportes del Sistema de Matrices de Datos.

DIFICULTADES ASOCIADAS AL PROCESO DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA: DISCALCULIA EN ESTUDIANTES DE DÈCIMO GRADO

Darling Field Aguirre[1], Leila Sarmiento Sarmiento[2], Yesika Rojas Sandoval[3]

Resumen

El eje principal de esta investigación, es evaluar las dificultades asociadas al proceso de aprendizaje de la geometría en estudiantes de décimo grado, cuya problemática radica en el bajo rendimiento académico que presentan los estudiantes y que pueden estar relacionados a dificultades concernientes a la geometría y su aprendizaje, a su vez vinculado a la discalculia, pero el docente puede pasar inadvertido ante esta situación, ya que, al no tener una previa capacitación frente a este tema, puede cometer errores al momento de tratar al estudiante afectado con esta condición cognitiva.

Los resultados ponen en manifiesto la probabilidad de que dichas dificultades que tiene los estudiantes analizados, estén asociadas directamente a la discalculia en el área de geometría, así como también se demuestra que el docente encargado, debe recibir capacitación en el tema, para que su intervención en la evolución de enseñanza de estos estudiantes sea oportuna y efectiva.

Palabras claves: Palabras claves: *Dificultad específica de aprendizaje en matemáticas (DEAM), discalculia, geometría, secciones cónicas.*

Abstract

The main axis of this research is to evaluate the difficulties associated with the learning process of geometry in tenth grade students, whose problem lies in the low academic performance of students and that may be related to difficulties concerning geometry and its learning , in turn linked to dyscalculia, but the teacher can go unnoticed in this situation, since, by not having prior training on this issue, he can make mistakes when treating the student affected with this cognitive condition.

The results show the probability that these difficulties that the analyzed students have are directly associated with dyscalculia in the area of geometry, as well as it is also shown that the teacher in charge must receive training on the subject, so that their intervention in the evolution of teaching of these students is timely and effective.

Keywords: Specific learning disability in mathematics (DEAM), dyscalculia, geometry, conic sections.

[1] Estudiante; Colombia; dfield@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante; Colombia; ljsarmiento@mail.uniatlantico.edu.co
[3] Docente de la universidad del atlántico; Colombia; yesikarojas@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas constituyen un pilar esencial dentro de la evolución cognitiva de los estudiantes durante todo su proceso educativo, es decir, desde los primeros niveles de escolaridad, pasando por el bachillerato hasta iniciar la educación superior.

Según (Osa, 2020) los estudiantes con discalculia no tienen un buen manejo del número en las actividades cotidianas. Aunque esta dificultad es más evidente en la primaria, en el bachillerato también es posible que se presente, ya que su evolución continúa al no ser tratado desde los primeros niveles de escolaridad, presentando síntomas aún fuera del aula de clases, tales como problemas con cálculo mental, con velocidad y distancia, costos y porcentajes, entre otros. (Morín, Amanda, 2020).

Así mismo esta investigación propicia aspectos teóricos que posibiliten, interesar a demás investigadores sobre cómo determinar los síntomas de la discalculia y dar solución a esta problemática. Parte de esta identificación es del cuerpo docente, se hará posible mediante el diseño de una rúbrica dirigida a los docentes encargados del área, en donde se evalúe criterios respecto a la temática. Y en mención a una prueba diagnóstica, hacia los estudiantes, que permita identificar el grado de la dificultad presente en las habilidades afectadas en el aprendizaje de los mismos. Esto con el fin de proporcionar un conocimiento básico hacia la mejora y tratamiento de esta problemática.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1DIFICULTADES ESPECÍFICAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS (DEAM):

Según (Torres Fernández, 2019) enseñar matemáticas no consta únicamente de aprender las reglas básicas y habituales subyacentes a ella, sino que resuelvan problemas, se apliquen los conceptos, definiciones y habilidades adquiridas para el manejo cotidiano, cosa que resulta relevante para los estudiantes afectados con DEAM (dificultades específicas de aprendizaje de las matemáticas). Gran parte del conocimiento cotidiano es aprendido directamente del entorno

2.2 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA: DISCALCULIA:

Durante años, la geometría solo se basó, en figuras geométricas y conceptos, no exploraban la importancia que tenía en el contexto de la vida real. (Goncalves, 2006) citado por (Aguirre Chávez, Felipe & Ramos Páucar, Celso, 2015)

Completamente similar a lo que se refleja en clase de geometría, ya sea este, por falta de interés u horarios inapropiados en las instituciones, donde los estudiantes se encuentran fatigados en las últimas horas o muchas veces presentan dificultad del aprendizaje

Respecto a la idea anterior, existe la conjetura de Van Hiele en los niveles de pensamiento geométrico, que permite el progreso del aprendizaje en geometría, en el progreso del razonamiento geométrico, en la medida que los estudiantes presenten trance, se desarrolla cada una de las fases para lograr el objetivo

2.3 DISCALCULIA EN LA GEOMETRÍA: SECCIONES CÓNICAS:

El aprendizaje de las secciones cónicas en bachillerato contribuye al proceso cognitivo del estudiante, así como ayuda a conectar y practicar definiciones vistas en grados anteriores relacionadas con la geometría. Es un tema que se aborda inicialmente en el grado décimo, con ideas previas a las curvas, figuras geométricas, volumen de sólidos, etc. (Sánchez Barón, 2015).

Por lo que al ser enseñado, requiere de un nivel de razonamiento y abstracción que exige la geometría y es donde particularmente a los estudiantes que no cuentan con éstas habilidades, se les dificulta asimilar, llegando a confundirse con otros conceptos antes vistos y no les permite diferenciar su aplicación y forma como cortes de plano, sino como otras figuras geométricas existentes.

Por tanto es necesario hacer mejoras respecto a su comprensión generando interés en su estudio.

3. METODOLOGÍA

La presente investigación desarrolla un estudio de casos fundamentado en un enfoque Cualitativo. Respecto al diseño, esta investigación se centra en un estudio de casos, tal como menciona (Yin, 1989) en (Martínez Carazo, 2006) donde afirma que es de suma importancia el estudio de caso, pues por sí mismo registra comportamientos de lo que se estudia, y así para justificar la gran importancia y utilidad de este estudio respaldada por autores.

La metodología que se implementa, ayuda a la investigación, de manera que esta propicie la información necesaria que permita encontrar si los docentes determinan dificultades de aprendizaje en los estudiantes. Que afirme, que se trata de síntomas sobre la discalculia. Lo que esta contara con unas fases que ayudara fortalecer la investigación.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al enseñar geometría se debe hacer énfasis en capacidades para explorar, justificar, visualizar o argumentar, más que memorizar todo y así poder descubrir, aplicar y extraer conclusiones (Gamboa Araya & Ballestero Alfaro, 2010) aún más, cuando se trata de un estudiante con discalculia, ya que al presentar una DEA, es menos sencillo el aprendizaje y la práctica que debe desarrollar para dominar tales habilidades, propias de su bajo desempeño en esta área. De manera general, se observó en el desarrollo del análisis de la prueba diagnóstica que el estudiante 1, como se había mencionado anteriormente, este presenta dificultades en el aprendizaje de la geometría, corroborando, se encuentra que, en los ítems 1,2 y 5 escogió de forma acertada las respuesta con relación al razonamiento geométrico y las definiciones de las secciones canicas, siendo así ,que presento en los ítems 3, 4 y 6 dificultad en la identificación de las ecuaciones, elementos y problemas de secciones cónicas,. (Ainhoa Novoa , 2015 , pág. 14). Afirma que en la discalculia existen, dificultades en el aprendizaje de conceptos, reglas o formulas, lo cual se evidencia que el estudiante 1 presenta características de estudiante con la dificultad como es la discalculia.

Es así como en el objetivo general planteado en esta investigación, logró evaluar las dificultades asociadas al proceso de aprendizaje de la geometría en estudiantes con discalculia, por lo que se pudo evidenciar que los estudiantes de décimo grado presentan dificultades en el aprendizaje de las secciones cónicas, este, en el reconocimiento de los elementos, propiedades de las secciones cónicas al igual en la resolución de problemas, lo que implica ausencia en el aprendizaje del razonamiento geométrico.

En síntesis esta investigación logró identificar las dificultades existentes al aprendizaje en la geometría que obstaculiza el manejo de definiciones, como formulas, distinción de elementos en las secciones cónicas, clasificándose esta dificultad en los niveles de razonamiento geométrico, según (Jaime, 1993) citado por (Vasco Agudelo & Bedoya beltran , 2005). En un aspecto descriptivo donde se aprecia el razonamiento, pues gracias a cada uno de los niveles puedo estimar su desarrollo.

Siendo así que se ve de forma clara los diferentes inconvenientes que presentan los estudiantes, esto se puede presentar como respuesta a la dificultad de discalculia que presentan los estudiantes y al no ser identificados por parte del docente ni atendida,

Colisionan y ocurre este bajo proceso en el aprendizaje en el razonamiento geométrico de las secciones cónicas, como afirma (Laliena Tolosa, 2013) en la mayoría de casos, existe un porcentaje del 90 % de dificultades en la geometría, esté por contenidos básicos en cursos de primaria y luego por el repentino cambio al llegar a secundaria en definiciones abstractas.

5. Referencias

Gamboa Araya, R., & Ballestero Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria,. *Revista Electrónica Educare* .

Aguirre Chávez, Felipe, & Ramos Páucar, Celso. (2015). *repositorio.* Obtenido de Estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele para lograr competencias matemáticas en geometría: http://repositorio.usil.edu.pe/handle/USIL/2248

Ainhoa Novoa , V. (2015). Obtenido de repositorio abierto de la universidad de cantabria: https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6618/AinhoaNovoaVela.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Franchi, L., & Hernández de Rincón, A. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. *Educere* , 63-71.

Laliena Tolosa, F. J. (2013). Obtenido de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1957/2013_07_26_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Morín, Amanda. (2020). *Understood*. Obtenido de https://www.understood.org/es-mx/learning-thinking-differences/child-learning-disabilities/dyscalculia/dyscalculia-in-high-school-4-signs-you-might-see

Osa, A. D. (2020). *Smartick*. Obtenido de https://www.smartick.es/blog/educacion/la-importancia-de-las-matematicas-en-la-vid/

Sánchez Barón, E. H. (2015). *CORE - Connecting repositories.* Obtenido de https://core.ac.uk/download/pdf/154338909.pdf

Torres Fernández, A. M. (2019). *Discalculia y su relación con la comprensión matemática en alumnos del sexto grado de educación primaria de la Institución Educativa "Octavio Pereira Sánchez" distrito de Shapaja – 2016.* Obtenido de http://repositorio.unsm.edu.pe/handle/11458/3625

Vasco Agudelo, E. D., & Bedoya beltran , J. A. (2005). *Diseño de modullos de instrucion para el concepto de aproximacion local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo de van hiele.* Obtenido de http://200.24.17.10/bitstream/10495/7098/1/EdisonVasco_2005_aprendizajevanhiele.pdf

A MATEMÁTICA POR UM OLHAR PIBIDIANO

Dayla Costa Guedes[1], Wanderson Victor De Jesus Barbosa[2]

Resumo

Educar sempre foi um desafio, e quando o ensino permeia a matemática o medo do insucesso fica mais próximo. Aliar o produzido dentro de quatro paredes ao longo do processo de formação acadêmica às práticas reais ainda é desafio. Nesse sentido, o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID, apresenta-se de extrema importância pois vem proporcionando aos bolsistas rica experiência nas escolas parceiras levantando reflexões sobre a prática docente. Nos deparamos então, com a seguinte problemática: Como experiências adquiridas pelo programa podem interferir na formação dos licenciandos? Fundamentou-se em estudos sobre a formação docente. O presente artigo traz a narrativa de algumas atividades desenvolvidas ao longo do projeto em uma das escolas colaboradoras, além das percepções dos pibidianos sobre o PIBID, possibilitando ver como essas práticas permitem aos graduandos o desenvolvimento de uma identidade docente, despertando-os para momentos, dificuldades, soluções no contexto escolar.

Palavras-chaves: Formação, matemática, contribuições, PIBID.

Abstract

Education has always been a challenge, and when education permeates mathematics the fear of failure grows closer. To combine what is produced within four walls throughout the process of academic training with real practices is still a challenge. In this sense, the Institutional Scholarship Program (PIBID) is extremely important because it has provided the scholarship holders with a rich experience in partner schools by raising reflections on teaching practice. We are then faced with the following problem: How can the experiences acquired by the program interfere with the training of graduates? It was based on studies on teacher training. This article presents the narrative of some activities developed throughout the project in one of the collaborating schools, as well as the perceptions of the Pibidians about PIBID, making it possible to see how these practices allow the graduates to develop a teaching identity, awakening them to moments, difficulties, solutions in the school context.

Key words: Formation, mathematics, contributions, PIBID.

1. INTRODUÇÃO

Na contemporaneidade, grandes desafios vem se apresentando no que diz respeito a formar profissionais da educação, entre eles está a necessidade de superar a dicotomia do conhecimento adquirido entre as paredes das universidades e das práticas pedagógicas de fato necessárias na dinámica da sala de aula, ou seja, como nos diz NÓVOA (2009, P.28) "uma formação de profesores, dentro da profissão". Já que segundo MONTEIRO "a formação inicial possibilita a constituição de um repertorio de saberes a serem ensinados".

[1] Graduanda no curso Licenciatura em Matemática; IFMA; Brasil; daylaguedes@acad.ifma.edu.br
[2] Graduando no curso Licenciatura em Matemática; IFMA; Brasil; wandvic@gmail.com

Nessa perpectiva, destaca-se a relevancia do PIBID na primeira formação dos bolsistas - os "pibidianos"- do curso de Licenciatura em Matemática. Através de seus relatos de atividades no Centro de Ensino Humberto de Campos na cidade de São Luís, estado do Maranhão. Evidencia-se a articulação entre teoría e prática, citado como um dos objetivos do programa para a construção de uma formação de qualidade e que posteriormente se refletirá na sala de aula.

2. QUADRO DE INVESTIGAÇÃO

2.1 Formação de Professores

A formação inicial dos professores pode ser encarada como alicerce na construção do profissional, no caso, o profissional da educação, o professor. Reflexões sobre como se dá este período tem sido necessárias visto ao novo papel do educador como mediador no contexto de sala de aula, ou seja, a formação deve superar o papel professor que apenas transmite a matéria e que é "o dono do saber" e transformá-lo em um orientador que auxilia o seu aluno a chegar ao conhecimento, associando, criticando e desenvolvendo suas próprias habilidades. (MARÇAL, 2012)

É necessário ressaltar que, processo de formação é inacabado, pois vai além do período de graduação, além das paredes da acadêmia. Ainda segundo Marçal (2012), a formação dos professores é uma forma de expansão do conhecimento e análise crítica de práticas que visem mudanças.

A expectativa é que os cursos de formação "formem" professores já com sua identidade docente, porém, para que seja possível é fundamental que as universidades surjam como "casas comuns", onde se produz e se valoriza a docência enquanto profissão. (NÓVOA, 2019)

2.1.1 Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)

Executado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o PIBID foi instituído pelo Ministério da Educação através da Portaria 38 de 12 de Setembro de 2007, sendo regulamentado pelo Decreto 7.219/2010 e tem por finalidade estimular a iniciação e aperfeiçoamento da docência e valorizar o magisterio.

Desde a sua implementação, editais são lançados a fim de selecionar projetos de iniciação dos cursos de licenciatura plena dos institutos federais e estaduais de ensino superior, que em parceria com escolas de educação básica da rede pública de ensino. Pode-se então, destacar alguns objetivos do programa:

- incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica;
- elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação
- superior e educação básica;
- contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura.

Considerando o que diz NÓVOA (2003), que "(...) a bagagem essencial de um professor adquire-se na escola, através da experiência e da reflexão sobre a experiência", o PIBID possui ações que dentro dos cursos de licenciatura, apresentam-se fortalecedoras na composição de sua identiidade profissional .

3. METODOLOGÍA

As atividades foram desenvolvidas pelos até então "pibidianos" do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciênciae Tecnologia do Maranhão (IFMA), campus Monte Castelo, na cidade de São Luís, estado do Maranhão, no Brasil. O campo de atuação do grupo composto por sete bolsistas foi nas turmas de 1º e 2º ano do ensino médio no Centro de Ensino Humberto de Campos, na mesma cidade, vinculado à rede estadual de ensino.

Por se tratar de um estudo com base em vivências e experiências dos pesquisadores, adotou-se o cunho qualitativo, pois como destaca Creswell (2007), o ambiente natural é fonte direta dos dados e ainda por se tratar de uma abordagem interpretativa, abrindo espaço para o envolvimento direto com a problemática.

Considerando as condições de observador-participante, o relato de experiência constitu-se com auxílio dos diários de bordo dos bolsistas, os relatórios e portifólios encaminhados à instituição financiadora do programa (CAPES), bem como as reflexões levantadas nos encontros do grupo.

A participação dos graduandos consistiu na elaboração de atividades alternativas com utilização de materiais manipuláveis e alguns jogos por acreditar que "são objetos facilitadores do desenvolvimento das atividades lúdicas, e utilizando-os podemos criar situações que as crianças possam representar o que está trabalhando, além de utiliza-los como suporte para entender a realidade do momento." (ALVES, 2016).

Alguns desses recursos foram disponibilizados no acervo em sala específica e no Departamento de Matemática, além de confeccionados pelos bolsistas. Visto que como afirma Mendes (2006), há a construção de uma aprendizagem significativa quando o professor cria situações ao aluno de redescobertas dos saberes matemáticos. Assim, buscamos a contextualização a grade curricular e o referido assunto explorado pelo supervisor professor em sala de aula.

Inicialmente, as observações nas aulas nos levaram a perceber pontos que preocupavam: a falta de motivação e grandes lacunas no aprendizado que refletiam no resultado das provas e atividades. Por concordar com Mendes (2006) de que o professor deve propor situações fontes de descoberta do conhecimento matemáticos, passamos a projetar formas que possibilitassem mudanças naquele cenário e em consenso surge a feira de matemática, a "PIBIMATH".

Passamos durante nossos encontros de planejamento, a definir como e o que seria de fato levado à exposição. Verificando o acervo disponivel e cogitando a construção de alguns materias, em especial jogos, entre os elencados estavam o Jogo dos Palitos, "Sobe e Desce", Jogo dos sinais, sólidos geométricos, Torre de Hanói.

Vale ressaltar que os demais bolsistas do subprojeto, atuantes nas outras escolas parceiras participaram conosco na "PIBIMATH", que além de proporcionar interação entre os alunos, alunos-professor, professor-bolsistas surge como impulsionadora no processo de desmistificação divertida do olhar sobre a Matemática, estimulando ao raciocínio e à melhor participação nas aulas.

A citada atividade teve boa aceitação no corpo escolar, levantando convites à realizações de outras feiras. Além do já exposto, outas mediações foram possíveis: no assunto fração, por meio de material impreso e do uso de plataforma virtual; Geoplano para o resgate de saberes no campo da Geometria, etc. Contudo, não são comparáveis à participação e entusiamo dos "pibidianos"e dos alunos com a realização da "PIBIMATH".

4. ANÁLISE DE DADOS E CONCLUSÕES

As experiências supracitadas, demonstram pontos positivos do PIBID na construção de uma identidade docente e na formação inicial para além do conhecimento cientifíco adquirido dentro da universidade, gerando concepções docentes e prática pedagógicas que almejem um ensino de Matemática que ultrapasse as operações. As falas dos bolsistas demonstram que os objetivos do relato foram alcançados:

Bolsista A: "O programa é um auxílio para o estudante se encontrar frente sua futura vida profissional, nele temos a oportunidade de vivenciar tudo aquilo que estamos aprendendo em sala de aula, seja a preparação da aula pelo professor da escola parceira, a aula sendo executada, lacunas que ficam nos alunos, a utilização de metodologias ativas para sanar essas lacunas e a experiência em sala de aula. Todas essas experiências nos ajudam a se identificar com o curso e entender aquilo que estamos sendo preparados para ser."

Bolsista B: "O PIBID contribuiu de uma forma enriquecedora para minha formação como docente .Foi um privilégio participar desse projeto, pois vivi experiências única nas escolas por onde passei. Lá eu pude vê a realidade e a dificuldade de se trabalhar como educador .Porém essa experiência nos possibilita a evoluir pela prática. Com o PIBID pude entender a rotina escolar e ganhar experiência nas aulas."

Bolsista C: "Contribuiu deveras, pois o contato com o alunado da escala pública, despertou ainda mais o desejo de se fazer algo que possa contribuir e melhorar diversas questões, dentre elas, o tocante ao ensino e aprendizagem."

Bolsista D: "Melhorou meu jeito de agir... mudou a realidade do meu ponto de vista, do que seria lecionar... me amadureceu."

Bolsista E: "Logo de inicio da minha formação tive contato com a sala de aula, pude perceber as maiores dificuldades que o professor tem para ensinar e quais as melhores formas. Enquanto pibidianos, contribuimos para ajudar alunos e professores nesse processo, me mostrando que não é fácil ser professor, mas tem seus pontos positivos que te fazem continuar."

Bolsista F: "O projeto me ajudou a entender melhor como é o convívio em sala de aula, tal como as dificuldades e aprendizagem que o professor/aluno tem. No projeto pode ter a certeza da correira em docência que iria seguir. Também foi muito interessante as metodologias, jogos, feiras matemáticas que foram realizadas, ajudou bastante no modo como irei atuar em sala de aula.

Percebemos, por ora "pibidianos" e professores em formação que é indispensável vivenciar a aproximação da teoria da graduação, compreender e buscar novas abordagens e metodologias no ensino da Matemática.

Esperamos que este breve relato contribua na continuação do programa não apenas no instituto no qual fizemos parte no subprojeto Matemática, mas nos demais onde é implantado, visto que os ganhos se estendem dos bolsistas a todo corpo docente das centros educacionais parceiros.

5. REFERÊNCIAS

Decreto n. 7.219, de 24 de Junho de 2010 (2010, 24 de Junho). Dispõe sobre Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID e dá outras providências. Diário Oficial da União, Rio de Janeiro. Recuperado a partir de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7219.htm .

CRESWELL, J. W. (2007). Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed.

CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência –PIBID. Recuperado a partir de http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid

NÓVOA, António. Novas disposições dos professores: A escola como lugar da formação; Adaptação de uma conferência proferida no II Congresso de Educação do Marista de Salvador (Bahia, Brasil), em Julho de 2003. Recuperado a partir de http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/685/1/21205_ce.pdf.

MARÇAL, Lena M. P. C. L.. (2012). A formação inicial dos educadores: professores e professoras. Rizoma freireano, Espanha, n.12, 2012. Recuperado a partir de http://www.rizoma-freireano.org/a-formacao-inicial-dos-educadores-professores-e-professoras-lena-maria-pires-coreia-lopes-marcal

NÓVOA, Antonio S. da. (2019, Setembro). Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola. Educação & Realidade. Porto Alegre, (vol.44, no.3). Recuperado a partir de https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362019000300402&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt

ALVES, Luana L..(2016). A importância da Matemática nos anos inicias. In *Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul*. (Vol. 22), Curitiba, Paraná. Recuperado a partir de https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf

MENDES, Iran Abreu. (2006). Matemática por atividades: sugestões para sala de aula. Natal, Ed. Flecha do Tempo.

EL IMPACTO DE LA TECNOLOGÍA EN EL MICROCURRICULO DE LA ENSEÑANZA BASICA Y MEDIA EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Dariana Del Carmen Rodriguez Gonzalez[1], Andrea Viviana Tavera Gamarra[2], Sonia Valbuena Duarte[3]

Resumen

La Tecnologías de la Información y comunicación (TIC) son actualmente importantes en el contexto educativo, es así, que es necesario que los profesores de matemáticas posean conocimientos y competencias en el uso de diferentes recursos tecnológicos desde lo didáctico y pedagógico. De este modo la presente investigación centró su atención en Identificar de qué manera la tecnología está inmersa en el microcurriculo del docente de matemáticas, determinar los elementos en la práctica profesional del docente de matemáticas relacionados con la tecnología y examinar el uso que le dan los docentes de matemáticas a las TIC en su práctica profesional. Para lograr esto se recolecto la información a por medio de entrevistas, revisión documental y análisis didáctico, aplicado a 1 profesora de matemáticas. Del análisis de los resultados se infiere bajo uso de recursos TIC por parte de los profesores de matemáticas en su quehacer, logrando concluir que no usan la tecnología de forma pedagógica en el microcurriculo y de un bajo desarrollo de las competencias TIC dentro de su práctica profesional.

Palabras claves: TIC, Competencias del docente, práctica profesional, Plan de clase, Enseñanza de las matemáticas.

Abstract

Information and Communication Technologies (ICT) are currently important in the educational context, so it is necessary that mathematics teachers have knowledge and skills in the use of different technological resources from the didactic and pedagogical. In this way the present research focused its attention on Identifying how technology is immersed in the microcuricule of the teacher of mathematics, to identify technology-related elements in the professional practice of the mathematics teacher and to examine the use of ICT in the professional practice of mathematics teachers. To achieve this, information was collected through interviews, documentary review and didactic analysis, applied to 1 mathematics teacher. From the analysis of the results it is inferred low use of ICT resources by mathematics teachers in their work, In this context, it is important to note that technology is not used in a pedagogical way in the microcurricular and that ICT skills are poorly developed in their professional practice.

Key words: ICT, Teacher competences, Professional practice, Lesson plans, Mathematics education.

1.INTRODUCCIÓN

[1] Licenciada en matemáticas, Estudiante de la Universidad del Atlántico, Colombia. darianadrodriguez@mail.unitlantico.edu.co
[2] Licenciada en matemática, Estudiante de la Universidad del Atlántico, Colombia, avtavera@mail.uniattlantico.edu.co
[3]Especialista en física, Magíster en Educación: Desarrollo Humano, Magíster en Matemáticas, Docente investigadora tiempo completo, Universidad del Atlántico, Colombia, Colombia. soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co,

La transformación de nuestra sociedad mediada por las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), según Valencia et al (2016), demanda la necesidad de usar las tecnologías para favorecer la enseñanza y aprendizaje, y gracias a que surgieron estos recursos, como señala Grisales (2018); Valenzuela y Varela (2020), el profesor debe desarrollar competencias, poseer destrezas y conocimientos para usar de forma adecuada las tecnologías, aunque en diversas investigaciones como las de Ángel et al. (2016); Suárez et al. (2010); Valenzuela y Varela (2020), no se evidencia un uso didáctico y pedagógico de las TIC en la práctica del profesor, es por tanto que, como señala Cantú y Morado (2016), el profesor para la planeación debe modelar una secuencia de actividades para lograr los objetivos planteados y favorecer el aprendizaje de los estudiantes, por lo que es necesario que se integre la tecnología en este proceso, sin embargo, de acuerdo con Ángel y Patiño (2018), falta mayor reflexión, socialización, y participación en el ámbito académico para que se genere un impacto de las TIC en el microcurriculo.

Es así que, Colombia desde el Ministerio de Tecnologías de la Información y la Comunicación (MinTIC) en busca del acceso y aprovechamiento de las TIC , a creado proyectos como Computadores para Educar (CPE) (2001), Planes TIC (2009), Vive Digital (2010), y ETIC@ (2017), en especial, el informe del estudio final de medición y evaluación de CPE 2014-2018 (CPE, 2018), evidenció que, aunque hay una apropiación en cuanto a competencias TIC por parte de directivos y docentes, existe un bajo uso de contenidos digitales por parte de los profesores. Con base en lo anterior, la presente investigación busca analizar si los profesores de matemáticas emplean las TIC en el microcurriculo y en su práctica profesional de forma pedagógica y didáctica, hecho que genera un beneficio para incentivar a la reflexión y autorreflexión por parte de los profesores sobre su labor.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 La tecnología en el microcurriculo del docente de matemáticas.

La tecnología es definida por el MEN (2008) como: “actividad humana, que busca resolver problemas y satisfacer necesidades mediante el uso racional y creativo de recursos y conocimientos” (p. 5). Si bien, las TIC deben integrarse en la planeación, resaltado que el MEN (2017), define la planeación microcurricular como:

> La planificación de clases en la que se especifica la secuencia de actividades previstas para un periodo temporal limitado, mediante las cuales se pretende conseguir los objetivos fijados en los planes anuales de área en correspondencia con el plan de estudios y, por ende, con el PEI (pp.21-23).

Además, la apropiación en TIC es una función importante que los profesores deben integrar en su práctica, es así que, según Valencia et al. (2016), la dimensión pedagógica comprende el trabajo del profesor y las competencias para priorizar el aprendizaje significativo.

2.2 La tecnología y su puesta en práctica por el docente de matemáticas.

Hoy en día, es importante que la tecnología sea integrada por el profesor en su práctica, en este sentido el MEN (2014), define la práctica docente a partir de las siguientes competencias:

> Enseñar: Hacer referencia a la comprensión y uso adecuado de la didáctica (…) Formar: Hace referencia la utilización de conocimientos pedagógicos para crear ambientes educativos (…) Evaluar: Hace referencia a la reflexión, seguimiento y toma de decisiones que debe tener el docente en los procesos de formación (p. 8).

De igual forma, la práctica profesional es determinada por 4 elementos, los cuales de acuerdo a Camargo (2019), son; el conocimiento, actividades, planeación y reflexión, así; el conocimiento se forma a partir de la formación inicial y continuada, y la experiencia en su práctica profesional, las actividades según Flores (2000) (citado por Camargo, 2019), van dirigidas a los estudiantes, el profesor debe tener en cuenta que la conformación individual y grupal de los estudiantes, está en constante cambio. Asimismo, la reflexión, menciona la actitud del profesor la convierte su acción en objeto de estudio con el fin de comprenderla y transformarla, y la planeación de clase, tiene asuntos como: detalles específicos de las actividades matemáticas; los aprendizajes esperados; las evidencias de aprendizaje que se tendrán en cuenta, etc.

Además, todo profesor según el MEN (2014), debe desarrollar competencias TIC, las cuales las define como:

> Competencia tecnológica*:* es la capacidad de seleccionar y utilizar de forma pertinente una variedad de herramientas tecnológicas (…) Competencia Comunicativa*:* es la capacidad para expresarse, establecer contacto y relaciones en espacios virtuales y audiovisuales (…) Competencia Pedagógica*:* es la capacidad de utilizar las TIC para el proceso de enseñanza y aprendizaje (…) Competencia de Gestión: es la capacidad de utilizar las TIC en la planeación, organización, administración y evaluación de manera efectiva de los procesos educativos. Competencia Investigativa*:* es la capacidad de utilizar las TIC para la transformación del saber y la generación de nuevos conocimientos (pp. 31-33).

Estas competencias TIC se desarrollan y se expresan en tres niveles, los cuales son:

> Exploración: El momento de exploración es la primera aproximación a un mundo desconocido (…) Integración*:* Es en este segundo momento, en donde se desarrollan las capacidades para usar las TIC de forma autónoma (…) Innovación*:* El momento de innovación se caracteriza por poner nuevas ideas en práctica, usar las TIC para crear (…) (MEN, 2014, p.24).

3. METODOLOGÍA

Esta investigación cuenta con un enfoque cualitativo (Mejía et al. 2014), y corresponde a un diseño descriptivo (Arias, 2012), para obtener información, se acudió a la entrevista estructurada aplicando un cuestionario, una revisión documental (Quintana, 2006), a los microcurriculo de matemáticas y un análisis didáctico (Rico, 2013), a los textos de Matemáticas Caminos del saber Matemáticas 10° de la editorial Santillana (edición 2013) y Matemáticas 10° expedido por el MEN (edición 2017).

La presente investigación tiene como población a los profesores de matemáticas de básica y media de la ciudad de Barranquilla, con una muestra no probabilística intencional (Arias, 2012;

Manterola & Otzen, 2017), contando con 1 profesora de Matemáticas de básica y media en la localidad suroccidente, y cuenta con una metodología ejecutada en cinco fases adaptada de Jiménez (2012) y Moreno (2015), las cuales son: Primera Fase. Exploración documental; Segunda Fase. Trabajo de campo; Tercera Fase. Organización y clasificación de la Información; Cuarta Fase. Análisis de la información; Quinta Fase. Escritura del informe final.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se realiza una revisión documental de los microcurriculos otorgado por la profesora de matemáticas en la localidad suroccidente, los cuales, uno fue diseñado en clases presenciales y otro en enseñanza remota, este se analiza desde la dimensión pedagógica donde se evidencia que, en clases presenciales, no integra los recursos tecnológicos para temáticas, diseñar actividades y evaluaciones. Del mismo modo se analiza un microcurriculo diseñado en enseñanza remota, donde se observa que integra videos de la plataforma YouTube para complementar temáticas y redes sociales como WhatsApp y Facebook para retroalimentar, enviar actividades y comunicarse con el estudiante (figura 1). Esto apoya lo planteado por Sullivan et al (2020), donde en tiempos de enseñanza remota, es importante que los profesores enfoquen sus planificaciones en pedagogía en lugar de diseñar recursos.

Figura 1. Microcurriculo en enseñanza remota

EXPLORACIÓN: para la realización de estas actividades es necesario que hagas uso y recuerdes la multiplicación, las tablas de multiplicar y solución de problemas aplicando esta operación matemática. **OBJETIVO DE APRENDIZAJE**: reconoce el uso de números naturales en diferentes contextos, aplicando operaciones y propiedades, para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas.

METODOLOGÍA: se realizarán tres actividades con contenido matemático, trabajo individual, trabajo cooperativo con su acudiente, están distribuidas para trabajar tres días a la semana el día viernes se hará retroalimentación de dudas o explicaciones por medio de llamadas, WhatsApp o Facebook. Ante cualquier inquietud puedes comunicarse conmigo de lunes a

Fuente: Profesora de matemáticas.

Por otro lado, se realiza un análisis del cuestionario, y se observa partiendo de los elementos de la práctica profesional del profesor, teniendo en primera instancia el conocimiento del profesor y reflexión que, conoce e integra recursos tecnológicos como estrategias para mejorar la enseñanza en el aula de clase, usando recursos tecnológicos como la computadora, redes sociales, televisor, grabadora, YouTube, para la iniciación a un tema nuevo; en los elementos actividades y planeación de la práctica, se observa que tiene en cuenta la malla curricular, los ejes temáticos, y las TIC, cabe adicionar que no menciona la intencionalidad pedagógica y didáctica al momento de utilizar diferentes recursos TIC para la planeación de clase.

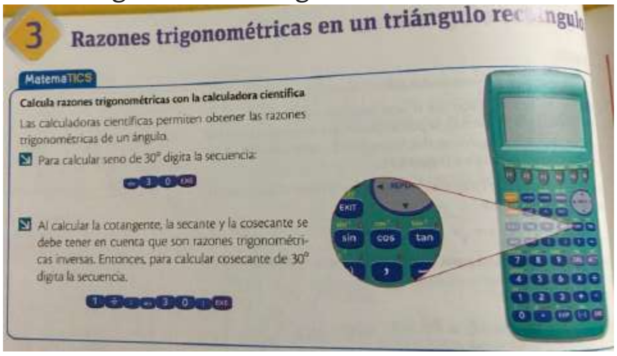
Lo anterior, no contrasta con lo evidenciado por Valenzuela y Varela (2020), donde los profesores expresan utilizar diferentes recursos TIC, pero no explicitan la intencionalidad pedagógica y didáctica de uso, y no difiere a lo evidenciado por Ángel y Patiño (2018), donde los profesores le dan uso básico a la tecnología en el microcurriculo.

Esto permite ubicarla en el nivel explorador con respecto a la competencia pedagógica y comunicativa y en nivel integrador en relación a la competencia tecnológica, debido a que conoce e integra recursos TIC y se comunica con sus estudiantes por medio de estos, además se ubica en una cuarta generación (educación basada en web), como plantea Young et al

(2017); Chacón (1997); Taylor (1999); Arboleda y Rama (2013), debido a que integra redes sociales y páginas web, distinto a lo planteado por Gascón, Larregui y Castro (2016), en Argentina, donde los profesores tienen una perspectiva positiva en cuanto al uso de libros aumentados y la reconstrucción 3D, ubicándolos en la generación cinco (educación interactiva).

Finalmente, para el análisis didáctico de los textos 1 y 2, por medio de los ciclos análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación, se logra evidenciar, que, aunque los textos incluyen algunos recursos TIC como software y calculadora para complementar temáticas y graficar funciones, solo son integrados al final de las unidades sin incluirlas en actividades, ejercicios propuestos, ejemplos o definiciones y no (figura 2).

Figura 2. TIC integrado en el texto 2



Fuente: texto 2.

De lo anterior se concluye que las TIC ha impactado ciertamente el microcurriculo diseñado por la profesora participe de la muestra, aun así, se evidencia que, aunque integra los recursos tecnológicos, lo hace con un uso básico, sin notar intencionalidad didáctica y pedagógica de todos los recursos que utiliza. De igual forma se nota el bajo desarrollo de las competencias TIC ubicándola en la mayoría en un nivel explorador lo que muestra el poco manejo de Recursos TIC. Finalmente es importante resaltar que en los libros analizados el uso de la tecnología resulta ser muy básico, centrándose simplemente en softwares para hacer actividades.

5. REFERENCIAS

Ángel, I., & Patiño, M. (2018). Línea base de indicadores de apropiación de TIC en instituciones educativas. *Educación y Educadores*, 435-457.

Ángel, J., Prat, M., Perez, A., & Steegman, C. (2016). MATH-ELEARNING@CAT: Factores claves del uso de las TIC en Educacion Matematica secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 287-310.

Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación introducción a la metodología científica.* Caracas: Episteme.

Camargo, L. (2019). Perspectivas para leer la practica del proesor de Matematicas. *En E. Badillo, N. Climente, C. Fernàndez, & M. Gonzaàlez, Investigacion sobre el profesor de Matemàticas: Practica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional*, 84-103.

Cantú, M., & Morado, C. (11 de Noviembre de 2016). Planes de clase de historia: Un momento en la formacion Docente. *Opción*, 228-246. Obtenido de Opción.

CPE. (29 de Junio de 2018). *Informe final del estudio de medición y evaluación de impacto de CPE 2014-2018.* Obtenido de Computadores Para Educar: http://computadoresparaeducar.gov.co/sites/default/files/inline-files/Informe%20final%20del%20estudio%20de%20medicion%20y%20evaluacion%20de%20impacto%20de%20CPE%202014%202018.pdf

Grisales, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matematicas: retos y perspectivas. *Entramado*, 198-214.

Jimenez, V. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista internacional de investigación en Ciencias Sociales.*, 141-150.

Manterola, C., & Otzen, T. (2017). Tecnicas de muestreo sobre una población a estudio. *International Journal of Morphology*, 227-232.

MEN. (Mayo de 2008). *Guia numero 30 ser competente en tecnologia: ¡una necesidad para el desarrollo!* Obtenido de Ministerio de Educacion Nacional: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-160915_archivo_pdf.pdf

MEN. (11 de Marzo de 2014). *Competencias TIC para el desarrollo profesional docente.* Obtenido de Ministerio de Educacion Nacional: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339097_archivo_pdf_competencias_tic.pdf

MEN. (Agosto de 2014). *Lineamientos de calidad para las Licenciaturas en Educacion.* Obtenido de Ministerio de Educacion Nacional : https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-344483_archivo_pdf.pdf

MEN. (2017). *Guia de fortalecimiento curricular.* Obtenido de Colombia aprende: https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/guia_fortalecimiento_curricular.pdf

Moreno, G. (2015). Formación inicial de docentes en metodología a distancia en Colombia. *Revista Aletheia*, 114-129.

Quintana, A. (2006). Metodología de la Investigación Cientifica Cualitativa. *Topicos de actualidad*, 47-84.

Rico, L. (2013). El Método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educacion Matemática UNIÓN*, 11-27.

Sullivan, P., Bobis, J., Downton, A., Feng, M., Hughes, S., Livio, S., . . . Russo, J. (2020). Amenazas y oportunidades en el aprendizaje remoto de las matemáticas: implicaciones para el regreso al aula. *Revista de investigación en educación matemática.*

Valencia, T., Serna, A., Ochoa, S., Caicedo, A., Montes, J., & Chávez, J. (2016). *Cómpetencias y estandares TIC desde la dimensión pedagógica: una perspectiva desde los niveles de apropiación de las TIC en la práctica educativa docente .* Cali: Javeriano-Pontificia Universidad Javeriana-Cali. Obtenido de Pontificia Universidad Javeriana-Cali: http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/pdf/Competencias-estandares-TIC.pdf

Valenzuela, J., & Varela, S. (2020). Uso de las tecnologías de la información y la comunicación como competencia transversal en la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Educare*, 1-20.

EL PROCESO DE EVALUACIÓN DE CARÁCTER DIAGNÓSTICO FORMATIVA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DESDE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

Juan Alberto Martínez Marín [1], Sonia Vaulbuena Duarte [2]

Resumen

En Colombia, los docentes al servicio del Estado para ascender de escalafón deben presentar una evaluación denominada Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativa (ECDF), prueba en la cual los docentes presentan dificultades. Por esta razón, el presente estudio analiza el aporte de la Idoneidad Didáctica (ID) al proceso de la ECDF del profesor de matemáticas. Consiste en un estudio de caso múltiple con enfoque cualitativo compuesto por dos licenciados en matemáticas y física, donde la recolección de información consistió en una revisión documental del marco normativo de la ECDF y del constructo ID, y de un análisis desde la ID de los videos envidados por los docentes a la ECDF. Como resultados se encontró que los criterios evaluados en la ECDF pueden evidenciarse a partir de los criterios de ID, concluyendo que cuando existe un balance de las idoneidades parciales en la actividad de aula del docente, este obtiene resultados favorables.

Palabras claves: *Evaluación Docente, Idoneidad Didáctica.*

Abstract

In Colombia, the teacher to the State service must take an assessment called Formative Diagnostic Evaluation (FDE) to move up, evaluation in which teachers find difficulties. For that reason, this study analyses the contribution that the Didactic Suitability (DS) makes to the mathematic teacher’s FDE process. It consists of a multiple case study with a qualitative approach compound by two mathematic and physics teachers, where the gathering data consisted of a documentary review of the FDE normative framework and the DS construct, and in an analysis from the DS of the videos sent by the teacher to the FDE. As a result, it was found that the criteria evaluated in the FDE can be evidenced through the ID criteria, concluding that the teachers have positive results when exists a balance of the partial suitabilities in the classroom activity's teacher.

Key words: Teacher assessment, Didactic Suitability.

1. INTRODUCCIÓN

El progreso de un país está profundamente relacionado con la calidad de su educación (Alves, Cunha, lourenço, & Monteiro, 2018), la cual a su vez se encuentra vinculada con la idoneidad de labor de sus docente (Remolina, 2019). Es por esta razón que, a nivel internacional diferentes países, en aras del fortalecimiento de la profesión docente y de la

[1] Licenciado en Matemáticas; Estudiante de la Universidad del Atlántico; Colombia; juanalbertomartinez@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Especialista en Física, Magister en Educación: Desarrollo Humano, Magíster en Matemáticas; Docente investigadora tiempo completo de la Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

mejora de su educación, han definido criterios para evaluar el desempeño de sus educadores (Sepúlveda, Hernández, Peña, Troyano, & Opazo, 2019).

En el caso de Colombia, la búsqueda de la mejora de la educación se ve evidenciada con la expedición del Decreto Ley 1278 de 2002, debido a que, a partir de este se acoge un Nuevo Estatuto de Profesionalización Docente que dirige la profesión de los maestros al servicio Estado (Cifuentes, 2014). Este Estatuto trajo consigo cambios considerables en cuanto al proceso de ingreso, permanecía, ascenso y retiro del escalafón docente. Para el ascenso, por ejemplo, se definió una evaluación de competencias denominada Evaluación de Carácter Diagnostico Formativa (ECDF), la cual fue aplicada por primera vez en el año 2015. En esta primera aplicación, los docentes de aula participantes obtuvieron resultados favorables. Por el contrario, y según los datos emitidos por Informe Nacional de Resultados de la ECDF de los años 2016-2017 (MEN, 2018), de los 39.866 docentes de aula participantes en la segunda convocatoria de la ECDF el 55.8% reprobó la prueba.

Así mismo, y de acuerdo con este último informe, en los treinta departamentos participantes, más de la mitad de sus docentes de aula no aprobaron la evaluación. Para el caso del departamento del Atlántico, el 55% de los docentes no pasaron la prueba. En cuanto a las ciudades capitales se halló que, en 14 de las 24 ciudades más del 50% de los docentes de aula no pasaron la prueba. En lo que respecta a las ciudades intermedias, los resultados son aún más alarmantes, ya que en 28 de las 39 ciudades participantes más del 50% de los docentes reprobaron. De igual forma se encontró, que los docentes de aula en general obtuvieron mayor número de aspectos calificados en nivel avanzado en el criterio: Contexto de la práctica educativa y pedagógica del docente. Sin embargo, el informe señala que el 60% de los docentes evaluados obtuvo un desempeño inferior en el criterio: Praxis Pedagógica del docente.

Desde este panorama de resultados, es pertinente preguntarse, ¿cuál es el aporte de la Idoneidad Didáctica al proceso de Evaluación Docente de Carácter Diagnóstico Formativa del profesor de matemáticas? ya que como afirman, Font y Morales (2019) si el docente se empodera y utiliza un marco conceptual como el de la Idoneidad Didáctica (ID), entonces no solo contará con elementos que le permitirán orientar la búsqueda de recursos para el fortalecimiento de sus conocimiento matemáticos, pedagógicos y didácticos, sino que además dispondrá de una herramienta para auto valorarse, la cual incrementaría sus habilidades para reflexionar sobre situaciones en la instrucción matemática. Reflexión que puede ser utilizada por el docente como auto evaluación durante su proceso en la ECDF.

En otras palabras, y ante esta problemática la presente investigación propone hacer uso de la Idoneidad didáctica para que el docente de matemáticas se auto evalué docente de matemáticas durante el proceso de evaluación. Para esto se realiza un estudio de caso múltiple, compuesto por dos licenciados en matemáticas y físicas que participaron en la ECDF.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 La Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativa.

La Evaluación Docente de Carácter Diagnóstico Formativa es un proceso de reflexión e indagación voluntario establecido para los docentes al servicio del Estado regidos por el Decreto Ley 1278 de 2002. Este proceso de reflexión se orienta en identificar en su conjunto las condiciones, los aciertos y las necesidades en que se realiza la labor docente, con el propósito de incidir positivamente en la transformación de su práctica educativa; su mejoramiento continuo, sus condiciones y favorecer los avances en los procesos pedagógicos en el establecimiento educativo. Con relación a lo anterior, el enfoque de la ECDF es cualitativo y se centra en el trabajo de aula del educador considerando las características y condiciones del contexto en el cual se desenvuelve el docente (Resolución 18407, 2018, art. 7).

Como consecuencia, la ECDF implementa diferentes instrumentos para valorar la práctica educativa y pedagógica del profesor; entre ellos un video que registra una actividad de aula del docente (Resolución 18407, 2018, art. 9). La valoración de esta actividad de aula corresponde al ochenta por ciento de la calificación final del docente (Resolución 18407, 2018, art. 13), y es evaluada independientemente por dos pares evaluadores, teniendo en cuenta cuatro criterios, a saber: Contexto de la práctica educativa y pedagógica del docente; reflexión y planeación de la práctica educativa y pedagógica; praxis pedagógica; y ambiente en el aula.

2.2 La noción de Idoneidad Didáctica.

La valoración de la Idoneidad Didáctica es un nivel de análisis didáctico comprendido en un modelo de análisis didáctico de procesos de instrucción más amplio (Breda, Font & Pino-Fan, 2018; Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017), y hace referencia al grado en que un proceso de enseñanza-aprendizaje, o parte de este, reúne ciertas características que permiten considerarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes, es decir el aprendizaje, y los significados institucionales pretendidos o implementados, teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (Breda, Font & Pino-Fan, 2018).

Lo anterior implica el balance o equilibrio de cada una de las siguientes idoneidades parciales: epistémica, valora si las matemáticas que se enseñan son “buenas matemáticas”. Cognitiva, a priori evalúa si lo que se pretende enseñar está al alcance de alumnos y, a posteriori, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar. Interaccional, valora si la interacción ha resuelto dudas y dificultades de los alumnos. Mediacional, valor la adecuación de recursos materiales y temporales utilizados. Emocional, valora la implicación de los alumnos. Ecológica, valora adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las condiciones del entorno, etc (Font, Planas y Godino, 2010).

3. METODOLOGÍA

El corte de este estudio de investigación es cualitativo ((Ary, Cheser, Sorensen, & Razavieh, 2010) y su diseño de estudio de caso múltiple (Berg, 2001, Stake, 2006) ya que se pretende analizar el aporte que hace la Idoneidad Didáctica al proceso de Evaluación de Carácter diagnóstico Formativa del profesor de matemáticas a partir del estudio de la experiencia de dos licenciados en matemáticas y física en esta evaluación. Para el abordaje de esta investigación se adaptan las etapas propuestas por León y Moreno (2002) para el estudio de caso: 1) La selección y definición del caso; 2) localización de las fuentes de datos, 3) Análisis e interpretación; 4) Elaboración del informe.

Por último, para la recolección datos se realizó una revisión documental de marco normativo de la ECDF y del marco teórico de la ID siguiendo las etapas propuestas por (Quintana, 2006), y de igual forma se utilizaron y analizaron, desde la Idoneidad Didáctica, las actividades de aula filmadas a los profesores para el proceso de la ECDF.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Como resultados parciales, y mediante la revisión documental se observó que la mayoría de los aspectos a evaluar en la ECDF se relacionan por lo menos con uno de los indicadores de las idoneidades parciales, lo que traduce que dichos aspectos a evaluar pueden ser evidenciados en la actividad de aula del docente a través de los indicadores de Idoneidad Didáctica. Así mismo se halló que los aspectos a evaluar comprendidos en los componentes de interacción pedagógica y procesos didácticos, pertenecientes al criterio Praxis Pedagógica están mayormente relacionados con los indicadores de ID, es decir un mayor número de los indicadores de las diferentes idoneidades parciales se relaciona con estos componentes. Una posible causa de esto podría ser el hecho de que se tratan de aspectos relacionados directamente con la Praxis Pedagógica del docente.

Por otra parte, a través del análisis a la luz de la Idoneidad Didáctica de las actividades de aula filmadas y enviadas por los docentes al proceso de Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativa, se concluyó que cuando existe un balance de las seis idoneidades parciales: Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Mediacional, Interaccional y Ecológica, dentro de la clase registrada en vídeo por el docente, este obtiene resultados favorables. En el caso contrario, es decir cuando no se evidencia un equilibrio de los criterios de ID, se observó que el docente obtuvo resultados desfavorables que se traducen en la reprobación de la prueba.

5. REFERENCIAS

Breda, A. Font, V. do Rosário, L. Valderez, M. & Villela , M. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162-176. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552018000200003&lng=es&tlng=es.

Breda, A. Font, V. & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255-278. https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13

Godino, J. D. Giacomone, B. Batanero, C. & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Vicenç, F. Planas, N. & Godino, J. D. (2010) Modelo para el análisis didáctico en educación matemática, Infancia y Aprendizaje, 33(1), 89-105, DOI: 10.1174/021037010790317243

Ary, D. Cheser, L. Sorensen, C. & Razavieh, A. (2010). *Introduction to Research in EducationWadworth*, Cengage Learning. United States of America.

Berg, B. (2001). *Qualitative Research methods for the Social Sciences*. Allyn & Bacon. Canada

Resolución 18407. Diario Oficial de la República de Colombia, No. 51.066. Bogotá, Colombia, 29 de noviembre de 2018.

Alves, M. P. Cunha, P. Lourenço, A. & Monteiro, A. P. (2018). Perceção dos professores sobre a avaliação do desempenho docente. *Revista Portuguesa de Educação*, 31(1), 61-78. https://dx.doi.org/0.21814/rpe.14082

Remolina, J. F. (2019). Trabajo docente y políticas de evaluación externa en Colombia y Brasil. Revista Colombiana de Educación, (77), 183-202. https://dx.doi.org/10.17227/rce.num77-6497

Cifuentes, C. (2014). Impacto del Nuevo Estatuto de Profesionalización en la función docente en Colombia. Análisis de los dos estatutos vigentes: Decreto 2277 de 1979 y Decreto 1278 del 2002. *Revista Colombiana de Sociología*. 37(2), 213-250. http://dx.doi.org/10.15446/rcs

Ministerio de Educación Nacional. (2018). Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativa (ECDF) 2016-2017. Informe Nacional de Resultados.

Morales, Y. & Vicenç, F. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45, e189468, 2019.https://doi.org/10.1590/s1678-4634201945189468

Montero, I. & Leon,O. (2002) Clasificación y descripción de las metodologías de investigación en Psicología. *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 2(3), 503-508. ISSN: 1576-7329

Quintana P. A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. En Quintana Peña, A. y Montgomery, W. (Eds.) *Psicología tópicos de actualidad*, 65-73.

Stake, R. (2006) *Multiple Case Study Analysis*. Guilford Press. New York, United States of America

FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE.

Sebastián Solano Díaz [1], Robinson Junior Conde-Carmona[2]

Resumen

Estudio de los entornos virtuales de aprendizaje y el conocimiento matemático de futuros profesores de matemática es una investigación que se encuentra en curso, consiste en reflejar que en la actualidad el profesorado en formación, carece de conocimientos para desarrollarse bajo un entorno virtual de aprendizaje (EVA). Tiene como objetivo principal caracterizar la relación práctica pedagógica y el conocimiento sobre los entornos virtuales de aprendizaje de los profesores de matemática en formación.

El marco de la investigación está compuesto por: Formación de profesores de matemáticas en TIC, el TPACK (technological pedagogical content knowledge) en educación matemática, entornos virtuales de aprendizaje en matemáticas. La metodología empleada en la investigación está desarrollada por fases como lo plantea Conde y Padilla (2020). Las posibles conclusiones que se esperan es lograr describir la relación que existe entre la práctica pedagógica y los EVA. A su vez se espera aportar a posibles investigaciones en el tema

Palabras claves: EVA, *Estudio, TIC.*

Abstract

Study of virtual learning environments and mathematical knowledge of future mathematics teachers is an ongoing investigation, it consists in reflecting that currently the teacher in training lacks the knowledge to develop under a virtual learning environment (EVA). Its main objective is to characterize the pedagogical practical relationship and the knowledge about virtual learning environments of mathematics teachers in training.

The research framework is composed of: Training of mathematics teachers in ICT, the TPACK (technological pedagogical content knowledge) in mathematics education, virtual learning environments in mathematics. The methodology used in the research is developed in phases as proposed by Conde and Padilla (2020). The possible conclusions that are expected is to be able to describe the relationship that exists between pedagogical practice and VLEs. In turn, it is expected to contribute to possible research on the subjectearning

Key words: EVA, *Study, TIC.*

[1]Estudiante Licenciatura en Matemática; Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia; snsolano23@gmail.com
[2]Ph.D © en Educación matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; rjconde@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Un entorno virtual de aprendizaje (EVA) Se define como un ambiente informático en el cual puede coexistir diversos instrumentos agrupados y optimizadas con fines académicos (Bühl ,2017). Por lo que esta investigación tiene como idea central conocer de antemano los diversos factores que influyen en la creación de este tipo conocimiento. Teniendo en cuenta cada una de estas afirmaciones es convincente que por medio del uso de estos entornos, los futuros docentes en matemáticas desarrollen ciertas habilidades tecnológicas las cuales sean propicias para su desenvolvimiento profesional.

Del mismo modo, esta investigación permitirá que el estudiante logre evidenciar la relación que existe entre un EVA y un conocimiento matemático específico. Reconociendo y verificando que esto no está fuera de la realidad, de manera que lleguen entender la posibilidad de enfrentar situaciones en su diario vivir con la aplicación de las matemáticas, encontrando coherencia entre su entorno y sus saberes previos (Alberti, 2018). Por medio de la investigación se pretende analizar de manera detallada los diversos factores que influyen en la problemática mencionada con anterioridad y a su vez

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. EL TPACK (TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE) EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El modelo a utilizar es TPACK (CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS, PEDAGÓGICOS Y DE CONTENIDO) propuesto por Mishra y Koehler (2006). El cual permite analizar desde una perspectiva importante como una teoría del aprendizaje con TIC se involucra en la formación del profesorado, además es necesario recalcar que por medio de este modelo pedagógico se analizara cada uno de los contenidos ofrecidos, adquiridos por el estudiante los cuales son: Conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico y conocimiento tecnológico. Evidentemente existe la necesidad de conocer cada uno de ellos.

El conocimiento del contenido hace referencia a las diferentes teorías, conceptos, procesos etc. que debe tener el docente, en cuanto al conocimiento pedagógico resalta los procesos de enseñanza y aprendizaje obtenidos por el alumno y el conocimiento tecnológico hace referencia a los recursos, herramientas utilizadas. De tal manera que cada uno de estos elementos ya mencionados haga parte de esa estrecha relación que deberá existir entre un EVA y la práctica pedagógica del futuro docente.

2.1.1. ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS.

La educación virtual puede considerarse como un espacio donde se comparten conocimientos mediados por un medio cibernético, el MEN (Ministerio de Educación Nacional) define a esta como un espacio de aprendizaje donde el estudiante y profesor no tienen un encuentro personal. Asimismo, Álvarez (2002) afirma que es un espacio donde prevalece el uso de tecnologías las cuales están desarrolladas, diseñadas por las diferentes metodologías de aprendizaje y están destinadas a poblaciones que están limitadas por su posición geográfica.

Ahora bien, con referencia a los entornos virtuales de aprendizaje (EVA), se pueden definir como un espacio que se encuentra incorporado en la web en el cual los participantes pueden interactuar entre ellos mismo mediante estas herramientas (Salinas, 2011). De tal modo, que el profesorado perteneciente a la educación matemática cada día se enfrenta a nuevos retos, nuevas herramientas por lo que se hace necesario estar actualizados, en efecto Arancibia, Carbero, Arancibia y Marín (2020) proponen que su participación en este entorno tienda a ser carácter investigativo, ya que, los estudiantes en formación de hoy en día están expuesto a cualquier tecnología lo cual debe ser aprovechado por el docente y a su vez desde su postura como investigador de estos acontecimientos, posibilite herramientas, mecanismos que favorezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje en TIC enmarcados dentro del marco de la educación matemática bajo entornos virtuales de aprendizaje.

3. METODOLOGÍA

La metodología de la investigación se desarrollará mediante fases como lo plantea Padilla y Conde (2020), por este motivo se exponen tres fases:

Primera fase: **Formación de profesores en TIC, c**omenzado por el marco teórico el cual expone un recorrido histórico sobre los diferentes autores que han proporcionado diferentes aportes de conocimientos a esta.

Segunda fase: Esta fase está dividida de la siguiente forma:

1. En primer lugar se manifiesta la creación de los instrumentos por los cuales se recogerán la respectiva información de la investigación, esta se realizara mediante el uso de encuestas dirigidas a los actores de esta.
2. En segundo lugar, aplicación de los cuestionarios con cierto número de preguntas abiertas, las cuales irán orientadas en reflejar la importancias de las competencias TIC en su formación profesional, además se pretende reconocer la importancia de la practica pedagógica en este contexto. En definitiva cada uno de estos procesos deben generar una autoevaluación dentro de los estudiantes sobre las herramientas y como las usan.
3. Por último, se realizara el análisis de la información adquirida y determinar la relación que existe en la formación del profesorado en TIC y su desenvolvimiento en el aula de clase.

Tercera fase: Finalmente, se realizará un proceso de conclusiones para así lograr la **caracterización** de la relación práctica pedagógica y los conocimientos sobre los entornos virtuales de aprendizaje por parte del profesorado de matemática en formación. Del mismo modo, se hizo un contraste con la información recogida y el modelo pedagógico TPACK con el fin de encontrar una alternativa para próximas investigaciones

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se ha recabado alguna información preliminar, en la cual se ha identificado algunas de las siguientes características:

- Los profesores de matemática en formación, manifiestan no recibir la formación adecuada para crear EVA.
- Los conocimientos analizados mediante TPACK, hasta el momento distan mucho de la realidad de los profesores de matemática en formación, se espera recabar más información para mencionar y describir los hallazgos de fondo.

Se esperan obtener las siguientes conclusiones:

- Caracterizar la relación practica pedagógica en los entornos virtuales de aprendizaje por parte de los profesores de matemática en formación.
- Describir la influencia de un entorno virtual de aprendizaje (EVA) sobre la práctica pedagógica del docente en formación con

5. REFERENCIAS

Padilla Escorcia, I. A. y Conde-Carmona, R. J. (mayo-agosto, 2020). *Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas: un análisis cualitativo.* Revista Virtual Universidad Católica del Norte, (60), 116-136. https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n60a7

Mishra, P. & Koehler, M.J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054. Retrieved August 8, 2020 from https://www.learntechlib.org/p/99246/.

Henao, A.O. (2002). La enseñanza virtual en la educación superior. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). ISSN: 1657-5725

Salinas, M. (2011). *Entornos virtuales de aprendizaje en la escuela. Pontificia Universidad Católica Argentina.* Recuperado de: https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/33050741/Eva1.pdf

Arancibia, M., Carbero, J., y Marín, V. (2020). Creencias sobre la enseñanza y uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en docentes de educación superior. Formación Universitaria, 13(03), *0718-5006.*http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000300089

LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA EN PROGRAMAS VIRTUALES Y PRESENCIALES QUE FORMAN DOCENTES DE MATEMÁTICAS

María Angélica Jiménez Ávila[1], Wendy Jhoana Jiménez Ávila[2] , Sonia Valbuena Duarte[2]

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo analizar desde la práctica pedagógica en programas virtuales y presenciales que forman docentes de matemáticas el desarrollo de competencias específicas definidas por el Icfes, teniendo en cuenta el rol que tienen los actores principales de la práctica pedagógica en el desarrollo de estas, y las competencias que diversos autores han planteado debe poseer todo educador. El diseño metodológico de la presente investigación es estudio de casos múltiples, su metodología se organizó por fases; se buscó ampliar la base de conocimiento sobre el desarrollo de competencias desde la práctica pedagógica, con base a los resultados se concluye que existen debilidades en el proceso de prácticas en relación al desarrollo de competencias específicas por parte del profesor en formación, y una ruptura en la relación que debe existir entre todos los actores de la práctica pedagógica en ambas modalidades.

Palabras claves: competencias específicas, desarrollo de competencias, práctica pedagógica, actores del proceso.

Abstract

This research aimed to analyze from the pedagogical practice in virtual and face-to-face programs that train mathematics teachers the development of specific competencies defined by the Icfes, taking into account the role that the main actors of the pedagogical practice have in the development of these, and the competencies that various authors have raised must possess all educator. The methodological design of this research is multiple case study, its methodology was organized in phases; it seeks to expand the knowledge base on the development of competencies from the pedagogical practice, on the basis of the results it is concluded that there are weaknesses in the practice process in relation to the development of specific competences by the teacher

Key words: specific competences, competence development, pedagogical practice, actors in the process.

1. INTRODUCCIÓN

En Colombia el examen Saber Pro es el instrumento estandarizado que el estado colombiano utiliza para la evaluación externa de la calidad de la Educación Superior, con el cual se busca, entre otras cosas, verificar el desarrollo de competencias genéricas y específicas de los estudiantes próximos a culminar los programas académicos de pregrado, dicho examen se encuentra a cargo del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes), el cual considera como preocupante los bajos niveles de desempeño, en

---

[1] Licenciada en Matemáticas, Estudiante de la Universidad del Atlántico; Colombia; ariaangelicajimenez@mail.uniatlantico.edu.co
[2] Licenciada en Matemáticas, Estudiante de la Universidad del Atlántico; Colombia; wjhoanajimenez@mail.uniatlantico.edu.co
[3] Especialista en física, Magister en Educación: Desarrollo Humano, Magister en Matemáticas; Docente investigadora tiempo completo de la Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

los resultados de las pruebas Saber Pro 2016-2017 de los programas de Educación (Icfes, 2018). Teniendo en cuenta que en la práctica pedagógica se posibilita el desarrollo de competencias por parte del profesor en formación (Ministerio de Educación Nacional, 2016; Correa, 2014), y que además, el profesor asesor (PA) y profesor de prácticas (PP) contribuyen en el desarrollo de estas (Correa, 2014; Hernández, Quezada & Venegas, 2016), se busca entonces analizar el desarrollo de competencias específicas y la participación de PA y PP, desde la práctica pedagógica tomando como muestra un programa de Licenciatura en Matemáticas en modalidad presencial y un programa en modalidad virtual, teniendo en cuenta que en investigaciones como la realizada por Rodríguez, Gómez, & Ariza (2014); Ahumada, Gamboa, & Guerrero (2018), se encuentran diferencias significativas en la evaluación de competencias especificas a favor de la modalidad presencial. Con lo anterior se busca ampliar la base de conocimiento sobre el desarrollo de competencias especificas por parte de profesores en formación desde la practica pedagógica, la responsabilidad de PA, PP e IES en dicho desarrollo, conociendo lo establecido y considerado para ello en un programa desarrollado en diferentes modalidades en IES diferentes.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Competencias del profesor de matemáticas en formación inicial.

El MEN (2016) considera que la práctica pedagógica es un proceso de auto reflexión que se convierten en un espacio de conceptualización, experimentación didáctica, e investigación, y que además este espacio desarrolla en el estudiante de licenciatura la posibilidad de reflexionar críticamente sobre su propia práctica, comprender el proceso educativo y su función como docente, es así, que la práctica pedagógica promueve el desarrollo de competencias profesionales en el futuro docente. Por su parte, el Icfes (2018) considera que las competencias específicas; enseñar, evaluar y formar; que este evalúa a los profesores en formación inicial a través de las pruebas Saber Pro obedecen a campos primordiales por los cuales se estructura el saber profesional del profesor en formación además de considerar que están vinculadas al currículo de los programas que forman docentes y que se extienden en múltiples ámbitos de la práctica pedagógica.

En lo que se refiere a las competencias específicas que el Icfes evalúa a los estudiantes de Licenciatura; el Icfes (2018) considera que la competencia enseñar implica el uso de la didáctica para el aprendizaje de los estudiantes, la competencia evaluar por su parte implica la toma de decisiones sobre los procesos de formación y plantear acciones que conlleven al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje y del currículo, y por último, la competencia forma que implica el uso de conocimientos pedagógicos para crear ambientes de aprendizaje.

De igual forma, en la evaluación de competencias que el Estado colombiano de forma voluntaria hace a los docentes en ejercicio que quieran ascender en el escalafón docente, se evalúa competencias disciplinares, pedagógicas y comportamentales que todo educador de matemáticas debe poseer y que son de vital importancia tanto en su formación inicial como en su formación continuada (MEN, 2014). Por otra parte, Llinares (2012) advierte que no es viable esperar que los egresados de programas de Licenciatura salgan como expertos, lo que ha llevado a hacer hincapié sobre la posibilidad de aproximaciones que preparen a los profesores en formación a aprender a lo largo de la vida profesional, dichas aproximaciones enfatizan la importancia de desarrollar conocimientos y destrezas para el análisis de la enseñanza de las matemáticas y en particular la importancia de la competencia "mirar con sentido" los procesos de enseñanza y aprendizaje. Dicha competencia le permite al profesor de matemáticas ver de una manera profesional las situaciones de enseñanza-aprendizaje integrando tres destrezas: Identificar, Interpretar y Tomar decisiones de acción.

Cabe agregar, que en el proceso de prácticas pedagógicas participan tres actores fundamentales a saber, profesor en formación (PF), profesor de prácticas (PP) y profesor asesor (PA), estos últimos adquieren un papel importante en el desarrollo de competencias por parte del profesor en formación (Correa, 2014; Hernández, Quezada & Venegas, 2016; Esquea, 2017; Fuentealba y Vanegas, 2019). Por otra parte, en lo que respecta a la práctica pedagógica efectuada por los estudiantes de Licenciaturas en la modalidad virtual siempre surge el interrogante sobre la calidad de estas, a pesar que en la actualidad se haga uso de la tecnología y simuladores virtuales, y sobre la manera como los estudiantes hacen uso de las herramientas tecnológicas en sus prácticas pedagógicas (Parra, 2013; Moreno, 2016).

Por las consideraciones anteriormente expuestas la presente investigación busca analizar desde la práctica pedagógica en programas virtuales y presenciales que forman docentes de matemáticas el desarrollo de competencias específicas por parte del PF, a partir del establecimiento de criterios comunes y disimiles en la formación de la práctica para el desarrollo de competencias específicas, identificar las diferencias en términos de los resultados en las competencias específicas evaluadas en las pruebas Saber Pro y por último examinar y comparar los roles de los actores de la práctica en el desarrollo de competencias específicas en la formación inicial de un docente de matemáticas en modalidad virtual y presencial.

3. METODOLOGÍA

El diseño metodológico de la presente investigación es de tipo estudio de casos múltiple (Stake, 2006), la recolección de información se hizo a través de entrevistas semiestructuradas aplicando cuestionarios a los actores del proceso de prácticas, para el análisis de estos cuestionarios se hizo uso de la triangulación, además se hizo revisión documental según los planteamientos de Quintana (2006), con el fin de rastrear información útil acerca del proceso de prácticas pedagógicas y la reglamentación que regula a las Licenciaturas en Colombia, se analizaron los Reglamentos y los Sílabos de Prácticas; de un programa de Licenciatura en Matemáticas en modalidad presencial y en modalidad virtual; a través del análisis didáctico (Rico, 2013), por último, se analizaron los resultados en las competencias específicas evaluadas por el Icfes en cuanto al porcentaje de respuestas erradas obtenido por los estudiantes de los programas de Licenciatura en los años 2016, 2017 y 2019.

La población objeto de estudio fueron coordinadores de prácticas (CP), profesores de prácticas (PP), profesores asesores (PA) y profesores en formación (PF) de programas de Licenciatura en modalidad presencial y virtual, la muestra seleccionada de manera intencional (Vasilachis y otros, 2009) fueron: 2 CP; 1 del programa de Licenciatura en modalidad presencial y otro en modalidad virtual; 5 PP, de los cuales 4 son del programa de Licenciatura en modalidad presencial y 1 del programa de Licenciatura en modalidad virtual, 5 PA y 5 PF, 3 de estos fueron de programas de Licenciatura en modalidad presencial y 2 del programa en modalidad virtual. Cabe agregar que el programa en modalidad presencial es ofertado a nivel regional mientras que el programa en modalidad virtual es ofertado a nivel nacional.

Teniendo en cuenta el diseño de la presente investigación su metodología se organizó por fases, las cuales fueron adaptadas de Jiménez (2012) y Moreno (2016):
En la fase de exploración documental, se hizo revisión de literatura con el fin de conocer y analizar el proceso de prácticas pedagógicas, en la fase de trabajo de campo se recolectaron datos verbales y por escrito a través de entrevistas, en la fase de organización y clasificación de las entrevistas se tuvo en cuenta según fuera profesores en formación, profesores de prácticas y profesores asesores de prácticas pedagógicas de ambas modalidades, para el análisis de la información se trianguló la información obtenida en las entrevistas y de los teóricos consultados durante la exploración documental, por último para la escritura del informe final se organizó de la siguiente manera: Introducción, Marco de la Investigación, Metodología, Análisis de Resultados y Conclusiones y los Referentes bibliográficos.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En el análisis realizado a los reglamentos de prácticas de los programas de Licenciatura escogidos en la muestra se encontró que en ambos programas se procura el desarrollo de competencias específicas (CE) definidas por el Icfes (2018) enseñar, evaluar y formar, puesto que se espera que el profesor en formación (PF) demuestre y fortalezca en el desarrollo de su práctica pedagógica competencias pedagógicas en pro de crear ambientes de aprendizaje; lo cual está relacionado con la competencia formar, con las competencias pedagógicas que se evalúan a los docentes en ejercicio (MEN, 2014) y con la destreza de interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes, la cual es una de las destrezas que caracteriza la competencia "mirar con sentido" propuesta por Llinares (2012); competencias didácticas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes, lo cual está relacionado con la competencia enseñar, con las competencias disciplinares que todo educador debe poseer (MEN, 2014) y con la destreza identificar las estrategias usadas por los estudiantes (Llinares, 2012); también se espera que el PF reflexione su propia práctica para la toma de decisiones, que está relacionado con la competencia evaluar, y comportamentales (MEN, 2014) y con la destreza toma de decisiones teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes (Llinares, 2012).

Sin embargo, en las entrevistas realizadas a los actores del proceso de prácticas se encontró que en el programa en modalidad presencial (MP) las competencias manifestadas se relacionan con la competencia enseñar y competencias pedagógicas, puesto que se enfatiza en la planeación adecuada de las clases, también manifiestan, recordar conocimientos olvidados lo cual relacionan con competencias disciplinares, así mismo manifiestan, tolerancia y respeto, que se relacionan con competencias comportamentales. En el programa en modalidad virtual (MV) se encuentra mayor relación con la competencia formar, al involucrar el desarrollo de los estudiantes y de él como futuro docente, al igual que en MP no se encuentra relación con la competencia evaluar. En ambos casos no se evidenció el desarrollo de las destrezas de la competencia "mirar con sentido".

Además, las competencias manifestadas como adquiridas por los PF de ambos programas se les atribuye en su mayoría al rol del PP, manifestando como dificultad el poco acompañamiento del PA, lo cual deja a manifiesto una ruptura en la relación entre los actores principales del proceso y poca retroalimentación al PF, a lo cual Llinares et al (2019) se refiere que el formador de formadores a través de los registros de la práctica entendiendo registros de la práctica como el uso de vídeos, casos/narrativas, o conjuntos de resoluciones de alumnos para las diferentes representaciones de la práctica puede ayudar al PF a analizar las diferentes situaciones que se presenten en el aula.

Por otra parte, en los resultados de las CE que el Icfes evalúa se encontró que, en los años 2016, 2017, y 2019 ambos programas no obtuvieron en las afirmaciones en que se traduce cada CE el ideal de un porcentaje de preguntas erradas que según el Icfes (2018) sería inferior al 20%. Por todo lo anterior, se concluye que existe poca relación entre lo planteado en los reglamentos de prácticas y lo manifestado por los actores del proceso, es decir además de la ruptura entre los actores del proceso se encuentra una ruptura entre lo esperado y lo logrado en cuanto al desarrollo de competencias por parte del profesor en formación, lo que se ve reflejado en los resultados que obtuvieron los estudiantes en las competencias específicas que evalúa el Icfes, por lo que se sugiere fortalecer la relación que debe existir entre todos los actores del proceso, es decir, profesor de prácticas, profesor asesor y profesor en formación, para que pueda haber un acompañamiento efectivo de la práctica, y por supuesto el desarrollo de competencias por parte del profesor en formación, además, se sugiere integrar las destrezas que caracterizan la competencia “mirar con sentido” en el proceso de prácticas pedagógicas y analizar las diferentes situaciones que se puedan presentar en el aula a través de los registros de la práctica planteados por Llinares et al (2019).

5. REFERENCIAS

Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Documento Guía 2014. Docente de Básica Secundaria y Media- Matmáticas.* Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-342767_recurso_13.pdf

Ahumada, V., Gamboa, M., & Guerrero, J. H. (2018). *Calidad de la Educación Superior en Colombia: Eficacia de algunos programas académicos presenciales y a distancia en las pruebas Saber Pro.* Bogotá D.C: Sello Editorial.

Correa, E. (julio de 2014). Las prácticas: primer espacio de profesionalización docente. En C. H, & I. C (Edits.), *Primer Seminario sobre Formación Práctica Docente: Vinculación entre el sistema universitario y el sistema escolar* (págs. 23-38). Chile.

Esquea, O. (2017). Sentidos de la práctica pedagógica en la formación docente. Caso Facultad de Educación - Universidad del Atlántico. *Praxis,* 13(2), 171-180. doi:http://dx.doi.org/10.21676/23897856.2359

Fuentealba, A., & Vanegas, C. (2019). Identidad profesional docente, reflexión y práctica pedagógica: consideraciones claves para la formación de profesores. *Perspectiva Educacional: formación de Profesores, 58*(1), 115-138. doi:10.4151/07189729-Vol.58-Iss.1-Art.780

Hernández, M., Quezada, A., & Venegas, M. (2016). Análisis de la práctica docente en la formación inicial de profesores de religión. *Educación y Educadores, 19*(3), 357-369. doi:10.5294/edu.2016.19.3.3

Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2018). *Marco de referencia para la evaluación ICFES. Ciencias de la Educación.* Bogotá.

Jiménez, V. (2012). El estudio de caso y su impelementación en la investigación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales, 8*(1), 141-150.

Llinares, S. (2012). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.*(10), 53-62.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *La práctica pedagógica como escenario de aprendizaje.*

Moreno, G. (2016). Formación inicial de docentes en la metodología a distancia en Colombia (Tesis de doctorado). Universidad Distrital Francisco José De Caldas, Bogotá, Colombia.

Parra, J. (2013). La Práctica Educativa Bajo los Sistemas de Educación Superior a Distancia y Virtual. En N. A, & C. R (Edits.), *La Educación Superior a Distancia y Virtual en Colombia: Nuevas Realidades* (págs. 175-184). Bogotá, Colombia: Hipertextos Ltda.

Quintana, A. (2006). Metodología de Investigación Científica Cualitativa. *Psicología: Tópico de Actualidad*, 47-84.

Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*(33), 11-27.

Rodríguez, G., Gómez, V., & Ariza, M. (2014). Calidad de la Educación Superior a distancia y virtual: un análisis de desempeño acádemico en Colombia. *Investigación & Desarrollo,* 22(1), 79-120.

Stake, R. (2006). *Multiple Case Study Analysis.* Guilford Publications.

Vasilachis, I., Ameigeiras, A., Chernobilsky, L., Giménez, V., Mallimaci, F., Mendizábal, N., . . . Soneira, A. (2009). *Estrategias de nvestigación cualitativa.* Barcelona: Gedisa, S.A.

PROPUESTA DE ESTUDIO DE CLASE EN GEOMETRÍA 7° AÑO DE ENSEÑANZA BÁSICA.

Roswitha Strehlow Jara[1], Katherine Urrutia Encina[2]

Resumen

Este estudio da a conocer la manera en que se genera un diseño de clase para la enseñanza de los ángulos interiores de polígonos con enfoque la resolución de problemas en geometría, cuya finalidad es la de proporcionar, de manera concreta, una herramienta metodológica y generar espacios para la reflexión entre docentes de educación básica. Este diseño es producto de la articulación de dos metodologías: Estudio de Clases (Lesson Study) (Isoda, Arcavi y Mena-Lorca, 2007) , en la cual docentes trabajan de manera común y colaborativa para la mejora de procesos pedagógicos en el aula por medio de la retroalimentación entre pares a la vez promueve la resolución de problemas en el aula y de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), la cual propone focalizarse en la producción de diseños didácticos para el proceso de enseñanza- aprendizaje de un contenido matemático.

Palabras clave: Enseñanza de la geometría, estudio de clases japonés, reflexión pedagógica y resolución de problemas.

Abstract

This study reveals the way in which a class design is generated for the teaching of the interior angles of polygons with focus on solving problems in geometry, whose purpose is to provide, in a concrete way, a methodological tool and create spaces for reflection among primary education teachers. This design is the product of the articulation of two methodologies: Study of Classes (Lesson Study) (Isoda, Arcavi and Mena-Lorca, 2007), in which teachers work in a common and collaborative way to improve pedagogical processes in the classroom by means of peer feedback, and at the same time, promotes the resolution of problems in the classroom and Didactic Engineering (Artigue, 1995), which proposes to focus on the production of didactic designs for the teaching-learning process of a mathematical content.

Keywords: Geometry teaching, Japanese class study, pedagogical reflection and problem solving.

1. INTRODUCCIÓN

Los escasos contenidos geométricos a lo largo de la escolaridad se reiteran año a año sin grandes cambios en lo que comprende a su extensión y complejidad, a pesar de saber que la geometría es la base para un desarrollo de innumerables habilidades escolares y la para la vida de los estudiantes, la aritmética y el álgebra han tenido mayor peso, por lo que es necesario revertir esta situación y mantener un trabajo sistemático en los curriculum educativos desde preescolar hasta terminada la enseñanza obligatoria.

---

[1] Profesora de Educación Diferencial y Matemática en educación Básica, Estudiante de Magister en Didáctica de Matemática; Pontificia Universidad Católica de Valparaíso; Chile; roswitha.strehlow.j@mail.pucv.cl

[2] Profesora de Matemática en educación básica; Estudiante de Magister en Didáctica de Matemática; Pontificia Universidad Católica de Valparaíso; Chile; k.urrutia.e@gmail.com

Vecino (2003) argumenta que ha habido un proceso de aritmetización de la geometría al limitarse muchas veces la enseñanza-aprendizaje de la misma a un cálculo inconsciente sobre fórmulas justificadas de todo el entramado geométrico elemental.

En relación a lo anterior es que se propone una clase de geometría para ser estudiado bajo el enfoque del estudio de clases japonés con el objetivo de abordar el contenido ángulos interiores en polígonos y lograr que los estudiantes por medio de la resolución de problemas puedan establecer relaciones entre ángulos interiores de diferentes figuras.

La problemática que sustenta esta propuesta es principalmente las dificultades de los estudiantes para hacer relaciones entre las propiedades de los polígonos y el cálculo de las medidas de sus ángulos interiores.

La propuesta de estudio de clases que se pretende llevar a cabo en colegios municipales y particulares de la región Metropolitana de Santiago de Chile, para luego hacer un contraste de los resultados obtenidos, para mejorar las prácticas docentes , el trabajo colaborativo y el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes del nivel.

De esta forma se propone un problema abierto con enfoque deductivo para la clase de geometría en 7° año de enseñanza básica el que deben resolver de manera colaborativa con sus pares y donde se ponen en juego conocimientos que los lleven a deducir la medida de ángulos interiores de polígonos y a relacionar sus conocimientos previos para generar nuevos aprendizajes , cabe destacar que el o la docente es solo un guía en este proceso.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Estudio de clases japonés

El estudio de clases es un proceso mediante el cual los profesores se empeñan en mejorar progresivamente sus métodos de enseñanza, trabajando con otros profesores para examinarse y criticarse mutuamente las técnicas de enseñanza. (Isoda, Arcavi y Mena 2007 P26)

Esta metodología presenta 3 fases que lo componen, las cuales de definen de la siguiente manera:

- Fase 1: preparación de la clase. En esta fase se produce un trabajo colaborativo entre docentes en el cual se determina un contenido matemático y se diseña una clase teniendo en consideración lo que solicita el curriculum, los textos escolares y la didáctica involucrada.

- Fase 2: Aplicación de la clase. Fase que consiste en llevar a cabo el plan realizado en conjunto en el trabajo colaborativo de los docentes, en esta fase un docente implementa la clase y el resto observa la aplicación para luego reformular en relación al análisis realizado.

- Fase 3: Discusión de la clase. Esta es una fase de reflexión del trabajo implementado, los docentes analizan la didáctica, la pedagogía en función de los logros de aprendizaje de los estudiantes.

Cabe destacar que este proceso es cíclico, por lo cual se re implementa la clase a partir del análisis realizado y se vuelve a implementar con las mejoras sugeridas por los propios docentes.

Resolución de problemas:

Si consideramos que un problema es un reactivo que lleva al estudiante al camino de la abstracción, modelación, discución, entre otras habilidades que desarrolla es necesario que en las aulas el/la docente sea un agente de cambio en el sentido, de que muestre a sus estudiantes un abanico de posibilidades y caminos para construir conocimiento y promover el razonamiento desde la epistemología de estos conceptos o propiedades.

Con respecto al diseño de clases basada en resolución de problemas "se espera que el alumno por iniciativa propia o por efecto de la comunicación con sus pares avance en la construcción de conocimientos, extensión de saberes y la superación de conflictos" (Isoda, M y Olfos, R 2009 p107)

Cabe destacar que la implementación de la resolución de problemas en las aulas tiene un fin de responder a las exigencias del curriculum educativo , ya que es una de las habilidades esenciales de este para llevarse a cabo en el que se pone en juego un enorme desafío a todo el sistema educativo y junto con ellos a los docentes que lleva la implementación a los estudiantes y desarrolla la autonomía de los estudiantes en cada uno de los ámbitos en los que se trabajan.

3. METODOLOGÍA

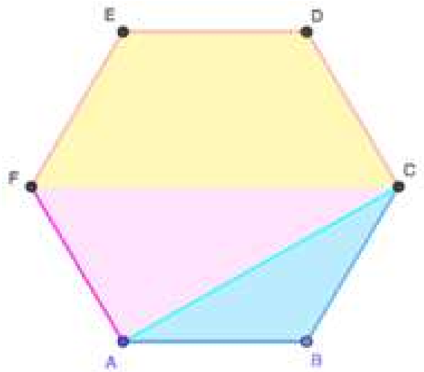
La metodología consiste en ser de orden cualitativa en base a lo que propone la ingeniería didáctica llevando a cabo las fases de la misma dando real importancia a la primera relacionada con manejar antecedentes históricos y epistemológicos del objeto matemático.

En la primera fase se realiza un análisis histórico epistemológico del objeto matemático, también se revisa el currículum, las propuestas didácticas de los textos escolares, los frecuentes errores en la implementación del objeto matemático en el aula, se crea un diseño de clases considerando las características de los estudiantes en los cuales se llevará a cabo la implementación de la clase con su correspondiente análisis a priori.

El problema central de este estudio de clases, corresponde a establecer ángulos interiores de polígonos dentro de un hexágono regular y la idea fué plantearlo como un problema abierto donde los estudiantes pudiera llegar a ese razonamiento presentado en la actividad sugerida del texto del estudiante, como primer paso para encontrar la medida de los ángulos interiores de los polígonos que están dentro de ese hexágono.

El problema abierto sugerido es el siguiente:

Actividad: Observa el polígono regular y encuentra la medida de los ángulos interiores de las figuras demarcadas en con colores:



En relación a la actividad anterior los estudiantes responden a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué otros polígonos puedes encontrar dentro de la figura inicial?
b) ¿Cuáles son las medidas de sus ángulos interiores?

El propósito de esta actividad es que los estudiantes por iniciativa propia y con la conversación entre pares puedan avanzar en la construcción de su propio conocimiento superando desafíos, conflictos, compartiendo argumentaciones, ideas y llegando a conjeturas en conjunto, para el desarrollo del pensamiento analítico.

Luego de haber realizado la actividad se hace un plenario con los estudiantes para poder conocer cómo fué el razonamiento de los estudiantes, respondiendo de manera oral a la pregunta: *¿Cómo obtuviste las medidas de los ángulos interiores?*

La segunda fase de esta propuesta es la implementación de la clase, la cual no se ha llevado a cabo debido a que la situación sanitaria a nivel mundial es compleja y las clases no han podido ser implementadas de manera sincrónica, sin embargo, se establecen algunas reflexiones de la propuesta.

4. Reflexiones

La experiencia nos dice, que el analizar desde una perspectiva histórica epistemológica el objeto de estudio, proporciona una seguridad distinta por parte del docente hacia su clases y hacia sus estudiantes, las inseguridades que antes estaban con respecto al eje de geometría desaparecen cuando se encuentra sentido a los que se está reflexionando con los estudiantes, ese sentido es el que se trasmite al momento de educar.

Es por esta razón es que se considera importante presentar una propuesta con un problema abierto para llevar a cabo en las aulas con el fín de proporcionar a los estudiantes problemas desafiantes para la clase de geometría que den cuenta tanto de objetivos de aprendizajes relacionados con la disciplina como también actitudinales relacionados con el trabajo colaborativo y destacar la importancia de llevar a cabo la construcción de conocimiento entre pares y sin restricciones en las soluciones.

Cabe mencionar que el desmedro que ha sufrido la geometría en las aulas puede ser revertida con propuestas didácticas analizadas desde el estudio de clase japonés, ya que ésta propicia la actividad deductiva de los estudiantes.

"La geometría ayuda a estimular y ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar ,comparar, medir, conjeturar, crear, generalizar y deducir" (Bressan, Bogisic y Crego, 2000 p15), es esto precisamente lo que se pretende lograr con el estudio de clases, estas oportunidades le permiten a los estudiantes descubrir que pueden hacer relaciones por ellos mismos y con ayuda de sus pares y así tornarse mejores solucionadores de problemas.

Es importante llevar a cabo momentos en los cuales los docentes puedan reflexionar de su práctica docente, compartir conocimientos y estrategias que permiten aprender unos de otros y aportar como investigadores al desarrollo de la educación de su país.

5. REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. Bogotá. Colombia.
Bressan, A., Bogisic, B y Crego, K. (2000).Razones para enseñar geometría en la educación básica. Ediciones Novedades educativas. Buenos Aires, Argentina.

Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). El estudio de clases japonés en Matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Ediciones Universitarias de Valparaíso: Chile

Isoda, M. y Olfos, R.(2009). El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Ediciones Universitarias de Valparaíso: Chile

Vecino, F. (2003) Didactica de la geometría en la educación primaria .En Chamorro, M. *Didáctica de las Matemáticas* (301-328). Editorial Pearson educación. Madrid.

SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES EN SEGUNDO CICLO: UN ANÁLISIS DESDE EL ETM PERSONAL DEL ESTUDIANTE

Valeria Millán Contreras[1]

Resumen

El estudio se centra en la relación de los niveles cognitivos y epistemológicos del ETM personal del estudiante al enfrentarse a una tarea sobre sustracción de fracciones en un contexto no rutinario. Por medio de categorías que engloban los constructos y procesos posibles al responder el problema, se busca realizar un análisis de la implementación de una situación de clase en alumnos de sexto año básico de un colegio particular chileno. Los resultados indican que la génesis argumentativa es la de menos logro, y que la mayor articulación se encuentra dentro del plano semiótico-instrumental, donde la igualdad de fracciones por medio de la amplificación es la herramienta principal para el desarrollo del algoritmo de sustracción.

Palabras claves: Igualdad de fracciones, operatoria en$\mathbb{R}$, ETM.

Abstract

The study focuses on the relationship of the cognitive and epistemological levels of the student's personal ETM when facing a task on subtraction of fractions in a non-routine context. Through categories that generalize the possible constructs and processes when answering the problem, we seek to carry out an analysis of the implementation of a class situation in sixth grade students from a Chilean private school. The results indicate that the argumentative genesis is the one with the least achievement, and that the greatest articulation is found within the semiotic-instrumental plane, where the equality of fractions through amplification is the main tool for the development of the subtraction algorithm.

Key words: Equality of fractions, operative in $\mathbb{R}$, MWS.

1. INTRODUCCIÓN

La fracción es un concepto abordado como objeto matemático en sí desde tercer año de enseñanza básica (8 años) hasta séptimo año básico en el currículum nacional chileno (MINEDUC, 2013). A partir de allí, el objeto de estudio cambia hacia números racionales y su uso en las operaciones matemáticas.

Según Chamorro (2003), el concepto de fracción es comprendido en diversa literatura como medida, reparto, operador y como razón. El más profundizado en los primeros años es la noción de medida asociado a un todo dividido en partes iguales, el cual presenta diversas representaciones (Levín, López, Martínez, Rojas & Zanocco, 2013). Para la realización de operaciones de fracciones por parte de los estudiantes, deben visualizar la fracción como operador, generalizando la representación pictórica a modo de región, la cual facilitará la comprensión de sus propiedades (Levín et al, 2013). El algoritmo de adición o sustracción, si bien puede ser mecanizado sin comprender el objeto matemático involucrado, su aprendizaje significativo requiere de la comprensión de qué es una fracción para que su uso pueda ser contextualizado, y para que el estudiante pueda incluso encontrar otras formas de operar cuando la memorización del proceso no sea efectiva.

[1] Magíster en didáctica de matemática; PUCV; Chile; vxmillan@uc.cl

El presente informe da muestra de las categorías de análisis realizadas para e
l estudio de una situación de clases de sustracción de fracciones. Dicha categorización se establece a partir del marco teórico del ETM, que se reseña a continuación, diferenciando los constructos del plano epistemológico y cognitivo, y dando descriptores para cada uno que faciliten el trabajo de análisis y discusión.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El Espacio de Trabajo Matemático, en adelante ETM, desarrollado por Alain Kuzniak, se describen tres dimensiones que se entrecruzan en el desarrollo de una tarea: el ETM personal, el ETM de referencia y el ETM (Kuzniak et al, 2014). El esquema de análisis para cada uno de estos ETM puede ser vista como un prisma de base triangular compuesto de planos verticales y horizontales, donde la articulación de sus bases como planos epistemológico y cognitivo, genera aristas verticales en el esquema que se denominan génesis (Kuzniak et al, 2014).

Según Kuzniak, Montoya-Delgadillo y Vivier (2016), el nivel epistemológico contiene tres componentes en interacción: un espacio real y local como soporte material que se denominará representamen, un conjunto de herramientas denominada artefactos, y un sistema teórico de referencia conocido como referencial.

Por otro lado, el nivel cognitivo contiene también tres componentes (Kuzniak et al, 2016): un proceso de visualización, un proceso de construcción y un proceso discursivo. Finalmente, las articulaciones anteriormente nombradas son tres y se relacionen con cada componente de los planos cognitivos y epistemológicos entre sí (Kuzniak et al, 2014): la génesis instrumental, génesis semiótica y génesis discursiva.

La existencia de todas las génesis proporciona la seguridad de una comprensión mayor del objeto matemático tratado. Sin embargo, suele ocurrir en las situaciones de clases que las tareas activan solo algunos de las caras laterales del prisma, denominadas planos verticales

3. METODOLOGÍA

La investigación realizada de carácter cualitativa responde a la aplicación de un estudio de clase realizado a partir de una planificación de 45 minutos. El estudio de clase es un método japonés de mejoramiento de clases, utilizado en este caso para observar una planificación sobre sustracción de fracciones, funcionando como unidad análisis (Isoda, Arcavi, Mena, 2007).

Para mirar las fases del estudio de clases, a modo complementario se estudia el caso desde un análisis a priori por medio del establecimiento de categorías de análisis, así como a posteriori por medio de la descripción y contrastación de los resultados. Estos procedimientos se vinculan a la metodología de ingeniería didáctica que consiste en un esquema experimental-didáctico en clases, donde se realiza, observa y analiza la enseñanza desde 3 fases: a priori, puesta en escena y a posteriori (Artigue, Douady, Moreno, 1995).

3.1 Unidad de análisis: El caso de estudio es un grupo de 23 estudiantes de sexto año básico de una escuela particular pagada. A partir del plan de clases, fue necesario establecer categorías regidas por el Marco Teórico del ETM descrito con anterioridad (Kuzniak et al, 2014), con el fin de observar y analizar una grabación en video de las acciones efectuadas por el estudiante en la dinámica de clases realizada.

3.2 Análisis a priori y categorías de análisis: Para el análisis de la situación de clase se establecieron 2 categorías principales relacionadas con los constructos del plano epistemológico, así como los procesos del plano cognitivo. A su vez, cada plano se divide en 3 subcategorías con descriptores que representan cada constructo o proceso: representamen, artefacto y referencial; visualización, construcción y prueba. Finalmente, cada descriptor se abrevia por medio de una sigla equivalente a la inicial de la subcategoría y un número, excepto en el referencial que se simboliza por medio de la letra "T" de teoría, aludiendo al sistema teórico de referencia para abordar la tarea. La Tabla 1 describe lo mencionado anteriormente.

Tabla 1. Descripción de las categorías de análisis a partir del ETM.

Categoría		Descriptor	Sigla
Plano Epistemológico	Representamen	Identifica la composición natural del numerador y del denominador en el número fraccionario.	R1
		Identifica más de una representación numérica para una misma fracción.	R2
		Utiliza lenguaje natural para expresar una operación con fracciones.	R3
		Reescribe números naturales como fracciones.	R4
	Artefacto	Utiliza el algoritmo de la sustracción de fracciones.	A1
		Se enmarca en el uso de números de un dígito sin repetir.	A2
	Referencial	Reconoce las propiedades de orden en el planteamiento de una sustracción de fracciones positiva.	T1
		Hace referencia a términos como "quitar" o "retroceder" para realizar la sustracción.	T2
		Utiliza la reversibilidad de sustraendo y resta.	T3
		Identifica propiedades de la igualdad de fracciones.	T4
Plano Cognitivo	Visualización	Identifica la igualdad de las operaciones fraccionarias descritas al buscar otras fracciones de igual valor.	V1
	Construcción	Utiliza la amplificación y/o simplificación para plantear fracciones iguales.	C1
		Utiliza el m.c.m. para realizar la sustracción de fracciones.	C2
		Escoge primos relativos para los denominadores.	C3
	Prueba	Comprueba la frase numérica creada por medio de igualación de denominadores.	P1
		Comprueba transformando a enteros y números decimales la frase numérica creada.	P2

	Explica de modo oral las fracciones utilizadas para crear una sustracción de fracciones correcta.	P3
	Argumenta el uso del "descarte" de fracciones que no sean de utilidad para el desarrollo del desafío.	P4

Las categorías establecidas nos permitirán analizar las génesis evocadas por los estudiantes, así como la ausencia de estas, para identificar los planos verticales prevalentes a partir de la tarea aplicada. El ETM personal del estudiante debería activar cada una de las génesis y movilizar los planos para dar cuenta de que la tarea propicia un espacio de trabajo que desarrolle el objeto matemático en cuestión: sustracción de fracciones. Parte del análisis a posteriori será relacionar los elementos que emerjan de la clase asociados al plano cognitivo, con aquellos que emerjan del plano epistemológico, con el fin de evidenciar la activación de las génesis semiótica, instrumental o discursiva.

Desde un punto de vista a priori, se espera que la tarea propicie mayoritariamente una movilidad de los estudiantes por el plano vertical de descubrimiento (semiótico-instrumental), puesto que la tarea de carácter abstracta-numérica da espacios para que el estudiante utilice el algoritmo (artefacto) por medio de la amplificación o simplificación (construcción) activando así una génesis instrumental. Diversos artículos relacionados a la visualización del símbolo fraccionario desde el ETM promueven la diversificación de representaciones que promuevan la conversión y el tratamiento del objeto matemático (Gagatsis y Deliyianni, 2013), por lo que al no ser una tarea que ofrezca una variedad de representaciones o conversiones, no promovería dentro de lo esperado la génesis semiótica.

Por otro lado, la tarea busca que los estudiantes utilicen distintas representaciones numéricas de una misma fracción (representamen) para identificar que las operaciones de sustracción generadas son iguales (visualización). Es posible que lo más complejo de alcanzar sea que los alumnos reconozcan las propiedades asociadas a la fracción y a la sustracción (referencial) para argumentar las elecciones de números según el desafío lo solicita, desafío que puede dar espacio para el ensayo-error por sobre la búsqueda de regularidades, argumentación o comprobación (prueba).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al observar los videos y registros fotográficos de la clase realizada, se puede identificar mayoritariamente el representamen R2 para abordar la tarea, conduciendo a la visualización V1. Gran parte de los estudiantes que logran ejecutar satisfactoriamente el desafío solicitado lo hacen por medio de la escritura de una sustracción de fracciones de igual denominador, la cual posteriormente reescriben por medio de amplificaciones o simplificaciones logrando una nueva frase numérica de igual valor. La figura 1 refleja dicho procedimiento registrado en la guía de uno de los estudiantes, donde se articula la génesis semiótica para que R2 cobre sentido mediante V1. Este será el único registro mostrado en la presente comunicación, con el fin de ejemplificar los resultados obtenidos.

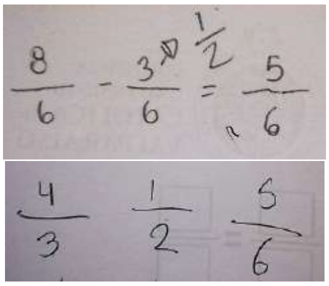


Figura 1. Presencia y relación de R2 y V1.

La teoría del ETM dota a los docentes de herramientas para elaborar tareas que estimulen las distintitas génesis en los estudiantes, al mismo tiempo que permite analizar a posteriori la aplicación de la tarea, dando especial atención a qué articulaciones emergen en los procesos que subyacen en el aprendizaje de los estudiantes (Rivas, Montoya, 2015). En este sentido, desde dicho marco se elaboró categorías que guiaron un posterior análisis, ordenando la identificación de los constructos y procesos del marco en la implementación, y facilitando el reconocimiento de las génesis y planos articulados.

La situación circula principalmente en un plano semiótico-instrumental, pese a que la visualización del representamen fracción sea acotada a sus diversas representaciones numéricas, y no estimule otras representaciones figurativas o concretas como se recomienda desde los antecedentes. Sin embargo, el manejo de las fracciones en un ámbito simbólico es el fuerte según lo señalado por el currículum nacional y esto lleva a que gran parte de los alumnos logren la construcción del artefacto realizando diversas sustracciones, pese a que no todas las operaciones conduzcan a la resolución exitosa del desafío.

La evidencia refleja que los docentes, sobre todo aquellos que se encuentran en sus primeros años de ejercicio, tienen dificultades para activar la génesis discursiva pues en los años de formación no se enseña la transposición de la demostración, explicación o argumentación (Montoya, Mena, Mena, 2016). Esta evidencia se correlaciona con los límites que presenta la tarea generada por el docente, coartando la posibilidad de demostrar o argumentar el procedimiento escogido por los estudiantes como fue descrito en el análisis.
Respecto a los estudiantes que no logran completar la tarea, hace falta una reestructuración del problema no-rutinario presentado el cual resulta demasiado abierto a la hora de generar estrategias para la resolución, trazando líneas solo desde el ensayo y error en la ubicación de dígitos aleatorios. Se recomienda en su adaptación acotarla para hacerla más pertinente según la muestra de estudiantes seleccionada.

Finalmente, se consideran adecuaciones a la tarea como acotar el ámbito numérico o complementarlo de una representación figurativa, ya sea por medio de tiras fraccionarias o dotándolo de un contexto que permita a los estudiantes usar modelos de fracciones además de la representación simbólica. Por otro lado, con el fin de profundizar en las respuestas de los estudiantes, la tarea será incluida en una secuencia de 3 clases que apunten al desarrollo de la operatoria aditiva de fracciones positivas, para así lograr una circulación completa entre los tres planos del ETM personal del estudiante.

En resumen, para generalizar los resultados obtenidos a cerca del predominio de la génesis instrumental en la tarea, se buscará en otra instancia de investigación aumentar la muestra de estudio en el marco de una secuencia de clases, con el fin de contrastar las respuestas de los estudiantes con tareas que estimulen una mayor visualización del objeto matemático, así como una mayor argumentación para el tratamiento del proceso de prueba desde el referencial matemático en la edad previamente señalada.

5. REFERENCIAS

Artigue, M., Douady, R., y Moreno, L. (1995). *Ingeniería didáctica en la educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericano S.A. de C.V.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria.* Madrid, España: Pearson.

Deliyianni, E. y Gagatsis. A. (2014). Mathematical working space relations with conversions between representations and problem solving in fraction addition. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *17*(4-II), 249-266.

Kuzniak, A. y Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 17*(4-I), 5-39.

Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., y Vivier, L. (2016). El espacio de trabajo matemático y sus génesis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*(15), 235-249.

Levín, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D. y Zanocco, P. (2013). *ReFIP Matemática. Recursos para la formación inicial de profesores de educación básica*. *Números*. Santiago, Chile: SM.

Montoya, E., Mena, J., Mena, A. (2016). Estabilidad epistemológica del profesor debutante y espacio de trabajo matemático. *Bolema, Río Claro (SP), 30*(54), 188-203.

Ministerio de Educación (2013). *Bases Curriculares para Matemática de 1° a 6° básico*. Santiago, Chile: MINEDUC.

Rivas, C., Montoya, E., (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanza de las Ciencias, 33*(2), 51-70.

EL CONOCIMIENTO DEL CONTEXTO EN LA ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA Y FINANCIERA: ESTRATEGIAS BASADAS EN PROYECTOS Y MODELIZACIÓN

Cláudia Fernandes Andrade Do Espírito Santo[1], Cassio Cristiano Giordano[2], Saddo Ag Almouloud[3]

Resumen

Este artículo trata de los cambios que han ocurrido en la educación básica brasileña (primaria e secundaria) con la implementación lenta y gradual de nuevos planes de estudio escolares, basados en la Base Nacional Común Curricular - BNCC. Presentamos, de manera sintética, una investigación cualitativa, bajo el enfoque metodológico del estudio documental bibliográfico, con el marco teórico del Análisis Exploratorio de Datos - AED, junto con la Educación Matemática Crítica. Evaluamos el papel del conocimiento matemático en la educación financiera y la educación estadística, analizando lo que proponen las políticas educativas de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico - OCDE y BNCC, tomando como ejemplo los resultados de investigaciones publicadas recientemente en dos tesis de maestría. El conocimiento del contexto, utilizado tanto en la realización de investigaciones con proyectos como en la modelización matemática, analizada a la luz de la Teoría Antropológica de lo Didáctico - TAD, y la Teoría de Situaciones Didácticas - TSD, resultó fundamental para la alfabetización estadística y financiera de los estudiantes. , con énfasis en la exploración de conocimientos no matemáticos para el uso de modelos matemáticos en problemas en contextos concretos.

Palabras claves: *Educación Financiera, Educación Estadística, Modelización Matemática, Proyectos.*

Abstract

This article discusses the transformations that took place in Brazilian Basic Education with the slow and gradual implementation of new school curricula, based on the National Common Curricular Base - NCCB. We present, in brief, a qualitative investigation, under the methodological focus of the bibliographic documentary study, with the theoretical framework of Data Exploratory Analysis – DEA and the Critical Mathematical Education. We evaluate the role of non-mathematical knowledge in financial education and statistical education, analyzing what the educational policies of the Organization for Economic Development Cooperation - OECD and BNCC propose, taking as examples research results recently published in two master's dissertations. The knowledge of the context, used in carrying out research with projects as well as in mathematical modeling, analyzed in the perspective of the Anthropological Theory of the Didactic - ATD, and the Theory of Didactic Situations - TDS, proved to be fundamental for students' statistical and financial literacy, with emphasis on the exploration of non-mathematical knowledge for the use of mathematical models on problems in concrete contexts.

Key words: *Financial Education, Statistical Education, Mathematical Modeling, Projects*.

[1] Doutorando; Universidade Federal do Pará (UFPA); Brasil; math0377@hotmail.com
[2] Doutorado; Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Brasil; ccgiordano@gmail.com
[3] Doutorado; Universidade Federal do Pará (UFPA); Brasil; saddoag@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

La alfabetización matemática es necesaria en las prácticas humanas para describir, explicar y predecir fenómenos, así como para realizar conscientemente la toma de decisiones en el mundo para el ejercicio de una ciudadanía comprometida y constructiva. La noción de educación financiera defendida por la OCDE (Brasil, 2013), a su vez, puede interpretarse en la escuela primaria y secundaria como una lectura del mundo a través de modelos matemáticos. Esto implica, entre otras cosas, la necesidad de garantizar el espacio de la educación financiera en la formación de los futuros profesores que trabajarán en estes niveles escolares, desarrollando la alfabetización matemática de manera reflexiva, a fin de promover aprendizajes significativos y democráticos, como señala Skovsmose (2001).

La Base Nacional Común Curricular - BNCC (Brasil, 2018) incorporó la educación financiera a los currículos brasileños, presentada en todas las materias, especialmente en matemáticas. Además, amplió el espacio dedicado a la estocástica, creando la quinta unidad temática del currículo de matemáticas: probabilidad y estadística. Teniendo en cuenta la forma en que fomenta la práctica de metodologías activas, como la resolución de problemas, la modelización y el abordaje a través de proyectos, siempre asociados a temas de gran impacto socioeconómico, político, cultural y ambiental, consideramos relevante investigar la importancia de conocimiento del contexto en la alfabetización financiera y estadística de los estudiantes de educación primaria y secundaria. Asumimos los marcos teóricos de Educación Matemática Crítica y Análisis Exploratorio de Datos - AED.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Campos, Teixeira y Coutinho (2015), desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, defienden la implementación de una propuesta de educación financiera contextualizada en una realidad coherente con la de los estudiantes, enfatizando el rol del docente y la necesidad de capacitarlo para enfrentar esta desafío. Para ello, proponen como posibles estrategias la metodologías activas. Entre ellos, podemos destacarla la resolución de problemas, la modelización matemática desde la Teoría Antropológica de la Didáctica - TAD con el uso de Tecnologías Digitales de Información y Comunicación - TDIC. Por otro lado, la AED, según Batanero, Estepa y Godino (1991), evalúa la postura crítica del estudiante hacia la investigación y asume una propuesta didáctica centrada en la investigación. Batanero y Díaz (2004) destacan la posibilidad de generar situaciones de aprendizaje sobre temas de interés para los estudiantes en participación activa en investigaciones realizadas desde la perspectiva del trabajo con proyectos. El cambio de enfoque, en términos de metodología de enseñanza, genera la necesidad de volver a discutir el rol del docente y del estudiante, definiendo roles en el contrato didáctico, como lo analiza la Teoría de Situaciones Didácticas - TSD (Brousseau, 1986, 1996). En la confluencia de estos dos marcos teóricos, vemos la posibilidad de una propuesta para la enseñanza de la Matemática Financiera y Estadística que responda a la propuesta del rol del estudiante como protagonistas en sus investigaciones.

3. METODOLOGÍA

Realizamos una investigación cualitativa, desde la perspectiva de Creswell (2010), en el enfoque metodológico del estudio bibliográfico documental, analizando el BNCC (Brasil, 2018), informes de la OCDE y dos tesis de maestría recientemente publicadas: Giordano (2016) sobre alfabetización estadística, y Santo (2018) , sobre modelos matemáticos en educación financiera.

4. DISCUSIÓN

La modelización matemática es un campo de interés importante en la educación matemática. Borssoi y Almeida (2015) destacan que::

A La modelización matemática es reconocida en el área de la educación matemática como una alternativa pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje en la que el abordaje de una situación problemática que no es esencialmente matemática pero se realiza a través de las matemáticas (Borssoi & Almeida, 2015, p. 38).

Esta visión la comparte Malheiros (2016) cuando destaca que la modelización matemática debe ser "... entendida como un enfoque pedagógico en el que los estudiantes, partiendo de un tema o problema de interés, utilizan las matemáticas para investigarlo o resolverlo eso, con el docente como tutor "(Malheiros, 2016, p.1152).

Tal enfoque, que enfatiza el uso de las matemáticas en la investigación y resolución de problemas en diversos contextos, cumple con lo que prescribe el informe nacional brasileño del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes - PISA (Brasil, 2016), que prescribe: formulación matemática un situación; uso de conceptos matemáticos, uso de procedimientos y herramientas matemáticas; interpretación de los resultados obtenidos en términos del problema contextualizado. Por lo tanto, describe cuáles son las habilidades necesarias para que un individuo sea considerado alfabetizado en matemáticas.

Por otro lado, Malheiros (2016, p. 1156) señala que "La modelización, aunque ha ido creciendo en términos de investigación, está presente de manera tímida en las aulas de matemáticas, considerando principalmente la educación básica". Tal presencia de la modelización matemática, tímida en palabras de Malheiros (2016), no ocurre por casualidad, como se puede apreciar en Grandsard (2005 apud Guerra & Silva, 2009), al observar la dificultad de los docentes para modelar problemas en contextos concretos e insólitos para ellos, incluso cuando tienen suficiente conocimiento matemático para eso. Esta observación planteó la pregunta: ¿Qué les falta a estos profesores, que ya tienen el dominio matemático necesario, para enseñar la modelización matemática a sus estudiantes?

Respecto a tal cuestionamiento, Gransard (2005) afirma que el proceso de modelización matemática no se restringe al campo del conocimiento matemático, es decir, es necesario considerar la existencia de conocimiento no matemático que se articula e integra con prácticas matemáticas con el propósito determinado para construir una respuesta, en este caso, el modelo matemático. En este caso, modelar una situación o identificar un modelo matemático que gobierne una situación puede resultar una tarea compleja, o incluso imposible de realizar en el dominio matemático estricto (Guerra & Silva, 2009).

Esta comprensión se problematiza potencialmente cuando consideramos lo que advierte Julie (2006) acerca de que el modelado matemático . Ella no se reduce a un vehículo de ideas matemáticas, porque la permanencia en este nivel escondería el trabajo detrás de escena, es decir, las complejidades involucradas en la construcción de un modelo matemático . De lo contrario, cuando no se considera el conocimiento del contexto, la obtención del modelo matemático sucede como un proceso de magia, ya que esconde la larga cadena de causas y efectos y, principalmente, no se molesta en descubrir el proceso tras proceso, si es que existe, alguna relación entre causa y efecto (ECO, 2002).

Según Santo (2018), las políticas educativas de la OCDE y PISA (Brasil, 2013) destacaron la importancia de utilizar el conocimiento matemático, difundido en la escuela básica, para realizar la lectura de situaciones en contextos concretos, traducidos en problemas, posibilitando así la formación de ciudadanos críticos, su investigación se basa en la modelización matemática y señaló que la falta de dominio de los conocimientos no matemáticos involucrados en el aprendizaje puede dificultar o imposibilitar el desempeño de las tareas que el aprendiz para su educación financiera. Esto resalta la necesidad de que el docente de matemáticas trabaje con sus estudiantes, a través de metodologías activas, como lo orienta el BNCC, utilizando estas herramientas en el desarrollo de sus habilidades.

El ciclo de modelización matemática destaca las capacidades necesarias para el proceso de modelización matemática, específicamente, cuando el estudiante se enfrenta a un "problema en contextos", debe ser capaz de: formular la situación matemáticamente transformándola en un "problema matemático" dotado de una solución matemática; emplear procedimientos matemáticos para obtener resultados; interpretar estos resultados en términos del problema original; evaluar los resultados obtenidos teniendo en cuenta su razonamiento para el problema original. Sin embargo, el uso del ciclo de modelización matemática resalta las complejidades abordadas en diferentes investigaciones, en particular, en la línea cognitiva de Schukajlow, Kaiser y Stillman (2018). En esta perspectiva, Blomhøj y Jesen (2003) destacan que las fases del ciclo consumen mucho tiempo y que los factores afectivos, la falta de conocimiento fáctico y la experiencia directa con los fenómenos de la vida real objetivos de la modelización generalmente constituyen obstáculos para la participación de los estudiantes en estas actividades.

A la luz de la TAD podemos entender un modelo matemático sobre una situación en contexto, en la escuela, como una reconstrucción de una praxeología con la matemática escolar, en el sentido de una praxeología que pertenece a campos de actividad diferentes a la matemática escolar. Postulamos que el conocimiento no matemático, en general, se toma como naturalizado y, por lo tanto, tal vez, no se considere como objeto de estudio en la modelización matemática. ¿Cómo demostrar el conocimiento no matemático que surge de una práctica social inherente a un modelo matemático? Para responder a esta pregunta, recurrimos a la noción de prácticas sociales con matemáticas anunciada por Chevallard (2005), en el ámbito de la TAD, utilizando como dispositivo metodológico las nociones propuestas en los Recorridos de Estudio e Investigación - REI (Chevallard, 2009). Según Chevallard (1999), los denominados modelos matemáticos en las escuelas básicas, como modelos de situaciones en contextos concretos con las matemáticas, es decir, conocimientos matemáticos y no matemáticos, están interconectados de modo que no son vistos como praxeologías matemáticas personalizadas. El postulado básico de la TAD considera que toda actividad humana que se desarrolla habitualmente dentro de un espacio social, que puede ser la familia, la escuela, por ejemplo, y que aquí se denominan instituciones, puede describirse desde un modelo cuya mayor unidad simple se resume con la palabra praxeología (Chevallard, 1991).

Giordano (2016) realizó un estudio de caso en el que buscó dar respuesta a la pregunta de investigación "¿Qué contribuciones de un enfoque de Estadística Descriptiva a través de proyectos se pueden identificar en el desarrollo de la alfabetización estadística en estudiantes de secundaria?". El objetivo principal de dicha investigación fue estudiar las posibles contribuciones del enfoque de Estadística Descriptiva a través de proyectos de investigación, realizados por estudiantes del último año de secundaria, para su alfabetización estadística. En su marco teórico utilizó conceptos de la TSD (Brousseau 1986, 1996), especialmente el contrato didáctico. Una de las ideas centrales de la TSD es la existencia de este contrato: un conjunto de reglas, convenciones y prácticas, raras veces explícitas, que rigen la relación entre profesor y estudiante, como las cláusulas de cualquier contrato formal.

Almouloud (2007, p. 89) añade que el contrato docente es "un medio para gestionar el tiempo de docencia en el aula". Entre sus objetivos específicos de investigación, destacamos: analizar las contribuiciones del trabajo a través de proyectos para el desarrollo y aprendizaje de conceptos estadísticos; analizar los tipos de rupturas de contrato didáctico en el desarrollo del proyecto así como sus efectos en la construcción de la alfabetización estadística; y evaluar los niveles de alfabetización, según Gal (2002), alcanzados por estudiantes.

En este trabajo, se destacan las conexiones entre el portugués y las matemáticas a través de clases compartidas. Tal enfoque, guiado por los supuestos de la AED, modificó de manera notable las relaciones entre docente, estudiante y conocimiento, propias del contrato didáctico, como se caracteriza en la TSD, promoviendo así una mayor autonomía por parte de los estudiantes en el desarrollo de su investigación. Los resultados revelaron que el enfoque por proyetos favorece el desarrollo de la alfabetización estadística y crea condiciones para una ruptura y renegociacón del contrato didáctico, preparándolos para los desafíos futuros de sus vidas, además de la apropiación de los fundamentos del ciclo de investigación.

La BNCC (Brasil, 2018) presenta pautas para articular Estadística y Probabilidad con otras disciplinas curriculares, así como con otros campos de estudio de la propia matemática, como la educación financiera, que parece apuntar a un enfoque transdisciplinario. Es en esta dirección que identificamos, en este documento, la posibilidad de un abordaje a través de proyectos y modelización matemática que pueda favorecer la educación estadística, considerando el carácter normativo de la BNCC.

5. CONCLUSIONES

Las investigaciones de Giordano (2016) y Santo (2018) muestran la necesidad de que el docente de matemáticas trabaje con sus estudiantes, a través de metodologías activas, como la enseñanza por proyectos y la modelización matemática, contenidos no matemáticos que posibiliten la alfabetización estadística y financeira, previstas en la BNCC (Brasil, 2018).

6. REFERENCIAS

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR.

Batanero, C.; Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Em J. P. Royo (Ed.). *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.

Batanero, C., Estepa, A.; Godino, J. D. (1991). *Análisis exploratorio de datos*: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. Suma, 9, 25-31.

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). *Developing mathematical modeling competence: Conceptual clarification and educational planning*. Teaching Mathematics and its Applications, v. 22(3), 123-139.

Borssoi, A, H, & Almeida, L. M. W. (2015). Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, v. 10 2), 36-45.

Brasil. (2013). *Relatório Nacional Pisa 2012*. Brasília: Inep.

Brasil. (2016). *Relatório Nacional Pisa 2015*. Brasília: Inep.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base*: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* (Revue), 7(2), 33-115.

Brousseau, G. Os diferentes papéis do professor. In. Parra, C., & Saiz, I. (1996). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. *Porto Alegre: Artes Médicas*.

Campos, C. R.; Teixeira, J. Coutinho, C. Q. S. (2015). Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica. Educação Matemática Pesquisa, v. 17, n. 3.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2005). *Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aiqué Grupo Editor.

Chevallard, Y. (2009). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aiqué Grupo Editor.

Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed.

Eco, U. (2002). *El mago y el científico*. El país, 15, 13-14.

Gal, I. (2002) Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. International statistical review, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

Giordano, C. C. (2016). *O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos*: um estudo com alunos do Ensino Médio. Dissertação (mestrado). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Grandsard, F. (2005). *Mathematical modeling and the efficiency of our mathematics*. Recuperado de: http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym4/Earcome3_Francine%20Grandsard_ sym4.doc.

Guerra, R. B., & da Silva, F. H. S. (2009). Reflexões sobre modelagem matemática crítica e o fazer matemático da escola. *Perspectivas da educação matemática*, 2(3).

Julie, C. (2006). Mathematical literacy: Myths, further inclusions and exclusions. *Pythagoras*, v. 64, 62-69.

Malheiros, A. P. S. (2016). Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 9 (21).

Santo, C. A. E. (2018). *O papel dos saberes não matemáticos na Modelagem Matemática*: o estudo do cálculo do Imposto de Renda. Dissertação (mestrado). Belém: Universidade Federal do Pará.

Schukajlow, S.; Kaiser, G. & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM - Mathematics Education*, v. 50(1-2), 5-18. Doi 10.1007/s11858-018-0933-5.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica*: a questão da democracia. Campinas: Papirus Editora.

MEDIDAS DE CAPACIDAD-VOLUMEN EN DOS PRÁCTICAS ARTESANALES. Corregimiento de Sibarco y la ciudad de Barranquilla, Atlántico, Colombia.

Juan Andres Hernandez Ponce[1], Maria Ibeth Salas Mendez[2], Armando Aroca Araujo[3]

Resumen

EL problema tratado en esta investigación fue la identificación de las medidas de capacidad-volumen, inmersas en la práctica artesanal de la elaboración de los bollos de yuca y mazorca en Sibarco y Barranquilla, en el departamento del Atlántico. El objetivo general fue comparar las medidas de capacidad-volumen encontradas en las dos practicas artesanales. El marco teórico está enmarcado en el programa de etnomatemática. La metodología empleada es de tipo cualitativa con diseño etnográfico con base en la observación no participativa, entrevistas semiestructuradas empleando dispositivos para el registro audiovisual. Los resultados evidenciados fueron el uso de medidas de capacidad no convencionales en el proceso de elaboración de los bollos realizados por los artesanos, lo cual tiene un potencial aporte para la enseñanza/aprendizaje de la geometría. Las principales conclusiones son el uso de medidas de capacidad no convencionales similares en ambas practicas artesanales, tales como el valde y el bulto.

Palabras claves: Bollo, etnomatemática, medida de capacidad, practica artesanal, volumen

Abstract

The problem treated in this investigation was the identification of the capacity-volume measures, immersions in the artisanal practice of making cassava and cob bollos in Sibarco and Barranquilla, in the department of Atlántico. The general objective was to compare the capacity-volume measurements found in the two artisan practices. The theoretical framework is framed in the ethnomathematics program. The methodology used is of a qualitative type with an ethnographic design based on non-participatory observation, semi-structured interviews using devices for audiovisual recording. The results evidenced were the use of non-standard capacity measures in the process of making the bollos made by the artisans, which has a potential contribution to the teaching / learning of geometry. The main conclusions are the use of non-similar capacity measures in artisanal practices, such as the bucket and the bundle.

Key words: Bollo, etnomatemática, capacity measure, artisanal practice, volume.

[1] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; juanahernandez@est.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; misalas@mail.uniatlantico.edu.co
[3] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se han adelantado investigaciones centradas en la temática de sistemas de medidas enmarcadas en la Etnomatemática, dando a conocer medidas de capacidad volumétricas no convencionales, cómo el caso de Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. (2017). Por su parte Zambrano (2012) en su artículo sobre prácticas matemáticas en una plaza de mercado, señala equivalencias entre medidas de capacidad no convencionales y convencionales.

El problema que dio lugar a esta investigación consistió en cómo identificar las medidas de capacidad no convencionales que se emplean en el proceso de la elaboración del bollo de yuca y bollo de mazorca en los municipios de Sibarco y Barranquilla, ambos del departamento del Atlántico. Así, el objetivo principal de esta investigación identificar, analizar y comparar las medidas de capacidad (volumen) no convencionales entre dos prácticas artesanales similares, pero con productos diferentes. Nuestro objetivo final, que no se presenta en esta ponencia, es problematizar los resultados obtenidos en la fase etnográfica en el aula de clase, con base en lo planteado por la enseñanza paralela y comparativa propuesta en Aroca (2018).

En síntesis, se pretende que esta investigación tenga una primera etapa etnográfica y una segunda etapa en el aula de clases. En esta comunicación breve se presentan los resultados de la fase etnográfica. La metodología empleada es cualitativa, de tipo etnográfica. Nuestros principales referentes en el marco teórico son teorías inscritas en el Programa Etnomatemática planteadas por D'Ambrosio (2005), Bishop (1999), Aroca (2016) y Godino, J. D., Batanero, C. & Roa, R. (2002). siendo sus aportes de impacto para nuestro proyecto de investigación, brindándonos así argumentos que sustentan el presente estudio.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Siendo el eje central de esta investigación la etnomatemática empleada en la elaboración de bollos en dos comunidades diferentes, partimos para su fundamentación con D'Ambrosio (2001), quien señala "La Etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros tantos grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos". (p. 9). Lo anteriormente mencionado nos instó a considerar la matemática más allá de un sentido singular.

Por otro lado, Fuente (2013) dice: El uso de la Etnomatemática aporta en el proceso de comprensión de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas, además ésta busca que los estudiantes de la comunidad valoricen la matemática inherente en las actividades de la vida diaria, contextualizadas en su cultura y a partir de esta matemática establecer puntos de relación efectivas para la matemática más abstracta. (p.46). Considerando que esta práctica se da en dos comunidades artesanales que elaboración bollos de yuca o de mazorca, que son alimentos muy tradiciones de nuestra región caribe colombiana, es decir, son grupos de trabajadores que emplean en sus prácticas matemáticas. (Blanco-Álvarez, H., Higuita Ramírez, C., & Oliveras, M. L. 2014) plantean que es posible realizar investigaciones al interior de comunidades afrodescendientes, niños de la calle, comunidades indígenas, matemáticos, carpinteros, albañiles, campesinos, modistas o cualquier otro grupo cultural. (p.249-250).

2.1. Concepción de medir-medida-volumen

En el caso de la actividad de medir Bishop (1999), plantea lo siguiente: "Medir es la tercera actividad universal e importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se preocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia" (p.55). Con base en lo anteriormente mencionado, medir es una actividad inmersa en todas las culturas propiciada por la relación con el medio en que se desenvuelve, pero a su vez esta forma de medir es diferente en cada cultura.

Según Guegia et al. (2009), como se citó en Berrío (2009), "La medición es principalmente una acción de comparar lo común que pueden tener cosas o personas distintas, para poder clasificarlas y decidir cuál es la que más tiene la cualidad común que comparamos" (p.53). en este sentido podemos precisar que la cualidad de medir en las diferentes culturas impulsa la realización de las comparaciones necesarias en proceso de medición.

Por su parte, (Sáiz, 2003), define el volumen como:

> El espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos, como la cantidad de unidades que forman un cuerpo o como un espacio desplazado al sumergir un objeto en un líquido, como un espacio libre encerrado en una superficie cerrada, (…). En cada caso, los objetos susceptibles de ser medidos cambian; las reglas de uso, comparación y cálculo del volumen son diferentes. (p. 450).

En este sentido, en el concepto de volumen se hace necesario la comparación del espacio ocupado por dicho cuerpo con un patrón de medida, que, en nuestro caso, el patrón a tener en cuenta es el utilizado por los artesanos en el desarrollo de su práctica en la elaboración de los bollos de yuca y de mazorca. Por otro parte, la acción de medir presente en todas las culturas, involucra directamente un patrón de medida, ya sea convencional o no convencional. Además, puede variar en cada comunidad, dando respuesta a impulsos de supervivencia y siendo notorio el uso de las matemáticas.

3. METODOLOGÍA

La metodología empleada es de tipo cualitativa desde una perspectiva etnográfica basada en la observación participante (Ameigeiras, 2006; Goetz y LeCompte, 1988). Nos trasladamos a Sibarco, corregimiento de Baranoa y Barranquilla, Atlántico, Colombia, en mira observar de cerca dicha práctica, en pro de obtener la información desde su origen, para ello se realizaron entrevistas semiestructuradas a un comerciante de bollos de yuca (Sibarco) y una comerciante de bollo de mazorca (Pinar del Río, barrio de Barranquilla).

Los datos se obtuvieron por medio de registro audiovisual y notaciones de diario de campo, los cuales fueron posteriormente transcritos, en los cuales se resaltan las apreciaciones de los artesanos, evidenciando el uso de medidas de capacidad no convencionales, cómo es el caso del valde, el bulto, el cucharon, siendo estos empleados como instrumento para medir, como se puede observar en la figura 1 y 2.

Figura 1. Proceso elaboración bollo de mazorca, pinar del rio

Figura 2. Proceso de elaboración bollo de yuca Sibarco

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Durante la observación participante que se realizó al proceso de elaboración de los bollos de yuca y mazorca realizados por parte de los artesanos Jesús Pérez y Doris Guerrero, respectivamente, se obtuvieron los resultados descritos a continuación. Para ello se tuvo presente la transcripción del registro audio visual y las notas del diario de campo.

Análisis en Sibarco. Etnomatemática en la elaboración del Bollo de Yuca.

$$1 \text{ carga de yuca} = 2 \text{ sacos de yuca}$$

$$1 \text{ bulto de yuca} = 1 \text{ saco de yuca.}$$

$$1 \text{ carga de yuca} = 2 \text{ bultos o sacos de yuca.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ carga de yuca} = 1 \text{ saco o bulto de yuca.}$$

$$1 \text{ bulto o saco de yuca} = 120 \text{ libras}$$

$$\frac{1}{2} \text{ carga de yuca} = 120 \text{ libras, entonces } 1 \text{ carga de yuca} = 240 \text{ libras.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ tanque} = 7 \text{ baldes de agua}$$

$$1 \text{ balde de agua} = 15 \text{ litros de agua } \textit{entonces } \frac{1}{2} \text{ tanque} = 105 \text{ litros agua}$$

$$1 \text{ tanque de agua} = 14 \text{ baldes de agua}$$

$$1 \text{ tanque} = 210 \text{ litros agua entonces}$$

$$1 \text{ tanque contiene } 200 \text{ bollos}$$

$$1 \text{ bollo} = 1 \text{ libra, entonces } 200 \text{ bollos} = 200 \text{ libras}$$

$$1 \text{ tanque contiene } 200 \text{ libras de bollos}$$

$$1 \text{ bollo} = 12 \text{ onzas.}$$

$$12 \text{ onzas} = \frac{3}{4} \text{ de libra, entonces } 200 \text{ bollos} = 150 \text{ libras}$$

$$1 \text{ tanque contiene } 150 \text{ libras de bollos}$$

$$1 \text{ bollo} = 7 \text{ rodajas delgadas y } 1 \text{ bollo} = 6 \text{ rodajas gruesas.}$$

Análisis Pinar del Río. Etnomatemática en la elaboración del bollo de mazorca.

1 bulto de mazorca = 1 saco de mazorca

1 bulto grande de mazorca = 140 mazorcas

1 bulto =200 cascarones

1 mazorca sin repellar ≈ $\frac{1}{2}$ libra

Taza capacidad = 30 litros

2 bultos de mazorca = 1 taza de maíz repellado

Si 2 bultos = 1 taza de maíz repellado=6 embudos de molino

Taza de llenar molino= 4 litros

Embudo del molino=4 litros

Olla de preparación de la masa=60 litros

15 embudos de molino=1 olla de preparación

1 olla de masa=120 bollos

1 embudo de molino= 8 bollos

1 olla de preparación=120 cucharones

1bollo= 1 cucharon

1 bollo = $\frac{1}{2}$ libra

1 valde = 4 litros

1 olla grande = 6 valdes

El significado comunitario de los resultados etnográficos.

Durante la realización de la fase etnográfica fue común escuchar términos como bulto, valde, un cucharon de medida o, tiene la medida en la mano. El concepto de volumen es percibido por parte de los artesanos como la capacidad de que una cantidad de algo en "entrar" en un recipiente, pocas veces lo relación con una medida del sistema internacional o escolar. El volumen es un concepto que está asociado a la práctica laboral porque implica un beneficio de costo y ganancia, de cantidad, pero también de calidad. Esta investigación aún está en curso, sin embargo, se ha finalizado la fase etnográfica cuyos resultados son los que se muestran previamente. Se pudo evidenciar el empleo de medidas de capacidad no convencionales relacionados con volumen, donde centramos nuestro objeto de investigación.

5. REFERENCIAS

Ameigeiras, A. R. (2006). El abordaje etnográfico en la investigación social. En I. Vasilachis de Gialdino. (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación* (pp. 107-151). Buenos Aires: Gedisa

Arias, P. E., Morales, R. F., & Orjuela, J.I. (2010). Etnomatemática y la construcción civil. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(1), 4-30.

Aroca, A. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. *Educación matemática*, 28(2), 175-195.

Aroca, A (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *11*(2), 4-7.

Bishop. A., (1999). *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidos.

Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. (2017). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la educación primaria. Enseñanza de las ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, (Extra), 2071-2078.

Blanco-Álvarez, H., Higuita Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* 7(2), 245-269.

Berrío, L. (2009). "*La medida" en un contexto de escuela indígena: el caso del pueblo Tule y el caso del pueblo Embera-Chami.* (tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

D´Ambrosio, U. (2005). Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidades. Coleção Tendências em Educação Matemática. Brasil: Autêntica Editora.

D'Ambrosio, U. (2001). Etnomatemática: Elo entre las tradições e a modernidad. Colección: *Tendencias en educación matemática*. Belo Horizonte: Autêtica.

Fuentes Leal, C. C. (2013). Etnomatemática y escuela: algunos lineamientos para su integración. *Revista científica, educación ciencia y tecnología,* 46 -50.

Gerdes, P. (1989). *The use of the ethnomathematics in the classroom, proceedings of politics of mathematics education conference, NEE Mathematics Commission*. Western Cape: University of Western Cape, 26-36.

Sáiz, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 8* (18), 447-478.

Zambrano, J. A. (2012). Prácticas matemáticas en una plaza de mercado. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 35-61.

ANÁLISIS DE UN PILOTAJE SOBRE LA PROBLEMATIZACIÓN DE RESULTADOS ETNOGRÁFICOS EN AULA DE CLASES.

Rubén Darío Felizzola Chala [1] , Laura Vanessa Utria Villanueva [2], Armando Aroca Araujo [3]

Resumen

El problema de investigación se centró en la búsqueda de diferentes formas de enseñar la matemática por medio de su contexto sociocultural, desarrollado por los artesanos del municipio de Usiacurí, Atlántico, Colombia. Mediante la elaboración de las estructuras en alambres de las artesanías de Usiacurí. El objetivo general fue analizar un pilotaje sobre la problematización de resultados etnográficos en aula de clases del diseño de estructuras de las artesanías de Usiacurí. El marco teórico se compone tres momentos a saber: algunas concepciones sobre la Etnomatemática, siendo esta el referente teórico de la investigación; también se presentan reflexiones sobre la actividad de diseñar, por último, se describe la relación entre etnomatemáticas y educación matemática. La metodología tuvo un enfoque cualitativo, fundamentada en la observación participativa en aulas de clases. El principal resultado fue encontrar la reacción de los estudiantes con las actividades. La principal conclusión es que el pilotaje fue un espacio que les permitió a los investigadores considerar cuáles son los aspectos positivos que se deben conservar y los efectos para mejorar en la búsqueda del enfoque didáctico del Programa de Etnomatemática.

Palabras claves: Etnomatemática, Educación Matemática, validación de planes de clases, práctica artesanal, problematización de datos etnográficos.

Abstract

The research problem was focused on the search of different ways of teaching mathematics through its sociocultural context, developed by artisans from Usiacurí, Atlántico, Colombia. Through the elaboration of wire structured crafts from Usiacurí. The general objective was to analyze a proof about the problematization of ethnographic results of structural design of crafts from Usiacurí, applied in classes. The theoretical framework has three moments: some conceptions about Ethnomathematics, which is the theoretical reference of this research. Moreover, it includes the introduction of some reflections about the act of designing. Finally, it contains a description of the relationship between Ethnomathematics and Mathematics education. The methodology had a qualitative approach, based on participant observation in classrooms. The main result was to find the students' reaction with respect to the activities. The main conclusion is that the proof was a space which permitted the researchers to consider
What are the positive aspects that have to be conserved and the effects to improve on the search of the didactic approach of the Ethnomathematic Program.

Key words: Ethnomathematics, validation of lesson plans, artisan practice, usurian craft structures.

[1]Estudiante de Licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico; Colombia; rfelizzola@est.uniatlantico.edu.co
[2]Estudiante de Licenciatura en matemáticas de la Universidad del Atlántico; Colombia, laurautriao6@gmail.com
[3] PhD© en Educación énfasis educación matemática; profesor asociado de la Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como interés el análisis de un pilotaje sobre el diseño de las estructuras de las artesanías de Usiacurí, es necesario resaltar que la prueba piloto nace de La investigación en curso que se titula diseño de estructuras en alambres de las artesanías de Usiacurí y problematización de los resultados en clases de matemáticas, dicha investigación se divide en dos fases: fase etnográfica y fase educativa. En la fase etnográfica: se realizó dos trabajos de campo con 3 artesanos del municipio de Usiacurí-Atlántico en sus talleres, posteriormente se analizó los resultados que se obtuvieron y en los cuales se pudo observar una gran aplicación de nociones geométricas que se encuentran inmersas en las técnicas usadas para la elaboración del diseño de las estructuras de alambre de las artesanías usiacureñas.

Dentro de este estudio se muestra una opción para la enseñanza de temas como semejanza, congruencia, área y perímetro de figuras planas; el proceso de enseñanza-aprendizaje de dichas temáticas se realizará en la fase educativa a través de diseños o medios didácticos contextualizados con las practicas socioculturales del entorno de los estudiantes de quinto grado de una institución de Usiacurí y por medio de la enseñanza paralela y comparativa.

El pilotaje es realizado como una experimentación de actividades que se problematizaran en clases de matemáticas durante la fase educativa, esta prueba piloto le permite al grupo investigador analizar y comprobar ciertas cuestiones, se considera como un ensayo experimental, La metodología empleada en esta investigación es de tipo cualitativo y la principal fuente de investigación es la Etnomatemática, es válido resaltar algunos de nuestros referentes teóricos como, Bishop, A. (1999) que habla de "La esencia de diseñar es transformar una parte de la naturaleza, es decir, tomar un fenómeno natural, sea madera, arcilla o terreno y transformarlo en otra cosa". Por otro lado D´Ambrosio (2014) "Etnomatemática es una observación de prácticas de diferentes grupos culturales, seguidos de un análisis de lo que hacen y por qué lo hacen". También cabe resaltar a Morales, M., Aroca, A. & Álvarez, L. (2018) "La problematización de los resultados de investigaciones Etnomatemática en el aula de clase de matemáticas escolares es un deber moral del educador matemático".

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La construcción de este marco se hizo teniendo en cuenta un análisis bibliográfico, basado en el programa etnomatemática y el objeto de estudio de esta investigación, se divide en 3 categorías, a saber: concepciones sobre Etnomatemática, la actividad de diseñar y se resalta el papel de la etnomatemática en la educación matemática y las relaciones entre estas, enfatizando en la enseñanza paralela y comparativa.

2.1 Etnomatemática.

La etnomatemática se concibe como un programa de investigación que promueve el respeto y el valor por diferentes pueblos, grupos o comunidades que a través de su práctica cotidiana y cultural, desarrollan habilidades, procedimientos, técnicas y actividades matemáticas.

Así mismo D'Ambrosio & Rosa (2016) proponen que la etnomatemática como programa de investigación debe representar una metodología que se enfoque en la búsqueda del análisis de prácticas culturales, puesto que esta, busca valorar, difundir y respetar el conocimiento matemático (ideas, nociones, procedimientos, procesos y prácticas) presentes en determinados contextos culturales a lo largo de la historia.

2.2 La actividad de diseñar

En la vida cotidiana se realizan muchas actividades, contar, medir, localizar, explicar, diseñar, jugar, comunicar, alimentar, caminar, viajar, etc. Son tantas las acciones que se realizan a diario y algunas de ellas se caracterizan por desarrollar el pensamiento matemático. Bishop (1999), su aporte ha sido valioso y ha tenido gran relevancia en los estudios realizados sobre etnomatemática. En su estudio destaca 6 actividades relacionadas con el entorno y cultura matemática (contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar), una de ellas es la actividad de diseñar que involucra principalmente procesos de abstracción, geométricos, métricos y numéricos. Para Bishop (1999) Diseñar es tomar algo que ofrece la naturaleza (la madera, arcilla o terrero, etc.) para hacerle una configuración y convertirla en otra cosa, por ejemplo, en un tallado, una olla, etc. Los grupos culturales diseñan al momento de tomar algo de la naturaleza e imponen una nueva estructura.

2.3 Etnomatemática y Educación Matemática

Esta investigación se fundamenta en el Programa Etnomatemática. Pues se trata de una manera de formar vínculos entre la matemática y la cultura del municipio de Usiacurí. Así mismo Aroca (2018) plantea que es importante que los saberes matemáticos locales (presentes en la práctica cultural estudiada) y los saberes matemáticos (escolares) se enseñen y aprendan por igual en un proceso de institucionalización del saber. También Aroca (2018) propone una postura didáctica en etnomatemática, que es el enfoque paralelo y comparativo donde se busca la comparación entre la matemática escolar y etnomatemáticas, donde el alumno reconozca la comparación, en lo cual se basa el aprendizaje, para eso es importante que el profesor tome el control didáctico de este proceso. Si el estudiante al final es capaz de comparar la matemática escolar (que pertenece a una cultura globalizante) con las etnomatemáticas (que pertenecen a las culturas locales) se considera que ha aprendido.

3. METODOLOGÍA

La prueba piloto surge del trabajo de investigación *Diseño de estructuras en alambres de las artesanías de Usiacurí y problematización de los resultados en clases de matemáticas*, el cual se divide en 2 fases la primera es la fase etnográfica: se realizó una investigación que se enmarca en un paradigma cualitativo, de carácter etnográfico y de aplicación educativa en la enseñanza de las matemáticas, apoyada en el programa de Etnomatemática D´Ambrosio, U. (2014). Para la recolección de información y conocimiento de la práctica de algunos artesanos se empleó las siguientes técnicas: entrevistas semi-estructuradas, registro audiovisual, notas de campo y La segunda es la fase educativa: apoyada en la enseñanza paralela y comparativa Aroca, A (2018).

Ahora bien, el estudio del problema del análisis de un pilotaje sobre el diseño de estructuras de las artesanías de Usiacurí se hizo basado desde un enfoque cualitativo, fundamentado en la observación participativa y en la que consiste en la comprensión y análisis sistemático del pilotaje y con el objetivo de observar los aspectos concurrentes en la interacción con los estudiantes durante el desarrollo de las actividades de clase.

Se realizó un pilotaje con los estudiantes de quinto grado de la Escuela Normal Superior la Hacienda de Barranquilla considerando como muestra representativa a 10 estudiantes, la selección se realizó teniendo en cuenta a los estudiantes que estuvieron en proceso de nivelación en el área de matemáticas.

La recolección de información se obtuvo a través de grabaciones, notas de campo y registros que fueron revisados de manera detallada para conocer los resultados adquiridos en el pilotaje y posteriormente realizar el análisis resaltando el objeto de investigación.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1. Estructuración y redacción de los resultados del pilotaje

Los resultados se organizan teniendo en cuenta los momentos que se presentaron durante el pilotaje y se presentan a continuación:

Fecha: 13 de noviembre del 2019

Lugar: Escuela Normal Superior la Hacienda barranquilla Atlántico

Duración: 2 horas y media

Descripción de las actividades

Se inició el pilotaje a las 7:00 AM, la actividad # 1 fue un conversatorio **"las artesanías usiacureñas y la magia de las manos de quienes las elaboran"**, en donde se presentó un breve pero conciso video de los dos trabajos de campo y donde se les mostro como se construyen las artesanías en Usiacurí con estructura en alambre, después del video se realizó una seria de preguntas para saber que conocimientos previos tienen los estudiantes.

Después se continuo con la actividad # 2 que tiene por nombre **"Mi imaginación está volando, cuando las figuras en alambre voy armando"**, se les entrego un pedazo de alambre a cada estudiante para que elaboren una figura libremente con el fin de que se relacionen con el manejo del alambre, posteriormente se organizaron en grupos de tres, se les entrego unas fichas y se les pidió que armaran las figuras que estaban ilustradas en estas con un pedazo de alambre que se les entrego, durante la elaboración de las figuras con alambres se le realizaron preguntas con respuestas asertivas para llegar al concepto de semejanza y congruencia de figuras planas.

Seguidamente se realiza la 3° actividad titulada **"El señor camilo dice ¿oh y ahora quien podrá ayudarme?"**, es una situación problema sobre un turista mexicano que va a Usiacurí a comprar unos individuales en forma de rectángulos hechos a base de palma de iraca, el comprador tiene una serie de requisitos y medidas para esos individuales, el artesano le ofrece 3 opciones (individuales de diferente tamaño) el cual solo debe escoger uno. Al leer todo el problema se les hacen unas preguntas a los estudiantes, para dar respuesta a la solución deben hallar el área y el perímetro de los 3 individuales mostrados en una fotocopia e inferir cuál de los 3 individuales es la mejor opción teniendo en cuenta las peticiones del mexicano.

Se finalizó con la actividad # 4: **"Ojos que no ven pero manos que si sienten"**, para el desarrollo de esta actividad se organizaron los estudiantes por pareja y se les pidió que construyeran unos triángulos en alambre con medidas ya establecidas, luego se colgaron en un tendedero todas las figuras hechas por los estudiantes junto con otras de diferentes tamaños en lugares estratégicos por todo el salón, se ubicó los pupitres en forma de U para Facilitar los movimientos de los estudiantes y se les vendó los ojos, seguidamente se les facilitó a cada niño una estructura en alambre con el fin de buscar una de las figuras que estaban colgadas y que contará con una de las siguientes condiciones: *ser congruente *ser semejantes *tener el mismo perímetro. Los estudiantes al no contar con su visión se ingeniaron estrategias para identificar y seleccionar la figura, luego de que todos los estudiantes habían clasificado sus 2 figuras se les pidió a que se quitaran las vendas para posteriormente abrir un espacio de confrontación de ideas.

4.2 Análisis de los resultados del pilotaje

El análisis de los resultados se asume desde una actitud crítica, teniendo en cuenta los aspectos y momentos de la experiencia del pilotaje, la interacción con los estudiantes, los materiales usados de manera pertinente y el punto de vista calificador y constructivo del docente asesor y del docente titular. El análisis se realizó basándose en el objeto de estudio de la investigación y en la que se exponen las siguientes 2 etapas:

Primera etapa: durante esta etapa se realiza la obtención de los datos a través de las técnicas utilizadas (grabaciones, registros, diario de campo), posteriormente se ejecuta la comprensión interpretativa de la información recogida.

Segunda etapa: seguidamente pasamos a esta etapa en la que se realiza la sistematización y crítica de la experiencia investigativa: Una comprensión argumentativa de los momentos de interacción. Al realizar la comprensión analítica de la información y el Análisis de las intervenciones en cada actividad se obtuvo la tabla 1.

Tabla 1. Resultados de el pilotaje.

Actividades	Efectos positivos	Efectos a mejorar
Actividad # 1 Conversatorio de las artesanías usiacureñas y la magia de las manos de quienes la elabora.	1. Interesante para los estudiantes. 2. Se les da a conocer la práctica sociocultural del municipio de Usiacurí. 3. Muy atentos a lo que se les mostro. 4. Los estudiantes se mostraron activos y Participativos. 5. Se logra contextualizar a los estudiantes con las artesanías.	Realizar algunas preguntas teniendo en cuenta su edad.
Actividad # 2 Mi imaginación está volando cuando las figuras en alambre voy armando.	1. Llamo el interés de los estudiantes. 2. Estimulo su creatividad. 3. Ayudo a que manipularan el alambre.	1. Faltaron técnicas para que las figuras quedaran rectas. 2. Llevar los alambres cortados en medidas de 15 cm.
Actividad # 3 Situación problema El señor camilo dice ¿oh y ahora quién podrá ayudarme?	1. Llamo el interés de los estudiantes. 2. Buenos recursos. 3. Se llegó al objetivo de la actividad.	1. Llevar un material más manipulable 2. Mejorar la redacción para que sea adecuada para estudiantes de quinto grado.
Actividad # 4 Ojos que no ven, pero manos que si sienten.	1. Muy dinámica. 2. Ayuda a que los estudiantes utilicen todos sus sentidos. 3. Inclusiva para los estudiantes. 4. Se llegó al objetivo de la actividad.	1. Utilizar más tiempo. 2. Tener figuras ya armadas. 3. Entregarles el alambre de15 cm. 4. Que no duren tanto tiempo con los ojos vendados.

4.3. Categorías del Análisis de los resultados del pilotaje

En el análisis de los resultados obtenidos en el presente trabajo se presentan las siguientes categorías:

Primera categoría: Uso adecuado de materiales.
Es importante contar con materiales o recursos que aporten de manera significativa a las actividades, materiales como el alambre, pinza, y fotocopias etc. deben estar presenten y listos para ser utilizados. Se considera pertinente llevar alambre n°18 en retazos con no más de 15 cm. El uso adecuado de cada material es coherente para que se alcancen los objetivos de la actividad.

Segunda categoría: Manejo del tiempo.
Es valioso que se respete el tiempo establecido en cada actividad. Los medios didácticos fueron elaborados teniendo en cuenta ciertos espacios de tiempo para su desarrollo, dándole la duración que cada actividad requiera y necesita, es por ende que se debe respetar, recordándole a los estudiantes en cada momento con que tiempo se cuenta.

Tercera categoría: situaciones problemas.
Es fundamental que en cada actividad se traiga la realidad del estudiante a través de situaciones problemas que los impulsan a inferir y pensar en posibles soluciones.

Cuarta categoría "Enseñanza paralela y comparativa"
Las actividades se realizaron siguiendo una línea paralela y comparativa entre los resultados obtenidos en la fase etnográfica y la problematización de estos en el aula de clases de matemáticas, es decir se resaltó las nociones geométricas presentes en el diseño de las estructuras en alambres en los planes de clase implementados durante el pilotaje.

4.4 CONCLUSIONES

Al realizar los respectivos análisis y dar cumplimiento con el objetivo trazado en el presente trabajo se concluye que el pilotaje fue un espacio que les permitió a los investigadores considerar cuales son los aspectos positivos que se deben conservar y los efectos para mejorar que deben ser limitados o modificados, toda la información obtenida en el pilotaje es pertinente para la mejora de las actividades de clase que se implementaran en la fase educativa durante la problematización de los resultados etnográficos en los estudiantes de quinto de una institución de Usiacurí.

Finalmente, en el análisis del pilotaje se pudo identificar los diseños didácticos y/o actividades potenciales destacando una enseñanza paralela y comparativa, de las matemáticas del Entorno de la Institución Educativa como representantes de la Cultura Local y de las matemáticas escolares como representantes de la cultura global.

5. REFERENCIAS

Aroca, A. A. (2018). Enseñanza paralela y comparativa la postura didáctica del programa etnomatemáticas. *4to encuentro internacional de investigación en educación matemática* (pp. 1-7). Barranquilla, Colombia.

Bishop. A., (1999). *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural.* Paidos.

Enríquez, W., B. Millán & Aroca, A. (2012). Análisis a los diseños de los sombreros de iraca Elaborados en colón - Génova, Nariño.

Felizzola, C. R., Santana, G. & Utria, V. L. (2019). Diseño de estructuras en alambres de las artesanías de Usiacurí y problematización de los resultados en clases de matemáticas. *3er Encuentro Nacional de Formadores en Matemáticas y en Física* (pp.1-3) Valledupar, Colombia.

López, N. F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de educación, 11*, 2-4.

Morales, M., Aroca-Araujo, A. & Álvarez, L. (2018). Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 120-141

ETNOMATEMÁTICA NO CAMPO: OS ETNOCONHECIMENTOS DE UM CUBADOR DE TERRA DO POVOADO MOITA FORMOSA

Tiago De Jesus Souza [1], Maria Batista Lima [2], Denize Da Silva Souza [3]

Resumo:

Este artigo é um recorte de uma dissertação de Mestrado e, visa atender a um dos objetivos que permearam a pesquisa: apresentar os etnoconhecimentos utilizados por um trabalhador do campo na cubagem de terra e, analisar como esses são construídos culturalmente pelo trabalhador do campo. Quanto aos aportes teóricos, a pesquisa manteve-se nos trilhos do Programa Etnomatemática. Metodologicamente, a pesquisa esteve alicerçada na observação participante, nas entrevistas semiestruturadas e nas autobiografias narrativas no que tange às técnicas de coleta de dados. Para a interpretação dos dados, tomamos como suporte a Análise de Discurso. Constatou-se a presença de diferentes etnoconhecimentos na técnica de cubagem de terra. E esses, não são frutos de um conhecimento escolarizado, se constituem em técnicas de lidar com a realidade, passadas de geração em geração, assim como, através da observação e com/na prática das atividades laborais, em resposta as suas necessidades de sobrevivência e transcendência.

Palabras claves: Programa Etnomatemática; Etnoconhecimentos; Trabalhadores do campo; Cubagem de terra.

Abstract:

This article is an excerpt from a Master's thesis and aims to meet one of the objectives that permeated the research: to present the ethnocoases used by a field worker in the land vat and to analyze how these are culturally constructed by the field worker. As for the theoretical contributions, the research remained on the tracks of the Ethnomathematics Program. Methodologically, the research was based on participant observation, semi-structured interviews and narrative autobiographies regarding data collection techniques. For the interpretation of the data, we take discourse analysis as support. It was verified the presence of different ethno-knowledge in the technique of land cubation. And these are not the fruit of a schooled knowledge, constitute techniques of dealing with reality, passed from generation to generation, as well as, through observation and with/in the practice of work activities, in response to their needs for survival and transcendence.

Key words: Ethnomathematics Program; Ethno-knowledge; Field workers; Land cubagem.

1. SOB OS "TRILHOS" DO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

> Reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes. Essa é, no meu pensar, a vertente mais importante da etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 42).

---

[1] Mestre do Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Federal de Sergipe (UFS); Brasil; thiagoitaporanga@hotmail.com.

[2] Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro; Universidade Federal de Sergipe (UFS); Brasil; mabalima.ufs2@gmail.com.

[3] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo; Universidade Federal de Sergipe (UFS); Brasil; denize.souza@hotmail.com.

O presente estudo procede de uma dissertação vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA – UFS), o qual tem por finalidade atender a um dos objetivos específicos que permearam a pesquisa: apresentar os "etnoconhecimentos[1]" (ROSA & OREY, 2017, p. 31) utilizados por um trabalhador do campo na cubagem de terra e, analisar como esses são construídos culturalmente pelo trabalhador do campo e desenvolvidos de forma empírica.

Desse modo, na procura de dá voz a outras formas de pensar associadas a diferentes formas de vida, nos embarcamos nos "trilhos" do Programa Etnomatemática. O qual não atribui uma posição de superioridade em detrimento ao outro, assim como, não enfatiza um olhar particular. Na verdade, a partir de uma postura dialógica, valoriza os conhecimentos sem hierarquizá-los. Um trilhar que coloca à frente uma ética solidária e menos excludente.

Para tal fim, quanto aos aportes teóricos, foi mantido um diálogo intrínseco com os estudos de D'Ambrosio (2005) e Gelsa Knijnik (2012) sob os trilhos do Programa Etnomatemática. Metodologicamente, esteve sob o campo da observação participante, das entrevistas semiestruturadas (MARCONI e LAKATOS, 2010) e das narrativas autobiográficas (SILVA, 2004) no que tange às técnicas de coleta de dados. Para a interpretação dos dados, tomamos como suporte a Análise de Discurso (ORLANDI, 2012).

Este artigo apresenta nessa parte introdutória o objetivo principal a ser respondido. Em seguida, detalha brevemente os aportes teóricos. Posteriormente, traz a estrutura do corpo do texto. No tópico seguinte, são descritos o lócus, o participante e os procedimentos metodológicos da pesquisa. No terceiro tópico são apresentados os dados acerca da identificação dos etnoconhecimentos e de sua construção. Ao final deste artigo destacamos algumas considerações que não são finais, mas que pretendem abrir novos caminhos para futuras investigações. Após os elementos textuais, apresentamos as referências utilizadas neste artigo.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O lócus da pesquisa foi o Povoado Moita Formosa, localizado na zona rural do município de Itaporanga D'Ajuda/SE. O Povoado Moita Formosa tem uma população de aproximadamente 169 habitantes, com uma maioria na faixa de 17 a 30 anos de idade. É considerado um dos menores povoados desse município, cortado pela rodovia estadual /SE-265 (Figura 1).

Figura 1- Povoado Moita Formosa, município de Itaporanga D'Ajuda/SE.

Fonte: Registros do Autor (2019).

[1] O etnoconhecimento pode ser considerado como o conhecimento matemático desenvolvido pelos indivíduos de um determinado grupo sociocultural com a elaboração e utilização de um código muitas vezes diferente da matemática acadêmica. Essa elaboração está mais próxima da vida cotidiana desses indivíduos, pois está enraizada socioculturamente, tendo-se mostrado eficiente na solução e resolução de inúmeros problemas enfrentados no cotidiano.

No tocante aos procedimentos, optou-se pela observação participante (GIL, 2010; MARQUES, 2016); as entrevistas semiestruturadas (MARCONI e LAKATOS, 2010), por serem flexíveis quanto à estrutura, não seguindo um padrão pré-estabelecido; além do uso de autobiografias narrativas, valendo-se do pensamento de Silva (2004). Para análise dos dados, foi utilizada a análise de discurso, pautando-se principalmente em Orlandi (2012, 2015).

De início, apropriando-se da observação participante, foram identificados 22 trabalhadores que poderiam participar da pesquisa. Dentre esses, foram escolhidos três trabalhadores: um pedreiro (ensino médio incompleto), um cubador de terra (ensino fundamental (anos iniciais) incompleto) e um cerqueiro (ensino médio completo). Contudo, para esse artigo, optamos em apresentar os dados acerca do cubador de terra – Elisson. Sendo assim, no subseqüente item, nos comprometemos a circunscrever os etnoconhecimentos utilizados na cubagem de terra.

3. AO ENCONTRO DE ETNOCONHECIMENTOS: UM SABER QUE LHE É PRÓPRIO.

Esse encontro deu-se sob a perspectiva de Wittgenstein (1991), quanto à presença de diferentes jogos de linguagem matemáticos e, em conformidade com a perspectiva d'ambrosiana, onde grupos culturais distintos desenvolvem suas próprias ticas em resposta as suas necessidades de sobrevivência e transcendência.

Ao observamos a sua prática laboral, de início, com a utilização de um facão, o trabalhador construiu um dos instrumentos usados nas medições de terras – a vara, cuja medida foi determinada, colocando a vara na vertical e, pegando a distância do chão até a ponta do dedo, com o braço levantado. Segundo o trabalhador, esta é uma técnica utilizada para determinar a medida de 2,20m, na ausência de uma trena métrica.

Neste processo, ficou evidente que, para efetuar a cubagem de terrenos se faz uso de uma unidade de medida, a tarefa (equivalente a 25 varas quadradas). Bem como, observamos o uso de artefatos como a vara, ou o uso de partes do corpo, como por exemplo, as mãos e a própria altura do corpo, na determinação da medida da vara – medidas não convencionais. Para efetuar as medidas de uma propriedade, por exemplo, estende-se a vara sobre o contorno do terreno que se quer cubar, de modo a se obter a quantidade de varas em cada lado (aceiros). O que não é sinônimo da exclusão do uso de instrumentos convencionais, como por exemplo, a fita métrica (Figura 2).

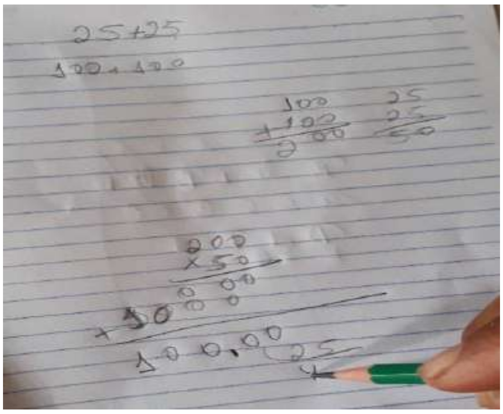
Figura 2 - Cubador medindo um terreno com a vara.

Fonte: Registros do Autor (2019).

Após a observação dessa prática, procuramos descobrir como o participante Elisson realizava os cálculos. Qual a estratégia utilizada por um trabalhador do campo que só estudou até o 4° ano do ensino fundamental? Para isso, solicitamos que ele desenvolvesse os cálculos utilizados para a determinação do tamanho de um terreno regular e, inclusive, de uma região irregular. Então, com auxílio de um lápis e caderno, iniciou a narrativa e a escrita (Figura 3):

> *(...) olhe deu 100 varas de altura, 100 de um lado, 100 do outro, você soma dar 200, 25 de boca e 25 de lá dá 50 (...). Aí, agora, 200 vezes 50 (...) aí, deu 100 varas, 100 você divide por 25, aí dá 4, dá 4 tarefas (...)* (ELISSON).

Figura 3 - Cálculo do tamanho de um terreno regular.



Fonte: Autor (julho, 2019).

Diante da observação de sua prática, da narrativa e esboço de seus cálculos, percebemos que o trabalhador na cubagem da terra realizava cálculos mentais rápidos, mesmo antes de finalizar os registros, já enunciava os resultados. Apesar de possuir baixa escolaridade, as técnicas de explicar a cubagem convergiam para os conhecimentos do campo da geometria, implicitamente eram empregadas ideias referentes ao cálculo de área, envolvendo raciocínio geométrico e arredondamentos. Além disso, ao operar numericamente com o uso da vara como instrumento e da tarefa como medida bidimensional não convencional de superfície, investi-se de conceitos matemáticos, principalmente das operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão.

De modo similar, nos estudos de Knijnik (2002), a autora reconhece a valorização desses etnoconhecimentos matemáticos produzidos e utilizados por grupos sociais, especificamente, trabalhadores do Movimento Sem Terra (MST).

Adicionalmente, no término da intervenção em campo, foi relatado pelo cubador de terra que um dia durante sua prática (medição de terrenos), outra forma de cubagem foi-lhe apresentada.

> *(...) agora tem gente que usa o passo para medir, contando os passos, ele sabe quantas varas deu. Uma vez chegou um rapaz de lá do Paraná, um coroa de idade, veio trabalhar com a gente, e ele começou a dar aqueles passos. Aí, disse tantas varas dá aqui, aí meu irmão foi conferir e deu certinho. Era outra forma de medir, se perdesse era coisa de centímetros* (...) (ELISSON).

Por meio da Análise de Discurso, foi possível verificar que neste discurso emerge o entendimento sobre a existência de outras formas de cálculo do tamanho de um terreno, não menos importante que a sua, ou seja, não há etnoconhecimentos melhores ou piores, o que existe são diversos modos desenvolvidos por grupos culturais para lidar com os problemas e situações do dia-a-dia (D'AMBROSIO, 2005). Os diferentes modos de efetuar a cubagem de terra, são amostras indiscutíveis devido a diversidade de fazeres e saberes presentes nos vários contextos socioculturais (VIZOLLI e MENDES, 2012; BRITO e MATTOS, 2016).

No que tange à construção dos etnoconhecimentos, ao ser questionado acerca de como aprendeu as técnicas (ticas) que utiliza para explicar, para lidar (matema) com os diversos fazeres relacionados à sua atividade laboral, o participante nos respondeu da seguinte maneira, no que tange, aos etnoconhecimentos utilizados na cubagem: "(...) meu pai quem me ensinou, meu pai analfabeto, nunca aprendeu a ler, não sabe nem fazer o nome dele, e ele me ensinou (...)" (ELISSON).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da perspectiva d'ambrosiana de valorização e aceitação de diferentes saberes, algumas conclusões se evidenciaram: a utilização de um saber próprio – etnoconhecimento – na resolução de situações-problema como, por exemplo, o cálculo do tamanho de um terreno.

Embora, de forma implícita, mas, o emprego da geometria foi presente na prática laboral do participante da pesquisa. Tais apropriações se mostraram claras, tendo como exemplo: com o uso de uma vara de 2,20 metros, determinava o tamanho de terrenos regulares e irregulares. Assim, empregadas ideias referentes ao cálculo de área, envolvendo também arredondamentos e proporcionalidade.

Em torno das informações coletas constatamos que os etnoconhecimentos apresentados pelo cubador de terra foram construídos culturalmente, passados de geração em geração. Assim também, disseminados por meio de observação sob as práticas dos mais experientes. Inclusive, os trabalhadores que possuem mais domínio, acabam ensinando os interessados em aprender a profissão. Diante deste contexto, percebemos um sentido que vai além da sobrevivência, mais que um meio de sustentar-se, há também um sentido de transcendência.

Portanto, ressaltamos sobre a ótica d'ambrosiana, a importância de um enfoque etnomatemático capaz de trazer à tona uma matemática vinculada às distintas formas culturais de matematizar.

Consequentemente, permitindo uma valorização dos diversos modos (ticas) desenvolvidos por grupos culturais para lidar (matema) com os problemas e situações do dia-a-dia, sublinhando assim, a identidade sociocultural das diferentes formas de vida - crianças, jovens, adultos, trabalhadores de setores específicos, acadêmicos, estudantes, etc.

5. REFERÊNCIAS

BRITO, D. R. & MATTOS, J. R. L. Saberes matemáticos de agricultores. (2016). In: MATTOS, J. R. L. (Org.). *Etnomatemática no campo*. Curitiba: CRV, p. 13-38.

D' AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, Matemática e seu ensino. (2005). *Educação e Pesquisa,* São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr.

D' AMBROSIO, U. *Etnomatemática:* elo entre as tradições e a modernidade. (2015). 5. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.

GERDES, P. *Etnomatemática:* cultura, matemática, educação. (2012). Reedição, Moçambique.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa.* (2010). 5. ed. São Paulo: Atlas.

KNIJNIK, G. Itinerários da Etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na Educação Matemática. (2002). *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 36.

KNIJNIK, G. *Etnomatemática em movimento.* (2012). 25. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

MARCONI, M. A. & LAKATOS, E. M. *Metodologia do trabalho científico.* (2010). 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARQUES, J. P. A "observação participante" na pesquisa de campo em Educação. (2016). *Educação em Foco*, ano 19 - n. 28 – mai./ago. p. 263-284, 2016.

ORLANDI, E. P. *Discurso em análise:* sujeito, sentido, ideologia. (2012). Campinas: Pontes.

ORLANDI, E. P. *Análise do discurso:* princípios e procedimentos. (2015). Campinas, SP: Pontes.

ROSA, M. & OREY, D. C. Influências etnomatemáticas em salas de aula: caminhando para a ação pedagógica. (2017). 1.ed. Curitiba, PR: Editora Appris.

SILVA, M.T. *O uso de "autobiografias temáticas" na história oral.* (2004). São Paulo, Rio Claro.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações filosóficas*. (1991).Petrópolis: Vozes.

VIZOLLI, I. & MENDES, A. N. *Cubagem de terras: braça, quadro e tarefa*. (2012). CBEm4 - 4° Congresso Brasileiro de Etnomatemática. ISSN 978-85-89994-04-0. Novembro de 2012, Belém-PA.

5TO ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM5
Octubre de 2020
Formentando la Investigación en Educación Matemática desde la Región Caribe Colombiana

APLICACIÓN DE UNA HERRAMIENTA BÁSICA EN DOCENTES DE MATEMÁTICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ÁREA CON ESTUDIANTES CIEGOS EN UN AULA INCLUSIVA

Luis Fernando Higuita Pérez[1], Norelys Mercado Sierra[2], Eddie Edinson Rodríguez Bossio[3]

Resumen

La inclusión de estudiantes ciegos dentro de un aula de clase, se hace difícil para el docente, más aún cuando no dispone de los conocimientos necesarios de su proceso de enseñanza-aprendizaje y las herramientas necesarias para abordar las temáticas. Por lo anterior, se propone la aplicación de una herramienta básica que contenga información de áreas tiflológicas.

El enfoque de esta investigación es mixto, tomando como diseño metodológico el diseño transformativo concurrente (DISTRAC), en donde se da mayor peso al método cualitativo, empleando instrumentos como la entrevista, prueba diagnóstica y final.

Los resultados obtenidos, evidenciaron que ninguno de los 6 docentes tomados en cuenta en la realización de este trabajo, no tenían competencias para trabajar con estudiantes ciegos. Luego de la aplicación de la herramienta básica “APRENDER PARA ENSEÑAR”, los docentes se mostraron seguros en la utilización de áreas tiflológicas y en la manera de enseñar a un estudiante ciego.

Palabras claves: *Áreas Tiflológicas, Estudiantes Ciegos, Herramienta Básica.*

Abstract

The inclusion of blind students in a classroom is difficult for the teacher, even more so when they do not have the necessary knowledge of their teaching-learning process and the necessary tools to address the issues. Therefore, the application of a basic tool that contains information on typhlological areas is proposed.

The approach of this research is mixed, taking the concurrent transformative design (DISTRAC) as methodological design, where greater weight is given to the qualitative method, using instruments such as the interview, diagnostic and final test.

The results obtained showed that none of the 6 teachers taken into account in carrying out this work did not have the skills to work with blind students. After applying the basic tool “LEARNING TO TEACH”, the teachers were confident in the use of typhlological areas and in the way of teaching a blind student.

Key words: Typhlological Areas, Blind Students, Basic Tool.

---

[1] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; lhiguita@est.uniatlantico.edu.co
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; nmercados@est.uniatlantico.edu.co
[3] PhD. en Ciencias de la Educación; Universidad URBE; Venezuela; eddierodriguez@mail.uniatlantico.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Para la realización de este trabajo, se tuvo en cuenta diferentes investigaciones a nivel local, nacional e internacional. Para la información de estrategias de enseñanza a estudiantes ciegos se tuvo en cuenta autores como Calderón y Vega (2011), Sánchez (2014), Farfán y Loaiza (2017), Cuadrado, Taborda y Villa (2017), Gutiérrez y Lascarro (2019), y Esquivia, Pérez y Romero (2015). Cada uno de estos autores aportó información de las áreas tiflológicas utilizada en sus investigaciones y además proporcionan ideas a tener en cuenta en el proceso de enseñaza-apredizaje de un estudiante ciego. En cuento a la falta de preparación docente en inclusión, Carvalho, Mamcasz y Midori (2018), aportan información importante en donde se señala que para que los docentes puedan adecuar una práctica inclusiva deben capacitarse y disponer de herramientas necesarias para la misma. De la misma manera señala que los docentes no disponen de esta formación y muchas veces tienden a sentir miedo a enfrentarse a un estudiante con Necesidades Educativas Especiales (NEE).

Todos los estudiantes tienen el derecho de acceder a una educación de calidad, incluyendo a aquellos que dispongan de alguna necesidad educativa especial (Ley 115, 1994). Para el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes ciegos, hay que tener en cuenta las diferentes áreas tiflológicas (como el Sistema de lectoescritura Braille, ábaco japones, tablas de dibujo, entre otros) para abordar los temas, pero es recomendable que no solo los estudiantes tengan manejo de estas herramientas, sino que de esta misma forma los docentes que enfrenten la situación de tener a un estudiante invidente en el aula, sepan por lo menos lo básico del manejo del Braille, junto con estrategias, herramientas y materiales que ayuden a su practica (Aquino, García e Izquierdo, 2012). Infortunadamente, los docentes de matemáticas no disponen de la formación en inclusión mencionada anteriormente, lo que hace, que no tengan las bases para la adecuación y diseño de estrategias que ayuden a que los estudiantes ciegos logren una comprensión del contenido, y de esta manera no puedan alcanzar las metas de aprendizaje (Agudelo y Hurtado, 2014). Los docentes de matemáticas deben contar con guías, herramientas, socializaciones y capacitaciones, que les brinden información que ayude a que éste adecúe su práctica, de tal forma, que tanto los estudiantes ciegos como los regulares, puedan acceder a los contenidos de una manera clara, y de esta forma puedan alcanzar las metas propuestas en cada temática. Por la razón anteriormente expuesta, en esta investigación, se propone la aplicación y socialización de una herramienta básica que contenga información del proceso de enseñanza-aprendizaje en estudiantes ciegos, así como de explicación y uso de áreas tiflológicas, para que el docente tenga una guía básica al momento de tener un estudiante ciego en el aula.

2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Importancia de las herramientas de uso inclusivo en docentes

Conocer las herramientas de uso inclusivo para los docentes es importante para desarrollar su labor, más aún cuando no han tenido una formación inicial en inclusión para atender a estudiantes con discapacidades o con capacidades excepcionales. Así mismo,

> la inclusión escolar presenta inconvenientes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que muchos maestros no cuentan con una guía adecuada para abordar contenidos

> abstractos provocando en el niño un bajo autoestima y desmotivación al sentir impotencia e incapacidad de ir a la par con sus compañeros; acrecentándose este problema en años superiores, por lo que se ha visto un gran número de deserciones escolares o retornos a la educación especial. (Calderón y Vega 2011, p. 13).

El déficit de manejo por parte del docente de las herramientas para la enseñanza y aprendizaje en el área de matemática y de una guía que le pueda instruir para ayudarlo a suplir su deficiencia, hace que cualquier otra adecuación tanto locativa como curricular resulte siendo improductiva.

> Al hablar de estrategias de enseñanza-aprendizaje, se está refiriendo a las acciones o práctica educativas que se implementan para conseguir una meta, sin embargo, su implicación es compleja en este caso para los individuos con discapacidad visual; si bien es cierto, todo ello exige un buen currículo ello apunta a ser flexible, en donde estén inmersas herramientas, modelo y estrategias que respondan tanto al contexto educativo como a las necesidades requeridas por los educandos. (Roncancio y Sáenz, 2016, p. 39)

De lo anterior, es importante que los docentes cuenten con una guía que le proporciones al docente información pedagógica como normativas, así como conceptos sobre la temática con estrategias y herramientas que le permitan abordar la diversidad mejorando su práctica pedagógica.

2.2. Formación del docente de matemáticas para la atención a estudiantes ciegos

Según un informe de la OMS (1972), se define la ceguera como "la ausencia de sensibilidad luminosa; en sentido estricto, un ciego es una persona que no ve absolutamente nada" (p. 3), esto es, pérdida total del sentido de la vista. Debido a lo anterior, las personas ciegas agudizan sus otros sentidos, de tal forma que la percepción del mundo es completamente diferente, ahora los olores, temperaturas, sonidos, texturas e información verbal son el medio con el que se comunican con su entorno (Núñez, 2001).

Por otra parte, el aprendizaje de los estudiantes ciegos se caracteriza por la manera en que perciben la información debido a la carencia del canal visual, siendo el docente el encargado de proporcionar dicha información, ayudar a escogerla y a interpretarla a través del resto de los sentidos, especialmente el tacto y del oído, ya que como se sabe, la recepción del contenido de un estudiante vidente es distinta a la de un estudiante ciego, este último requiere de mayor tiempo para llegar a la globalización y generalización (Calderón, et al., 2011).

De lo anterior, es necesario de que el docente adecue su práctica y maneje así un currículo flexible, que es definido en el decreto 1421 (2017) como:

> Es aquel que mantiene los mismos objetivos generales para todos los estudiantes, pero da diferentes oportunidades de acceder a ellos, es decir, organiza su enseñanza desde la diversidad social, cultural, de estilos de aprendizaje de sus estudiantes, tratando de dar a todos, la oportunidad de aprender y participar (MEN, 2017, p.5).

Reily (como se citó en Carvalho, et al., 2017) considera importante que los profesores tengan conocimientos sobre el sistema Braille: "Tener nociones sobre las especificidades de la lectura y escritura en braille ayuda al educador a perder el miedo de aproximarse del estudiante ciego" (p. 8). Así mismo, aporta mayor seguridad al estudiante, ayuda al docente a involucrarse en su aprendizaje y a diseñar estrategias que faciliten la comprensión de las temáticas. El uso del Soroban o Abaco Japonés también es de mucha importancia para realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división con números naturales, racionales, potenciación, extracción de raíz, facturación y porcentaje (Carvalho, et al., 2017).

De este modo, se considera importante que los docentes con estudiantes ciegos, abran su aprendizaje al uso y manejo de las diferentes herramientas manuales y estrategias que ayuden a la inclusión de un estudiante ciego en el aula de clase. Esto ayudara a que el alumno se sienta confiado, participe e interactúe con sus demás compañeros y juntamente alcance los objetivos de aprendizaje.

2.3. Importancia de las áreas tiflológicas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en estudiantes ciegos

Es menester conocer la definición de tiflología para tener una idea cuando se hable de áreas tiflológicas, Cebrián la define como la "ciencia que estudia la ceguera desde su concepción multidisciplinar" (p. 1).

Por otra parte, Cuadrado, Taborda y Villa (2017) definen las áreas tiflológicas como "los espacios donde se estudian las condiciones y problemas de las personas con discapacidad visual" (p. 36), y a su vez, en estos espacios también se orienta a la persona con discapacidad visual para que se aprenda a desenvolver en los diferentes espacios cotidianos. El sistema de lectoescritura Braille y el Soroban o Abaco Japonés, hacen parte de estas áreas tiflológicas, así como las tablas de dibujo, el plano cartesiano y el geoplano.

3. METODOLOGÍA

3.1 Diseño y metodología de investigación

El enfoque de este trabajo es mixto, el cual implica la recolección y análisis de datos CUAL-CUAN (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Así mismo, este autor, propone diferentes diseños para abordar el enfoque mixto, de los que se tomó el diseño transformativo concurrente (DISTRAC) para aplicarlo en esta investigación. Hernández, et al. (2014) indica que este diseño, como su nombre lo indica, se ejecuta de manera concurrente, es decir, se aplican los dos métodos de manera simultánea (recolección y análisis de los datos) representándolos de la siguiente forma: Método CUAN + Método CUAL. Así mismo, en este diseño, se puede dar o no peso a uno u otro método, del cual tomo mayor peso el método cualitativo para la realización de esta investigación. La recolección y el análisis son guiados por un diseño cualitativo propuesto por Colmenares (2012), el cual consta de las siguientes fases: *Fase I*, descubrir la temática; *Fase II*, Construcción del plan de acción; *Fase III*, Ejecución del plan de acción: y la *Fase IV*, Cierre de la investigación

3.2 Población y Muestra

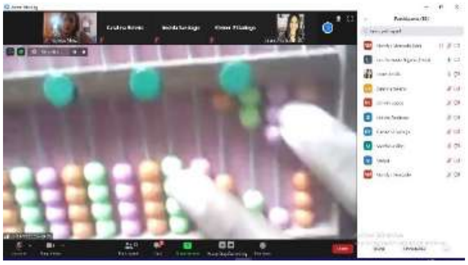
Para el presente trabajo, se consideró pertinente trabajar bajo la modalidad de estudio de casos con una muestra no probabilística intencional. Hernández, et al., (2014) mencionan que en la muestra no probabilística "la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o los propósitos del investigador", es decir, que la en la muestra no probabilística se escogen los elementos o sujetos dependiendo de los propósitos de la investigación. Para el desarrollo de la investigación se escogieron 6 docentes, teniendo en cuenta el tamaño de muestra sugerido para estudio de casos, el cual según Hernández (2014) es de 6 a 10.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para la recolección y análisis de la información en esta investigación, se empleó a la muestra, una encuesta, la prueba diagnóstica y la prueba final luego de la socialización de la propuesta. En la encuesta manifestaron no tener una formación en inclusión sólida y por consiguiente un desconocimiento de estrategias o recursos a implementar en esta situación académica, a lo que también añaden, no saber cómo adecuar su práctica pedagógica a la población de estudiantes invidentes, y señalan la necesidad de recibir una herramienta o material de guía en que les instruya. Es menester mencionar que, para probar la confiabilidad y validez de la encuesta, se aplicó el Alfa de Cronbach, definido por Cervantes (2005) como "un estadístico para estimar la confiabilidad de una prueba, o de cualquier compuesto obtenido a partir de la suma de varias mediciones" (p. 17), el cual fue propuesto por Lee Joseph Cronbach en 1951. Pero para esto, se debe tener en cuenta el valor de la probabilidad que arroje la medición, la cual, según Carmines y Zeller (como se citó en Quero, 2010) se debe considerar que esa probabilidad no sea inferior a 0.80, es decir que, si el coeficiente arroja un número menor al establecido, la prueba no será considerada confiable y habrá que hacerle los respectivos ajustes. Así mismo, para hacer este análisis, se requiere la utilización de softwares especializados para ello, en este caso, se utilizó el software estadístico PSPP, en el cual se hizo la verificación del instrumento, arrojando un porcentaje de 0.81 que nos indica, que la encuesta realizada a los docentes es válida y confiable.

En la prueba diagnóstica, se les pide a los docentes explicar la forma como le enseñaría cada uno de los ejercicios planteados a un estudiante ciego, los cuales no están fijos a un solo grado en específico, tales ítems iban desde la explicación de suma y resta de manzanas en simbolizaban las operaciones de adición y sustracción de naturales, hasta problemas de ecuaciones lineales con una incógnita. En los resultados de esta prueba, se evidenció la falta de formación y el desconocimiento concreto de estrategias para adecuar su práctica si tienen a un estudiante ciego dentro del aula. Luego de socializar la propuesta "APRENDER PARA ENSEÑAR" (Fue desarrollada en 3 sesiones durante 5 días, en donde se proveyó material básico para tener en cuenta a la hora de trabajar con un estudiante ciego dentro del aula de clase sin excluirlo de las actividades que se hacen conjuntamente con sus compañeros. Así mimo, contiene información básica del Sistema de Lectoescritura Braille, otras áreas tiflológicas como plano cartesiano, Geoplano, tablas de dibujo positiva y negativa y ábaco japonés o Soroban), se procedió a la aplicación de la prueba final, la cual fue la misma prueba diagnóstica para contrastar el impacto que tuvo la herramienta básica en la muestra. En esta prueba, los docentes respondieron de manera pertinente señalando el uso de las áreas tiflológicas para la explicación de ciertas temáticas a estudiantes ciegos.

Con la Aplicación de la herramienta básica "APRENDER PARA ENSEÑAR" a los 6 docentes tenidos en cuenta para esta investigación se pudo observar un cambio de perspectiva en cuento a la enseñanza a estudiantes ciegos, reconociendo la importancia de conocer las distintas herramientas a tener en cuenta para su proceso de enseñanza-aprendizaje.



5. REFERENCIAS

Agudelo, M., y Hurtado, L. (2014). Inclusión educativa de las personas con discapacidad en Colombia. *CES Movimiento y Salud, 2*(1), 45-55.

Aquino, S., García, V., e Izquierdo J. (2012). La inclusión educativa de ciegos y baja visión en el superior: Un estudio de caso. *Sinéctica*, (39), 01-21. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/sine/n39/n39a7.pdf

Calderón, R., y Vega A. (2011). *Elaboración de una guía de uso de material didáctico para el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de matemáticas para niños con discapacidad visual incluidos en el segundo año de educación básica.* (Tesis doctoral). Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca, Ecuador.

Carvalho, S., Mamcasz, L., y Midori, E. (2018). La inclusión en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Acta Scientiarum. Education, 40*(3), 1-12.

Cebrián, M. *Discapacidad visual y traducción.* Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE). Recuperado de https://cvc.cervantes.es/lengua/esletra/pdf/04/028_cebrian.pdf

Colmenares, A., y Piñero, M. (2008). LA INVESTIGACIÓN ACCIÓN: Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Laurus, 14*(27), 96-114.

Congreso de la república de Colombia. (1994). *Ley General de Educación 115.* Recuperado de https://repositorio.gestiondelriesgo.gov.co/bitstream/handle/20.500.11762/20185/Ley_115_1994.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cuadrado, A., Taborda, G., y Villa, E. (2017). *Desarrollo de las habilidades del pensamiento espacial a través de los conceptos de área y perímetro mediante las áreas tiflológicas en niños con discapacidad visual en el aula incluyente*. (Tesis de pregrado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista M. (2014). *Metodología de la Investigación, sexta edición.* México D.F, México: McGRAW-HILL.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2017). *Decreto 1421 del 29 de agosto de 2017.* Recuperado de http://es.presidencia.gov.co/normativa/normativa/DECRETO%201421%20DEL%2029%20DE%20AGOSTO%20DE%202017.pdf

Núñez, M. (2001). La deficiencia visual. En M. Verdugo (Director). *La Atención a la Diversidad en el Sistema Educativo.* Conferencia llevada a cabo en el III Congreso "La Atención a la Diversidad en el Sistema Educativo, Salamanca, España.

Organización Mundial de la salud (OMS). (1972). *Prevención de la ceguera.* Recuperado de https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/101514/WHA25_10_spa.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Quero, M. (2010). Confiabilidad y coeficiente Alpha de Cronbach. *Telos, 12*(2), 248-252. Recuperado de https://www.redalyc.org/pdf/993/99315569010.pdf

Roncancio, G., y Sáenz, C. (2016). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje para estudiantes con discapacidad visual.* (Tesis de especialización). Universidad Piloto de Colombia, Bogotá, Colombia.