

# X ENCUENTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO



DEL 30 SEPTIEMBRE AL 6 OCTUBRE DE 2014

BARRANQUILLA - COLOMBIA

EIMAT Año 2014

Volumen 3 Nro. 1 Año 2014

ISSN: 2346-1594

**EDITORES:**

JORGE LUIS RODRÍGUEZ CONTRERAS  
ALEJANDRO URIELES GUERRERO  
ALEJANDRO VILLAREAL DAZA



**Rectora Universidad Del Atlántico :**

ANA SOFÍA MESA DE CUERVO

**Rector Universidad Autónoma Del Caribe :**

RAMSES VARGAS LAMADRID

**VICERECTOR ADMINISTRATIVO Y FINANCIERO:**

FREDDY DÍAZ MENDOZA

**VICERECTOR DE DOCENCIA:**

REMBERTO DE LA HOZ REYES

**VICERECTORA DE INVESTIGACIÓN, EXTENSIÓN Y PROYECCIÓN SOCIAL:**

RAFAELA VOS OBESO

**DECANO FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS :**

LUIS CARLOS GUTIÉRREZ MORENO

El material de esta publicación no puede ser reproducido sin la autorización de los autores y editores. La responsabilidad del contenido de este texto corresponde a sus autores.

## Organizadores

### COMITÉ CIENTÍFICO

-  Dra. Yamilet Quintana, Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
-  Dr. Alfonso Castro, Harvey Mudd College, Claremont-California, Estados Unidos.
-  Dr. Walter Beyer, Instituto Pedagógico de Caracas-Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela.
-  Dr. Milton Rosa, Centro de Educação Aberta e a Distância, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil.
-  Dr. Carlos Carpintero, Universidad de Oriente, Venezuela.
-  Dr. Primitivo Acosta-Humánez, Universidad del Atlántico & INTELECTUAL.CO, Colombia.
-  Dr. Hugo Leiva, Universidad de los Andes, Venezuela.
-  Dr. Daniel Orey, Centro de Educação Aberta e a Distância, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil.

### COMITÉ ORGANIZADOR

-  Presidente: Jorge Rodríguez
-  Coordinador General: Alejandro Urieles
-  Coordinadores locales:
  - José De la Hoz,
  - Alejandro Villareal

### Miembros:

- |                                                                                                       |                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  Angélica Arroyo   |  Ennis Rosas     |
|  Sonia Balbuena    |  Jorge Robinson  |
|  Claudia Baloco    |  Julio Romero    |
|  John Beiro Moreno |  Lesly Salas     |
|  Alirio Gerardino  |  Diana Vargas    |
|  Antálcides Olivo  |  Gabriel Vergara |
|  María José Ortega |  Ludwing Villa   |
|  Ramiro Peña       |                                                                                                     |

## Presentación

El Encuentro Internacional de Matemáticas EIMAT, es un evento académico que se ha realizado desde 2004, teniendo como sede la Universidad del Atlántico. El encuentro tiene un sentido amplio y está dirigido a estudiantes, profesores e investigadores que trabajan en algñn campo de las matemáticas, bien sea dentro de la teoría, la práctica o la enseñanza.

Este evento organizado por el Programa de Matemáticas de la Universidad del Atlántico ha contado con la participación de profesores de reconocida trayectoria académica e investigativa a nivel nacional e internacional en diferentes áreas de la matemática y la educación matemática.

Los Objetivos del Encuentro Internacional de Matemáticas son:

1. Divulgar los trabajos matemáticos realizados por el grupo de investigadores nacionales e internacionales invitados.
2. Contribuir a la actualización de matemáticos, físicos, ingenieros y profesores de matemáticas tanto universitarios como de básica y media.
3. Abrir espacios para el intercambio de ideas y conocimiento entre profesores universitarios y de educación básica y media.

# Contenido

|   |                                               |     |
|---|-----------------------------------------------|-----|
| 1 | Análisis y Topología                          | 6   |
| 2 | Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos | 34  |
| 3 | Matemáticas Aplicadas                         | 45  |
| 4 | Educación Matemática                          | 74  |
| 5 | Posters                                       | 104 |

# 1 Análisis y Topología

| Orden  | Eventos                                                                                                                     | Página |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| A&T 1  | Bifurcación de Soluciones al Problema de la Cuerda Vibrante                                                                 | 7      |
| A&T 2  | Bounded mild solutions to fractional integro-differential equations in Banach spaces                                        | 8      |
| A&T 3  | Tópicos de Análisis Funcional: Una introducción a la teoría de $C_0$ -semigrupos                                            | 9      |
| A&T 4  | Masas y mezclas de los neutrinos en extensiones del modelo estándar                                                         | 11     |
| A&T 5  | Construcción, Extensión y Acoplamiento de Frames en Espacios de Pontryagin finito-dimensionales                             | 12     |
| A&T 6  | Conjuntos Semi abiertos y débilmente semi abiertos con respecto a un ideal                                                  | 14     |
| A&T 7  | Función local y función local clausura en un espacio topológico dotado con un ideal                                         | 15     |
| A&T 8  | Sobre algunas propiedades espectrales y su preservación                                                                     | 16     |
| A&T 9  | Un estudio de las funciones seno y coseno                                                                                   | 17     |
| A&T 10 | Sobre el acotamiento y la compacidad del operador de composición con peso modificado en espacios de Lorentz $\Gamma_X^p(w)$ | 18     |
| A&T 11 | Trigonometría, breve reseña histórica y algunas aplicaciones                                                                | 19     |
| A&T 12 | Subconjuntos $\alpha S_1$ -paracompactos                                                                                    | 20     |
| A&T 13 | Operadores Cuasi Fredholm bajo perturbaciones                                                                               | 21     |
| A&T 14 | Diferenciabilidad de funciones reales y complejas                                                                           | 22     |
| A&T 15 | Dimensión Fractal: Box Counting                                                                                             | 23     |
| A&T 16 | Un Conjunto Dorado de Cantor                                                                                                | 25     |
| A&T 17 | Curvatura media Prescrita en la bola                                                                                        | 27     |
| A&T 18 | La cuantización geométrica y una transformada de Segal-Bargmann deformada para $\mathbb{R}^2$                               | 28     |
| A&T 19 | Estructuras $\Omega$ - $H$ equivalentes con estructuras de Lyra y su aplicación en la mecánica                              | 29     |
| A&T 20 | Pseudo Asymptotic Periodic Solutions to Multi-Term Fractional Equations                                                     | 30     |
| A&T 21 | Vector-Valued Laplace Transform and Cauchy Problems                                                                         | 32     |
| A&T 22 | Operadores en Espacios de Krein y de Pontryagin                                                                             | 33     |

Área: Análisis  
 Arturo Sanjuán  
 Universidad Distrital  
 Francisco José De  
 Caldas

aasanjuanc@udistrital.edu.co

### Resumen

Presentamos aplicaciones de la teoría de Bifurcaciones como el Teorema de Krasonosel'skii-Rabinowitz [1] y otros [3] a la ecuación de onda semilineal. La bifurcación en infinito de la ecuación de onda no-lineal está poco documentada y se presentarán algunos ejemplos al respecto. Esta ponencia está enmarcada en la investigación doctoral del autor dirigida por los profesores Francisco Caicedo y Alfonso Castro.

## Referencias

- [1] R.F. Brown. *A Topological Introduction to Nonlinear Analysis*. Birkhäuser Boston, 2004.
- [2] J. F. Caicedo, A. Castro, and R. Duque. Existence of Solutions for a wave equation with non-monotone nonlinearity. *Milan J. Math*, 79(1):207–222, 2011.
- [3] K. Deimling. *Nonlinear functional analysis*. Springer-Verlag, 1985.
- [4] P. Rabinowitz. Some global results for nonlinear eigenvalue problems. *Journal of Functional Analysis*, 7(3):487–513, 1971.

# Bounded mild solutions to fractional integro-differential equations in Banach spaces

## Abstract

We study the existence and uniqueness of bounded solutions for a semilinear fractional differential equation. Sufficient conditions are established for the existence and uniqueness of an almost periodic, almost automorphic and asymptotically almost periodic solution, among other.

In this talk, we consider the following semilinear fractional differential equation with infinite delay

$$D^\alpha u(t) = Au(t) + \int_{-\infty}^t a(t-s)Au(s)ds + f(t, u(t)), \quad t \in \mathbb{R}, \quad (1.1)$$

where  $A$  is a closed linear operator defined on a Banach space  $X$ ,  $a \in L^1(\mathbb{R}_+)$  is a scalar-valued kernel,  $f$  belongs to a closed subspace of the space of continuous and bounded functions, and for  $\alpha > 0$ , the fractional derivative is understood in the Weyl's sense.

Under appropriate assumptions on  $A$  and  $f$ , we want to prove that (1.1) has a unique mild solution  $u$  which behaves in the same way that  $f$ . For example, we want to find conditions implying that  $u$  is almost periodic (resp. automorphic) if  $f(\cdot, x)$  is almost periodic (resp. almost automorphic). Existence of almost periodic or almost automorphic (among other) mild solutions to equations in the form of (1.1) has been studied, for instance, in [1–3].

Using some results in [4], we study in [5] the existence and uniqueness of mild solutions for (1.1) where the input data  $f$  belongs to some of above functions spaces. Concretely, we prove that if  $f$  is for example almost periodic (resp. almost automorphic) and satisfies some Lipschitz type conditions, then there exists a unique mild solution  $u$  of (1.1) which is almost periodic (resp. almost automorphic) and is given by

$$u(t) = \int_{-\infty}^t S_\alpha(t-s)f(s, u(s))ds, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (1.2)$$

where  $\{S_\alpha(t)\}_{t \geq 0}$  is the  $\alpha$ -resolvent family generated by  $A$ . It is remarkable that, in the scalar case, that is  $A = -\rho I$ , with  $\rho > 0$ , some concrete examples of integrable  $\alpha$ -resolvent families are showed.

Área: Análisis  
Rodrigo Ponce <sup>a</sup>  
Universidad de Talca  
rponce@inst-mat.utalca.cl

<sup>a</sup>Thanks: Research was supported by Fondecyt-Iniciación 11130619

## Referencias

- [1] C. Cuevas, C. Lizama. *Almost Automorphic Solutions to a class of Semilinear Fractional Differential Equations*, Applied Math. Letters, 21, (2008), 1315-1319.
- [2] T. Diagana. *Existence of solutions to some classes of partial fractional differential equations*, Nonlinear Anal. 71 (2009), 5269-5300.
- [3] T. Diagana, G. M. N'Guérékata, N. van Minh. *Almost automorphic solutions of evolution equations*, Proc. Amer. Math. Soc. 132 (11) (2004), 3289-3298.
- [4] C. Lizama, G. M. N'Guérékata. *Bounded mild solutions for semilinear integro-differential equations in Banach spaces*, Integral Equations and Operator Theory, 68 (2) (2010), 207-227.
- [5] R. Ponce, *Bounded mild solutions to fractional integro-differential equations in Banach spaces*, Semigroup Forum, 87, (2013), 377-392, DOI 10.1007/s00233-013-9474-y.



## Resumen

El concepto de semigrupo de operadores lineales acotados tiene su raíz en la simple observación de que la ecuación funcional de Cauchy  $\phi(t+s) = \phi(t)\phi(s)$  tiene una solución continua no trivial sólo para funciones de la forma  $e^{at}$ , para algún  $a \in \mathbb{R}$ . De hecho, el propio A. Cauchy en 1821 preguntaba en su *Cours d'Analyse*, (sin ninguna motivación adicional), lo siguiente

*Déterminer la fonction  $\phi(x)$  de manière qu'elle reste continue entre deux limites réelles quelconques de la variable  $x$ , et que l'on ait pour toutes les valeurs réelles des variables  $x$  et  $y$*

$$\phi(x+y) = \phi(x)\phi(y).$$

Observe que si  $\phi(0) \neq 0$  satisface esta ecuación, entonces  $\phi(0) = 1$ . Usando notación moderna, el problema puede ser planteado en la siguiente forma:

**Problema.** Encuentre todas las funciones  $T : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$  que satisfacen la ecuación funcional

$$T(t+s) = T(t)T(s), \quad T(0) = 1, \quad s, t > 0. \quad (1.3)$$

Observe que las funciones exponenciales  $t \mapsto e^{at}$  satisfacen la ecuación para todo  $a \in \mathbb{C}$ . El siguiente resultado da la respuesta al Problema planteado por A. Cauchy.

**Teorema A & T 3.1.** Sea  $T(\cdot) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{C}$  una función continua satisfaciendo (1.3). Entonces existe un único  $a \in \mathbb{C}$  tal que

$$T(t) = e^{at}, \quad \text{para todo } t \geq 0.$$

Una de las primeras generalizaciones de este problema fue estudiada por G. Peano [5], quien definió la función exponencial de una matriz  $A$  por  $e^{At} := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} A^k$ , con el objetivo de resolver explícitamente la ecuación de primer orden  $u' = Au + f$  por medio de la fórmula de variación de constantes

$$u(t) = e^{tA}u(0) + \int_0^t e^{(t-s)A}f(s)ds.$$

Para sistemas infinito-dimensionales, los primeros pasos fueron dados por una de las estudiantes de Peano, María Gramegna [3].

Tomando ventaja de las poderosas herramientas del Análisis Funcional, se obtuvieron resultados que permitieron estudiar el llamado *problema de Cauchy Abstracto*, por medio de la *teoría de Semigrupos de operadores lineales*, que emergió entre 1930-1960 junto con las contribuciones de Stone, Hille, Yosida, Feller, Lumer, Miyadera, Phillips, entre otros.

Área: Análisis  
Rodrigo Ponce <sup>a</sup>  
Universidad de Talca  
rponce@inst-mat.utalca.cl

<sup>a</sup>Agradecimientos: Supported by Fondecyt-Iniciación 11130619

## El problema de Cauchy Abstracto

Muchos modelos matemáticos en física, ingeniería, biología, dinámica de poblaciones, etc., pueden ser estudiados por medio del *problema de Cauchy*

$$u'(t) = Au(t) + f(t), \quad t \in [0, T], T \leq \infty, u(0) = x,$$

donde  $A$  es un operador lineal en un espacio de Banach  $X$ ,  $f$  es una función  $X$ -valuada que representa la influencia de un medio, y  $x$  representa la medición inicial del modelo.

Como ejemplo, tomemos el *problema del Calor*: Sea  $\Omega = (0, \pi)$  y consideremos

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad t \geq 0, x \in \Omega$$

sujeto a las condiciones  $u(0, t) = u(\pi, t), t \geq 0$  y  $u(x, 0) = u^0(x), x \in \Omega$ . Defina el operador  $A = \frac{d^2}{dx^2}$  en  $X := L^2(\Omega)$  con dominio  $D(A) = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$  donde  $H_0^1(\Omega)$  y  $H^2(\Omega)$  son definidos respectivamente por

$$H_0^1(\Omega) = \left\{ u \in X : \frac{du}{dx} \in X, u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \right\}, \quad H^2(\Omega) = \left\{ u \in X : \frac{d^2 u}{dx^2} \in X \right\}.$$

Con esto, el problema anterior puede escribirse en la forma abstracta

$$u'(t) = Au(t), t \geq 0, u(0) = u^0. \quad (1.4)$$

Se puede mostrar que el espectro del operador  $A$  coincide con sus valores propios y que  $\sigma(A) = \{\lambda_k := -k^2 : k \in \mathbb{N}\}$ . Usando el método de separación de variables, y reemplazando en la ecuación, se obtiene que

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{-k^2 t} \sin kx, \quad t \geq 0, x \in \Omega, \quad \text{donde} \quad a_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u^0(x) \sin kx dx.$$

Para cada  $t \geq 0$ , defina el operador lineal  $U$  en  $X$  por  $U(t)v := \sum_{k=1}^{\infty} e^{\lambda_k t} v_k e_k$ , donde  $v_k = \langle v, e_k \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v(x) e_k(x) dx$ ,  $e_k(x) := \sin kx$ ,  $v \in L^2(\Omega)$ . Observe que  $U(0)v = v$  para todo  $v \in L^2(\Omega)$  y que un cálculo sencillo muestra que  $U(t+s)v = U(t)U(s)v$  para todo  $s, t \geq 0$  y  $v \in L^2(\Omega)$ . Definiendo  $u(t) := U(t)u^0$ ,  $t \geq 0$ ,  $u^0 \in X$ , se tiene que  $u'(t) = Au(t)$  para todo  $t \geq 0$ . Por lo tanto, si  $u^0 \in D(A)$ , entonces la función  $u(\cdot) = U(\cdot)u^0$  es una solución (clásica) del problema del calor.

El objetivo del cursillo, de carácter (muy) introductorio, es presentar los conceptos básicos de semigrupos de operadores lineales en espacios de Banach, mostrar algunas de sus propiedades y su relación con ecuaciones diferenciales. El cursillo tendrá unas notas, las que están basadas en los libros [1], [2], [4], donde el lector puede encontrar los detalles.

## Referencias

- [1] W. Arendt, C. Batty, M. Hieber, F. Neubrander, *Vector-Valued Laplace transforms and Cauchy problems*. Monogr. Math., vol. 96, Birkhäuser, Basel, 2011.
- [2] K. Engel, R. Nagel, *One-parameter semigroups for linear evolution equations*. Grad. Texts in Math., vol. 194, 2000.
- [3] M. Gramegna, *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, Atti Reale Acc. Sci. Torino, 1910.
- [4] A. Pazy, *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations*. Appl. Math. Sciences., vol. 44, Springer-Verlag, 1983.
- [5] G. Peano, *Intégration par séries des équations différentielles linéaires*, Math. Ann, 32, 3, 450-456, 1888.

## Área: Análisis

Funcional  
Escobar German  
Universidad  
Surcolombiana  
gerfaes@gmail.com

Esmeral Kevin  
CINVESTAV-IPN  
México  
kmesmeral@math.cinvestav.mx

Ferrer Osmin  
Universidad  
Surcolombiana  
francis.segovia@usco.edu.co

## Resumen

El descubrimiento de las oscilaciones de los neutrinos, y en consecuencia, sus masas no nulas y mezclas, implican Física más allá del modelo estándar [7].

El decaimiento doble beta sin neutrinos [9], si es observado, podría indicar violación del número leptónico y la determinación acerca de que los neutrinos serían partículas de Majorana [10], también podrían dilucidarse otros aspectos relacionados con estas enigmáticas partículas.

Por otra parte, los resultados de datos cosmológicos han colocado un límite a la masa de los neutrinos ligeros en un valor de 0.23 eV con un nivel de confianza del 95% [1], lo cual excluye la región cuasi-degenerada del espectro de masas de los neutrinos ligeros. Esto tiene importantes consecuencias para la interpretación del decaimiento doble beta sin neutrinos por la vía del intercambio de neutrinos ligeros [6].

En el último año se ha presentado una intensa búsqueda de modelos de masas y mezclas de los neutrinos, debido especialmente a la reciente medición de un ángulo de mezcla leptónico  $\theta_{13}$  [2], DoobleCHOOZ [3], DayaBay [5] y RENO [4], reportando un valor de  $8.8^\circ \pm 1.0^\circ$ .

Esta medición bastante aproximada tiene dramáticas consecuencias en la construcción de modelos. De un conjunto grande de los modelos propuestos una gran parte de ellos están excluidos y sólo queda una pequeña parte que puede dar cuenta de los resultados experimentales encontrados.

## Referencias

- [1] P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO].
- [2] P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO]; T2K Collaboration, K. Abe et al., Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 041801, arXiv:1106.2822; arXiv:1106.2822; MINOS Collaboration, P. Adamson et al., Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 181802, arXiv:1108.0015.
- [3] DOUBLE-CHOOZ Collaboration, Y. Abe et al., arXiv:1207.6632.
- [4] DAYA-BAY Collaboration, F. P. An et al., arXiv:1203.1669.
- [5] RENO Collaboration, J. K. Ahn et al., arXiv:1204.0626.
- [6] G. L. Fogli et al., Phys. Rev. D 78, 033010 (2008); M. Mitra, G. Senjanovic and F. Vissani, arXiv:1205.3867 [hep-ph].
- [7] S. L. Glasgow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961); A. Salam and J. C. Ward, Phys. Lett. 13, 168 (1964); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); S. Weinberg, The quantum theory of fields, Vol 2. Cambridge University Press (1995); I.J.R Aitchison and A.J.G Hey, Gauge Theories in particle physics. Third Edition, Taylor & Francis Group (2003).
- [8] W. Rodejohann, Int. J. Mod. Phys. E 20, 1833 (2011); F. F. Deppisch, M. Hirsch and H. Pas, J. Phys. G 39, 124007 (2012); J. D. Vergados, H. Ejiri and F. Simkovic, Rept. Prog. Phys. 75, 106301 (2012); B. Schwingenheuer, Ann. Phys. 525, 269 (2013).
- [9] W. Rodejohann, Int. J. Mod. Phys. E 20, 1833 (2011); F. F. Deppisch, M. Hirsch and H. Pas, J. Phys. G 39, 124007 (2012); J. D. Vergados, H. Ejiri and F. Simkovic, Rept. Prog. Phys. 75, 106301 (2012); B. Schwingenheuer, Ann. Phys. 525, 269 (2013).
- [10] J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D 25, 2951 (1982).

# Construcción, Extensión y Acoplamiento de Frames en Espacios de Pontryagin finito-dimensionales

Área: Análisis  
Funcional

González Hernando  
Universidad  
Surcolombiana  
hergosi@usco.edu.co

Segovia Francis  
Universidad  
Surcolombiana  
osmin.ferrer@usco.edu.co

Ferrer Osmin  
Universidad  
Surcolombiana  
francis.segovia@usco.edu.co

## Resumen

La teoría de frames en espacios de Hilbert desde su aparición en [12] ha sido rápidamente desarrollada [5, 6, 9, 11, 14, 18], a diferencia de la teoría de frames en espacios de Krein que recientemente está dando sus primeros pasos, [1, 13, 15–17]. En [13], una familia  $\{k_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  es un frame para el espacio de Krein  $\mathcal{K}$  si existen constantes  $A, B > 0$  tales que

$$A\|k\|_J^2 \leq \sum_{n \in \mathbb{N}} |[k, k_n]|^2 \leq B\|k\|_J^2, \quad \forall k \in \mathcal{K},$$

independientemente en [15] y [17] se proponen definiciones alternativas. La idea fundamental es aprovechar la versatilidad y la flexibilidad de los frames. En [6] y [11] encontramos métodos para construir y extender frames en espacios de Hilbert de dimensión finita. Basado en [13], el propósito principal de esta charla es mostrar que tales resultados también se tienen para espacios de Krein de dimensión finita, que son llamados espacios de Pontryagin. Además, se prueba que si  $\{k_n\}_{n=1}^m$  y  $\{x_n\}_{n=1}^k$  son frames para los espacios de Krein  $\mathcal{K}$  y  $\mathfrak{H}$  respectivamente, entonces es posible acoplar estas familias. Donde el sentido de acoplar es encontrar un espacio de Krein  $\mathfrak{R}$  con  $\mathcal{K}, \mathfrak{H} \subset \mathfrak{R}$  y un frame  $\{y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  tal que  $\{k_n\}_{n=1}^m, \{x_n\}_{n=1}^k \subset \{y_n\}_{n=1}^N$ .

## Referencias

- [1] Acosta-Humánez, P., Esmeral, K., Ferrer O. *Frames of subspaces in Hilbert spaces with W-metrics*, Analele Stiintifice ale Universitatii Ovidius Constanta, Accepted.
- [2] Adamjan, V.M., Arov, D.Z. *On unitary couplings of semiunitary operators*. Am. Math. Soc., Translat., II. Ser. 95, 75-129 (1970), translation from Mat. Issled. 1, No.2, 3-64 (1966).
- [3] T. Ya. Azizov and I. S. Iokhvidov, *Linear operator in spaces with an indefinite metric*, Wiley-Interscience, Chichester, 1989.
- [4] J. Bognár, *Indefinite inner product spaces*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1974.
- [5] Casazza, Peter G., *The art of frame theory*, Taiwanese J. Math. 4 (2000), no. 2, 129-201.
- [6] Casazza, Peter G. and Leon Manuel T., *Existence and Construction of Finite Frames with a Given Frame Operator*, Int. J. Pure Appl. Math, Vol 63, 2, (2010), 149-157.
- [7] O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Applied and Numerical Harmonic Analysis, Birkhäuser, Boston, 2003.
- [8] Conway, J., *A Course in Operator Theory*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2000. Cited in pages:
- [9] I. Daubechies, *The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis*, IEEE Trans. Inform. Theory 36 (1990), 961–1005.
- [10] I. Daubechies, A. Grossmann and Y. Meyer, *Painless nonorthogonal expansions*, J. Math. Phys. 27 (1986), 1271–1283.
- [11] Deguang Han, Kornelson Keri, Larson David and Weber Eric, *Frames For Undergraduates*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, vol. 40, 2007.
- [12] R. J. Duffin and A. C. Schaeffer, *A class of nonharmonic Fourier series*, Trans. Amer. Math. Soc. 72 (1952), 341–366.
- [13] K. Esmeral O.Ferrer and E. Wagner, *Frames in Krein spaces Arising from a Non-regular W-metric*, Banach Journal In Mathematical Analysis.
- [14] P. Găvruta, *On the duality of fusion frames*. J. Math. Anal. Appl., 333 (2007), 871–879.

- [15] J. I. Giribet, A. Maestripieri, F. Martínez Pería and P. Massey, *On frames for Krein spaces*, J. Math. Anal. Appl. 393 (2012), 122–137.
- [16] J. I. Giribet, A. Maestripieri, F. Martínez Pería and P. Massey, *On a family of frames for Krein spaces*, arXiv:1112.1632v1.
- [17] I. Peng and S. Waldron, *Signed frames and Hadamard products of Gram matrices*, Linear Algebra Appl. 347 (2002), 131–157.
- [18] A Rahimi, A Najati, YN Dehghan, *Continuous frames in Hilbert spaces*, Methods Funct. Anal. Topology, 2006.

Área: Topología  
 Ennis R. Rosas R.  
 Universidad de Oriente.  
 Departamento de  
 Matemáticas.  
 Venezuela  
 ennisrafael@gmail

### Resumen

En la mente de muchos matemáticos se ha planteado el siguiente problema. Dado un espacio topológico  $(X, \tau)$  y un subconjunto  $A \subseteq X$ , que condiciones han de tenerse para que el subconjunto  $A$  satisfaga una cierta condición si y sólo si la clausura de  $A$  satisfaga esa misma condición ([2], [3] y [4]). Si consideramos la noción de semiabierto, es fácil ver que si  $A$  es un conjunto semi abierto entonces su clausura es semiabierto. Pero, si consideramos la noción de compacidad, observamos que la clausura de un conjunto  $A$  puede ser compacto, mientras que el conjunto  $A$  puede no serlo. En [1], usando la noción de ideales topológicos se da una solución parcial a este problema. Pero, al analizarla resultan que existen muchos problemas de fondo en la prueba. En esta ponencia, se definen los conjuntos débilmente semi abiertos con respecto a un ideal, los cuales contienen a los conjuntos semi abiertos con respecto a un ideal introducidos en [1], excepto posiblemente a los elementos del ideal. Además, se muestra que si  $X$  es un espacio topológico,  $I \neq \emptyset$  es un ideal en  $X$  y la colección de subconjuntos abiertos satisface la propiedad de intersección finita, entonces  $cl(A)$  es débilmente semi abierto con respecto a  $I$  si y sólo si  $A$  es débilmente semi abierto con respecto a  $I$ .

### Referencias

- [1] FRIDAY, M. K. (2013) "On semi open sets with respect to an ideal". *European Journal of Pure and Applied Mathematics* 6(1), 53-58.
- [2] JAFARI, S AND RAJESH, N. (2011) "Generalized closed sets with respect to and ideal". *European Journal of Pure and Applied Mathematics* 4(2), 147-151.
- [3] LEVINE, N. (1963) "Semi open sets and semi continuity in topological spaces". *American Mathematical Monthly* 70, 36-41.
- [4] MAKI, H. CHANDRASEKHARA, R AND NAGOOR, A. (1999) "On generalizing semi-open sets and preopen sets". *Pure Appl. Math. Math. Sci* 49, 17-29.

# Función local y función local clausura en un espacio topológico dotado con un ideal

## Resumen

Sea  $(X, \tau)$  un espacio topológico. Un ideal  $I$  sobre  $(X, \tau)$  es una colección no vacía de subconjuntos de  $X$ , que satisface las siguientes propiedades: (1) Si  $A \in I$  y  $B \subseteq A$ , entonces  $B \in I$  y (2) Si  $A, B$  son elementos de  $I$ , entonces  $A \cup B \in I$ . Denotemos por  $\tau_x$ ,  $x \in X$ , la colección de todos los conjuntos  $\tau$ -abiertos que contienen al punto  $x$ . Para  $A \subset X$ ,  $A^* = \{x \in X : A \cap U \notin I, \text{ para todo } U \in \tau_x\}$ , es llamada la función local de  $A$  con respecto al ideal  $I$  y la topología  $\tau$ . Velicko en 1968, introduce la clase de los conjuntos  $\theta$ -abiertos. Un conjunto  $A$  se dice que es  $\theta$ -abierto si para todo  $x \in A$  tiene una vecindad abierta cuya clausura está contenida en  $A$ . El  $\theta$ -interior de  $A$ , denotado por  $\text{int}_\theta(A)$ , es definido como la unión de todos los subconjuntos  $\theta$ -abiertos contenidos en  $A$  y la  $\theta$ -clausura de  $A$ , denotada por  $\text{cl}_\theta(A)$ , es  $\text{cl}_\theta(A) = \{x \in X : \text{cl}(U) \cap A \neq \emptyset, \text{ para todo } U \in \tau_x\}$ .  $A$  es  $\theta$ -cerrado si y sólo si  $A = \text{cl}_\theta(A)$ . La colección de todos los conjuntos  $\theta$ -abiertos forma una topología  $\tau_\theta \subset \tau$ . Se define la función local clausura de  $A$  con respecto al ideal  $I$  y la topología  $\tau$  como sigue:

$$\tau(A)(I, \tau) = \{x \in X : A \cap \text{cl}(U) \notin I, \text{ para todo } U \in \tau_x\}.$$

Si no hay peligro a confusión, denotaremos brevemente  $\tau(A) = \tau(A)(I, \tau)$ . Se buscan propiedades de  $\tau(A)$ , además se define un operador  $\varphi_\tau : \wp(X) \mapsto \tau$ , dado por  $\varphi(A) = X \setminus \tau(X \setminus A)$ , y mostramos que si:

$\sigma = \{A \subseteq X : A \subseteq \varphi_\tau(A)\}$  y  $\sigma_0 = \{A \subseteq X : A \subseteq \text{int}(\text{cl}(\varphi_\tau(A)))\}$ , entonces  $\sigma$  y  $\sigma_0$  son topologías y satisfacen que  $\tau_\theta \subseteq \sigma \subseteq \sigma_0$ .

Área: Topología  
Ennis R. Rosas R  
Universidad de Oriente.  
Departamento de  
Matemáticas.  
Venezuela  
ennisrafael@gmail

## Referencias

- [1] JANKOVIC, D AND HAMLET, T. R. (1990) "New topologies from old via ideals". *Amer. Math. Monthly* **97**, 295-310.
- [2] AHMAD, A AND NOIRI, T. (2013) "Local closure functions in ideal topological spaces". *Novi Sad J. Math* **43**(2), 139-149.

## Resumen

Área: Análisis  
 Carlos R. Carpintero F  
 Universidad de Oriente.  
 Departamento de  
 Matemáticas.  
 Venezuela  
 carpintero.carlos@gmail.com

H. Weyl mostró que para un operador hermitiano  $T$ , se tiene que  $\lambda \in \bigcap \{\sigma(T + K) : K \text{ compacto}\}$  si y sólo si  $\lambda$  no es un punto aislado de multiplicidad finita del espectro de  $T$  [2]. Coburn estudia en forma abstracta clases de operadores que satisficieran esta condición, la cual bautiza con el nombre de Teorema de Weyl [2]. Siguiendo a Coburn, muchos matemáticos abordaron el estudio de propiedades similares definidas a través de espectros derivados de la Teoría de Fredholm. En esta dirección, se introducen el Teorema de  $a$ -Weyl [5], los Teoremas de Browder y  $a$ -Browder [4]. Así como también, generalizaciones de éstos [3]. Recientemente, se han introducido otra serie de propiedades espectrales, tales como las propiedades  $(b)$ ,  $(ab)$ ,  $(\nu)$ , etc, entre otras (véase [6]). En este trabajo, mostramos que bajo ciertas condiciones estas nuevas propiedades también pueden caracterizarse por medio de restricciones del operador [1].

## Referencias

- [1] CARPINTERO, C. ROSAS, E. RODRIGUEZ, J. MUÑOZ, D AND ALCALÁ, K. (2014) "Spectral Properties and restrictions of bounded linear operators". *Annals of Functional Analysis* por aparecer.
- [2] COBURN, L.A (1981) "Weyl's Theorem for Nonnormal Operators" *Research Notes in Mathematics* 51.
- [3] BERKANI, M AND KOLIHA, J (2003) "Weyl type theorems for bounded linear operators". *Acta Sci. Math* 69, 359-376.
- [4] HARTE, R. E AND LEE, W. L. (1997) "Another note on Weyl's theorem". *Trans. Amer. Math.Soc* 349, 2115-2124.
- [5] RAKOČEVIĆ, V. (1989) "Operators obeying  $a$ -Weyl's theorem". *Rev. Roumaine Math. Pures Appl* 34 (10), 915-919.
- [6] SANABRIA, J, CARPINTERO, C. ROSAS, E AND GARCÍA, O. (2012) "On generalized property  $(\nu)$  for bounded linear operators". *Studia Math* 212, 141-154.
- [7] WEYL, H.(1909) "Über beschränkte quadratische Formen, deren Differenz vollsteigist" *Rend. Circ. Mat. Palermo* 27, 373-392.



Área: Análisis  
 Carlos R. Carpintero F  
 Universidad de Oriente.  
 Departamento de  
 Matemáticas.  
 Venezuela  
 carpintero.carlos@gmail.com

### Resumen

Es notoria la dificultad presentada en el manejo de las funciones seno y coseno por la gran mayoría de los estudiantes en los cursos de cálculo. En este sentido, y en concordancia con los objetivos del X EIMAT, presentamos en este cursillo un estudio de estas funciones a través de ciertos recursos geométricos elementales; con el fin de proporcionar a los estudiantes, principalmente aquellos que inician sus estudios universitarios, herramientas que le hagan más fácil su trabajo con estas funciones. El temario del cursillo, básicamente trata de las propiedades de estas funciones, determinación de sus valores sin uso de calculadora, análisis de sus gráficas, ecuaciones que involucran esta clase de funciones y algunas operaciones con dichas funciones. Si bien, el contenido del cursillo es el usual de cualquier curso de trigonometría elemental, se hará énfasis en señalar o destacar los errores que comúnmente comete el estudiante al tratar estos tópicos.

### Referencias

- [1] LEITHOLD, L (1991) *El Cálculo con Geometría Analítica*. Editorial Harla., México D.F, México.

# Sobre el acotamiento y la compacidad del operador de composición con peso modificado en espacios de Lorentz $\Gamma_X^p(w)$

## Resumen

Sean  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  un espacio de medida  $\sigma$ -finito,  $\mathcal{F}(X, \mathcal{A})$  el conjunto de todas las funciones con valores complejos  $\mathcal{A}$ -medibles sobre  $X$  y  $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ . Para  $\lambda \geq 0$ , se define la función distribución de  $f$ , por  $D_f(\lambda) = \mu \{x \in X : |f(x)| > \lambda\}$ . Para  $t \geq 0$ , se define el reordenamiento decreciente de  $f$ , por  $f^*(t) = \inf \{\lambda > 0 : D_f(\lambda) \leq t\}$ . Para  $t > 0$ , la función maximal  $f^{**}$  se define por  $f^{**}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t f^*(s) ds$ . Una función medible y localmente integrable  $w : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  se llama peso. Para  $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$  y  $0 \leq p < \infty$ , definimos  $\|f\|_{\Gamma_X^p(w)} : \mathcal{F}(X, \mathcal{A}) \rightarrow [0, \infty]$  por  $\|f\|_{\Gamma_X^p(w)} = \left( \int_0^\infty [f^{**}(t)]^p w(t) dt \right)^{\frac{1}{p}}$ . El Espacio de Lorentz con peso  $\Gamma_X^p(w)$  se define como la clase de todas las funciones  $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$  tales que  $\|f\|_{\Gamma_X^p(w)} = \left( \int_0^\infty [f^{**}(t)]^p w(t) dt \right)^{\frac{1}{p}} < \infty$ . Sea  $T : X \rightarrow X$  una transformación medible y no singular y  $u : X \rightarrow \mathbb{C}$  una función medible. Definimos la transformación lineal  $W_{u,T}$ , como sigue:  $W_{u,T} : \Gamma_X^p(w) \rightarrow \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ , tal que  $W_{u,T}(f) = u \circ T f \circ T$  donde,  $W_{u,T}(f) : X \rightarrow \mathbb{C}$  y  $(W_{u,T}(f))(x) = u(T(x)) f(T(x))$ . Si  $W_{u,T}$  es acotado y con rango en  $\Gamma_X^p(w)$ , entonces recibe el nombre de operador de composición con peso modificado. En esta charla se caracterizan acotamiento y la compacidad del operador de composición con peso modificado en los Espacios de Lorentz con Peso  $\Gamma_X^p(w)$ .

Área: Análisis  
Rainier V. Sánchez C.  
Universidad Politécnica  
Territorial del Oeste de  
Sucre Clodosbaldo  
Russian, Venezuela  
rainiersan76@gmail.com

## Referencias

- [1] ARORA, S. C. DATT, G AND VERMA, S. (2007) "Multiplication and Composition Operators on Orlicz-Lorentz Spaces". *Int. J. Math. Analysis* 25 (1), 1227-1234.
- [2] ARORA, S. C. DATT, G AND VERMA, S. (2007) "Weighted Composition Operators on Lorentz Spaces". *Bull. Korean. Math. Soc* 44 (4), 701-708.

Área: Análisis

Rainier V. Sánchez C.  
Universidad Politécnica  
Territorial del Oeste de  
Sucre Clodosbaldo  
Russian, Venezuela  
rainiersan76@gmail.com

### Resumen

Entre los babilonios y los egipcios, más de 1000 años antes de Cristo, se hallan los primeros albores de la trigonometría. Sin embargo, es en el siglo II antes de Cristo que el astrónomo griego Hiparco de Nicea inicia el estudio de la trigonometría, debido a la necesidad que tenía de ella en la astronomía. En este cursillo, se hará una breve reseña histórica de la trigonometría y se estudiarán los aspectos más relevantes de las funciones trigonométricas y sus inversas. Así como también se darán algunas aplicaciones de éstas, entre las que destacan la representación de los números complejos en forma polar y la representación sinusoidal de la corriente eléctrica.

## Referencias

- [1] ANFOSSI, A. (1976) *Curso de Trigonometría Rectilínea*. Editorial Progreso, Mexico D. F.
- [2] LEITHOLD, L (1991) *El Cálculo con Geometría Analítica*. Editorial Harla.
- [3] MIDDLEMISS, R (1993) *Geometría Analítica*. McGraw-Hill.
- [4] KREYSZIG, E (2003) *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*. Vol. II. Editorial Limusa.

Área: Topología  
 José Sanabria  
 Departamento de  
 Matemáticas, Núcleo de  
 Sucre  
 Universidad de Oriente,  
 Venezuela  
 jesanabri@gmail.com

### Resumen

Los espacios  $S_1$ -paracompactos fueron introducidos por K. Al-Zoubi y A. Rawashdeh [2] utilizando la noción de conjuntos semi-abiertos introducida por N. Levine [4]. Un espacio topológico  $(X, \tau)$  se dice que es  $S_1$ -paracompacto, si cada cubrimiento semi-abierto de  $X$  tiene un refinamiento abierto localmente finito. En este trabajo, introducimos el concepto de subconjunto  $\alpha S_1$ -paracompacto con el propósito de obtener resultados similares a los conocidos sobre la noción de subconjunto  $\alpha S$ -paracompacto, la cual se originó a partir del concepto de espacio  $S$ -paracompacto [1].

### Referencias

- [1] K. Y. Al-Zoubi. *S-paracompact spaces*, Acta. Math. Hungar. Vol. 110(1-2), (2006) 165–174.
- [2] K. Al-Zoubi & A. Rawashdeh.  *$S_1$ -paracompact spaces*, Acta. Univ. Apulen. No. 26, (2011) 105–112.
- [3] N. Levine. *Semi-open sets and semi-continuity in topological spaces*, Amer. Math. Monthly Vol. 70, (1963) 36–41.
- [4] J. Sanabria & A. Gómez.  *$\alpha S_1$ -paracompact subsets*, Preprint (2014).

Área: Análisis  
 Funcional  
 Dr. Orlando J. García  
 M.  
 Universidad de Oriente,  
 Venezuela  
 ogarciam554@gmail.com

### Resumen

Labrousse introduce en [3] la clase de los operadores cuasi Fredholm. Una versión reciente de la definición de esta clase de operadores es la siguiente; un operador  $T \in L(X)$  sobre un espacio de Banach  $X$  es llamado cuasi Fredholm, si existe  $d \in \mathbb{N}$  tal que  $R(T^n)$  es cerrado y  $\kappa_n(T) = \dim ((R(T^n) \cap N(T)) / (R(T^{n+1}) \cap N(T))) = 0$ , para todo  $n \geq d$ . Esta clase de operadores es, estrictamente, más general que la clase de los operadores semi B-Fredholm (véase [3] Proposición 2.5). Recientemente en [?] y [?] se estudia el comportamiento de la clase de los operadores semi B-Fredholm bajo perturbaciones. En este trabajo se presenta una propiedad de descomposición para las clase de los operadores cuasi Fredholm, la cual permite estudiar con mayor claridad problemas sobre la estabilidad bajo perturbaciones de dicha clase.

### Referencias

- [1] GARCÍA, O. CARPINTERO, C. ROSAS, E. AND SANABRIA, J. (2014) “Property  $(gR)$  under nilpotents commuting perturbation”. *Matematički Vesnik* V. 66, 140–147.
- [2] GARCÍA, O. CARPINTERO, C. ROSAS, E. AND SANABRIA, J. (2014) “Semi B-Fredholm and Semi B-Weyl spectrum under perturbations”. *Boletín de la sociedad Matemática Mexicana* V. 20, 39–47.
- [3] LABROUSSE, J. P. (1980) “Les Operateurs quasi Fredholm: une generalization des operateurs semi Fredholm”. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* V. 29, 161–258.

Área: Cálculo  
 Dr. Orlando J. García  
 M.  
 Universidad de Oriente,  
 Venezuela  
 ogarciam554@gmail.com

### Resumen

La derivada de una función es una de las herramientas más poderosas en matemáticas, es indispensable para las investigaciones no elementales tanto en las ciencias naturales como en las ciencias sociales y humanísticas. A partir del concepto de derivada de una función se define la noción de función analítica, tanto en el caso real como complejo. La Teoría de funciones analíticas, no solo es una de las mas hermosas, sino que además es bien conocida su aplicación en varias ramas de la ciencia. Muchos problemas en matemáticas aplicada, que aparecen en la teoría de calor, la dinámica de fluidos y la electrostática, encuentra su marco adecuado en la teoría de funciones analíticas.

La definición y primeras propiedades de la derivada de una función compleja son muy similares a las correspondientes para las funciones reales (exceptuando, como siempre, las ligadas directamente a la relación de orden en  $\mathbb{R}$ , como por ejemplo el Teorema del valor medio).

En este cursillo se estudiará la diferenciabilidad de algunas funciones reales y complejas, y además veremos que la diferenciabilidad en el sentido complejo tiene consecuencias mucho más fuerte que en el caso real.

### Referencias

- [1] MICHAEL, S. (1992) *Calculus infinitesimal*. Universidad de Brandeis.

## Resumen

La Geometría Fractal es una rama de las matemáticas muy atractiva no solamente por los objetos fractales que son posibles construir, la noción de autosemejanza, sistemas dinámicos, caos, órbitas y dimensión, tanto topológica como Hausdorff, se han convertido en herramientas de gran utilidad en el campo de las matemáticas, las ciencias, el arte, la medicina, la ingeniería, psicología y hasta en la música.

Los objetos fractales son reconocidos gracias a la autosimilaridad, es decir, pensar en que el todo está formado por varias copias de sí mismo, solo que estas copias están reducidas y se encuentran en diferente posición.

Además de la autosimilaridad, los objetos fractales presentan una idea fuera de lo común, la dimensión fractal. La dimensión que se le ha asignado por convención a ciertos objetos geométricos y físicos, está asociada a una cantidad finita de variables, por ejemplo, a un cubo se le asocia una tripla definida directamente por el grosor, el ancho y el alto del mismo, luego la dimensión de este objeto es tres. Este tipo de dimensión es conocida como la dimensión topológica. Generalmente este tipo de dimensión es determinada por un número entero. Poincaré generalizó la dimensión para los espacios topológicos asignando al vacío dimensión menos uno y dimensión  $n$  a un espacio tal que si las fronteras de sus entornos pequeños de todos los puntos del espacio tienen dimensión  $n - 1$ .

La dimensión fractal, como lo indica apropiadamente su nombre, es una dimensión fraccionada y está determinada por un número racional. Este tipo de dimensión ha sido muy utilizada por ejemplo para medir la longitud de la costa de una isla o por ejemplo para preguntarnos ¿qué dimensión tiene la superficie de un pulmón humano? o mostrar que la dimensión topológica de nuestro cuerpo humano es tres pero la dimensión fractal es dos, son preguntas que despiertan un interés por estudiar este tipo de dimensión.

El método Box-counting o conteo por cajas, se ha utilizado para calcular la dimensión fractal de ciertos objetos que se representan en un plano. El objetivo de esta comunicación es mostrar el método de calcular dimensión fractal mediante esta técnica y además observar la utilidad que puede presentar para el estudio en ingeniería civil, caracterizando aleaciones con algunos compuestos específicos, tales como el hierro, manganeso y aluminio.

## Definiciones Básicas

**Definición A & T 15.1.** Un fractal es un subconjunto en el plano que es autosimilar y cuya dimensión fractal excede a su dimensión topológica.

**Definición A & T 15.2.** La dimensión autosimilar de  $X$  es el único valor  $d$  que satisface la ecuación la ecuación  $N(k) = k^d$ , es decir,

$$d = \frac{\ln(N)}{\ln(k)}$$

Área: Topología  
Geometría Fractal  
Dúwamg Alexis Prada  
Marín  
Universidad Pontificia  
Bolivariana Seccional  
Bucaramanga  
Grupo de Investigación  
GIM-UPB  
duwamg.prada@upb.edu.co

Andrés Felipe Pinto  
Leidy Carolina  
Hernández  
Saira Janeth Fiallo  
saira.fiallo.2013@upb.edu.co  
Semillero de Fractales  
GEOFRAC  
Grupo de Investigación  
GIM-UPB

Michael Andrés Alvarez  
Navarro Estudiante en  
proyecto de grado de  
Ingeniería Electrónica,  
Universidad Industrial  
de Santander  
michael@matematicas.uis.edu.co

**Definición A & T 15.3.** Sean  $A$  una figura cerrada y acotada, además  $D_1, D_2, D_3, \dots$  discos con diámetro  $\epsilon$  y  $N(\epsilon)$  el número de discos de radio  $\epsilon$  necesarios para cubrir a  $A$ . Entonces la medida  $d$ -dimensional es proporcional al valor del límite

$$h^d(A) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} N(\epsilon) \epsilon^d$$

Hausdorff demostró que existe un único valor  $d$  para el cual  $h^d(A)$  no es cero ni infinito. Para este valor  $d = D_H(A)$  se satisface entonces que

$$h^d(A) = \begin{cases} \infty, & \text{si } d < D_H(A); \\ 0, & \text{si } d > D_H(A). \end{cases}$$

$D_H(A)$  es por definición la dimensión de Hausdorff de  $A$ .

**Definición A & T 15.4.** Definimos  $D(A)$  la dimensión por cajas de una figura  $A$  como

$$D(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N_\delta(A)}{\ln(\frac{1}{\delta})}$$

donde  $N_\delta(A)$  es el número de cuadrados de lado  $\delta > 0$  que cubre a  $A$ .

**Pregunta A & T 15.5.** ¿Es posible caracterizar el nivel de aleación de elementos hierro, cobre, manganeso y aluminio con determinado tiempo de molienda respecto a la fundición de estos mediante comparaciones utilizando como técnica box-counting?

## Referencias

- [1] ARENAS, G., SABOGAL, S., *una introducción a la geometría fractal* Publicaciones Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, (2011)
- [2] GHYKA, M., *The geometry of art an life*, Dover Publications, Inc., New York, (1983)
- [3] NADLER, S., *Dimension theory: an introduction with exercises*, Aportaciones matemáticas, Sociedad matemática Mexicana, UNAM, México, (2002)
- [4] PRADA D., *Un conjunto dorado de Cantor* Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (2006)
- [5] RUBIANO, G., *Iteración y fractales, con matemática*, Colección obra selecta, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, (2009).
- [6] WILLARD, S., *General Topology*, Massachussetts, Addison Wesley Publishing Company, (1970).



## Resumen

El conjunto de Cantor es un conjunto especial que presenta interesantes propiedades topológicas como ser compacto, totalmente desconexo, perfecto y no vacío, además de ser métrico y no numerable. En ocasiones se le conoce como el conjunto ternario de Cantor, sin embargo, se pueden construir conjuntos de Cantor variando la longitud del intervalo hueco intermedio que lo denominaremos como  $\alpha$ .

El objetivo principal de la presente comunicación es mostrar si es posible intersecar dos  $\alpha$ -medios conjuntos de Cantor, de tal forma que la longitud de los intervalos componentes, de uno de dichos conjuntos quede entretejido en los intervalos huecos del otro, dejando así como único elemento en la intersección a cero.

Existe un valor crítico, para tal longitud de dichos intervalos componentes, en el cual, el problema tiene solución. Este valor crítico está directamente relacionado con la razón áurea y se encuentra cuando realizamos el cociente entre el valor de los intervalos componentes y el valor del hueco intermedio.

## Definiciones Básicas

Sean  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $I_0 = [0, 1]$  y sea  $I_1$  la unión de los dos intervalos cerrados que quedan después de remover el intervalo abierto de longitud  $\alpha$  del medio de  $I_0$ .

Cada uno de los intervalos cerrados  $I_1$  tiene longitud  $\frac{1-\alpha}{2}$ ; sea  $\beta$  que denota  $\frac{1-\alpha}{2}$ .

Note que  $\beta \in (0, \frac{1}{2})$  y  $\alpha = 1 - 2\beta$ . Nuevamente en cada intervalo de  $I_1$  lo que se hizo en  $I_0$ . Removemos la mitad de cada intervalo abierto cuya longitud es  $\alpha$  la longitud del intervalo cerrado. Lo anterior nos deja 4 intervalos, cada uno de longitud  $\beta^2$ , la unión de estos intervalos la llamaremos  $I_2$ .

**Definición A & T 16.1.** Luego  $I_n$  es la unión de los  $2^n$  intervalos cerrados de longitud  $\beta^n$  que quedan después de que el intervalo abierto de longitud  $\alpha\beta^{n-1}$  es removido de la mitad de cada uno de los componentes de  $I_{n-1}$ .

**Definición A & T 16.2.** El  $\alpha$ -medio conjunto de Cantor en el intervalo  $[0, 1]$  es

$$C_\alpha \equiv \bigcap_{n=0}^{\infty} I_n$$

Cuando  $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$  se obtiene el conjunto ternario de Cantor.

**Definición A & T 16.3.** Si  $A$  es un subconjunto de la recta real y  $\lambda$  es un número real positivo, entonces  $\lambda A = \{\lambda x \mid x \in A\}$ .

**Pregunta A & T 16.4.** Dado  $\beta \in (0, 1)$ , ¿es posible encontrar un  $\lambda \in (0, 1)$  tal que  $C_\alpha \cap \lambda C_\alpha = \{0\}$ ?

## Referencias

- [1] ESTEVEZ, E., *El espacio de los códigos*, Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (1994).
- [2] KRAFT, R., *What's the difference between Cantor Sets*, American Mathematical Monthly., Vol 101, (1994).
- [3] KRAFT, R., *A golden Cantor Set*, American Mathematical Monthly., Vol 105, (1998).
- [4] PRADA D., *Un conjunto dorado de Cantor* Monografía de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (2006)
- [5] STEWART, I., *Cómo cortar un pastel, y otros rompecabezas matemáticos*, Editorial Crítica, (2007).

Área: Topología  
Geometría Fractal  
Dúwamg Alexis Prada  
Marín  
Universidad Pontificia  
Bolivariana Seccional  
Bucaramanga  
Grupo de Investigación  
GIM-UPB  
duwamg.prada@upb.edu.co

Jenny Mayerli Gómez  
Cortés  
Universidad Industrial  
De Santander  
mayita429@hotmail

- [6] STEWART, I., *De aquí al infinito. Las matemáticas de hoy*, Biblioteca de Bolsillo, (2004).
- [7] WILLARD, S., *General Topology*, Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, (1970).

Área: Geometría

Gonzalo García

Universidad del Valle

gonzalo.garcia@correounivalle.edu.co

#### Resumen

Sea  $(B^n, \delta_{ij})$  la bola unitaria  $n$ -dimensional ( $n \geq 3$ ) con la métrica euclidiana y sea  $h : \partial B \rightarrow \mathbb{R}$  una función eje simétrica con al menos dos máximos. En esta conferencia encontraremos condiciones suficientes para que la función  $h$  sea la curvatura media de una métrica plana conforme a la métrica euclidiana sobre la bola unitaria.

## Referencias

- [1] CHEN AND LI C. (2001) *Prescribing Scalar Curvature on  $S^n$* . Pacific journal of mathematics. Vol 199, 1, 61-78
- [2] ESCOBAR J.(1996) *Conformal metric with prescribed mean curvature on the boundary*. Calculus of Variations and Partial Differential Equations. Vol 4 559-592
- [3] ESCOBAR J. Y GARCIA G.(2004) *Conformal metrics on the ball with zero scalar curvature and prescribed mean curvature on the boundary*. Journal of Functional Analysis. V. 211, 71-152.
- [4] ESCUDERO C. Y GARCIA G. (2003) *Una nota sobre el problema de la deformacion conforme de metricas en la bola unitaria*. Revista colombiana de matemáticas. Vol 37, 1-9.
- [5] GARCIA G. Y ORTIZ A. (2014) *Prescribed mean Curvature on the Ball*. En preparación.

# La cuantización geométrica y una transformada de Segal-Bargmann deformada para $\mathbb{R}^2$

## Resumen

Área: Topología y  
Geometría  
John Beiro Moreno  
Barrios  
Universidad del  
atlántico

johnmoreno@mail.uniatlantico.edu.co

El propósito de este trabajo es construir una transformada de Segal-Bargmann deformada en  $\mathbb{R}^2$  desde el punto de vista de la cuantización geométrica. La transformada de Segal-Bargmann usual tiene aplicaciones en óptica cuántica, procesamiento de señales y análisis armónica sobre el espacio fase (Ver por ejemplo [2]) pero fue originalmente introducida por V. Bargmann en [1]. Sabemos que la cuantización geométrica puede ser usada para construir la transformada de Segal-Bargmann (ver por ejemplo [5]), Hall en [3] realiza una construcción en detalle de esta transformada, más específicamente la transformada de Segal-Bargmann generalizada, para grupos de Lie del tipo compacto usando la cuantización geométrica. En este trabajo, vamos a usar la cuantización geométrica inducida por una polarización compleja obteniendo una transformada de Segal-Bargmann deformada con propiedades muy similares a la transformada original y que nos permite obtener junto con a una convolución el producto de Moyal-Weyl (ver [4]).

## Referencias

- [1] BARGMANN, V. (1961) *On a Hilbert space analytic function and an associated integral transform*. *Commun. Pure Appl. Math.*, 14:187-214.
- [2] FOLLAND G. B. (1989) "Harmonic on phase space". *Annals of Math Studies* V. 122.
- [3] HALL B. (2002) "Geometric quantization and the generalized Segal-Bargmann transform for Lie groups of compact type". *Commun. Math. Phys.*, 226-268.
- [4] MORENO J. AND RIOS P. DE M. (2013) " Construção geométrica de star product integral em espaços simétricos não compactos" *Ph. D. thesis, Universidade de São Paulo*.
- [5] WOODHOUSE N. (1980) "Geometric quantization". Clarendon Press-Oxford.

Estructuras  $\Omega$ - $H$  equivalentes con estructuras de Lyra y su aplicación en la mecánica

## Resumen

Dada una variedad diferenciable compleja  $M$  y sobre ella dos estructuras  $\Omega$ - $H$  equivalentes. Se define  $\bar{\mu} = (M, \bar{\nabla}, g)$  tal que

$$\bar{\mu} = \begin{cases} (\bar{\nabla}_X g)(Y, Z) &= 0 \\ \bar{S}(Y, Z) &= r \{ \Omega(Y)Z - \Omega(Z)Y \}, \quad r \in C^\infty(\bar{M}) \end{cases} ,$$

como la estructura de Lyra. En estas estructuras siempre se cumple la invarianza entre las curvaturas  $R$  y  $\bar{R}$  en  $\mu$  y  $\bar{\mu}$  respectivamente, en este trabajo se propone resolver el problema de la construcción de un factor generatriz, el cual trata de describir el comportamiento de un sistema de ecuaciones diferenciales no holonómico (sistema con enlace), como sistemas holonómico (sistema sin enlace). Uno de los primeros investigadores que analizó estos resultados fué S.A Chapliguín en 1948, dejando problemas abiertos a la mecánica

Área: Análisis

Richard Malavé

Departamento de

Matemáticas.

Universidad de Oriente.

Cumaná. Venezuela

rmalaveg@gmail.com

## Referencias

- [1] Chapliguín S.A, Collected word (In Russian), *Gosteyizdat, Moscow*, 1, (1948).
- [2] Jouskovski, N. E., Contrucción de las fuerzas en bases a una familia de trayectorias dadas, *Colección de trabajos de Jouskovski, N. E. Edit. Gosteyizdat*, 347, (1948), 227-242.
- [3] Martínez R and Ramírez R, Lyra spaces. Their application to mechanics, *Jadronic, J.*, 12, (1992), 123-236.
- [4] Malavé R and Martínez R. *Displacement of the mechanical systems with minimal acceleration in a sub-manifold*, IJMS,(Serials Publications) 12, (2013).75-76.
- [5] Siñiukov, Geodesic mappings of riemannian spaces (IN Russian), *Nauka, Moscow*, 3, (1979).

Área: Análisis y  
topología  
Edgardo Alvarez  
Universidad del  
Atlántico

### Abstract

We study the existence and uniqueness of solutions for the semi-linear fractional order differential equation

$$D_t^{\alpha+1}u(t) + \mu D_t^\beta u(t) - Au(t) = D_t^\alpha h(t, u(t)), \quad t \geq 0, \quad 0 < \alpha \leq \beta \leq 1, \quad \mu > 0, \quad (1.5)$$

on a certain class of Banach spaces. Here,  $A$  is an  $\omega$ -sectorial operator of angle  $\beta\pi/2$ ,  $D_t^\gamma$  denotes the Caputo fractional derivative of order  $\gamma$  and  $u(0) = x$  and  $u'(0) = y$ . We are mainly interested in periodic mild solutions for this abstract fractional multi-term differential equation.

## Referencias

- [1] W. Arendt, C. Batty, M. Hieber and F. Neubrander. *Vector-valued Laplace Transforms and Cauchy Problems*. Monographs in Mathematics. 96. Birkhäuser, Basel, 2001.
- [2] E. Bazhlekova. *Fractional Evolution Equations in Banach Spaces*. Ph.D. Thesis, Eindhoven University of Technology, 2001.
- [3] E. Cuesta. *Asymptotic behavior of the solutions of fractional integro-differential equations and some time discretizations*. Discrete Cont. Din. Sys., Supplement (2007), 277–285.
- [4] R. Gorenflo and F. Mainardi. *Fractional Calculus: Integral and Differential Equations of Fractional Order*. CIMS Lecture Notes. (<http://arxiv.org/0805.3823>).
- [5] V. Keyantuo, C. Lizama and M. Warma. *Asymptotic behavior of fractional order semilinear evolution equations*. Submitted.
- [6] A.A. Kilbas, H.M. Srivastava and J.J. Trujillo. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Elsevier, Amsterdam (2006).
- [7] J. Liang, J. Zhang and T.J. Xiao. *Composition of pseudo almost automorphic and asymptotically almost automorphic functions*. J. Math. Anal. Appl. 340 (2) (2008), 1493–1499.
- [8] C. Lizama. *Regularized solutions for abstract Volterra equations*. J. Math. Anal. Appl. 243 (2000), 278–292.
- [9] C. Lizama. *On approximation and representation of  $k$ -regularized resolvent families*. Integral Equations Operator Theory 41 (2) (2001), 223–229.

- [10] C. Lizama and H. Prado. *Rates of approximation and ergodic limits of regularized operator families*. **J. Approximation Theory** 122 (1) (2003), 42–61.
- [11] C. Lizama and H. Prado. *On duality and spectral properties of  $(a, k)$ -regularized resolvents*. **Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A**. 139 (3) (2009), 505–517.
- [12] C. Lizama and J. Sánchez. *On perturbation of  $k$ -regularized resolvent families*. **Taiwanese J. Math.** 7 (2), (2003), 217–227.
- [13] C. Lizama. *An operator theoretical approach to a class of fractional order differential equations*. **Applied Math. Letters**. 24 (2) (2011), 184–190.
- [14] C. Lizama and G.M. N'Guérékata. *Bounded mild solutions for semilinear integro-differential equations in Banach spaces*. **Integral Equations and Operator Theory** 68 (2010), 207–227.
- [15] G. M. N'Guérékata. *Almost automorphic and almost periodic functions in abstract spaces*. **Kluwer Academic/-Plenum Publishers**, New York, 2001.
- [16] I. Podlubny. *Fractional Differential Equations*. **Academic Press**, San Diego, 1999
- [17] J. Prüss. *Evolutionary Integral Equations and Applications*. **Monographs Math.** 87, Birkhäuser Verlag, 1993.
- [18] T.J. Xiao, J. Liang and J. Zhang. *Pseudo almost automorphic solutions to semilinear differential equations in Banach spaces*. **Semigroup Forum** 76 (3) (2008), 518–524.
- [19] C.Y. Zhang. *Almost Periodic Type Functions and Ergodicity*. **Science Press, Kluwer Academic Publishers**, New York, 2003.
- [20] C.Y. Zhang. *Pseudo almost periodic solutions of some differential equations*. **J. Math. Anal. Appl.** 151 (1994), 62–76.
- [21] C.Y. Zhang. *Pseudo almost periodic solutions of some differential equations II*. **J. Math. Anal. Appl.** 192 (1995), 543–561.

Área: Análisis y  
topología  
Edgardo Alvarez  
Universidad del  
Atlántico

#### Abstract

In this work we introduce the Bochner integral of functions with domain is some interval in  $\mathbb{R}$  and whose range is a Banach space. Fundamental theorems hold in same way that Lebesgue integration. Next, we define the Laplace transform of this type of functions and show the existence and fundamental properties. The wellposedness of the second order abstract Cauchy problem is studied by using the Laplace transform.

## Referencias

- [1] W. Arendt, C. Batty, M. Hieber and F. Neubrander. *Vector-valued Laplace Transforms and Cauchy Problems*. Monographs in Mathematics. 96. Birkhäuser, Basel, 2001.



## Resumen

Un espacio con métrica indefinida es esencialmente un espacio sobre el cual se ha definido una forma sesquilineal indefinida que genera un producto interno no-definido positivo. Cuando el espacio se puede expresar como la suma directa ortogonal de dos espacios uno de los cuales es un espacio de Hilbert y el otro un espacio anti-Hilbert, es decir un espacio que se convierte en espacio de Hilbert si se le cambia el signo a su producto interno, se llama espacio de Krein y si uno de los espacios-sumandos tiene dimensión finita, espacio de Pontryagin.

La teoría de operadores lineales en espacios de métrica indefinida nació en los años 40 del siglo pasado en los trabajos de los matemáticos rusos Pontryagin, Krein, Iokhvidov, entre otros. Durante algún tiempo se dedicaron a ella exclusivamente los matemáticos de la antigua URSS concentrados en tres escuelas: la de Odessa dirigida por Krein, la de Moscú, cuya cabeza era Naimark y la de Voronyesh a cargo de Iokhvidov. Pronto aparecieron trabajos en estos temas de matemáticos de otros países como Finlandia (Pesonen, Nevanlinna y Louhivaara), Alemania (Langer) y Francia (De Brange y Schwarz). En América se interesan en estos temas matemáticos como Rovnyak y Dritschel, entre otros, cuyo número ha ido incrementándose con los años.

En América Latina son pocos los matemáticos dedicados a estos temas; se destacan Venezuela y Argentina donde un grupo de interesados (Bruzual, Dominguez, Marcantognini, Strauss, Maestripieri, Stojanoff) ha publicado, y sigue publicando, artículos con resultados novedosos.

Las múltiples aplicaciones de esta teoría y su escasa divulgación en el ámbito local hace interesante la apertura de un espacio para su estudio en nuestro medio académico. En un Encuentro anterior se realizó un cursillo sobre la teoría general de Espacios con Métrica Indefinida, este año deseamos continuar la divulgación de estos temas desarrollando un cursillo sobre Teoría de Operadores en Espacios de Krein y de Pontryagin. En este cursillo se considera un estudio comparativo del comportamiento de los operadores lineales en espacios de Hilbert y en espacios con métrica indefinida, particularmente espacios de Krein y de Pontryagin.

El cursillo se divide en tres secciones: en la primera se consideran aspectos generales de la teoría de operadores lineales en espacios de Hilbert, así como ciertos conceptos básicos de la teoría de estos espacios como ortogonalidad, suma directa de subespacios, bases ortogonales, norma de un operador, operador adjunto, raíz de un operador entre otros conceptos básicos; la segunda parte trata sobre los espacios de métrica indefinida y en especial los espacios de Krein y de Pontryagin, se definen los conceptos más relevantes de estas teorías y se dan algunos ejemplos; finalmente, en la tercera parte se consideran los operadores lineales sobre espacios de métrica indefinida y se compara su comportamiento con lo que ocurre en los espacios de Hilbert.

Área: Teoría de  
Operadores  
Boris Lora Castro  
Universidad del  
Atlántico  
borisjose62@gmail.com

William Vides Ramos  
Universidad de la  
Guajira

## Referencias

- [1] AZIZOV, T.A. AND IOKHVIDOV, I.S. (1989) *Foundations of the Theory of Linear Operators in Spaces with Indefinite Metric*. Nauka., Moscow, URSS.
- [2] AZIZOV, T.A. AND IOKHVIDOV, I.S. (1989) *Linear Operators in Spaces with Indefinite Metric*. Wiley, New York, [English transl].
- [3] J. BOGNAR. (1974) *Indefinite inner product spaces..* Springer Verlag.
- [4] DRITSCHEL M. AND ROVNYAK J. (1990) "THEOREMS FOR CONTRACTION OPERATORS ON KREIN SPACES". *Operator Theory. Advances and Applications*. V.47, BIRKHAUSER VERLAG, BASEL.
- [5] BRUZUAL R, DOMINGUEZ M AND LORA B. (2012) "REPRESENTATION OF GENERALIZED TOEPLITZ KERNELS WITH A FINITE NUMBER OF NEGATIVE SQUARES.". *Acta Sci. Math.* V.2.

## 2 Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos

| Orden     | Eventos                                                                                                                               | Página |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| ED &SD 01 | Acerca de las ecuaciones diferenciales difusas                                                                                        | 35     |
| ED &SD 02 | Una mirada probabilística a las ecuaciones diferenciales                                                                              | 36     |
| ED &SD 03 | Travelling waves to a Benney-Luke type system                                                                                         | 37     |
| ED &SD 04 | Galoisian and Qualitative Study of the Family $yy' = (\alpha x^{2k} + \beta x^{m-k-1})y + \gamma x^{2m-2k-1}$                         | 38     |
| ED &SD 05 | Propagadores Liouvillianos                                                                                                            | 39     |
| ED &SD 06 | Pegar y Reversar en ecuaciones diferenciales                                                                                          | 40     |
| ED &SD 07 | Confluence of q difference equations to differential equations                                                                        | 41     |
| ED &SD 08 | Resultados recientes teoría de Galois de ecuaciones en q-diferencias                                                                  | 42     |
| ED &SD 09 | Ecuaciones en q-diferencias y teoría de Galois                                                                                        | 43     |
| ED &SD 10 | Propiedades espectrales de un operador diferencial asociado a soluciones de vibraciones normales de un fluido estratificado rotatorio | 44     |

Área: Ecuaciones  
diferenciales difusas  
Gilberto Arenas Díaz  
Universidad Industrial  
De Santander  
garenasd@uis.edu.co

### Resumen

El tema que abordaremos en esta charla se enmarca dentro de la teoría de las ecuaciones diferenciales difusas (EDD). Esta teoría surge con el desarrollo del análisis matemático difuso. Es un área de estudio e investigación que viene generando grandes expectativas ya que ha logrado resolver inconvenientes que se presentaban en el modelado matemático a través de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

En términos generales lo que haremos será estudiar un problema de valor inicial en el contexto difuso (PVID), el cual consiste en encontrar una función difusa  $x$  definida en un intervalo  $T$  de números reales, con valores en la clase  $X$  de los conjuntos difusos definidos sobre  $\mathbb{R}^n$ , tal que

$$x'(t) = f(t, x(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (*)$$

donde  $x_0 \in X$ ,  $t_0 \in T$  y  $f: T \times X \rightarrow X$  es una función difusa. Así, al plantear el PVID (\*), observamos como primera medida, la necesidad de conocer el sentido de la derivada  $x'$  de la incógnita  $x$ , lo cual ha sido el factor semilla en la búsqueda de abordajes teóricos para analizar la existencia de solución. En la charla se presentará algunos conceptos alrededor del estudio del desarrollo de la teoría de la diferenciabilidad de funciones difusas y resultados sobre la existencia de solución del PVID (\*).

## Referencias

- [1] VILLAMIZAR-ROA, E.J.; ANGULO-CASTILLO, V.; CHALCO-CANO, Y. (2014) "Existence of solutions to fuzzy differential equations with generalized Hukuhara derivative via contractive-like mapping principles". *Fuzzy Sets and Systems*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2014.07.015>.
- [2] VILLAMIZAR-ROA, E.J.; ARENAS-DÍAZ G. (2014) *Introducción a las ecuaciones diferenciales difusas*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.

Área: Sistemas  
Dinámicos, Teoría  
Ergódica  
Cristian Jesús Rojas  
Milla  
Universidad del  
Atlántico  
cristianrojas@mail.uniatlantico.edu.co

### Resumen

El objetivo del minicurso es dar una introducción de carácter elemental a la teoría ergódica. Es decir en muchas situaciones queremos entender el comportamiento cualitativo de flujos de campos vectoriales que provienen de ecuaciones diferenciales bastante complicadas. En muchos de estos casos la variedad ambiente que soporta nuestro campo vectorial es compacta y tenemos flujo para todo tiempo real o complejo y mas aún el flujo preserva volumen, es decir podemos definir una medida invariante bajo el flujo. Esto nos permite estudiar con ojos probabilísticos a nuestra ecuación diferencial. Nuestro objetivo primario es dar ejemplos concretos de como podemos hacer esto en la practica apoyándonos en resultados básicos pero sumamente poderosos e interesantes de la teoría ergódica. Con esto como meta, se propone el siguiente plan para nuestro minicurso

Día 1:) Se definen medidas invariantes, ejemplos. Se enuncia y se demuestra el teorema de recurrencia de Poincare (Distintas versiones). Fórmula de Liouville.

### Referencias

- [1] Viana Marcelo y Krerley Oliveira (2012) *Fundamentos de teoría ergódica. Instituto de Matemática pura y Aplicada. Rio de Janeiro. Brasil.*
- [2] Ricardo Mañe (1987) Ergodic theory and differentiable dynamics. (IMPA). *Springer-Verlag.*

## Travelling waves to a Benney-Luke type system

Área: Ecuaciones  
Diferenciales

Alex M. Montes Padilla  
Universidad del Cauca  
amontes@unicauca.edu.co

## Abstract

In this talk we establish the existence of travelling wave solutions (periodic and solitary waves) for the 2D-Boussinesq-Benney-Luke type system,

$$\begin{cases} \left(I - \frac{\mu}{2}\Delta\right)\eta_t + \Delta\Phi - \frac{2\mu}{3}\Delta^2\Phi + \epsilon\nabla \cdot (\eta\nabla\Phi) = 0, \\ \left(I - \frac{\mu}{2}\Delta\right)\Phi_t + \eta - \mu\sigma\Delta\eta + \frac{\epsilon}{2}|\nabla\Phi|^2 = 0, \end{cases} \quad (2.1)$$

which describe the evolution of long water waves with small amplitude in the presence of surface tension. Here  $\mu, \epsilon$  are small positive parameters and the functions  $\eta(x, y, t)$  and  $\Phi(x, y, t)$  denote the wave elevation and the potential velocity on the bottom  $z = 0$ , respectively. By a travelling wave solution we mean a solution for the system (2.1) of the form

$$\eta(x, y, t) = u(x - ct, y), \quad \Phi(x, y, t) = v(x - ct, y),$$

where  $c$  denotes the speed of the wave. We will show that solitary waves of finite energy and  $x$ -periodic travelling waves are characterized as critical points of some action functional, for which the existence of critical points follows as a consequence of the Mountain Pass Theorem.

## Referencias

- [1] MONTES, A. M., QUINTERO J. R. (2013) *Existence, physical sense and analyticity of solitons for a 2D Boussinesq-Benney-Luke system*. **Dynamics of PDE**. V. 10, No 4, 313-342.
- [2] MONTES, A. M. (2013) *Boussinesq-Benney-Luke systems related with water wave models*. **Doctoral Thesis, Universidad del Valle**.
- [3] MONTES, A. M. (2014) *Periodic travelling waves for a Boussinesq-Benney-Luke system*. **Preprint**.

## Galoisian and Qualitative Study of the Family

$$yy' = (\alpha x^{2k} + \beta x^{m-k-1})y + \gamma x^{2m-2k-1}$$

Área: Sistemas  
Dinámicos  
Primitivo B.  
Acosta-Humanez  
Universidad Del  
Atlántico  
primi@intelectual.co

Alberto M. Reyes L.  
Universidad Del  
Atlántico  
areyeslinero@mail.uniatlantico.edu.co

Jorge L. Rodriguez C.  
Universidad Del  
Atlántico  
jorge.jrodri@gmail.com

## Abstract

The analysis of the dynamic systems has been a topic of great interest to mathematicians and physicists. Each system has their own characteristics, which allows grouping these families, such as caracterizasteis. One of these families can be seen in the problem 11 of the sections 1.3.3, on Book; Handbook of exact solutions for ordinary differential equations, by Polyanin-Zaitsev, Which is a family with five parameters of Lienard's systems. About this family a Galoisian study is performed, making a series of transformations (using some tools like the Hamiltonian Algebrizations) which allow the Lienard Equation to take the Second Order Equation, Then a Gegenbauer Equation, followed by Hypergeometric equation and finally in a Legendre equation. with help of the Differential Galois theory, allows us to conclude if the system's integrability or not integrability. Finally we will make a study of the qualitative properties of this family, such as conditions so that the system is formed by polynomials functions, study also critical points, conditions for their existence and stability.

## Referencias

- [1] P.B. Acosta-Humanez, J.T Lazaro, J.J. Morales-Ruiz, C. Patanzi *On the integrability of polynomial fields in the plane by means of Picard-Vessiot theory.* arXiv:1012.4796.
- [2] A.D. Polyanin and V.F. Zaitsev, *Handbook of exact solutions for ordinary differential equations, Secod Edition.* Chapman and Hall, Boca Raton (2003)

Área: Ecuaciones  
Diferenciales  
Primitivo  
Acosta-Humánez  
Universidad del  
Atlántico &  
Intellectual.Co  
primi@intellectual.co

## Resumen

Propagadores Liouvillianos fueron introducidos en [3] como aplicación de la teoría de Galois diferencial a la resolubilidad de la Ecuación no estacionaria de Schrödinger y posteriormente estudiados en [4]. El caso estacionario fue estudiado en [1], [2]. En esta conferencia se darán ejemplos explícitos de cómo construir propagadores a través de la ecuación característica de la Ecuación no estacionaria de Schrödinger.

## Referencias

- [1] P.B. Acosta-Humánez, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The integrability analysis of the Schrödinger equation by means of differential Galois theory*, VDM Verlag Dr Mueller Publishing, Berlin, 2010.
- [2] P.B. Acosta-Humánez, J.J. Morales-Ruiz, J.A. Weil, *Galoisian approach to integrability of Schrödinger equation*, *Reports on Mathematical Physics* 67 (3), (2011), 305-374
- [3] P.B. Acosta-Humánez, E Suazo, *Liouvillian Propagators, Riccati Equation and Differential Galois Theory*, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 46 (45), 2013,
- [4] P.B. Acosta-Humanez, SI Kryuchkov, A Mahalov, E Suazo, SK Suslov, *Degenerate Parametric Amplification of Squeezed Photons: Explicit Solutions, Statistics, Means and Variances*, arXiv preprint arXiv:1311.2479

Área: Ecuaciones  
Diferenciales  
Primitivo  
Acosta-Humánez  
Universidad del  
Atlántico &  
Intelectual.Co  
primi@intelectual.co

Adriana Chuquen  
Universidad del Norte

### Resumen

Pegar y Reversar son operaciones que fueron introducidas por el primer expositor en [1] y posteriormente estudiadas en [2–4]. En esta conferencia aplicaremos las técnicas Pegar y Reversar a ecuaciones diferenciales. En particular, estudiaremos palíndromía y antipalíndromía de operadores y sistemas diferenciales. Analizaremos casos de integrabilidad y las simetrías que se preservan al aplicar estas técnicas, previamente haciendo una excursión por el álgebra multilineal.

## Referencias

- [1] P.B. Acosta-Humánez, *La operación pegamiento y el cuadrado de los números naturales*, Civilizar 3, (2003), 85-97
- [2] P.B. Acosta-Humánez, A.L. Chuquen, A.M. Rodríguez, *On Pasting and Reversing operations over some rings*, Boletín de Matemáticas 17 (2), (2010), 143-164
- [3] P.B. Acosta-Humánez, A.L. Chuquen, A.M. Rodríguez, *On Pasting and Reversing operations over vector spaces*, Boletín de Matemáticas 20 (2), (2013), 145-161
- [4] P.B. Acosta-Humánez, E. Martínez-Castiblanco, *Simple permutations with order  $n+2$ . Part I*, arXiv preprint arXiv:1012.2076



Área: Ecuaciones  
Diferenciales,

Thomas Dreyfus,  
Instituto de Matemáticas  
de Toulouse,

tdreyfus@math.univ-toulouse.fr

#### Abstract

Every differential equation may be discretized by a  $q$  difference equation by replacing the derivative  $\frac{d}{dz}$  by the operator  $f(z) \rightarrow \frac{f(qz) - f(z)}{(q-1)z}$ . Recently, the Galois theory of  $q$  difference equation has obtained many contributions. We will see that many objects that are present in this theory may be seen as  $q$  deformation of differential objects.

□

ED &amp;SD 08

Resultados recientes teoría de Galois de ecuaciones en  $q$ -diferencias

Área: Ecuaciones  
Diferenciales,  
Jacques Sauloy,  
Universidad Paul  
Sabatier, Toulouse

## Resumen

En esta conferencia se dará un breve resumen de los resultados recientes del expositor en el campo de la teoría de Galois para ecuaciones en  $q$ -diferencias. Se recomienda asistir al curso que impartirá el expositor para que haya una mayor comprensión de la conferencia.

ED &amp; SD 09

Ecuaciones en  $q$ -diferencias y teoría de Galois

Área: Ecuaciones  
Diferenciales,  
Jacques Sauloy,  
Universidad Paul  
Sabatier, Toulouse

## Resumen

En este curso se hará una breve introducción a la teoría de Galois para ecuaciones en  $q$ -diferencias.

## Propiedades espectrales de un operador diferencial asociado a soluciones de vibraciones normales de un fluido estratificado rotatorio

### Resumen

Consideramos un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, que describen pequeñas oscilaciones de ondas internas en un fluido estratificado rotatorio en un dominio acotado.

específicamente, en esta charla estudiaremos soluciones de vibraciones normales de la forma  $e^{\lambda t}U(x)$ , para el sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial t} - \omega v_2 + \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + \omega v_1 + \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial v_3}{\partial t} + \rho + \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} - N^2 v_3 = 0 \\ \alpha^2 \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{v} = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Estableceremos propiedades espectrales de la matriz de operadores diferenciales que resulta. Así mismo mostraremos una de Weyl para los puntos que pertenecen al espectro esencial del operador obtenido.

Área: Ecuaciones  
Diferenciales,  
Tovias Enrique Castro  
Polo,  
Universidad Del  
Atlántico, Barranquilla,  
castroptovias@gmail.com

### Referencias

- [1] Giniatoulline, A. An introduction to spectral theory, RT Edwards, Inc.
- [2] Grubb, G. and Geymonat, G. The essential spectrum of elliptic systems of mixed order, *Mathematische Annalen*, 227 (3), 1977, p.247-276.
- [3] Giniatoulline, A. and Castro, T. On the spectrum of the operator of inner waves in a viscous compressible stratified fluid, *J. Math. Sci. Univ. Tokyo*, 19 (3), 2012, p.313-323.

### 3 Matemáticas Aplicadas

| Orden  | Eventos                                                                                                                                                                | Página |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| MA 001 | Un modelo computacional de transporte de liposomas en tumores sólidos                                                                                                  | 47     |
| MA 002 | Cota Superior para el Primer Valor Propio del Problema de Steklov en el Espacio Euclideo                                                                               | 48     |
| MA 003 | Realidad Aumentada y la Construcción de Elementos Abstractos de la Física, Geometría y la Matemáticas.                                                                 | 49     |
| MA 004 | Algunas aplicaciones de la integral definida en las ciencias biológicas y sociales                                                                                     | 50     |
| MA 005 | Un Método Icondicionalmente Estable y de Segunda Orden para Resolución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales con Aplicaciones                                 | 51     |
| MA 006 | Modelamiento Matemático y Simulación Computacional de Dinámica Poblacional con Competición de Especies                                                                 | 52     |
| MA 007 | Dispersión de Contaminantes en Medios Acuáticos: Modelo Matemático, Aproximación Numérica y Simulación Computacional,                                                  | 53     |
| MA 008 | Método de Diferencias Finitas, Modelamiento e Implementaciones a Problemas de Impacto Ambiental                                                                        | 54     |
| MA 009 | Controlabilidad de la Ecuación de la Viga Perturbada                                                                                                                   | 55     |
| 10     | The mathematical modelling: an introduction                                                                                                                            | 56     |
| 11     | Noncommutative Differential Geometry of Skew Poincaré-Birkhoff-Witt Extensions                                                                                         | 57     |
| 12     | Reconocimiento De Rostros Utilizando El Análisis De Componentes Principales ACP                                                                                        | 58     |
| 13     | Matrices de Transformación Homogénea y Cuaternios aplicados al desarrollo del modelo cinemático directo para un manipulador industrial visualizado en una GUI MATLAB ® | 59     |
| 14     | Vecindad, Vértices Independientes y Hamiltonicidad en Grafos Bipartitos Balanceados                                                                                    | 60     |
| 15     | Elementos Históricos del Cálculo Fraccional                                                                                                                            | 61     |
| 16     | Distribuciones Poisson y Gamma: Una Discreta y Continua Relación                                                                                                       | 62     |
| 17     | ESTADISTICA Y SUS APLICACIONES                                                                                                                                         | 63     |
| 18     | CONJUNTOS DOMINANTES PERFECTOS EN EL RETICULADO ENTERO                                                                                                                 | 64     |
| 19     | Transformaciones de Tietze                                                                                                                                             | 65     |
| 20     | MÉTODOS VARIACIONALES Y PROBLEMAS SEMILINEALES DE DIRICHLET                                                                                                            | 66     |
| 22     | Aplicaciones Del ACM Al Estudio De Problemas Visuales                                                                                                                  | 67     |

|    |    |
|----|----|
| 23 | 68 |
| 24 | 69 |
| 25 | 70 |
| 26 | 71 |
| 27 | 72 |
| 28 | 73 |

Área: Modelación  
Matemática,  
M. en C. Victor Manuel  
Pérez Vera,  
Programa de doctorado  
en matemáticas,  
Departamento de  
Matemáticas,  
Universidad Autónoma  
Metropolitana,  
Unidad Iztapalapa,  
México, D. F.,  
vipemath@gmail.com

### Resumen

En la liberación de fármacos en tumores sólidos, existen barreras fisiológicas presentadas por la vasculatura anormal del tumor y la matriz intersticial. R. K. Jain y H. M. Byrne [1, 3, 4], han descrito cómo el microambiente tumoral pueden estar implicado en la resistencia a la liberación de fármacos. Estos estudios han sido de gran aporte en la investigación acerca de transporte de fármacos en liposomas. Dentro del contexto de los fenómenos de transporte, mediante la elaboración y descripción de un modelo matemático y computacional, estudiamos el problema de difusión y flujo de pequeñas partículas, llamadas liposomas (del orden de los 100 nanómetros), dentro de tumores sólidos, las cuales transportan fármacos al interior del tumor. Adoptamos un enfoque probabilista en la descripción de la dinámica de transporte de liposomas en el tumor y su red de capilares e incorporamos interacciones entre los liposomas y paredes capilares mediante diferentes potenciales.

### Referencias

- [1] Rakesh K. Jain: Barriers to Drug Delivery in solid Tumors Scientific American. 58–65. 1993.
- [2] C. Pozrikidis and D. D. Farrow: A Model of Fluid Flow in Solid Tumors Annals of Biomedical Engineering, 31, 181–194.2003
- [3] H. M. Byrne, T. Alarcon, M. R. Owen, S. D. Webb and P. K. Maini: Modelling aspects of cancer dynamics a review Phil. Trans. R. Soc. A, 1563–1578. 2006.
- [4] R. K. Jain & Stylianopoulos: Delivering Nanomedicine to Solid Tumor T. Nat. Rev. Clin. Oncol. 7, 653–664. 2010.

## Cota Superior para el Primer Valor Propio del Problema de Steklov en el Espacio Euclideo

Área: Geometría  
Diferencial,

Óscar Andrés Montaña  
Carreño,

Universidad Del Valle,

oscar.montano@correounivalle.edu.co

## Resumen

Sea  $(M^n, g)$  una variedad Riemanniana compacta con frontera  $\partial M$ . El problema de Steklov consiste en encontrar soluciones de la ecuación

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= 0 \text{ en } M \\ \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} &= \nu\varphi \text{ sobre } \partial M\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde  $\nu$  es un número real y  $\eta$  es la normal unitaria exterior a  $\partial M$ . Este problema fue introducido por Steklov [5] en 1902, para dominios acotados en el plano. El primer valor  $\nu$  no nulo para el cual el problema (3.1) tiene solución, es conocido como el primer valor propio de Steklov. En esta charla demostraremos que el primer valor propio de Steklov,  $\nu_1(M)$ , sobre un dominio acotado  $M$  de  $\mathbb{R}^n$  tiene como cota superior a  $\frac{1}{r}$ , donde  $r > 0$  es el radio de una bola  $B_r$  contenida en el dominio  $M$ .

## Referencias

- [1] J.F Escobar, *The Geometry of the first Non-Zero Stekloff Eigenvalue*, *Journal of functional analysis*, 150, 544-556, (1997)
- [2] O. A. Montaña, *The Stekloff problem for rotationally invariant metrics on the ball*, *Revista Colombiana de Matemáticas*, 47, 181 - 190, (2013)
- [3] O. A. Montaña, *Cota superior para el primer valor propio del problema de Steklov*, *Revista Integración*, 31, 1, 53-58, (2013)
- [4] O. A. Montaña, *Cota superior para el primer valor propio del problema de Steklov en el Espacio Euclideo*, *Revista de Ciencias Naturales y Exactas de la Universidad del Valle*, 17, 2, 85 - 93(2013)
- [5] M. W. Steklov, *Sur les problemes fondamentaux de la physique mathematique*, *Ann. Sci. École Norm*, 19, 445 - 490, (1902)



# Realidad Aumentada y la Construcción de Elementos Abstractos de la Física, Geometría y la Matemáticas.

## Resumen

Área: Matemáticas  
aplicadas  
Harold Álvarez  
Campos,  
Escuela Naval de  
Suboficiales A.R.C.  
"Barranquilla"  
harold1906@hotmail.com

El presente cursillo denominado de realidad aumentada y la construcción de elementos abstractos de la física, geometría y la matemática, integra tres campos bastante importantes en el campo de la enseñanza de la física, geometría y las matemáticas como son: El uso de las Tecnologías de la información y las comunicaciones, el campo del saber específico y el componente pedagógico al momento de usarlo.

Como podemos evidenciarlo en casi todos los escenarios presentes en la sociedad, la informática o las nuevas tecnologías van abarcando cada vez más espacios, dotando a los procesos y procedimientos con herramientas mucho más versátiles, poderosas y disponibles a todos, de manera tal que se van optimizando las tareas diarias, llámese procesos matemáticos, almacenamiento de información, disponibilidad de información y datos en general.

Por otra parte, la aplicación en las matemáticas en la formación de las diversas profesiones se puede asistir por medios tecnológicos, toda vez que hacen mucho más eficiente los altos procesos de cálculos numéricos, y su disponibilidad abarca incluso la computación móvil u ubicua. Así mismo, van apareciendo herramientas más poderosas y en modalidad gráfica, la cual acompaña de manera más amigable la presentación de resultados a quienes las utilizan; para tal caso existen portales libres en internet que ofrecen la solución de todo tipo de procesos de alta complejidad.

Finalmente, la visualización de objetos en 3D de la física, geometría y las matemáticas mediado por la realidad aumentada aporta un componente pedagógico positivo, toda vez que las generaciones actuales de nativos digitales cada vez están más en contacto con los diferentes dispositivos como tabletas, computadores y celulares. Estos temas son los que serán ampliados en el cursillo desde los procesos de la creación de elementos de la física, geometría y las matemáticas, y serán incorporados en el ambiente aumentado.

## Referencias

- [1] GROSSMAN, 1995. "Álgebra Lineal para ingenieros". México, Mc Graw Hill, Pág. 227- 288
- [2] SHULTZ, Andrew. 2006. "Linear Algebra". MIT Editorial OpenCourseWare.
- [3] MENA, BALTASAR, Introducción Al Cálculo Vectorial, 1ª Edición, México, Thomson, 2003.
- [4] NAKOS, George, 1999. "Álgebra lineal con aplicaciones", México. Editorial Thomson.
- [5] Notas de Álgebra lineal. Disponible en: [www.emagister.com/examenes-algebra-lineal-unidad-profesional-interdisciplinaria-ingenieria-ciencias-socia...](http://www.emagister.com/examenes-algebra-lineal-unidad-profesional-interdisciplinaria-ingenieria-ciencias-socia...)
- [6] P. Esteban, J. Restrepo, H. Trefftz, J. E. Jaramillo, N. Alvarez. "La realidad aumentada: un espacio para la comprensión de conceptos del cálculo en varias variables". 1998.
- [7] Solo tutoriales. Disponible en: [www.solotutoriales.com/tutoriales.asp?id=040301](http://www.solotutoriales.com/tutoriales.asp?id=040301)
- [8] Universidad Eafit, Medellín, Colombia. Disponible en <http://www.eafit.edu.co/EafitCn/Investigacion/Grupos/Ingenieria/RealidadVirtual/Realidad+Virtual.htm>
- [9] Portal de la Realidad Aumentada. <http://www.augmented-reality.org/>

## Resumen

Área: Matemáticas  
aplicadas  
José Sanabria,  
Departamento de  
Matemáticas, Núcleo de  
Sucre  
Universidad de Oriente,  
Cumaná, Venezuela,  
jesanabri@gmail.com

En este cursillo se presentarán algunos ejemplos de como la integral definida puede usarse para responder ciertos problemas relativos a las ciencias biológicas y las sociales. En cada caso la idea será establecer una suma de Riemann para representar un valor aproximado de la cantidad que deseamos hallar, para después hacer un refinamiento de la partición y obtener la integral definida. El contenido está dirigido a estudiantes universitarios de cualquier especialidad, que tengan conocimiento del tema de integral definida tratado en los libros de cálculo. Por tal razón, se omitirán algunos detalles técnicos en la solución de los problemas planteados, pero se harán breves comentarios que ayuden a entender el contenido desarrollado. Los ejemplos que se pretenden desarrollar son:

- Flujo en un capilar.
- Trabajo cardiaco.
- ósmosis.
- Teoría de la confiabilidad.
- Excedentes de los consumidores y excedentes de los productores.

## Referencias

- [1] W. E. Boyce & R. C. DiPrima, *Cálculus*, John Wiley & Sons, Inc. USA, 1988.
- [2] G. F. Simmons, *Cálculo y geometría analítica*, Segunda Edición, Mc Graw Hill Interamericana de España, S. A. U., 2002.

# Un Método Icondicionalmente Estable y de Segunda Orden para Resolución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales con Aplicaciones

Área: Matemáticas  
aplicadas

DENIS CAJAS  
GUACA,  
UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE  
CAMPINAS-  
UNICAMP,

ra123310@ime.unicamp.br

## Resumen

Existen muchos métodos numéricos implícitos y explícitos para la resolución numérica de EDP's, este cursillo tiene como finalidad dar a conocer el método de Crank Nicolson el cual es un método implícito de diferencias finitas de segunda orden tanto en el espacio como en el tiempo, este es un método de un paso y uno de los más útiles en la práctica, usado para la resolución de EDP's como la ecuación de difusión advección, por ejemplo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \Delta u + \mathbf{V} \nabla u + \sigma u = f.$$

Sin embargo, las aproximaciones con términos advectivos, pueden presentar oscilaciones en la solución numérica cuando hay cierta dominancia de este, una tentativa para evitar estas oscilaciones es establecer un criterio que proporcione una condición sobre la discretización del dominio, esta condición es conocida como condición de Pécelet, la cual será utilizada en los ejemplos de aplicación.

## Referencias

- [1] CUNHA, C. (1993) *Métodos numéricos para engenharias e ciências aplicadas*. Editora Unicamp., Campinas, BRASIL.
- [2] BURDEN, R. L., FAIRES, J. D., MOCHON, S. (1985) *Análisis numérico*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- [3] LEVEQUE, R. (2007) *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. Siam. Vol. 98.

MA 006

## Modelamiento Matemático y Simulación Computacional de Dinámica Poblacional con Competición de Especies

Área: Matemáticas  
aplicadas

J. CARLOS  
RUBIANES SILVA,  
DENIS CAJAS G.,  
MEYER, J. F. C. A.  
UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE  
CAMPINAS-  
UNICAMP,  
ra115033@ime.unicamp.br

ra123310@ime.unicamp.br

### Resumen

La propuesta de este trabajo es analizar el comportamiento entre dos especies competidoras con características de migración en la presencia de un material tóxico. El modelo matemático a ser utilizado incluye fenómenos de dispersión, dinámicas poblacionales e efectos tóxicos de un material contaminante evolucionando en el medio, provocando un decaimiento poblacional de las especies (en un dominio no regular).

Presentamos simulaciones computacionales obtenidas del modelo matemático de la interacción entre dos especies de peces. Será usada la ecuación clásica de Difusión-Advección para modelar este problema, y para su resolución numérica el método de diferencias finitas para la variable espacial y el método de Crank-Nicolson para la variable temporal.

### Referencias

- [1] CAJAS, D. (2014) *Dispersão de poluentes na baía de Buenaventura: Modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional*. Dissertação de Mestrado., Imecc - Unicamp, BRASIL.
- [2] CUNHA, C. (1993) *Métodos numéricos para engenharias e ciências aplicadas*. Editora Unicamp., Campinas, BRASIL.
- [3] EDELSTEIN-KESHET, L. (1987) *Mathematical models in biology*. Siam. Vol. 46.
- [4] LEVEQUE, R. (2007) *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. Siam. Vol. 98.
- [5] MURRAY, J. D. (1989) *Mathematical biology*. Springer.

MA 007

## Dispersión de Contaminantes en Medios Acuáticos: Modelo Matemático, Aproximación Numérica y Simulación Computacional,

Área: Matemáticas  
aplicadas

JOÃO F. C. A.  
MEYER, DENIS  
CAJAS GUACA,  
UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE  
CAMPINAS-  
UNICAMP,

joni@ime.unicamp.br

ra123310@ime.unicamp.br

### Resumen

Teniendo en cuenta la importancia de la conservación de los recursos naturales y el aprovechamiento de los mismos de forma sustentable, este trabajo focaliza en un caso particular al suroeste del litoral pacífico colombiano, en la Bahía de Buenaventura, en el departamento del Valle del Cauca. Hacemos un diagnóstico general para determinar las fuentes de contaminación, con el fin de dar una visión más específica del comportamiento de la dispersión y concentración de contaminantes en la bahía, mediante el tratamiento numérico del modelo matemático dado por la ecuación de Difusión -Advección, la cual describe las principales características a ser consideradas para este estudio.

Resolveremos el modelo numéricamente usando diferencias finitas centradas y el método de Crank Nicolson, garantizando un método incondicionalmente estable y de segunda orden en espacio y tiempo. Las simulaciones presentadas permiten juzgar mejor lo que está aconteciendo y lo que puede acontecer, y dar una estimativa del tiempo de recuperación de las aguas si las entidades gubernamentales implementaran mecanismos de mitigación para el problema ambiental.

## Referencias

- [1] CUNHA, C. (1993) *Métodos numéricos para engenharias e ciências aplicadas*. Editora Unicamp., Campinas, BRASIL.
- [2] EDELSTEIN-KESHET, L. (1987) *Mathematical models in biology*. Siam. Vol. 46.
- [3] LEVEQUE, R. (2007) *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. Siam. Vol. 98.
- [4] PNUMA. PROGRAMA DE LAS NACIONES UNIDAS PARA EL MEDIO AMBIENTE (1999) *Diagnostico Regional sobre las Actividades y Fuentes Terrestres de Contaminación que Afectan los Ambientes Marino, Costero y Dulceacuicola en el Pacífico Sudeste*. Vol. 169.
- [5] OKUBO, A. (2001) *Diffusion and ecological problems*. Springer.

## Método de Diferencias Finitas, Modelamiento e Implementaciones a Problemas de Impacto Ambiental

Área: Matemáticas  
aplicadas

J. CARLOS  
RUBIANES SILVA,  
DENIS CAJAS G.,  
MEYER, J. F. C. A.  
UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE  
CAMPINAS-  
UNICAMP,

ra115033@ime.unicamp.br

ra123310@ime.unicamp.br

### Resumen

Muchos de los fenómenos físicos son descritos matemáticamente a través de ecuaciones o sistemas de ecuaciones, que involucran derivadas parciales. Este cursillo tiene como su objetivo principal, mostrar al alumno como resolver numéricamente modelos matemáticos que involucran la ecuación:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \alpha \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \mathbb{V} \left( \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \mu P = f,$$

donde, por ejemplo para fenómenos de contaminación em médios acuáticos:

- $\alpha$  representa el coeficiente de dispersión de la polución.
- $\mathbb{V} = (v_1, v_2)$  representa el campo de velocidades.
- $\mu$  representa el decaimiento de la polución.
- $f$  representa la fuente de contaminación.

y además, dar una herramienta numérica para la simulación computacional de estos fenómenos.

Primeramente, hacemos una breve introducción sobre el método de diferencias finitas, explicitando su idea central. En seguida, presentamos la resolución numérica, utilizando el método de diferencias finitas, de ecuaciones parabólicas (ecuación del calor) y de ecuaciones hiperbólicas (advección). Y finalmente, como aplicación, son presentadas diversas simulaciones numéricas (en domínios regulares e no regulares) de las ecuaciones de Difusión-Advección para la resolución de fenómenos de Impacto Ambiental (dando ejemplos reales e interpretando los resultados obtenidos), y su repercusión en la Dinámica Poblacional de las especies perjudicadas.

## Referencias

- [1] CUNHA, C. (1993) *Métodos numéricos para engenharias e ciências aplicadas*. Editora Unicamp., Campinas, BRASIL.
- [2] EDELSTEIN-KESHET, L. (1987) *Mathematical models in biology*. Siam. Vol. 46.
- [3] LEVEQUE, R. (2007) *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. Siam. Vol. 98.
- [4] MURRAY, J. D. (1989) *Mathematical biology*. Springer.
- [5] OKUBO, A. (2001) *Diffusion and ecological problems*. Springer.

Área: Matemáticas  
aplicadas  
Alexander Carrasco  
UNIVERSIDAD  
CENTROCCIDENTAL  
LISANDRO  
ALVARADO,  
acarrasco@ucla.edu.ve

## Resumen

En este trabajo, se hace uso del teorema de punto fijo de Rothe, para probar la controlabilidad aproximada de la siguiente ecuación de la viga semilineal

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y(t, x)}{\partial t^2} &= 2\beta \Delta \frac{\partial y(t, x)}{\partial t} - \Delta^2 y(t, x) + u(t, x) + f(t, y, y_t, u), \text{ en } (0, \tau) \times \Omega, \\ y(t, x) &= \Delta y(t, x) = 0, \text{ sobre } (0, \tau) \times \partial\Omega, \\ y(0, x) &= y_0(x), \quad y_t(x) = v_0(x), x \in \Omega, \end{cases}$$

en el espacio  $Z_1 = D(-\Delta) \times L^2(\Omega)$  dotado con la norma del gráfico, donde  $\beta > 1$ ,  $\Omega$  es un dominio acotado en  $\mathbb{R}^N$ , el control distribuido  $u$  pertenece a  $L^2([0, \tau]; U)$  ( $U = L^2(\Omega)$ ) y la función no lineal  $f : [0, \tau] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es suficientemente suave y existen constantes  $\eta, b, c \in \mathbb{R}$  con  $\frac{1}{2} \leq \eta \leq 1$  tal que

$$|f(t, y, v, u)| \leq b |u|^\eta + c, \quad \forall y, v, u \in \mathbb{R},$$

Se prueba que para todo  $\tau > 0$  el sistema es aproximadamente controlable sobre  $[0, \tau]$ .

## Referencias

- [1] CARRASCO, A., H. LEIVA Y J. SANCHEZ (2013) “Controllability of the Semilinear Beam Equation“. *Journal of Dynamical and Control Systems*, Vol. 19, No. 3.
- [2] LEIVA, H. Y W. PEREIRA (2012) “Interior Controllability of the Linear Beam Equation“. *A. Diaspora J. of Mathematics*, Vol. 14, N.º 1, 30–38.
- [3] LEIVA, H., N. MERENTES Y J. SANCHEZ “Approximate Controllability of Semilinear Heat Equation“. *International Journal of Partial Differential Equations*, Vol. 2013.

Área: Matemáticas  
aplicadas  
Miguel Antonio Caro  
Candezano,  
UNIVERSIDAD DEL  
ATLÁNTICO,

miguelcaro@mail.uniatlantico.edu.co

#### Abstract

The mathematical modelling has been strongest developed for the past three decades due principally the digital revolution. The importance of the implementation of computers for solving problems of science and engineering by mathematical models is relevant. Actually, many universities have created center of mathematical modelation parallel to the Mathematical departments or Mathematical institutes. An important question surged among the students of sciences and engineering is how can be constructed a mathematical model from an specific problem. In this work we attempt to show how some mathematical models can be constructed for solving some problems from the fundamental laws of nature. Some mathematical models constructed from problems of engineering and biology are presented. We show the importance of relation between model-algorithm-code.

#### Referencias

- [1] SAMARSKII A.A., MIKHAILOV A. P. (2012) "Mathematical modelling: ideas, methods. Examples". *Taylor and Francis*.
- [2] DANGELMAYR G., KIRBY M. (1988) "Mathematical Modeling: A comprehensive introduction". *Prentice-Hall*
- [3] HARTEN, A. (1983) MATHEMATICAL MODELING. *Academic Press* (2013).



# Noncommutative Differential Geometry of Skew Poincaré-Birkhoff-Witt Extensions

Área: Matemáticas  
aplicadas

Armando Reyes  
Universidad de La Salle,  
mreyesv@unisalle.edu.co

## Abstract

Noncommutative differential geometry (NDG) (or cyclic homology) of algebras was discovered by Connes [1]. NDG is quite useful for the study of  $K$ -theory. For instance, Connes uses cyclic cocycles to express certain characteristic classes of a foliation in connection with the topological  $K$ -theory of the associated foliation  $C^*$ -algebra. NDG has been studied in a series of papers as a non-commutative generalization of de Rham cohomology (cf. [6], [9], [2], [3]) in order to interpret index theorems for non-commutative Banach algebras, via a generalization of the Chern character, where it was shown in [1] that NDG of  $C^\infty(M)$  recovers the Čech coefficient de Rham homology of the compact smooth manifold  $M$ . Since NDG was also shown to be the primitive part of the Lie algebra homology of matrices by Quillen and Loday [6] (this relationship shows that NDG can be considered as a Lie analogue of algebraic  $K$ -theory), it seems to be important to compute NDG of interesting algebras, which appear in differential topology or in algebraic geometry.

With this in mind, we compute the noncommutative differential geometry for a class of noncommutative rings known as skew  $PBW$  extensions defined in [4]. Following [8], we obtain explicit computations for important families of these extensions such as skew  $PBW$  extensions of derivation type, certain classes of Ore extensions, operator algebras, diffusion algebras, quantum algebras and 3-dimensional skew polynomial algebras.

## Referencias

- [1] Connes, A., “Cohomologie Cyclique et Foncteurs de  $Ext^n$ ”, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 296 (1983), 953-958.
- [2] Connes, A., “Noncommutative Differential Geometry”, *Publ. Math. IHES* 62 (1985), 257-360.
- [3] Feigin, B.L. and Tsygan, B.L., “Additive K-Theory”, in *K-Theory: Arithmetic and Geometry*, Lecture Notes in Math. 1289 (1988), 67-209.
- [4] Gallego, C. and Lezama, O., Gröbner Bases for Ideals of  $\sigma$ - $PBW$  Extensions, *Comm. Algebra*, **39** (1), (2011), 50-75.
- [5] Lezama, O. and Reyes, A., Some Homological Properties of Skew  $PBW$  Extensions, *Comm. Algebra*, **42** (3) (2014), 1200-1230.
- [6] Loday, J.-L. and Quillen, D., “Homologie Cyclique et Homologie de L’Algèbre de Lie des Matrices”, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 296 (1983), 295-297.
- [7] Reyes, A., “Ring and Module Theoretic Properties of Skew  $PBW$  Extensions”, Thesis (Ph.D.), Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2013, 142 p.
- [8] Reyes, A., Cyclic Homology of some Skew  $PBW$  Extensions, submitted.
- [9] Tsygan, B.L., “Homology of Matrix Lie-Algebras over Rings and Hochschild Homology”, *Uspekhi Mat. Nauk* 38, (1983), 217-218.

## Reconocimiento De Rostros Utilizando El Análisis De Componentes Principales ACP

### Resumen

**Área: Matemáticas  
aplicadas**  
**Daniel Leonardo  
Ramírez, Luis  
Alejandro Másmela C.  
Semillero IPREA  
Universidad Distrital  
Francisco José de  
Caldas,**

dramirezo@correo.udistrital.edu.co,  
lasmela@udistrital.edu.co

El presente documento es de carácter divulgativo e ilustra una de las aplicaciones más utilizadas del análisis multivariado de datos como lo es el Reconocimiento de Rostros (Face Recognition), este procedimiento se soporta en una técnica de la estadística multivariada muy utilizada, denominada análisis de componentes principales ACP. El reconocimiento facial o de rostros, utiliza la matemática y técnicas matriciales que consisten en la captura de una imagen en formato digital para luego procesar y comparar la información obtenida con la información original. Teniendo en cuenta que el rostro es considerado como uno de los objetos visuales más importantes para la identificación de personas, así como lo muestra Senthil & Manikandan en [3], el reconocimiento del rostro humano se vuelve complejo y por tal motivo es apropiado utilizar modelos matemáticos. Este modelo tiene una amplia gama de aplicaciones en diferentes campos y ciencias tales como las ciencias de la computación, la robótica, el uso de cajeros automáticos, la prevención del fraude de votantes y la identificación criminal, entre otros. Este documento describe la construcción de un sistema de reconocimiento de rostros mediante el uso del método ACP. Se basa en la aproximación de imágenes de rostros en un pequeño conjunto de imágenes con rasgos característicos. Las llamadas eigenfaces son las componentes principales del conjunto inicial de datos de las imágenes del rostro. El reconocimiento se realiza comparando la imagen del rostro de entrada con las caras en el conjunto de datos a través de los métodos de medición de la distancia. El sistema de reconocimiento de rostros se implementa utilizando el software Matlab.

### Referencias

- [1] CUADRAS, M. (2012) *Nuevos Métodos de Análisis Multivariante*, Barcelona.
- [2] LANGRAND, C. (2009) *Análisis de datos, métodos y ejemplos*. Colombia, Escuela Colombiana de Ingeniería.
- [3] SENTHIL C., MANIKANDAN M. (2014) *Design of face recognition system using Principal Component Analysis*. India, IJRET, International Journal of Research in Engineering and Technology.
- [4] BANERJEE A. (2012) *Impact of Principal Component Analysis in the Application of Image Processing*. West Bengal, India, Information Technology Department Pailan College Of Management Of Technology.

## Matrices de Transformación Homogénea y Cuaternios aplicados al desarrollo del modelo cinemático directo para un manipulador industrial visualizado en una GUI MATLAB®

Área: Matemáticas  
Aplicadas,

Jorge Villamizar  
Morales,  
Universidad Industrial  
de Santander,  
jorge@matematicas.uis.edu.co

Michael Álvarez  
Navarro,  
Universidad Industrial  
de Santander,  
michael@matematicas.uis.edu.co

### Resumen

Este trabajo desarrolla un modelo cinemático directo para un manipulador industrial mediante el uso de las matrices de transformación homogénea como método de representación conjunta de posición y orientación, y los cuaternios de Hamilton ( $Q = q_0 + q_1\hat{i} + q_2\hat{j} + q_3\hat{k}$ , donde  $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{R}$ ), como método para representar transformaciones de rotaciones y orientaciones en  $\mathbb{R}^3$ . En el desarrollo del modelo se tienen en cuenta adicionalmente, los conceptos asociados a los espacios vectoriales, a la geometría de las transformaciones lineales de dimensión finita y a la localización espacial. Asimismo se presenta el álgebra de las matrices homogéneas y de los cuaternios y se define el operador de rotación  $L_Q(\vec{v}) = Q(0 + \vec{v})Q^*$ , donde  $Q$  es un cuaternio que cumple con la rotación de puntos en el espacio. Se hace la presentación del robot KUKA KR120-2P®, se desarrolla su modelo cinemático directo haciendo uso de las matrices homogéneas y de los cuaternios y se presenta la interfaz gráfica de usuario (GUI) diseñada bajo un ambiente MATLAB® para validar y simular el modelo desarrollado. Finalmente, se ejecutan los comandos correspondientes a las operaciones entre matrices homogéneas y cálculo de cuaternios, contando la cantidad de operaciones y el tiempo de ejecución, siendo esta última medida la versión optimizada para comprobar el rendimiento de un conjunto de instrucciones en MATLAB®.

### Referencias

- [1] Archila Díaz, J. F., Bautista Rojas L. E., Villamizar Morales J. (2011). *Transformaciones lineales de dimensión finita, aplicadas al desarrollo del modelo cinemático directo para el robot KUKA® KR 60 JET en cursos de álgebra lineal y dibujo de máquinas*. Revista ERM. Universidad del Valle. Vol. XIX, NÂº2, 33-47.
- [2] Lozano, E. J. (2002). *Cuaternios de Hamilton*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.
- [3] Kuipers, J. B. (1999). *Quaternions and rotation sequences: A primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality*. Princenton: Princenton University Press.

## Vecindad, Vértices Independientes y Hamiltonicidad en Grafos Bipartitos Balanceados

Área: Matemáticas  
Aplicadas,  
Daniel Brito,  
Universidad de Oriente,  
danieljosb@gmail.com

### Resumen

La motivación de este trabajo es su relación con el problema Hamiltoniano; un problema abierto, el cual no ha podido ser caracterizado y que comenzamos con una extensión, a conjuntos independientes balanceados de seis vértices en grafos bipartitos balanceados, de un resultado dado por Alcalá et al [1].

### Referencias

- [1] YUSLEIDY ALCALÁ, DANIEL BRITO AND LOPE MARÍN (2013) “The Hamiltonicity of Balanced Bipartite Graphs Involving Balanced Independent Set”. *Mathematical Forum* 8, 1353 - 1358.

## Resumen

El Cálculo Fraccional generaliza las ideas del cálculo clásico, es decir, la integración y diferenciación de orden entero a orden no entero. El interés en este tema se hizo evidente tan pronto se conocen las ideas del cálculo clásico, lo que garantiza que esta teoría no es tan nueva. Leibniz [5] lo menciona en una carta dirigida a L'Hopital en 1695. Los primeros estudios más o menos sistemáticos al parecer se hicieron a comienzos y mediados del siglo XIX por Liouville [6], Riemann [11], y Holmgren [2], aunque Euler [1] y Lagrange [4], hicieron contribuciones interesantes. A través del tiempo reconocidos matemáticos han contribuido en su desarrollo [12]. Pero, aún siendo ésta una generalización del Cálculo Clásico, y aunque su nacimiento es igual de antiguo, sus aplicaciones han sido notorias solo en estas últimas décadas [3], [10]. La causa de esto es debido posiblemente a la dificultad que se presenta en su parte operativa, a las diversas formulaciones de la derivada e integral de orden fraccional, y en especial la falta de una clara interpretación geométrica y física de los operadores fraccionales [7]. En la primera Conferencia Internacional sobre el Cálculo Fraccional en New Haven (USA), en 1974, la interpretación física y geométrica fueron incluidos en la lista de problemas abiertos [13], siendo repetida en las conferencias internacionales realizadas en 1984, 1989 e incluso en el encuentro sobre Cálculo Fraccional realizado en Varna 1996, y desde ese tiempo la situación no ha cambiado mucho. El primer libro dedicado al Cálculo Fraccional fue publicado en 1974 [9], en el cual se intentó dar un reporte de los avances teóricos de su tiempo, pero no fue tan accesible a profesionales de otras disciplinas. Posteriormente se publicaron otros libros [8], [10], pero a pesar de esto, esta teoría se ha mantenido un poco distante de muchos investigadores, científicos e instituciones académicas. En general, la razón de este resultado es debido principalmente, que a pesar de la gran cantidad de publicaciones en este campo, se siente la necesidad de formalizar y ordenar los conceptos, propiedades y aplicaciones del cálculo fraccional, para que sea atractiva y de fácil acceso a los investigadores de otras áreas, así como a los mismos matemáticos.

**Área: Cálculo Fraccional,**  
**Jaime Castillo Pérez,**  
**Universidad De La Guajira -Colombia,**  
 jcastillo@uniguajira.edu.co

**Leda Galúe Leal,**  
**Universidad Del Zulia**  
**-Venezuela,**

## Referencias

- [1] Euler, L. (1730) *Mémoire dans le tome V des Comment*, Saint Petersberg Années, 55, 1730.
- [2] Holmgren, H. J. (1964) Om differentialkalkylen med indices of hvad nature sam helst, Kongliga svenska. *Vetenskaps-akademiens handlingar*, 5 (11), 1-83.
- [3] Kilbas, A., Srivastava, H. M. and Trujillo, J. J. (2006) *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, Elsevier Inc., New York.
- [4] Lagrange, J. L. (1869) Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la differentiation et à l'integration des quantités variables, *Nouv. mem. Acad. Roy. Sci.* 1772, reprinted in *Oeuvres*, 3, 441-476.
- [5] Leibniz, G. W. (1962) "Letter from Hanover, Germany, 1695 to L. A. L'Hospital". *Leibnizen Mathematische Schriften*, 2, 301-302. First published in 1849.
- [6] Liouville, J. (1832) "Mémoire: sur le calcul des différentielles à indices quelconques", *J. de l'École Polytechnique*, 13, 71-162.
- [7] Mainardi F. (2010) *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity*, Imperial College Press, London.
- [8] Miller, K. S. and Ross, B. (1993) *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, John Wiley & Sons Inc., New York.
- [9] Oldham, K. and Spanier, J. (1974) *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York.
- [10] Podlubny, I. (1999) *Fractional Differential Equations*, Academic Press, New York.
- [11] Riemann, B. (1953) *Versuch einer allgemeinen Auffassung der integration und differentiation*, The Collected Works of Bernhard Riemann (H. Weber, ed.) 2nd ed. New York.
- [12] Ross, B. (1977) Fractional calculus: An historical apologia for the development of a calculus using differentiation and antidifferentiation of non integral orders, *Mathematics Magazine*, 50 (3), 115-122.
- [13] Ross, B. (1975) (Ed.), *Fractional Calculus and Its Applications*, Proceedings of the International Conference on Fractional Calculus and Its Applications, University of New Haven, West Haven, Conn., June 1974, Springer-Verlag, New York.

**Área: Estadística,**  
**Fabian L. Muñoz.,**  
**Universidad Autónoma**  
**del Caribe,**  
 falemumu@hotmail.com

### Resumen

En el presente artículo se indica la relación que existe entre la distribución de Poisson y la distribución Gamma, de una manera concisa y elemental. Se inicia revisando los aspectos y/o propiedades básicas de cada distribución. Esto incluye las respectivas demostraciones de función de probabilidad y función de densidad, además de las pertinentes fórmulas de esperanza y varianza, junto con las demostraciones de cada una de éstas. Se exhiben algunas propiedades a tener en cuenta para cada distribución, y posteriormente se presenta la relación existente entre estas últimas. Se proponen también, algunos ejemplos que ilustren el empleo de cada distribución y su mencionada relación.

### Referencias

- [1] Canavos G. C. Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y Métodos. Traducción de Edmundo G. Urbina M. McGraw-Hill. México, 1988.
- [2] Blanco L. Probabilidad. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, 2004.
- [3] Llinás H., Rojas C. Estadística Descriptiva y Distribuciones de Probabilidad. Ediciones Uninorte. Barranquilla, 2009.
- [4] Walpole R. E., Myers R. H., Myers S. L. Probabilidad y Estadística Para Ingenieros. Traducción de Ricardo Cruz. Prentice-Hall, Inc. México, 1999.
- [5] Zylberberg A. D. Probabilidad y Estadística. Editorial Nueva Librería. Argentina, 2005.
- [6] García H. A., Solarte C., Imuez M. BioEstadística. Editorial Universitaria - Universidad de Nariño. Pasto, 2009.
- [7] Gómez E., Sarabia J. M., Prieto F. La Distribución Poisson-Beta: Aplicaciones Y Propiedades En La Teoría Del Riesgo Colectivo. Tomado desde: <<http://www.actuarios.org/espa/anales/2009/Pag%20141-160.pdf>>, [Acceso el 5 de agosto de 2013].
- [8] Ecos de la economía. Distribución Gamma. Tomado desde: <<http://ecosdelaeconomia.files.wordpress.com/2011/05/distribucion-gamma.pdf>>, [Acceso el 5 de agosto de 2013].
- [9] Armitage P., Berry G. Estadística Para La Investigación Biomédica. Edición en español. Harcourt Brace. Madrid, España. 1997.
- [10] Montero J. Ma. Estadística Descriptiva. International Thomson Editores. España. 2007.

Área: Estadística,  
MARGARITA ROSA  
BARRAZA  
RODRIGUEZ,  
Universidad  
Del Atlántico - Colombia,

#### Resumen

En esta charla presentaremos los conceptos básicos de la estadística, además presentaremos algunos ejemplos.

# CONJUNTOS DOMINANTES PERFECTOS EN EL RETICULADO ENTERO

Área: Álgebra,  
Eliecer Cabas Granados,  
Universidad Del  
Atlántico -Colombia,  
eliecercabas26@gmail.com

José Brito Pinto,  
Universidad Del  
Atlántico -Colombia,  
josebritopinto@gmail.com

Carlos Araujo,  
Universidad Del  
Atlántico -Colombia,

carlosaraujo@mail.uniatlantico.edu.co

## Resumen

En este trabajo presentamos la construcción de conjuntos dominantes perfectos en el grafo  $G = (Z, E)$  donde dos vértices son adyacentes si y sólo si su distancia euclidiana es 1 y lo denominaremos el retículo lado entero, denotado  $\lambda_n$ . Los conjuntos dominantes que se presentan tienen la peculiaridad de que todas las componentes conexas son isomorfas a un grafo finito  $H$  y los llamamos  $t - P \text{ DDS}[H]$ . En particular le mostramos los siguientes  $t - P \text{ DDS}[H]$ : 1.  $1 - P \text{ DDS}[P_k \cup P_1]$  en  $\lambda_n$ ,  $k \geq 2$ . 2.  $1 - P \text{ DDS}[P_k \cup P_1]$  en  $\lambda_n$  para cada  $n \geq 2$  y  $k \geq 2$ . 3.  $t - P \text{ DDS}[P_k \cup P_1]$  en  $\lambda_n$  para cada  $t \geq 2$  y  $k \geq 2$ . 4.  $2 - P \text{ DDS}[P_2]$  en  $\lambda_{3n}$ . 5.  $1 - P \text{ DDS}[Q_2]$  en  $\lambda_{2n}$ .

## Referencias

- [1] C. Araujo, I. J. Dejter and P. Horak: "A generalization of Lee codes, Designs, Codes and Cryptography", online version, (21 April 2012).
- [2] C. Araujo and I. J. Dejter: " Lattice-like total perfect codes, Discussiones Mathematicae Graph Theory", (33(4): 2013) to appear.



Área: Álgebra,  
Gabriel Vergara,  
Julio Romero,  
Universidad Del

Atlántico -Colombia,

[gabrielvergara@mail.uniatlantico](mailto:gabrielvergara@mail.uniatlantico)

### Resumen

Uno de los principales resultados de la teoría combinatoria de grupos afirma que todo grupo tiene una presentación y que todo grupo finito es finitamente presentado (Ver [1]) presentación finita es construir presentaciones. En esta charla hablaremos de las transformaciones de Tietze, las cuales nos permiten pasar de una presentación finita de un grupo a otra presentación isomorfa del mismo grupo.

### Referencias

- [1] JOHNSON, D.L.(1990) *Presentations of groups*. London Mathematical Society, Cambridge.
- [2] HARPE, P. (2000) *Topics in geometric group theory*. Chicago Lectures in Mathematics Series., Chicago, EEUU.
- [3] VERGARA, G. AND SALAZAR O.(2011) “Introducción a la teoría geométrica de grupos”. *Revista Integración* V.29, 15-30.

Área: Matemáticas  
aplicadas  
Oswaldo Dede Mejía,  
Universidad Del  
Atlántico -Colombia,

### Resumen

Se introducen algunas técnicas variacionales para determinar las condiciones de existencia de soluciones a ecuaciones de la forma  $L(u) = N(u)$  donde  $[L]$  es un operador lineal sobre un espacio  $H$  de funciones reales definidas en un conjunto acotado  $\omega$  de  $\{\mathbb{R}^n\}$  y  $N$  un operador no necesariamente lineal. Tomando  $F = L - N$  la ecuación se reduce a  $F \text{ left}(uright) = 0$ . Si existe una funcional  $J$  y al que  $J' = F$ , entonces el problema se reduciría a encontrar puntos críticos la funcional  $J$ , lo que constituye la esencia de un problema variacional. Esta ponencia pretende mostrar bajo qué condiciones existen soluciones de problemas de la forma

$$\Delta u + f(u) = 0 \text{ en } \Omega \quad (3.2)$$

$$u = 0 \text{ en } \partial\Omega \quad (3.3)$$

,  
donde  $\Omega$  es un subconjunto acotado de  $\{\mathbb{R}^n\}$  con frontera suave

**Área: Matemáticas  
Aplicadas  
Jose V Barraza A  
Universidad del  
Atlántico -  
Departamento de  
Matemáticas**  
josebarraza@mail.uniatlantico.edu.co

### Resumen

El presente trabajo tiene como finalidad analizar la interdependencia entre las variables que tipifican o caracterizan los defectos refractivos oculares como la hipermetropía, miopía, astigmatismo, astigmatismo hipermetrope y astigmatismo miópico, con algunas variables sociodemográficas.

El análisis de correspondencias es una técnica descriptiva multivariada para representar tablas de contingencia bidimensionales pero que también puede extenderse a tablas de más de dos entradas [1]. El análisis de correspondencias múltiples (ACM), es un análisis de correspondencias simple (ACS), aplicado a una tabla disyuntiva completa, donde se registran las filas que representan los individuos o pacientes y en las columnas las modalidades de las variables que se categorizan para su estudio [2]. La base de datos fue facilitada en algunas historias clínicas en un consultorio de optometría en el Norte de la ciudad de Barranquilla.

El análisis de correspondencias técnica utilizada en el estudio, analiza desde un punto de vista gráfico, las relaciones de dependencia e independencia de un conjunto de variables categóricas a partir de los datos de una tabla de contingencia [3].

Algunas enfermedades visuales son de carácter multifactorial; por ejemplo, el glaucoma y la hipermetropía elevada. El estrabismo que suele degenerar en ambliopía, puede producir pérdida visual permanente [4].

La academia de medicina en Colombia realizó un estudio comparativo entre Bogotá y Barranquilla, a fin de establecer la proporción de defectos refractivos, y en una muestra consecutiva de 1000 historias encontró que los miopes eran el 56%, del grupo estudiado, mientras que en la Costa Atlántica eran el 49%.

En este estudio realizado en el Norte de Barranquilla a 376 pacientes, se encontró que: aproximadamente el 6,91% de los pacientes examinados se les diagnosticó astigmatismo puro en uno o en ambos ojos, el 32,18% astigmatismo hipermetrope, un 17,81% astigmatismo miópico, el 31,65% solo hipermetropía y el 11,44% solo miopía.

### Referencias

- [1] Lebart, L; Morineau, A; et al. *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle* Dunod, París (1995).
- [2] Díaz, M. L. *Estadística Multivariada. Inferencia y Métodos* Editorial Panamericana Formas e Impresos, S. A, Bogotá (2002).
- [3] Etxeberria, M. J; García, J. E, et al. *Análisis de datos y textos* Editorial RA-MA, Madrid (1995).
- [4] *Implicaciones genéticas de los errores refractivos oculares*  
www.encolombia.com/medicina/pediatría/pedi36301-implicacionesgen.

Área: Matemáticas  
Aplicadas,

Alexander Gutiérrez  
Puche,

Universidad Autónoma  
del Caribe,

Alexander.gutierrez@uac.edu.co

### Resumen

Los conceptos de matrices y transformaciones lineales resultan muy naturales en procesamiento de imágenes digitales, puesto que una imagen digital se puede representar por medio de una matriz. En este trabajo utilizaremos las Transformaciones lineales y las operaciones matriciales para las manipulaciones de una imagen y lo realizaremos a través de una herramienta de software como MATLAB

### Referencias

- [1] Gonzalez, R y Wood R. (2004). Digital Image Processing using MATLAB. 1a Edición. Prentice Hall. New jersey.
- [2] Strang, Gilbert. (2003). Introduction to Linear Algebra. 3a Edición. Wellesley-Cambridge.
- [3] Anton, H y Rorres C. (2011). Introducción al Algebra Lineal, 5a Edición. Limusa Willey.

# ESTIMACIÓN DE UN MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICO PARA LA INCIDENCIA DE LA MALNUTRICIÓN EN LOS ADULTOS MAYORES

Área: Matemáticas  
Aplicadas,

Sergio Samuel Nieves  
Vanegas,

Universidad Autónoma  
del Caribe,

sergio.nieves@uac.edu.co

## Resumen

### CONTEXTO

La evaluación del nivel de nutrición de un adulto mayor pretende obtener una aproximación de la estructura corporal del individuo.

### OBJETIVOS

El propósito de este estudio es identificar y caracterizar los factores antropométricos y bioquímicos que inciden directamente en la desnutrición de los ancianos.

### METODOLOGÍA

Se aplicó una encuesta a 160 adultos mayores con edades entre 65 y 90 años, a los cuales se les evaluó cuatro factores a saber criterios socio demográfico, estilos de vida, antecedentes patológicos y el estado nutricional mediante el test MNA, (Mini Nutritional Assessment).

### RESULTADOS

El estado de nutrición de un adulto mayor depende directamente de patologías puntuales y de la práctica continua de alguna actividad física.

## Referencias

- [1] Gómez M. y Gonzalez F, M. (2005). Alta prevalencia de la desnutrición en ancianos españoles ingresados en un hospital general y factores asociados. Archivos latinoamericanos de nutrición. 20005.
- [2] [Documento PDF].URL. Disponible en [http://www.nutricionemexico.org.mx/alan/2005\\_1\\_10.pdf](http://www.nutricionemexico.org.mx/alan/2005_1_10.pdf)

Área: Muestreo  
estadístico,  
Humberto Barrios,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
hbarrios@unicesar.edu.co

### Resumen

Los científicos están recogiendo cada vez más datos que se extraen de procesos continuos. Los métodos de *análisis de datos funcionales* (ADF), son aplicables al análisis de muchos conjuntos de datos que son comunes en muchos experimentos que se dan en función del tiempo, espacio o volumen. Los cuales le permiten al investigador ver en que momento pueden existir diferencia en la serie entre dos o más conjunto de observaciones. En este trabajo se hace un breve introducción del estimador Horvitz-Thompson para datos funcionales en un muestreo aleatorio proporcional al tamaño y al final se construye bandas de confianza, teniendo en cuenta la normalidad asintótica de los estimadores.

### Referencias

- [1] CARDOT, H., GOGA, C. AND LARDIN, P. (2013). UNIFORM CONVERGENCE AND ASYMPTOTIC CONFIDENCE BANDS FOR MODEL-ASSISTED ESTIMATORS OF THE MEAN OF SAMPLED FUNCTIONAL DATA. *Electronic J. of Statistics*, 7, 562596.
- [2] HERVÉ CARDOT, ALAIN DESSERTAINE, CAMELIA GOGA, ÉTIENNE JOSSERAND AND PAULINE LARDIN (2013), *Comparison of different sample designs and construction of confidence bands to estimate the mean of functional data: An illustration on electricity consumption*, *Survey Methodology*, December 2013 Vol. 39, No. 2, pp. 283 – 301 Statistics Canada, Catalogue No. 12 – 001 – X .
- [3] HERVÉ, CARDOT, DAVID DEGRAS AND ETIENNE JOSSERAND (2013), *Confidence bands for Horvitz-Thompson estimators using sampled noisy functional data*, *Bernoulli* 19(5A), 2013, 2067 – 2097 DOI: 10.3150/12 – BEJ443.
- [4] DANIEL J. L., REGINA L. N., BRADLEY W. & RAMSAY (2007), *Introduction to Functional Data Analysis*, *Canadian Psychology* 2007, Vol. 48, No. 3, 135 – 155.
- [5] SÄRNDAL, C., SWENSSON, R. & WRETMAN, J. (1992), *Model Assisted Survey Sampling*, Springer-Verlag, New York.

Área: Muestreo  
estadístico,  
Humberto Barrios,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
hbarrios@unicesar.edu.co

### Resumen

En estas notas se presenta una breve introducción para el muestro por conglomerados en una y dos etapas, donde en la primera y segunda etapa se realiza con un muestreo aleatorio simple con reemplazo. Los fundamentos básicos se ilustran con aplicaciones.

### Referencias

- [1] BAUTISTA, J. (1998), *Diseño de muestreo estadístico*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- [2] GUTIÉRREZ, H. (1992), *Estrategias de Muestreo. Diseño de encuestas y estimación de parámetros*, Universidad Santo Tomás, Bogotá.
- [3] LOHR, S. (2000), *Muestreo: Diseño y Analisis*, Thompson.
- [4] SÁRNDAL, C., SWENSSON, R. & WRETMAN, J. (1992), *Model Assisted Survey Sampling*, Springer-Verlag, New Yo

Área: Matemáticas  
aplicadas,  
Jorge Robinson Evilla,  
Universidad del  
Atlántico, Barranquilla,  
Colombia,

jorgerobinson@mail.uniatlantico.edu.co

Jesus Arbelaez,  
Stiven Florez,  
Sergio Gómez,  
Henry Mejía,  
José Meza,  
Jorge Rodríguez,  
Gustavo Vergara,  
Universidad del Norte ,

### Resumen

Las ecuaciones diferenciales se caracterizan por brindar soluciones a problemas físicos. Dentro de los problemas físicos que resuelven las ecuaciones diferenciales se destacan: Modelos de población, transferencia de calor, vibraciones mecánicas, circuitos eléctricos, velocidad y aceleración.

El MATLAB ® es una herramienta de software matemático que con un lenguaje de programación propio permite modelar situaciones físicas y realizar con velocidad y precisión un gran número de cálculos y operaciones matemáticas.

El objetivo de este trabajo es mostrar como enfrentar estos problemas de las ecuaciones diferenciales ordinarias usando MATLAB ®. Se expondrán los principales algoritmos que de manera muy eficiente resuelven problemas físicos cuya modelación se realiza por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias. Se presentarán además, experiencias propias de solución a problemas, así como tambien combinaciones de problemas, cuya solución exige el uso de computadoras.

### Referencias

- [1] EDWARDS, H. Y PENNEY, D. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Cómputo y modelado*. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2009.
- [2] SIMMONS, G. Y KRANTZ, S. *Differential Equations: Theory, technique, and practice*. McGraw-Hill companies. New York, 2007.
- [3] BUTCHER, J.C. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. John Wiley & Sons. England, 2008.



## Solución de problemas en ecuaciones diferenciales parciales usando MATLAB®

Área: Matemáticas  
aplicadas,

Jorge Robinson Evilla,  
Universidad del  
Atlántico, Barranquilla,  
Colombia,

jorgerobinson@mail.uniatlantico.edu.co

Javier Henríquez  
Amador,

Ronald Romero  
Munñoz,  
Universidad del  
Atlántico, Barranquilla,  
Colombia ,

### Resumen

Las ecuaciones diferenciales parciales son muy útiles por brindar soluciones a problemas físicos. Dentro de los problemas físicos que resuelven las ecuaciones diferenciales parciales se destacan: Problemas que involucran vibraciones u oscilaciones, problemas que involucran conducción o difusión de calor y problemas que involucran potencial eléctrico o gravitacional.

El MATLAB ® es una herramienta de software matemático que con un lenguaje de programación propio permite modelar situaciones físicas y realizar con velocidad y precisión un gran número de cálculos y operaciones matemáticas.

El objetivo de este trabajo es mostrar como enfrentar estos problemas de las ecuaciones diferenciales parciales usando MATLAB ®. Se expondrán los principales algoritmos que de manera muy eficiente resuelven problemas físicos cuya modelación se realiza por medio de ecuaciones diferenciales parciales. Se presentarán además, experiencias propias de solución a problemas, así como también combinaciones de problemas, cuya solución exige el uso de computadoras.

### Referencias

- [1] COLEMAN, MATHEW P. *An introduction to partial differential equation with MATLAB*. PEARSON EDUCACIÓN. México, 2009.
- [2] SIMMONS, G. Y KRANTZ, S. *Differential Equations: Theory, technique, and practice*. Chapman & Hall/CRC applied mathematics and nonlinear science series. Florida, 2005.

| Orden   | Eventos                                                                                                                                                                                      | Página |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| EM 0001 | MATEMÁTICA Y REALIDAD. EL COMPLICADO DIÁLOGO ENTRE LA MATEMÁTICA INSTITUCIONALIZADA Y LA MATEMÁTICA NO FORMAL                                                                                | 76     |
| EM 0002 | TALLER-CONTEXTUALIZANDO LA MATEMÁTICA ESCOLAR                                                                                                                                                | 77     |
| EM 0003 | Ponderación óptima de las áreas evaluadas en la Prueba Saber 11, para calcular el puntaje de ingreso a la universidad                                                                        | 78     |
| EM 0004 | La deserción estudiantil en la Universidad del Quindío                                                                                                                                       | 79     |
| EM 0005 | Metodología centrada en la Resolución de Problemas: Aportes al desarrollo del Razonamiento Matemático de los estudiantes                                                                     | 80     |
| EM 0006 | Simulaciones con Tasas de Interés mostrando su interpretación Gráfica                                                                                                                        | 81     |
| EM 0007 | La deserción estudiantil en la Universidad del Quindío                                                                                                                                       | 82     |
| EM 0008 | Metodología centrada en la Resolución de Problemas: Aportes al desarrollo del Razonamiento Matemático de los estudiantes                                                                     | 83     |
| EM 0009 | Del OVA al MOOC en Geometría                                                                                                                                                                 | 84     |
| EM 0010 | Uso de las TIC como herramienta mediadora y pedagógica en la enseñanza de las matemáticas                                                                                                    | 85     |
| EM 0011 | Transferencia investigativa con el apoyo de la estadística a los niveles precedentes en el marco STEAM Labs 2014                                                                             | 86     |
| EM 0012 | Videos Interactivos en Cálculo Integral                                                                                                                                                      | 87     |
| EM 0011 | Construcción de funciones trigonométricas utilizando software educativo: geogebra                                                                                                            | 88     |
| EM 0012 | Reflexión acerca del pensamiento numérico y sistemas numéricos                                                                                                                               | 89     |
| EM 0013 | Cómo mejorar la enseñabilidad del Cálculo Diferencial por medio de Objeto Interactivo de Aprendizaje apoyado por un video                                                                    | 90     |
| EM 0014 | Simulación de un problema de razón de cambio por medio de un Objeto Interactivo de Aprendizaje                                                                                               | 91     |
| EM 0015 | Simulación de una función de Ingresos utilizando la función cuadrática y apoyada en el software GeoGebra como herramienta en la enseñabilidad y su interpretación con el Cálculo Diferencial | 92     |
| EM 0016 | Simulaciones con Tasas de Interés mostrando su interpretación Gráfica                                                                                                                        | 93     |

|         |                                                                                                                                                       |     |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| EM 0017 | Aplicación del razonamiento algebraico en la elaboración de la estructura básica del Estado de Flujos de Efectivo, presentado por el método indirecto | 94  |
| EM 0018 | PILARES DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO: CONCEPTUALIZACIÓN, OPERATIVIDADES LÓGICOFORMAL Y ALÓGICA                                                         | 95  |
| EM 0019 | Construcción de los modelos matemáticos para la física                                                                                                | 96  |
| EM 0024 | La Exploración de la Teoría en la Construcción de Pasos de Razonamiento                                                                               | 97  |
| EM 0025 | Resolución de Problemas de Lugar Geométrico mediante Prácticas de Matemática Experimental                                                             | 98  |
| EM 0026 | Metrología en la comunidad Arhuaca                                                                                                                    | 99  |
| EM 0027 | Los números y el universo Arhuaco                                                                                                                     | 100 |
| EM 0028 | Geometría en la vivienda tradicional Arhuaca                                                                                                          | 101 |
| EM 0029 | Comparación de las escuelas de educación matemática realista y socioepistemología                                                                     | 102 |
| EM 0030 | La computadora: un dispositivo que enriquece el significado de "Entender"                                                                             | 103 |

# MATEMÁTICA Y REALIDAD. EL COMPLICADO DIÁLOGO ENTRE LA MATEMÁTICA INSTITUCIONALIZADA Y LA MATEMÁTICA NO FORMAL

**Área: Educación  
Matemática,  
Hugo Parra S,  
Universidad del Zulia –  
Venezuela,  
hps1710@yahoo.es**

## Resumen

La necesidad de vincular las matemáticas escolares con la realidad es una exigencia que hoy en día se hace desde diferentes ámbitos. Desde lo institucional, la OCDE (OCDE, 2006) y ministerios de educación como el de Colombia (Ministerio de Educación, 2006) y el de Venezuela (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2007) han abogado por ello. Desde el ámbito académico el tema de la realidad también es tratado, tal es el caso de la educación matemática crítica (Araújo, 2009; Skovsmose & Valero, 2007; Mora, 2005), la educación matemática realista (Puig, 1997; Freudenthal, 1991) y la socioepistemología (Tuyub & Cantoral, 2008). Cubrir esta necesidad ha generado situaciones de conflicto con la tradición educativa matemática, ya que la matemática escolar institucionalizada se ve amenazada por el conocimiento matemático funcional y el cotidiano que emergen al momento de vincular la matemática con la realidad; esto es, en este tipo de situaciones de aprendizaje de las matemáticas confluyen al menos tres tipos de conocimientos ya mencionados: el institucionalizado, el funcional y el cotidiano. El conocimiento matemático escolar institucionalizado, es aquel que expresamente se manifiesta en el currículo a través de los planes de estudio y los textos, es intencionado y homogéneo. El conocimiento funcional responde a necesidades muy específicas de una comunidad en particular (Tuyub & Cantoral, 2008); por ejemplo, los albañiles, hacen uso de una matemática muy particular que le ayuda a resolver problemas que surgen de su oficio. Por último, confluye en el aula el conocimiento matemático cotidiano de carácter intuitivo y que tiene su origen en la experiencia. Este proceso de interacción de estos tres conocimientos se complica cuando se pretende vincular la matemática escolar con la realidad. ¿Cómo conjugar estos conocimientos de manera que se articulen, complementándose e incrementando su potencial educativo matemático? Trataremos de plantear algunas hipótesis a objeto de promover un debate al respecto.

## Referencias

- [1] Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Vol. 2, No. 2. Brasil, pp. 55-68.
- [2] Freudenthal, Hans (1991) Revisiting Mathematics Education. China Lectures. Kluwer Academia Publishers. Netherlands.
- [3] Ministerio de Educación (2006) Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (04 de abril de 2014 <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>) Colombia.
- [4] Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007) Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano (03 de enero de 2013 [http://www.me.gob.ve/media/contenidos/2007/d\\_905\\_67.pdf](http://www.me.gob.ve/media/contenidos/2007/d_905_67.pdf)) Caracas. Venezuela
- [5] Mora, David (2005) “Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas”. En Mora, David (Coordinador) Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectiva para la transformación de la educación matemática en América Latina. (pp. 17 – 164). Editorial Campo Iris. Bolivia.
- [6] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. OCDE. México
- [7] Skovsmose, O. & Valero P. (2007) “Educación Matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información” en Jiménez J.; Díaz – Palomar, J. & Civil, M (Coords.) Educación Matemática y exclusión. Graó. España
- [8] Tuyub Sánchez, Isabel & Cantoral Uriza, Ricardo (2008) Saberes funcionales y prácticas sociales en la comunidad de toxicólogos. 11th International Congress on Mathematical Education. México

## Resumen

**Área: Educación  
Matemática,  
Hugo Parra S,  
Universidad del Zulia –  
Venezuela,  
hps1710@yahoo.es**

El taller propuesto tiene como finalidad generar una reflexión a partir de situaciones prácticas acerca de las posibilidades que nos ofrece el proceso de contextualizar la matemática escolar. La necesidad de vincular las matemáticas escolares con el contexto de los estudiantes, es una exigencia que hoy en día se hace desde diferentes ámbitos. Desde lo institucional, por ejemplo, lo ha hecho la OCDE con las evaluaciones PISA (OCDE, 2006); de igual manera, ministerios de educación de diferentes países como el de Colombia (Ministerio de Educación, 2006) o el de Venezuela (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2007) han abogado en el mismo sentido. Desde el ámbito académico el tema de la contextualización también es tratado con mayor o menor énfasis, pero siempre es considerado como relevante; tal es el caso de la educación matemática crítica (Araújo, 2009; Skovsmose & Valero, 2007; Mora, 2005), la educación matemática realista (Puig, 1997; Freudenthal, 1991) y la propia socioepistemología (Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez-Sierra, 2006) cuando trabaja lo relativo a las prácticas sociales que se configuran alrededor de la evolución del conocimiento matemático y su enseñanza.

El diálogo entre la matemática escolar y el contexto

Hablar de matemática en contexto no es fácil. En primer lugar porque el término contexto es entendido comúnmente como el entorno inmediato de los estudiantes; sin embargo limitar el contexto a tales dimensiones resulta discriminatorio, en especial con aquellas poblaciones más desfavorecidas. Contextualizar las matemáticas es dotar de significado a las matemáticas escolares, esto es, desarrollar unas matemáticas escolares que desde las necesidades e intereses de los estudiantes se amplíe y profundice el saber matemático en los estudiantes (Parra, 2013).

Metodología propuesta

Para desarrollar esta propuesta el taller plantea implementar actividades en los participantes desde dos perspectivas. Una primera es presentar situaciones de vida que puedan estudiarse implementando las herramientas y conocimientos que la matemática nos ofrece. La segunda es desarrollar actividades a partir de modelos matemáticos que permitan interpretar los contextos que en él están presentes. Este conjunto de actividades permitirá a los participantes conocer y aprehender elementos teóricos y prácticos que posibiliten desarrollar unas matemáticas escolares que respondan a las necesidades e intereses de los estudiantes, es decir, desarrollar una matemática escolar contextualizada.

## Referencias

- [1] Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Vol. 2, No. 2. Brasil, pp. 55-68.
- [2] Freudenthal, Hans (1991) Revisiting Mathematics Education. China Lectures. Kluwer Academia Publishers. Netherlands.
- [3] Ministerio de Educación (2006) Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (04 de abril de 2014 <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html> ) Colombia.
- [4] Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007) Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano (03 de enero de 2013 [http://www.me.gob.ve/media/contenidos/2007/d\\_905\\_67.pdf](http://www.me.gob.ve/media/contenidos/2007/d_905_67.pdf)) Caracas. Venezuela
- [5] Mora, David (2005) “Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas”. En Mora, David (Coordinador) Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectiva para la transformación de la educación matemática en América Latina. (pp. 17 – 164). Editorial Campo Iris. Bolivia.
- [6] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. OCDE. México
- [7] Skovsmose, O. & Valero P. (2007) “Educación Matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información” en Jiménez J.; Díaz – Palomar, J. & Civil, M (Coords.) Educación Matemática y exclusión. Graó. España
- [8] Tuyub Sánchez, Isabel & Cantoral Uriza, Ricardo (2008) Saberes funcionales y prácticas sociales en la comunidad de toxicólogos. 11th International Congress on Mathematical Education. México

EM 0003

## Ponderación óptima de las áreas evaluadas en la Prueba Saber 11, para calcular el puntaje de ingreso a la universidad

Área: Educación  
Matemática,  
María Dolly García G,  
Luis Hernando Hurtado  
T,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística,  
mdgarcia@uniquindio.edu.co,  
lhhurtado@uniquindio.edu.co

### Resumen

Las pruebas SABER 11 se han utilizado por algunas universidades como mecanismo de selección de estudiantes; para su aplicación son analizadas considerando separadamente los resultados en sus distintas áreas y utilizando un sistema de ponderación que le da un peso diferente a cada área, dependiendo de la carrera a la cual el estudiante aspira. El problema que surge es la forma como se construye el sistema de ponderación: ¿Cuál es su base científica?, ¿Las áreas que tienen mayor ponderación se supone que son garantía de rendimiento del estudiante en esa carrera?, ¿Cómo asignar un número a cada área que refleje su importancia en una determinada carrera?. Generalmente estos interrogantes han sido resueltos en forma intuitiva por los administradores de los programas académicos.

Se propone la construcción de un sistema de ponderación, con base científica, garantizando que el puntaje global asignado al aspirante a ingresar a una carrera, a través de una combinación lineal de las diferentes áreas de la prueba SABER 11, tenga máxima correlación con el rendimiento académico posterior de ese estudiante. En términos de Matemáticas el problema se reduce a encontrar un vector que maximice una función de dominio en un espacio vectorial y con imagen en los números reales.

### Referencias

- [1] Apostol, T. *Análisis Matemático*. Addison Wesley. 1957.
- [2] Asmar, Abraham. *Tópicos en Teoría de Matrices*. 1995.
- [3] Bartle, R. *The Elements of Real Analysis*. Second Edition. Wiley. 1976
- [4] Diaz, Luis. *Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos*. Panamericana Formas e Impresos S.A. 2002.

EM 0004

## La deserción estudiantil en la Universidad del Quindío

Área: Educación  
Matemática,  
María Dolly García G,  
Luis Hernando Hurtado  
T,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística,  
mdgarcia@uniquindio.edu.co,  
lhhurtado@uniquindio.edu.co

## Resumen

La Universidad del Quindío aborda el análisis y la búsqueda de soluciones al problema de la deserción en su población estudiantil, con una aplicación juiciosa del Análisis de Supervivencia y la Regresión Logística. Se analiza el efecto que en conjunto puedan tener sobre la deserción diez y seis (16) factores, utilizando la Regresión Logística y luego, se hace un análisis detallado y en forma individual de los factores que muestran un aporte significativo a la deserción, esto último comparando además estadísticamente las curvas de supervivencia por medio de pruebas Logrank en el caso discreto y Razón de Verosimilitud en las variables continuas.

Los resultados obtenidos muestran que para la Universidad del Quindío la mayor deserción de los estudiantes se presenta en los tres (3) primeros semestres, situación que es generalizable a todos los Programas Académicos de la modalidad presencial; también se encuentra que al considerar los factores o variables en forma conjunta, los que tienen un efecto significativo como variables que explican la deserción son los siguientes: el rendimiento académico del estudiante, medido por el puntaje de calidad promedio acumulado; el puntaje de ingreso a la Universidad, obtenido en las Pruebas SABER 11, principalmente los resultados obtenidos en las pruebas de Matemáticas, Lenguaje e Inglés; la edad de ingreso a la Universidad y la procedencia geográfica del estudiante.

## Referencias

- [1] Hosmer D.W., Lemeshow S. : *Applied Logistic Regression*. John Wiley and Sons, 1989
- [2] Lee Elisa T., Wang J. W. : *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics, 2003.
- [3] Ministerio de Educación Nacional, CEDE Universidad de los Andes.: *Investigación sobre Deserción en las Instituciones de Educación Superior en Colombia*. Informe de acompañamiento a la Universidad del Quindío, 2007.

## Metodología centrada en la Resolución de Problemas: Aportes al desarrollo del Razonamiento Matemático de los estudiantes

Área: Educación  
Matemática,  
María José Ortega  
Wilches,  
Universidad Pedagógica  
Experimental  
Libertador - IPC,  
Venezuela,  
mariajoseow@gmail.com,

Sandra Leal Huise,  
Universidad Simón  
Bolívar. Caracas,  
Venezuela ,  
sandralealhuise@gmail.com

### Resumen

El razonamiento matemático es de gran importancia en las clases de Matemática porque al tener inherentes procesos cognitivos como representar, visualizar, generalizar, clasificar, conjeturar, analizar, abstraer, formalizar permite a los estudiantes comprender y expresar fenómenos al tiempo que son capaces de hacer conjeturas y justificar resultados. En este sentido, es tarea del docente generar una práctica pedagógica que induzca al razonamiento matemático de sus discentes.

Por ello, el presente trabajo tiene como finalidad valorar las implicaciones que genera una metodología centrada en la Resolución de Problemas en el razonamiento matemático de los estudiantes de secundaria, con la selección cuidadosa de problemas interesantes que induzcan al desarrollo de dicho razonamiento y partiendo de la premisa que este tipo de metodología es donde el razonamiento matemático encuentra una de las mejores formas de manifestarse.

Para tal fin, se consideraron los aportes teóricos de matemáticos como de Polya (1975), Schoenfeld (1985) y Lester (1985) en la teoría de resolución de problemas; Flavell (1979), Burón (1996) y Davinson y Stemberg (1998) en la Metacognición y autores como Archer (2010) y Lithner (2000) en el razonamiento matemático.

### Referencias

- [1] ARCHER, M. (2010). *Estudio de casos sobre el razonamiento matemático de alumnos con éxito académico en la ESO*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Barcelona, España.
- [2] BURÓN, J. (1996). *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [3] FLAVELL, J. (1979). *Metacognition and cognitive monitoring*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [4] LITHNER, J. (2000). *Mathematical reasoning in task solving*. Educational studies in mathematics, (41), 165-190.
- [5] POLYA, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- [6] SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.



Área: Educación  
Matemática,  
Dolly García G,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística,  
mdgarcia@uniquindio.edu.co

Luis Hernando Hurtado  
T,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística ,  
lhhurtado@uniquindio.edu.co

### Resumen

Las pruebas SABER 11 se han utilizado por algunas universidades como mecanismo de selección de estudiantes; para su aplicación son analizadas considerando separadamente los resultados en sus distintas áreas y utilizando un sistema de ponderación que le da un peso diferente a cada área, dependiendo de la carrera a la cual el estudiante aspira. El problema que surge es la forma como se construye el sistema de ponderación: ¿Cuál es su base científica?, ¿Las áreas que tienen mayor ponderación se supone que son garantía de rendimiento del estudiante en esa carrera?, ¿Cómo asignar un número a cada área que refleje su importancia en una determinada carrera?. Generalmente estos interrogantes han sido resueltos en forma intuitiva por los administradores de los programas académicos.

Se propone la construcción de un sistema de ponderación, con base científica, garantizando que el puntaje global asignado al aspirante a ingresar a una carrera, a través de una combinación lineal de las diferentes áreas de la prueba SABER 11, tenga máxima correlación con el rendimiento académico posterior de ese estudiante. En términos de Matemáticas el problema se reduce a encontrar un vector que maximice una función de dominio en un espacio vectorial y con imagen en los números reales.

### Referencias

- [1] Apostol, T. Análisis Matemático. Addison Wesley. 1957.
- [2] Asmar, Abraham. Tópicos en Teoría de Matrices. 1995.
- [3] Bartle, R. The Elements of Real Analysis. Second Edition. Wiley. 1976
- [4] Diaz, Luis. Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos. Panamericana Formas e Impresos S.A. 2002.

EM 0007

## La deserción estudiantil en la Universidad del Quindío

Área: Educación  
Matemática,  
Dolly García G,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística,  
mdgarcia@uniquindio.edu.co

Luis Hernando Hurtado  
T,  
Universidad del  
Quindío. Grupo de  
Investigación y Asesoría  
en Estadística ,  
lhhurtado@uniquindio.edu.co

## Resumen

La Universidad del Quindío aborda el análisis y la búsqueda de soluciones al problema de la deserción en su población estudiantil, con una aplicación juiciosa del Análisis de Supervivencia y la Regresión Logística. Se analiza el efecto que en conjunto puedan tener sobre la deserción diez y seis (16) factores, utilizando la Regresión Logística y luego, se hace un análisis detallado y en forma individual de los factores que muestran un aporte significativo a la deserción, esto último comparando además estadísticamente las curvas de supervivencia por medio de pruebas Logrank en el caso discreto y Razón de Verosimilitud en las variables continuas.

Los resultados obtenidos muestran que para la Universidad del Quindío la mayor deserción de los estudiantes se presenta en los tres (3) primeros semestres, situación que es generalizable a todos los Programas Académicos de la modalidad presencial; también se encuentra que al considerar los factores o variables en forma conjunta, los que tienen un efecto significativo como variables que explican la deserción son los siguientes: el rendimiento académico del estudiante, medido por el puntaje de calidad promedio acumulado; el puntaje de ingreso a la Universidad, obtenido en las Pruebas SABER 11, principalmente los resultados obtenidos en las pruebas de Matemáticas, Lenguaje e Inglés; la edad de ingreso a la Universidad y la procedencia geográfica del estudiante.

## Referencias

- [1] Hosmer D.W., Lemeshow S. : *Applied Logistic Regression*. John Wiley and Sons, 1989
- [2] Lee Elisa T., Wang J. W. : *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics, 2003.
- [3] Ministerio de Educación Nacional, CEDE Universidad de los Andes.: *Investigación sobre Deserción en las Instituciones de Educación Superior en Colombia*. Informe de acompañamiento a la Universidad del Quindío, 2007. Panamericana Formas e Impresos S.A. 2002.

## Metodología centrada en la Resolución de Problemas: Aportes al desarrollo del Razonamiento Matemático de los estudiantes

Área: Educación  
Matemática,  
María José Ortega  
Wilches,  
Universidad Pedagógica  
Experimental  
Libertador - IPC,  
Venezuela,  
mariajoseow@gmail.com

Sandra Leal Huise,  
Universidad Simón  
Bolívar. Caracas,  
Venezuela ,  
sandralealhuise@gmail.com

### Resumen

El razonamiento matemático es de gran importancia en las clases de Matemática porque al tener inherentes procesos cognitivos como representar, visualizar, generalizar, clasificar, conjeturar, analizar, abstraer, formalizar permite a los estudiantes comprender y expresar fenómenos al tiempo que son capaces de hacer conjeturas y justificar resultados. En este sentido, es tarea del docente generar una práctica pedagógica que induzca al razonamiento matemático de sus discentes.

Por ello, el presente trabajo tiene como finalidad valorar las implicaciones que genera una metodología centrada en la Resolución de Problemas en el razonamiento matemático de los estudiantes de secundaria, con la selección cuidadosa de problemas interesantes que induzcan al desarrollo de dicho razonamiento y partiendo de la premisa que este tipo de metodología es donde el razonamiento matemático encuentra una de las mejores formas de manifestarse.

Para tal fin, se consideraron los aportes teóricos de matemáticos como de Polya (1975), Schoenfeld (1985) y Lester (1985) en la teoría de resolución de problemas; Flavell (1979), Burón (1996) y Davinson y Stemberg (1998) en la Metacognición y autores como Archer (2010) y Lithner (2000) en el razonamiento matemático.

### Referencias

- [1] ARCHER, M. (2010). *Estudio de casos sobre el razonamiento matemático de alumnos con éxito académico en la ESO*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Barcelona, España.
- [2] BURÓN, J. (1996). *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [3] FLAVELL, J. (1979). *Metacognition and cognitive monitoring*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- [4] LITHNER, J. (2000). *Mathematical reasoning in task solving*. Educational studies in mathematics, (41), 165-190.
- [5] POLYA, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- [6] SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

**Área: Educación  
Matemática,  
John Jairo García Mora,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
jhongarcia@itm.edu.co**

### Resumen

Un estudio comparativo nos permitió evaluar el rendimiento académico en geometría de dos grupos de estudiantes empleando las estrategias del denominado método cuasi-experimental de investigación [1]. Empleando Applets diseñados con el mediador virtual GeoGebra el grupo experimental dejó de lado el papel, la regla y el compás, y de igual forma se redujo el tiempo empleado para el cálculo geométrico, mientras que el grupo control empleó esos instrumentos en sus construcciones.

Los Objetos Virtuales de Aprendizaje empleados para el estudio comparativo nos permitió pensar en los Massive Online Open Course, conocidos como MOOC, que son una invasión tecnológica que debe llegar al aula, un espacio cada vez menos físico; hay una comunicación generalizada, el aula está abierta y debe poseer cada día más cobertura.

El diseñar un MOOC en geometría requiere poseer además de los elementos de un Learning Management System (LMS), caracterizados porque gestionan usuarios, recursos, actividades de formación, además del seguimiento al proceso de aprendizaje a través de evaluaciones (formativas y sumativas), informes e interacciones vía chat, foros de discusión, videoconferencias, entre otros.

El éxito de los MOOC se encuentra en la combinación de vídeos y actividades de evaluación que permiten poner a prueba nuevas metodologías, nuevas tecnologías y nuevas formas de organizar la educación[2].

El trabajo realizado con los OVAs y los cursos visitados en plataformas MOOC, permitieron enumerar las bondades y limitantes al que nos enfrentamos para crear nuestro primer MOOC.

### Referencias

- [1] Apostol, T. Análisis Matemático. Addison Wesley. 1957.
- [2] Asmar, Abraham. Tópicos en Teoría de Matrices. 1995.
- [3] Bartle, R. The Elements of Real Analysis. Second Edition. Wiley. 1976
- [4] Diaz, Luis. Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos. Panamericana Formas e Impresos S.A. 2002.

## Uso de las TIC como herramienta mediadora y pedagógica en la enseñanza de las matemáticas

Área: Nuevas  
Tecnologías Aplicadas a  
la Educación en  
Ciencias Básicas,  
Margarita Patiño  
Jaramillo,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
margaritapatino@itm.edu.co

John Jairo García Mora,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
jhongarcia@itm.edu.co

### Resumen

Durante el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes, son muchas las dificultades que se manifiestan en el aula, pero quizá una de las más comunes es el bajo rendimiento de que presentan en el área de matemáticas, situación que resulta preocupante, si se tiene en cuenta la importancia que esta área tiene para el desempeño de todo individuo en la sociedad, en donde las operaciones matemáticas hacen parte de la cotidianidad humana. Así que, uno de los principales objetivos de la escuela, y por lo tanto de los docentes, es que los estudiantes sean capaces de asimilar y de comprender los contenidos de su asignatura; para ello se buscan nuevas técnicas, métodos de enseñanza, herramientas y soportes para ponerlos en práctica.

Las TIC como mediadoras del proceso de enseñanza y aprendizaje, apoyan, facilitan y motivan al estudiante en la adquisición de competencias. Experiencias previas realizadas por Cruz y Puente (2012), Villarraga, otros (2012), muestran que la utilización de nuevas tecnologías ayudan a los estudiantes a aprender matemáticas, les permite mejorar la comprensión, descubrir por si mismos conceptos y por ende desarrollar en ellos un aprendizaje significativo y las competencias deseadas.

### Referencias

- [1] CRUZ, M. Y PUENTE, A. (2012) "*Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la matemática básica*". Edemetic. V 1(2), 128-145.
- [2] VILLARRAGA, M., SAAVEDRA, F., ESPINOSA, Y., JIMÉNEZ, C., SÁNCHEZ, L. SANGUINO, J. (2012) "Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje". Edemetic V 1(2), 65-88.

EM 0011

## Transferencia investigativa con el apoyo de la estadística a los niveles precedentes en el marco STEAM Labs 2014

Área: Nuevas  
Tecnologías Aplicadas a  
la Educación en  
Ciencias Básicas,  
Margarita Patiño  
Jaramillo,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
margaritapatino@itm.edu.co

John Jairo García Mora,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
jhongarcia@itm.edu.co

### Resumen

Esta es una experiencia de transferencia de conocimiento enmarcada en el marco del proceso experimental denominado "STEAM Labs Medellín 2014" Laboratorios de Innovación para la Educación?, patrocinado por la Secretaría de Educación de la Alcaldía de Medellín, ejecutado desde el Parque Explora y en estrecha colaboración con Fundación Proantioquia, Empresarios por la Educación y Ruta N. Todas estas instituciones están intentando unir esfuerzos y apalancar recursos en torno al desarrollo e implementación de mejoras de la calidad y pertinencia educativa, así como su conexión con las políticas de Ciencia, Tecnología e Innovación, productividad y competitividad. Los procesos investigativos del Instituto Tecnológico Metropolitano le han permitido a la institución convertirse en la primera Institución de Educación Superior de carácter público en obtener acreditación de alta calidad. El saber a transferir por el Instituto Tecnológico Metropolitano busca intervenir los niveles precedentes a la Educación Superior en el campo investigativo con apoyo de las herramientas estadísticas. La transferencia que busca diseñar una metodología en la que los estudiantes adquieran las bases descriptivas necesarias para comprender y plantear soluciones a la problemática de su entorno cercano, dotándolos de las capacidades que les permitan soluciones más complejas al acceder a la vida universitaria y luego a su profesión.

### Referencias

- [1] MENDEZ, C.E. (2007) *"Metodología"*. Noriega editores, Bogotá, Colombia.
- [2] HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., BAPTISTA, P. (2010) *"metodología de la investigación"*. McGraw Hill Perú.

Área: Nuevas  
Tecnologías Aplicadas a  
la Educación en  
Ciencias Básicas,  
Margarita Patiño  
Jaramillo,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
margaritapatino@itm.edu.co

John Jairo García Mora,  
Instituto tecnológico  
Metropolitano,  
jhongarcia@itm.edu.co

### Resumen

El aprendizaje con el apoyo de vídeos permite el aprendizaje colaborativo y estos, inmersos en las TIC son herramientas esenciales para el docente del tercer entorno [1].

El impacto de las TIC en el aprendizaje es una medición a mediano plazo de tipo cualitativo pues tiene características implícitas. Por la importancia de las TIC y para ellas mismas, se hace imperioso diseñar herramientas pedagógicas soportadas por imágenes, la construcción de conocimiento con vídeos tipo 'Khan Academy' solo generan intertextualidad, o sea que solo potencian competencias comunicativas y operativas. Nuestro diseño refleja una propuesta que a través de las imágenes en movimiento de los vídeos digitales podamos generar interactividad en los modelos presentados a estudiantes en cálculo integral.

Presentamos una estrategia innovadora en las clases de matemáticas que permite la interacción del estudiante con un vídeo fortaleciendo el concepto con el refuerzo inmediato a su interactividad. En nuestro modelo, la transmisión de conceptos del cálculo integral con vídeos interactivos soportados en HTML5, no abandonarán una planificación del trabajo a realizar para afianzar los conceptos del curso donde se implemente. El diseño de vídeos interactivos elaborados en plataformas como GeoGebra y Descartes permiten que el concepto sea observado, analizado e intervenido por la obligación del estudiante a interactuar, la cual es retroalimentada inmediatamente.

### Referencias

- [1] ECHAVARRÍA, J. (1999) *Los señores del aire: telépolis y el tercer entorno*. Editorial Destino, Barcelona, España.
- [2] CABRERA D. KARY Y GONZÁLEZ, LUIS (2006) "Currículo universitario basado en competencias". Universidad del Norte, Bogotá, Colombia.

## Construcción de funciones trigonométricas utilizando software educativo: geogebra

### Resumen

Las herramientas tecnológicas se han convertido en una ayuda para el docente en su continuo quehacer pedagógico. La mediación docente en las universidades no solo contempla el conocimiento como la transmisión de un saber apropiado por el docente, sino además, la mediación debe permitir que el estudiante pueda evidenciar lo observado en el aula de clase en cada una de las actividades didácticas. Dado que la mayoría de nuestros estudiantes son nativos digitales, se hace necesario que innovemos en la utilización de ciertas herramientas que permitan la construcción de modelos y la simulación de los mismos, para que el estudiante pueda confrontar la actividad académica del aula con actividades fuera de la misma en la cual mediante la simulación se genere un conocimiento apropiado y duradero. Es de observar que este tipo de actividades donde el estudiante se convierte en actor principal de su propio conocimiento, genera en él mas que la apropiación del mismo y lo convierte en un integrante independiente en el proceso educativo.

El conocimiento, según Aristóteles, se desarrolla en un proceso de abstracción a partir de lo sensible, donde los elementos que percibimos con nuestros sentidos van tomando diversas formas a medida que los vamos abstrayendo. Dichas formas se presentan en niveles de complejidad. El grado mas bajo es el de la sensación o *aísthesis*, que surge por capacidad biológica. El segundo nivel, la experiencia, es decir dichas sensaciones tienen su fuga en la memoria, el tercer nivel, la técnica o *téchne*, en el cual se evidencia el saber que rige la producción de algo; el cuarto nivel la episteme o ciencia, en el cual se evidencia el saber demostrativo; el quinto nivel, llamado *sophia* o sabiduría, es el saber sobre los principios que fundamentan la demostración, es decir, saber sobre el sentido de las cosas y el sexto nivel llamado *gnosis* o prudencia, que es el saber moral.

La tecnología generalmente se asocia con la modernización de ciertos artefactos de manera equivocada, sin embargo, el concepto de tecnología apareció en el siglo XIX, la tecnología es la unión entre la *tecno* y *logos*, luego podríamos acotar que la tecnología es el hacer fundamentado en el saber, es decir, como aprovechar ciertas herramientas para buscar un propósito general. El software Geogebra es un procesador geométrico y algebraico, interactivo, libre y con posibilidades de construcción geométrica en su ambiente. Geogebra fue desarrollado por el Austriaco Markus Hohenwarter en el año (2001). Mediante este software es posible realizar construcciones con las cuales podemos observar como aparecen las gráficas de las funciones trigonométricas desde el círculo unitario.

El objetivo de este cursillo es realizar las construcciones de las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente) mediante la utilización de este software, evidenciar la simulación del mismo y resolver algunos de los ejercicios básicos que involucran la utilización de las funciones trigonométricas.

**Área: Educación  
Matemática -  
Geometría,  
Dúwamg Alexis Prada  
Marín,  
Universidad Pontificia  
Bolivariana Seccional  
Bucaramanga,  
Grupo de Investigación  
SED-UPB  
duwamg.prada@upb.edu.co**

**Jenny Mayerli Gómez  
Cortés,  
Universidad Industrial  
De Santander,  
mayita429@hotmail.com**

### Referencias

- [1] ANDRADE, H., GÓMEZ, L., *Tecnología informática en la Escuela* Cuarta Edición, División de publicaciones Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, (2009)
- [2] CASTRO, I., PÉREZ, J., *Un paseo finito por lo infinito. El infinito en matemáticas*, Editorial Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia, (2007)
- [3] DOODY, M., *Aristóteles y los secretos de la vida*, Edhasa, España, (2007)
- [4] PRADA D., *El desarrollo de actitudes y valores: un verdadero lenguaje en el proceso educativo universitario* Monografía de grado, Especialización en Docencia Universitaria, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia (2012)
- [5] ZILL, D., DEWAR, J., *álgebra, trigonometría y geometría analítica*, Tercera Edición, Mc Graw Hill, Mexico (2012).



## Resumen

**Área: Pensamiento Numérico,**  
**Teovaldo Garcia ,**  
**Universidad Popular Del Cesar,**  
 teovaldogarcia@unicesar.edu.co

**Hamilton Garcia,**  
**Universidad Popular Del Cesar,**  
 hamiltongarcia@unicesar.edu.co

En este trabajo se presenta una investigación de corte positivista de tipo cuantitativa. Por ende, gravitado en un tratado teórico, descriptivo, explicativo y proyectivo, de diseño no experimental, transeccional causal, de enfoque empírico- inductivo; con muestreos probabilísticos, aplicación de cuestionarios y medidas objetivas de comportamiento, aplicando técnicas estadísticas en el análisis, para la generalización de los resultados entre otras tipologías. Donde, se analiza el carácter de los conocimientos básicos de las matemáticas escolares que se viene trabajando en las escuelas y colegios de Colombia, especialmente en los niveles básicos y medio de acuerdo a la Ley 115 o Ley General de la educación de 1994 propuesta por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano MEN. Desarrollado, por el Grupo de Investigación Interdisciplinario Estudio del Pensamiento Numérico, Políticas Públicas, Producción Agraria y Medio Ambiente de la Universidad Popular del Cesar. La motivación surge, a partir de las múltiples dificultades detectadas en el automatismo de los algoritmos de dicho pensamiento, sobre todo en cuestión de concepciones subyacentes que lo conforman. De igual manera, se expone el resultado de una amplia revisión bibliográfica en la cual se sitúa el énfasis en las tesis y ejemplificación de conocimiento contiguos. Por ende, su propósito es analizar la influencia, características e importancia del pensamiento numérico y los sistemas numéricos en el desarrollo escolar de los colegiales de los diferentes niveles educativos, puesto que se refiere no sólo a la capacidad de hacer cálculos sino a la de establecer relaciones numéricas y a las competencias necesarias que brindan la posibilidad de usar estos conocimientos en forma flexible para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias tendientes a resolver problemas, progresivamente más exigentes, donde ellos puedan demostrar en diferentes situaciones que son capaces de aplicarlos en su entorno de manera local y global. En tal sentido, el eje temático de este estudio se ubicó en el área de la línea de educación matemática del grupo de investigación en comentario, enmarcada hacia un escenario académico. Además, se propone una estrategia didáctica que se genera tomando en cuenta un conjunto de principios didácticos, los cuales enfocan la construcción de los recursos de aprendizaje pertinentes para tal fin. Finalmente, se presenta un guía que ha sido construida mediante elucubración teórica práctica de los integrantes del grupo de investigación referenciado como reacción a las dificultades identificadas precedentemente.

## Referencias

- [1] SOSA, L., CARRILLO, J. (2010) *Sobolev spaces*. Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza. *Math. Notes* 569-580. Lleida: SEIEM.
- [2] ENGLISH, L. (2009) *Sobolev spaces*. Setting an agenda for international research in mathematics education. *Math. Notes*(pp. 3-19). New York: Routledge.
- [3] GODINO, J. D. (2009) *Sobolev spaces*. Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Math. Notes*(20, 13-31. )
- [4] R. RICO (2008) *Sobolev spaces*. Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular
- [5] MEN (1994) *Sobolev spaces*. Ley General de Educación 115 de 1994
- [6] MEN (2003) *Sobolev spaces*. Estándares Básicos de la calidad de las matemáticas.

EM 0013

## Cómo mejorar la enseñabilidad del Cálculo Diferencial por medio de Objeto Interactivo de Aprendizaje apoyado por un video

Área: Educación,  
**Juan Guillermo Arango**  
 Arango ,  
**Instituto Tecnológico**  
**Metropolitano,**  
 memo.arango@hotmail.com

**Diana Yanet Gaviria**  
 Rodríguez,  
**Instituto Tecnológico**  
**Metropolitano,**  
 diyagaro@hotmail.com

### Resumen

Con ésta ponencia traemos una propuesta donde escogemos el tema de la función exponencial que hace parte de la asignatura de Cálculo Diferencial. Lo primero es que después de ver con los estudiantes todos los conceptos de la función exponencial, trabajemos con ellos situaciones problema en clase; luego apoyándonos en el software GeoGebra hacemos una simulación de una situación problema. Con el software GeoGebra que es dinámico, libre e interactivo se crea un Objeto Interactivo de Aprendizaje (OIA) y vamos a tener unas ventanas donde hay unos parámetros que podemos cambiar dando pie a infinidad de problemas y al cambiar éstos valores la gráfica se transforma y el estudiante comienza a construir su conocimiento, ya que estas variaciones de las gráficas lo ponen a analizar porqué ocurren, además de llevarlo a investigar otros cambios. En un video hecho por el docente se le indica al estudiante como manipular éste OIA y cómo se hacen los cálculos matemáticos para que el estudiante sea capaz de resolver el problema y el OIA simplemente le sirva para corroborar que trabajo correctamente.

Con éstos OIA apoyados por medio de videos, los docentes tienen una extraordinaria herramienta para que los estudiantes deseen trabajar la asignatura fuera del aula de clase; además que traerían a la clase nuevas preguntas producto de sus diferentes investigaciones al variar los datos de las ventanas del OIA; fomentando un diálogo heurístico entre docente, estudiante y el OIA.

### Referencias

- [1] <http://www.geogebra.org/cms/en/>.
- [2] [http://www.ecured.cu/index.php/Objetos\\_Interactivos\\_de\\_aprendizaje](http://www.ecured.cu/index.php/Objetos_Interactivos_de_aprendizaje)

EM 0014

## Simulación de un problema de razón de cambio por medio de un Objeto Interactivo de Aprendizaje

Área: Educación,  
**Juan Guillermo Arango**  
**Arango ,**  
**Instituto Tecnológico**  
**Metropolitano,**  
 memo.arango@hotmail.com

**Diana Yanet Gaviria**  
**Rodríguez,**  
**Instituto Tecnológico**  
**Metropolitano,**  
 diyagaro@hotmail.com

### Resumen

Nos apoyamos en el software Geométrico, dinámico, interactivo y libre GeoGebra para hacer una simulación de un problema de razón de cambio. La situación problema nos dice: ¿Una volqueta descarga arena sobre el suelo a razón de  $V$  (cm<sup>3</sup>/seg.) formando un cono circular recto donde la altura es  $n$  veces el radio. Calcule a qué velocidad cambia el Radio cuando éste es de  $R$  cm.?

Se hace un Objeto Interactivo de Aprendizaje (OIA) con éste software GeoGebra donde al variar los parámetros  $V$ ?,  $n$ ? y  $R$ ?; la figura inmediatamente se transforma y aparece el resultado de cómo cambia el radio con respecto al tiempo.

La idea es que uno como docente ya les explicó a los estudiantes en el aula de clase como se resuelve el problema matemáticamente; y el OIA simplemente les sirve a los estudiantes para que se autoevalúen cambiando los valores en los parámetros del OIA y resolviendo el problema con papel y lápiz y luego corroborar con el OIA si trabajó correctamente.

En esta ponencia se pretende dar unas pequeñas bases de cómo se diseña un OIA y lo amigable que es el Software GeoGebra para realizar éstos diseños.

También se muestra otro OIA de la misma situación problema donde aparecen las curvas de las funciones.

### Referencias

- [1] <http://www.geogebra.org/cms/en/>.
- [2] [http://www.ecured.cu/index.php/Objetos\\_Interactivos\\_de\\_aprendizaje](http://www.ecured.cu/index.php/Objetos_Interactivos_de_aprendizaje)

EM 0 015

## Simulación de una función de Ingresos utilizando la función cuadrática y apoyada en el software GeoGebra como herramienta en la enseñabilidad y su interpretación con el Cálculo Diferencial

Área: Educación,  
**Juan Guillermo Arango**  
 Arango ,  
 Instituto Tecnológico  
 Metropolitano,  
 memo.arango@hotmail.com

**Diana Yanet Gaviria**  
 Rodríguez,  
 Instituto Tecnológico  
 Metropolitano,  
 diyagaro@hotmail.com

### Resumen

Apoyándonos en el software GeoGebra hacemos una simulación de una función de Ingresos utilizando la función cuadrática. La simulación es la siguiente: Un hotel tiene  $h$  habitaciones que puede rentar en su totalidad. Si la renta se fija en  $R$  dólares al mes por habitación; y por cada incremento de 1 dólar en la renta de cada habitación, una habitación quedará vacía sin posibilidad alguna de rentarla. Expresé el ingreso total mensual  $I$  como una función de: a)  $x$ , si  $x$  es el número de incrementos de 5 dólares en la renta de cada habitación. b) La renta mensual  $P$  de cada habitación. c) Realice la gráfica de  $I(x)$ . d) ¿Cuántos incrementos  $x$  debe hacer para tener los máximos ingresos? e) ¿En cuánto quedará rentada cada habitación? f) ¿Cuántas habitaciones quedarán vacías? g) ¿Cuánto será el ingreso máximo?

En el OIA (Objeto Interactivo de Aprendizaje) vamos a tener unas ventanas donde podemos variar: El número de habitaciones  $h$ ?, la renta mensual de cada habitación  $R$ ?, el incremento por mes en la renta de cada habitación  $\Delta$ ?. Haciéndose esto, la gráfica inmediatamente se transformará dando pie a diferentes interpretaciones matemáticas que obligaran a analizar al estudiante y lo llevaran a diferentes interpretaciones de la situación problema.

### Referencias

- [1] <http://www.geogebra.org/cms/en/>.
- [2] [http://www.ecured.cu/index.php/Objetos\\_Interactivos\\_de\\_aprendizaje](http://www.ecured.cu/index.php/Objetos_Interactivos_de_aprendizaje)

EM 0016

## Simulaciones con Tasas de Interés mostrando su interpretación Gráfica

Área: Educación,  
Yiseth Maritza Sánchez  
Gómez,  
Instituto Tecnológico  
Metropolitano,  
yisethsanchez126952@correo.itm.edu.co

Diana Yanet Gaviria  
Rodríguez,  
Instituto Tecnológico  
Metropolitano,  
diyagaro@hotmail.com

## Resumen

A través de una simulación se diseñan y se construyen en un plano cartesiano graficas de tasas de interés compuesto, como son las tasas anticipadas y vencidas, determinando su interpretación grafica donde de una forma dinámica e interactiva conlleve a un diálogo heurístico entre docente, estudiantes y la herramienta tecnológica utilizada y se ayude a ver, comprender, analizar e interpretar las conversiones de las tasas de interés de una manera sencilla.

¿La tasa de interés es el precio del dinero en el mercado financiero. Al igual que el precio de cualquier producto, cuando hay más dinero la tasa baja y cuando hay escasez sube. Cuando la tasa de interés sube, los demandantes desean comprar menos, es decir, solicitan menos recursos en préstamo a los intermediarios financieros, mientras que los oferentes buscan colocar más recursos (en cuentas de ahorros, CDT, etc.). Lo contrario sucede cuando baja la tasa: los demandantes del mercado financiero solicitan más créditos, y los oferentes retiran sus ahorros?

En el contexto de la enseñanza apoyada con las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), la ponencia busca que los docentes y estudiantes establezcan la importancia de entender claramente las tasas de interés como una necesidad y base para el estudio de las finanzas .

## Referencias

- [1] <http://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/qu-tasa-inter-s>.
- [2] <http://www.eltiempo.com/estilo-de-vida/educacion/pruebas-saber-de-octubre-evaluaran-a-alumnos-sobre-finanzas-y-economia-14201395>

EM 0017

## Aplicación del razonamiento algebraico en la elaboración de la estructura básica del Estado de Flujos de Efectivo, presentado por el método indirecto

**Área: Educación,**  
**Alicia Duque Sánchez ,**  
**Universidad del**  
**Atlántico,**

aliciaduque@mail.uniatlantico.edu.co

### Resumen

El Estado de Flujos de Efectivo es uno de los estados financieros básicos de la Contabilidad Financiera en Colombia y en el ámbito internacional; cuya estructura de presentación proviene de la aplicación del razonamiento algebraico , al partir de la doble ecuación contable, que luego pasa por las fases de la determinación de las variaciones de los componentes de estas dos ecuaciones y el despeje de la variación del efectivo.

Entonces, teniendo en cuenta que ¿el surgimiento del razonamiento algebraico se basa en un primer proceso de generalización? en la presente ponencia se aplica el razonamiento algebraico mediante la generalización del proceso de elaboración del Estado de Flujos de Efectivo, bajo ciertas condiciones que lo hacen fácil de entender a estudiantes y docentes, con mínimos conocimientos de contabilidad; partiendo de la doble ecuación contable vertical con abstracción de todos sus componentes, es decir, con literales en ambos miembros.

El objetivo general de esta ponencia es proporcionar un esquema de aplicación del razonamiento algebraico en la elaboración del Estado de Flujos de Efectivo, presentado por el método indirecto, para que sea impartido a los estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública y afines, en la asignatura de matemáticas.

### Referencias

- [1] Geloneze & Kassai, 2012, p. 300.
- [2] Godino, Castro, Aké, & Wilhelmi, 2012, p.497.

EM 0018

# PILARES DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO: CONCEPTUALIZACIÓN, OPERATIVIDADES LÓGICOFORMAL Y ALÓGICA

**Área: Educación  
Matemática,  
Leyder Lasprilla  
Barreto, Diego  
Armando Ramírez  
Hernández ,  
Universidad Autónoma  
del Caribe (Colombia),,  
leyderlasprilla@uac.edu.co**

## Resumen

La matemática es una ciencia formal (Bunge, 1993) que tiene por objetos de interés las propiedades y relaciones de entes abstractos como los números, los grafos, los conjuntos, los grupos, las figuras geométricas, las funciones, etc. A finales del siglo XIX, Friedrich Ludwig Gottlob Fregge (1848 - 1925), buscó establecer como pivote de la misma la teoría de conjuntos sin llegar a feliz término, como quedó corroborado por la paradoja del barbero. Seguidamente, en la segunda década del siglo XX, Bertrand Arthur William Russell (1872 - 1970) y Alfred North Whitehead (1861 - 1947), hicieron pública la tesis de que la matemática podía ser reducida totalmente a la lógica formal; es decir, que la matemática podía considerarse la adultez de la lógica y esta última, la niñez de la matemática (Gardner, 2001). Un poco después, David Hilbert (1862 - 1943), intentó fundamentarla desde ella misma. Sin embargo, el 17 de noviembre de 1930, Kurt Gödel (1906 - 1978) hizo público el teorema epónimo en donde dejó clarificado que la matemática no podía ser fundamentada cabalmente en ella misma y, a su vez, tampoco, aun cuando tuviese mucho de lógica formal, era posible reducirla completamente a esta última (Berlinsky, 2006). De acuerdo con Hawking (2002): "...en cualquier sistema formal de axiomas, como por ejemplo las matemáticas actuales, siempre quedan cuestiones que no pueden ser demostradas en afirmativo ni en negativo sobre la base de los axiomas que definen el sistema. En otras palabras, Gödel demostró que hay problemas que no pueden ser resueltos por ningún conjunto de reglas o de procedimientos" (p. 139). Así, teniendo en cuenta lo precedente, el presente trabajo demostrará que en la matemática hay contenidos conceptuales que pueden procesarse de forma no lógicoformal sin perder por ello validez. De esta manera, es posible encontrar figuras como la serie de Taylor, que permiten darle solución a una aporía, o inconsistencias lógicas del tipo: infinito dentro de lo finito (Guenón, 1946).

## Referencias

- [1] Hawking, S. (2002) El Universo en una Cascara de Nuez. Barcelona. Crítica.
- [2] Guénon, R. (1946): Los principios del Cálculo Infinitesimal. Libros Tauro.
- [3] Bunge, M. (1993) La Ciencia, Su Método y su Filosofía. Libros Tauro.
- [4] Berlinsky, D. (2006): Ascenso Infinito: Breve historia de las Matemáticas. España: Debate.
- [5] Gardner, H. (2001): Estructuras de la mente: teoría de las inteligencias múltiples. México: Fondo de cultura económica.

**Área: Educación  
Matemática,  
Pedro León Tejada ,  
Universidad de la  
Guajira,**  
pedroleon4087@hotmail.com

### Resumen

El lenguaje de la Física requiere de modelos Matemáticos para comprender y construir las leyes Físicas, las cuales traducen relaciones entre conceptos como, proporcionalidad directas o proporcionalidad inversas. El estudio surge de las dificultades presentadas por el estudiante al momento de resolver los problemas y desarrollar los análisis experimentales en las asignaturas de Matemáticas I. En general y de física I, en particular. Se escogieron 48 estudiantes, los cuales fueron distribuidos en dos grupos de 24 estudiantes cada uno, denominados grupo control y grupo Experimental. el grupo Control siguió su proceso curricular y metodológico convencional, mientras que el grupo Experimental se le aplicó la estrategia metodológica fundamentada en, Construir Ecuaciones matemáticas a partir del estudio y análisis de fenómenos físicos; más específicamente el método se considera como: la matematización de los fenómenos en física para mirar el comportamiento y la relación entre las variables experimentales de estudio de dicho fenómeno. El estudio comenzó con una valoración previa (evaluación experimental de un fenómeno físico) que determinó el diagnóstico inicial y finalizó con una valoración posterior, que sirvió como referencial para determinar el efecto de la aplicación de la estrategia utilizada. Los resultados fueron satisfactorios, evidencian ventaja en el grupo experimental sobre el grupo control y reflejan que es significativa la diferencia observada en el comportamiento de ambos grupos. Es decir, el grupo experimental se destacó y mostró ventajas sobre el grupo control al momento de resolver problemas experimentales, mediante la matematización de los fenómenos físicos, y su aplicación para el análisis de los resultados obtenidos.

### Referencias

- [1] Díaz, C. (1994) *Introducción a la mecánica*, Bogotá D.C – Colombia.
- [2] Arrieta, X. (1999) *Prácticas de Física*, Maracaibo – Venezuela.
- [3] Hewit, P. (1998) *Manual de Laboratorio de Física*, New York.
- [4] Sears and Zemansky. Freedman Young (2006) *Física I*, New York.
- [5] Lea S. – Burke J. (2001) *La Naturaleza de las cosas físicas*
- [6] Cortijo J, (1996) *Didáctica de las ramas técnicas*, la Habana – Cuba



Área: Educación  
Matemática,

Jesús David Berrio  
Valbuena,  
Universidad de  
Santander,

jesus\_berrio14@hotmail.com

### Resumen

Se estudia el uso de un software –asistente de demostración–, basado en la exploración de reglas teóricas de la geometría euclidiana que facilita la construcción y validación de pasos de razonamiento en el proceso de construcción de demostraciones formales. Nuestra hipótesis es que el proceso de exploración de reglas teóricas, en el asistente de demostración, caracterizado por procesos de razonamiento abductivo y deductivo es interiorizado progresivamente por el estudiante. Mostraremos la funcionalidad del asistente de demostración, a través de la resolución de algunos problemas y algunas conclusiones obtenidas en lo que va del desarrollo de la investigación.

### Referencias

- [1] GARCÍA, M. (2003) *Construcción de la actividad conjunta y traspaso de control en una situación de juego interactivo padres-hijos*. Tesis Doctoral. Universitat Rovira i Virgili, Tarragona, España.
- [2] HUNTING, R. (1997) “Clinical interview methods in mathematics education research and practice”. *Journal of Mathematical Behavior* V. 16(2), 145–164.
- [3] WERTSCH, J. (1985) *Vigotsky and the social formation of mind*. Harvard University Press, USA.
- [4] WOOD, D., BRUNER, J., Y ROSS, G. (1976) “The role of tutoring in problem solving”. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* V. 17, 89–100.

## Resolución de Problemas de Lugar Geométrico mediante Prácticas de Matemática Experimental

Área: Educación  
Matemática,  
Jesús David Berrio  
Valbuena,  
Universidad de  
Santander,

jesus\_berrio14@hotmail.com

Cindy Nathalia  
Morgado,  
Universidad de  
Santander,

cindy.morgado@udes.edu.co

### Resumen

Mediante la práctica de la matemática experimental, utilizando el software geometría dinámica Geogebra enseñaremos a construir el detector de puntos. Esta es una herramienta dinámica que permite obtener datos y emitir conjeturas acerca de la solución de algunos problemas que surgen del estudio de las propiedades de las funciones cuadráticas. En esta charla, también mostraremos, el trabajo desarrollado en la solución de estos problemas en el Seminario de Profesores de Matemáticas de la Universidad de Santander.

### Referencias

- [1] ACOSTA, E. Y MEJÍA, C., Y RODRÍGUEZ, W. (2011) "Resolución de problemas por medio de matemática experimental: uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido". *Revista Integración* V. 29(2), 163–174.
- [2] BAILEY, H. Y BORWEIN, J. (2005) "Experimental mathematics: Examples, Methods and Implications". *Notices of the AMS* V. 29(5), 502–514.
- [3] BANEGAS, J. (2006) "Razonamientos no rigurosos y demostraciones asistidas por ordenador". *Revista contraste* V. 12(1), 27–50.
- [4] BORWEIN, J. ET AL. (2004) *Experimentation in mathematics, computational paths to discovery*. A.K Peters, EEUU.
- [5] JACOVKIS, P. M. (2005) "Computadoras, modelización matemática y ciencia experimental". *Revista CTS* V. 2(5), 51–63.

Área: Aprendizaje de  
las matemáticas,  
Ever de la Hoz  
Molinares,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
everdelahoz@unicesar.edu.co

Omar Trujillo Varilla,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
omartrujillo@unicesar.edu.co

### Resumen

Medir es una actividad que el hombre ha desarrolla desde la antigüedad. Esto ha permitido construir patrones metrológicos, que con el tiempo fueron evolucionando hasta crear las medidas estandarizadas actuales. Por lo tanto, el propósito de esta charla es exponer los diferentes sistemas de medición utilizados por la cultura Arhuaca de acuerdo a su cosmovisión y su cosmología.

## Referencias

- [1] AROCA, A. (2008). *Una propuesta metodológica en Etnomatemáticas*. Rev. U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica.
- [2] D´AMBROSIO, U. (2002). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- [3] GERDES, P. (2013). *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*.
- [4] PADRÓN, J. (2007). *Tendencias epistemológicas de la Investigación Científica en el siglo XXI*. Versión escrita de la Conferencia en el III Congreso de Escuelas de Posgrado del Perú
- [5] SANTOS, R. Conferencia: *ETNOARQUITECTURA: SIMBOLISMO Y GEOMETRÍA ARMÓNICA*.

Área: Aprendizaje de  
las matemáticas,  
Ever de la Hoz  
Molinares,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
everdelahoz@unicesar.edu.co

Omar Trujillo Varilla,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
omartrujillo@unicesar.edu.co

Juan Bautista Pacheco,  
Omar Trujillo Varilla,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
juanpacheco@unicesar.edu.co

### Resumen

En este artículo se reporta los resultados del proyecto de investigación sobre la cultura Iku. En la cual se muestra como se expresan los conceptos de orden, número, espacio y entorno. Además, de la organización del sistema numérico siguiendo un proceso de abstracción desarrollado a partir del origen de un ordenamiento natural. Se detecta como el conocimiento del sistema de numeración Arahuaco ha trascendido en el tiempos. Los hallazgos indican que existen algunos números sagrados para los arahuacos como son: uno, dos, cuatro, siete y nueve. En particular, el cuatro en sus prácticas tradicionales.

### Referencias

- [1] AROCA, A. (2009). *Geometría en las mochilas arhuacas: Por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*. Colombia: Programa Editorial Universidad del Valle. Santiago de Cali.
- [2] PADRÓN, J. (2007). *Tendencias epistemológicas de la Investigación Científica en el siglo XXI*. Versión escrita de la Conferencia en el III Congreso de Escuelas de Posgrado del Perú, 22-24 de Noviembre de 2006. Universidad Nacional de Cajamarca. Cajamarca, Perú.
- [3] ZALABATA, L. (2008). *Pensamiento Arhuaco: Bioética sentido de la vida*. Colombia: Universidad del Bosque-Bogotá
- [4] ZALABATA, R. (2000). *Cosmogonía Arhuaca*. Memorias de la conferencia dictada a la expedición nacional. Pueblo Bello (Cesar).

Área: Aprendizaje de  
las matemáticas,  
Ever de la Hoz  
Molinares,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
everdelahoz@unicesar.edu.co

Omar Trujillo Varilla,  
Universidad Popular  
del Cesar,  
Valledupar, Colombia,  
omartrujillo@unicesar.edu.co

Carmen Morales  
Castro,  
Liceo Nal Virginia Gil  
de Hermoso ,  
Valledupar, Colombia,  
clizmoraes@gmail.com

### Resumen

En esta investigación se muestra como las viviendas de los Arhuacos son diseñadas aplicando sus saberes geométricos adquiridos en sus prácticas tradicionales, de acuerdo a su cosmovisión, cosmología y cosmogonía. También en ellas se representan los cuatro elementos de la naturaleza: agua, tierra, aire y fuego, y los puntos cardinales.

### Referencias

- [1] AROCA, A. (2008). *Una propuesta metodológica en Etnomatemáticas*. Rev. U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica.
- [2] D'AMBROSIO, U. (2002). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- [3] GERDES, P. (2013). *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*.
- [4] PADRÓN, J. (2007). *Tendencias epistemológicas de la Investigación Científica en el siglo XXI*. Versión escrita de la Conferencia en el III Congreso de Escuelas de Posgrado del Perú
- [5] SANTOS, R. Conferencia: *ETNOARQUITECTURA: SIMBOLISMO Y GEOMETRÍA ARMÓNICA*.

## Comparación de las escuelas de educación matemática realista y socioepistemología

Área: Educación  
matemática,

Jhonny Rivera,

Universidad Popular  
del Cesar,

Valledupar, Colombia,

jhonnyrivera@unicesar.edu.co

Saúl Vides,

Universidad Popular  
del Cesar,

Valledupar, Colombia,

saulvides@unicesar.edu.co

### Resumen

La educación matemática (EM) se encarga de describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre enseñanza y aprendizaje del saber matemático, mejorar los métodos y los contenidos de la enseñanza, crear las condiciones para un funcionamiento estable de los sistemas didácticos, asegurando entre los alumnos la construcción de un saber viviente, susceptible de evolución, y funcional, que permita resolver problemas y plantear verdaderas preguntas. Este trabajo muestra a través de un cuadro comparativo el análisis de las escuelas de educación matemática realista y socioepistemología en cuanto a los siguientes criterios de comparación: Núcleo, Fases, y Validación de resultados, que permite entender cuáles son los fundamentos de estas y por ende observar los puntos de divergencia y convergencia.

### Referencias

- [1] CAMACHO RÍOS A. (2006) *Socioepistemología y prácticas sociales*. Educación Matemática, abril, vol. 18. Número 001. Santillana, Distrito federal, México pp. 133 – 160.
- [2] CANTORAL RICARDO. (2013) *Teoría Socioepistemológica de la Matemática educativa*. Gediisa Editorial.
- [3] Freudenthal, Hans. (2000). *A mathematician on didactics and curriculum theory*, K. Gravemeijer. J. Currículo Studies. Vol. 32, n°6, 777-796.

Área: Educación  
matemática,  
José Manuel Gómez  
Soto,  
Universidad Autónoma  
de Zacatecas, México,  
jmgomezuan@gmail.com

### Resumen

En este curso se darán ejemplos de como un alumno puede aprender a programar en dos días y como puede entender conceptos matemáticos programándolos.

- Series (día 1)
- Derivadas e Integración Numérica (día 2)
- El Método de Montecarlo (día 3)
- Sistemas Dinámicos (puntos fijo y diagrama de la telaraña "cobweb") (día 4)

El lenguaje de programación que se utiliza es Racket y/o Mathematica.

### Referencias

- [1] ABELSON HAROLD, SUSSMAN JERRY Y SUSSMAN JULIE (1984) *Structure and Interpretation of Computer Programs*. MIT Press.
- [2] JONATHAN M BORWEIN; KEITH J DEVLIN (2009) *The computer as crucible : an introduction to experimental mathematics*. A.K. Peters.
- [3] BAILEY DAVID H. (2007) *Experimental Mathematics in Action*. K Peter Ltd.
- [4] [HTTP://RACKET-LANG.ORG/](http://RACKET-LANG.ORG/) (2012) *Manual del lenguaje Racket*.

|       |                                                                                                                                                |     |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| PC 01 | Marcos en Espacios de Hilbert y su extensi3n a Espacios de Krein                                                                               | 105 |
| PC 05 | Estudio sobre los polinomios ortogonales de Jacobi y Gegenbauer. Algunas propiedades                                                           | 106 |
| PC 10 | Uso de la programaci3n cient3fica para estimar el 1rea bajo la curva de una funci3n en un dominio dado                                         | 107 |
| PC 11 | Sobre la Funci3n Zeta Lerch y los polinomios de Apostol-Bernoulli                                                                              | 108 |
| PC 12 | Desarrollo del pensamiento geom3trico en estudiantes de tercer grado desde el enfoque de resoluci3n de problemas con implementaci3n de las TIC | 109 |
| PC 13 | Simulaci3n en Matlab® de la propagaci3n de un haz laser usando diferencias finitas                                                             | 110 |
| PC 16 | Algunas propiedades algebraicas de los grupos del tipo $(p, q)$ y grupos diedros                                                               | 111 |
| PC 17 | An1lisis Galoisiano de Ecuaciones de Schr3dinger con potenciales polinomiales.                                                                 | 112 |
| PC 18 | Desarrollo de una gui en Matlab® del m3todo FDTD para la simulaci3n dell fen3meno de difracci3n                                                | 113 |
| PC 20 | Soporte de Dise1o A-3ptimo en Modelos de regresi3n Polin3mica                                                                                  | 114 |
| PC 22 | Desarrollo hist3rico de la transformada fraccional de Fourier.                                                                                 | 115 |
| PC 22 | Matem1tica Vigesimal: Una mirada desde la filosof3a del n3mero maya.                                                                           | 116 |



Área: Teoría de  
Operadores,  
Germán Fabian Escobar  
Fiesco,  
Universidad  
Surcolombiana,  
dacoros@gmail.com

Jessica Vizcaya Garzón,  
Angélica Narváez,  
Karen Yulier  
Montealegre,  
Daniela Cortes Ospina ,  
Vicente Alvarez Arias,  
Estudiantes de la  
Universidad  
Surcolombiana

### Resumen

Esta propuesta de investigación tiene como propósito estudiar y profundizar las propiedades más relevantes de los marcos en los espacios de Hilbert y su extensión a espacios Krein; ya que; conocer la extensión de marco en un espacio de Krein, así como sus propiedades es importante porque se requiere profundizar este tema debido al acelerado desarrollo elaborado por grandes investigadores en diferentes áreas de la matemática. Hoy en día existe una extensa lista de aplicaciones de la teoría de marcos como lo son: la computación cuántica, el análisis de multiresolución, codificación de antena múltiple, teoría de muestreo, procesamiento de señales e imágenes, comprensión de datos, entre otros, por tal motivo consideramos esta temática de gran interés en el área de la matemática, así como sus aplicaciones a las diferentes ramas de las ciencias naturales y exactas.

### Referencias

- [1] KREISZIG E. (1989) *INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS*. Wiley Classics Library Edition Published 1989, New York, EEUU.
- [2] BOGNAR, J. (1974) Indefinite inner product spaces. *Springer, Berlin*.

# Estudio sobre los polinomios ortogonales de Jacobi y Gegenbauer. Algunas propiedades

Área: Análisis,  
Alex F. Aristizabal,  
afad1991@gmail.com

Pedro L. Hernández,  
phernandezllanos@gmail.com

Luis R. Siado,  
luisrsiado88@gmail.com

Alejandro Urieles ,  
aurieleseg@gmail.com

Programa de  
Matemáticas,  
Universidad del  
Atlántico,  
Barranquilla, Colombia

## Resumen

Nuestro trabajo se basa en el estudio de los polinomios ortogonales de Jacobi  $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$  con  $\alpha, \beta > -1$ ,  $x \in [-1, 1]$  y Gegenbauer  $P_n^{(\lambda)}(x)$  con  $\lambda > -\frac{1}{2}$  y  $x \in [-1, 1]$ . Abordaremos propiedades algebraicas y diferenciales como la ecuación diferencial que satisfacen, fórmula de Rodrigues, ortogonalidad, norma, coeficiente principal, fórmula de recurrencia a tres términos, su representación explícita a través de la función hipergeométrica y la fórmula de Christoffel-Darboux.

## Referencias

- [1] CHIARA, T. S. (1978) *An Introduction to Orthogonal Polynomials*. Gordon and Breach, Science Publisher Inc., New York, EEUU.
- [2] SZEGÖ, G. (2001) *Orthogonal Polynomials*. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, EEUU.
- [3] MARCELLÁN, F. ,QUINTANA, Y. AND URIELES, A. (2013) *On the Pollard decomposition method applied to some Jacobi - Sobolev expansions*. Turk J Math (2013) 37: 934 - 948, doi:10.3906/mat-1208-29.

## Uso de la programación científica para estimar el área bajo la curva de una función en un dominio dado

Área: Matematica  
Aplicada,

Camilo Barrios C,  
cbarrioscamargo94@gmail.com

Valbuena D. S,  
svalbuen1@gmail.com

Universidad del  
Atlántico,  
Barranquilla. Colombia

### Resumen

Con este proyecto se pretende mostrar el uso de la programación científica a la matemática, siendo un proyecto de aula realizado en el curso de programación de computadores II del Programa de Matemáticas. El objetivo de este trabajo fue diseñar e implementar un programa computacional haciendo uso de Matlab®, para aproximar el área bajo la curva  $f(x)$  en el intervalo  $[a, b]$ , con  $f(x)$  continua en dicho intervalo, para esta estimación se utilizó el método de los trapecios, mostrando así la importancia de la programación en los métodos numéricos y en las matemáticas, se implementaron además procesos para calcular el error absoluto y relativo porcentual de la aproximación obtenida con este método, y otro que grafique el área bajo la curva y la gráfica del error para mayor comprensión del método y del estimativo obtenido. La implementación computacional fue realizada usando programación estructurada adicionalmente se incorporó el manejo de la interface gráfica para los usuarios del programa computacional (GUIs).

**Palabras Claves:** área bajo una curva, regla del trapecio, Matlab®, programación científica, GUIs.

### Referencias

- [1] UDIMAMBER, J., O.SANTOS, R. FABREGAT.(2009) *Introduction to Algorithms: a creative approach*. Addison-Wesley Publishing Company.
- [2] DEMMEL JAMES W. (2010)*Applied Numerical Linear Algebra*, MIT, SIAM..

Área: Análisis,  
 Pedro L. Hernández,  
 Programa de  
 Matemáticas,  
 Universidad del  
 Atlántico,  
 Barranquilla, Colombia,  
 phernandezllanos@gmail.com

William D. Ramirez,  
 Departamento de  
 Matemáticas Pura y  
 Aplicada,  
 Universidad Simón  
 Bolívar,  
 Caracas 1080 A,  
 Venezuela,  
 lic.williamramirezquioga@gmail.com

Alejandro Urieles,  
 Programa de  
 Matemáticas,  
 Universidad del  
 Atlántico,  
 Barranquilla, Colombia,  
 aurieseg@gmail.com

### Resumen

Nuestro trabajo se basa en un estudio de la función Zeta Lerch  $\phi(x, a, s)$ , donde  $Re(s) > 1$ ,  $x$  real y  $a$  un entero positivo y los polinomios de Apostol-Bernoulli  $\mathfrak{B}_n(x; \lambda)$  con  $\lambda \in \mathbb{C}$ , donde analizaremos la función Zeta de Riemann  $\zeta(s)$ , siendo  $s = \sigma + ti$ , la función Zeta de Hurwitz  $\zeta(s, a)$  para  $s = \sigma + ti$  y  $0 < a \leq 1$ , la función Zeta Lerch  $\phi(x, a, s)$  y sus respectivas propiedades. Finalmente se mostrarán algunos resultados sobre la relación que hay entre la función Zeta Lerch  $\phi(x, a, s)$  y los polinomios de Bernoulli  $\mathfrak{B}_n(x; \lambda)$ .

### Referencias

- [1] Apostol, T. "On the Lerch Zeta function". Pacific J. Math. **1**, 161-167 (1951).
- [2] *Introduction to Analytic Number Theory*, Springer-Verlag, New York. (1976).
- [3] Srivastava, H.M., Todorov, P.G.: "An Explicit Formula for the Generalized Bernoulli Polynomials", J. Mat. Anl. Appl. **130**, 509-513 (1988).

## Desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de tercer grado desde el enfoque de resolución de problemas con implementación de las TIC

### Resumen

**Área: Educación  
matemática,**

**Jazmín Johanna ,**

gjazmin\_725@hotmail.com

**Laura Tatiana Jaimes**

**Izaquita,**

laujaimes6@gmail.com

**Estudiantes de  
Licenciatura en  
Matemáticas, UIS.**

**Luz Estella Giraldo,**

**Profesor titular, UIS,**

luzestelagiraldo@yahoo.es

Se presenta una experiencia de aula realizada en una institución educativa del sector oficial de Bucaramanga, en la cual se diseñó una propuesta para la enseñanza de las figuras y cuerpos geométricos en tercero primaria, que incorpora tres actividades desde el enfoque de la resolución de problemas, utilizando las TIC como herramientas de mediación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La hipótesis que guía este diseño es que a partir de la implementación de tres actividades pensadas desde la cotidianidad, el estudiante pueda desarrollar las cuatro etapas que propone Polya (1989) para la solución de problemas matemáticos: comprender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. La secuencia de aprendizaje que enmarca la propuesta integradora parte del siguiente eje problematizador: ¿Cómo enseñar figuras y cuerpos geométricos a estudiantes de tercero primaria para que puedan establecer una relación significativa entre la geometría y el entorno que los rodea?

Etapas I. Comprender el problema: Diseño de un fotograma en Movie Maker. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=yulqetdlnqc>.

Etapas II. Configurar un plan: Se propone un cuento publicado en Storybird que desarrolla una situación matemática.

Etapas III. Ejecutar el plan: Creación de una WebQuest.

Etapas VI. Mirar hacia atrás: Evaluación de resultados, ventajas y aspectos a mejorar.

Se destaca de esta experiencia de aula, el hecho de que el uso de las tecnologías mediante la supervisión del docente, motivó significativamente el aprendizaje de los conceptos geométricos que se querían enseñar.

### Referencias

- [1] POLYA, GEORGE. (1989) *Cómo plantear y Resolver Problemas*. México. Editorial Trillas S.A.

## Simulación em Matlab® de la propagación de un haz laser usando diferencias finitas

Área: Matematica  
Aplicada,

Theran S. L,  
Laura Tatiana Jaimes

Izaquita,

laujaimes6@gmail.com

Leyva C. W,

Garcia O. A,

Racedo N. F,

Grupo GEOEL,

Prog. Física,

Universidad del

Atlántico,

Colombia,

fran@mail.uniatlantico.edu.co

Valbuena D. S,

Prog. Matemáticas,

Universidad del

Atlántico. Colombia

### Resumen

Se describen los fundamentos matemáticos del método de diferencias finitas, MDF, y su implementación en Matlab® para simular el comportamiento de un haz de luz láser propagándose en diferentes medios. Se parte de las ecuaciones de Maxwell en su formulación original y se procede a su discretización para continuar con la implementación del algoritmo computacional en Matlab. En el código implementado se pueden realizar modificaciones simples que permiten simular diferentes situaciones del campo de la física. En particular se analiza el comportamiento de un haz laser. Se destaca la convergencia de los resultados obtenidos con resultados similares reportados en la literatura.

**Palabras Claves:** Diferencias finitas; electromagnetismo; simulación; Matlab®.

### Referencias

- [1] WEIDEMAN, J.A.C. AND REDDY, S.C.(2009) *A Matlab differentiation matrix suite*, *ACM Trans. Math. Software* 26:465-519.
- [2] ISERLES, A.(2006) *A first course in the numerical analysis of differential equations* Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press.
- [3] LEVEQUE, R.J.(2007) *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: Steady-state and time-dependent problems*, SIAM, Philadelphia.

Área: Matemática  
Aplicada,  
Primitivo  
Acosta-Humánez,  
Departamento de  
Matemáticas,  
Universidad del  
Atlántico,  
Intelectual.Co,  
primi@intelectual.co

Henock Venegas2pt  
Universidad del  
Atlántico,  
henockv93@gmail.com

### Resumen

En este poster se presentarán ejemplos de cómo utilizar la teoría de Galois diferencial para construir explícitamente las soluciones de la ecuación estacionaria y unidimensional de Schrödinger con potenciales polinomiales. En particular se estudiará el oscilador armónico y los osciladores anarmónicos cuártico y séxtico. Este poster es un avance de la tesis del segundo expositor.

### Referencias

- [1] P.B. ACOSTA-HUMÁNEZ, *Galoisian Approach to Supersymmetric Quantum Mechanics: The integrability analysis of the Schrödinger equation by means of differential Galois theory*. VDM Verlag Dr Mueller Publishing, Berlin, 2010.
- [2] P.B. ACOSTA-HUMÁNEZ, J.J. MORALES-RUIZ, J.A. WEIL *Galoisian approach to integrability of Schrödinger equation*. Reports on Mathematical Physics 67 (3), 305-374.

Área: Teoría de Galois  
Diferencial,  
Primitivo  
Acosta-Humáñez,  
Departamento de  
Matemáticas,  
Universidad del  
Atlántico,  
Intelectual.Co,  
prini@intelectual.co

José Paternina Amador,  
Universidad del  
Atlántico,  
jpaterninac@uninorte.edu.co

### Resumen

En este poster se presentan algunas propiedades de los grupos finitos no conmutativos generados por dos elementos, es decir, los grupos del tipo  $(p, q)$ . Entre las propiedades que se presentarán se encuentran su presentación y su representación en  $GL(2, R)$  y en  $GL(2, C)$ . También se hace énfasis en los teoremas de isomorfía y en la resolubilidad de tales grupos.

### Referencias

- [1] ACOSTA-HUMÁNEZ, P. B (2003) "Grupos dihedros y del tipo  $(p, q)$ ", tesis de pregrado. Universidad Sergio Arboleda.
- [2] ACOSTA-HUMÁNEZ, P. B (2003) "Teoremas de isomorfía en grupos dihedros". Lecturas matemáticas, Vol. 24, págs. 123-126.
- [3] CHARRIS CASTAÑEDA J.A, ALDANA GÓMEZ B., ACOSTA-HUMÁNEZ, P. B (2013) "Álgebra: Fundamentos, grupos, anillos, cuerpos y teoría de Galois". Academia colombiana de ciencias exactas, físicas y naturales. Colección Julio Carrizosa Valenzuela No.16. Bogotá D.C.



## Desarrollo de una gui en Matlab® del método FDTD para la simulación del fenómeno de difracción

Área: Matemática  
Aplicada,

Theran S. L,

Racedo N. F, Grupo  
GEOEL, Prog. Física,

Universidad del  
Atlántico. Colombia,

fran@mail.uniatlantico.edu.co

Valbuena D. S,

Universidad del  
Atlántico,

### Resumen

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) ha demostrado ser una herramienta útil para el análisis de los fenómenos electromagnéticos. En este trabajo se presenta una aplicación grafica basada en la GUIDE de MATLAB®, en la cual se muestra la implementación del algoritmo de diferencias finitas en el dominio del tiempo, para la simulación del fenómeno de difracción por una y dos rendijas. Se introducirán unas condiciones de frontera absorbentes (ABC) de tipo Capas perfectamente acopladas (PML), ya que este es un problema de evolución temporal con dominios no acotados.

### Referencias

- [1] LARRY THERAN, RENÉ ALVAREZ, SONIA VALBUENA AND FRANCISCO RACEDO(2014) *Estudio Numérico De La Propagación De Ondas Electromagnéticas 2-D Por FDTD*, Revista de Matemática MATUA, ISSN: 2389-7422 .
- [2] DENNIS M. SULLIVAN.(June 2013, Wiley-IEEE Press) *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*, 2nd EditionCambridge Texts in Applied Mathematics, ISBN: 978-1-118-45939-3.
- [3] ALLEN TAFLOVE, SUSAN C. HAGNESS.(May 31, 2005) *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Third Edition, ISBN-13: 978-1580538329 ISBN-10: 1580538320.

Área: Estadística,

**CARLOS VÉLEZ  
MIRANDA,  
Grupo GIMA.  
Universidad del  
Atlántico,**

carlosvelezmiranda@hotmail.com

### Resumen

Se ilustra la búsqueda de los puntos de soporte del diseño A-óptimo para un modelo polinómico de grado  $m$ ; en este caso el soporte tiene no más de  $m + 1$  puntos, correspondientes a las raíces del polinomio  $(1 - x^2)P'_m(x)$ ; donde  $P_m(x)$  es el polinomio de Legendre de grado  $m$ . El algoritmo usado en la construcción del diseño A-óptimo bajo el supuesto de homocedasticidad, fue desarrollado con el programa estadístico R-project, se presenta un ejemplo de implementación del mismo.

### Referencias

- [1] CHANG, F.C. Y YEH, Y.R. (1998), "Exact A-Optimal Designs For Quadratic Regression". *Statistica Sinica*, 8, 527 - 533.
- [2] ERMAKOV, S. M. Y ZHIGLIJAVSKY, A. A. (1987), "The Mathematical Theory of Optimum Experiments". *Nauka*. Moscow (In Russian).
- [3] KARLIN, S. Y STUDDEN, W.J. (1996), "Optimal experimental designs". *Ann. Math. Statist.*, 37, 783 - 815
- [4] MALYUTOV, M.B. Y FEDOROV, B.B. (1969), "On the designs for certain weighted polynomial regression minimizing the average variance". *Preprint No. 8, Editorial Universidad de Moscu*, 734 - 738
- [5] MENDEHALL, W. Y SINCICH, T. (2012), "A Second Course in Statistics: Regression Analysis". *University of Florida*
- [6] PUKELSHEIM, F. Y STUDDEN, W.J. (1993), "E-optimal designs for polynomial regression". *Ann. Statist.*, 21, 402 - 415
- [7] RODRIGUEZ, C. Y ORTIZ, I. (2000), "Diseño Óptimo Para Modelos de regresión". *Universidad de Almería*, España
- [8] SU, Y.C. (2005), "A-optimal designs for weighted polynomial regression". *Thesis . Department of applied mathematics, National Sun Yat-sen University, Kaohsiung Taiwan*

Área: Matemática  
Aplicada,

Carlos Jiménez,  
Grupo GIMA.  
Universidad de la  
Guajira,  
Riohacha, Colombia.  
carlosj114@gmail.com

Susana Salinas de  
Romero,  
CIMA. Universidad del  
Zulia,  
Centro de investigación  
en matemática  
aplicada.,  
Maracaibo-Venezuela,

Cesar. Torres,  
LOI. Laboratorio de  
óptica e informática.,  
Universidad Popular  
del Cesar . ,  
Valledupar. Colombia,

### Resumen

La transformada fraccional de Fourier (FrFT), es una generalización de la transformada clásica de Fourier [1,2], la cual fue introducida en la literatura matemática por Wiener 1929[2], posteriormente Víctor Namias en 1980 [1], desarrolla las diferentes propiedades para dicha transformada con algunas aplicaciones a la mecánica cuántica. Fueron Lohmann y Mendlovic quienes en 1993 [3 – 5], introdujeron distintas aplicaciones en óptica. En este trabajo se presenta el desarrollo histórico de dicha transformada, desde sus inicios en 1929 hasta la fecha; se presentan además algunas aplicaciones en la óptica y procesamiento de señales, haciendo uso de la plataforma de MaTlab. Palabras claves: transformada fraccional de Fourier, mecánica cuántica, procesamiento de señales, sistemas ópticos.

### Referencias

- [1] Victor Namias. The Fractional Order Fourier. Transform and its Applications to Quantum Mechanics. J. Inst. Maths. Applys. No. 25. 1980. pp 241-265
- [2] Haldun M.Ozaktas. Zeev Zalevsky. M. Alper Kutay. The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing. John Wiley & Sons. LTD. New. York. 2001.
- [3] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill Companies. Inc.New York. 1.996.
- [4] Bladimir Vega. Jaider Peña. y Cesar Torres Análisis de Sistemas ópticos Multielementos utilizando el operador Transformada de Fourier de Orden Fraccional. Revista Colombiana de Física. Vol.38 (1). 2006. pp. 61-65.
- [5] William Lohmann. Imaginer Rotation and The Fractional Fourier Transform Jornal.Optics. Soc.Am. No. A10. 1993. pp. 2181-2186.

Línea de Investigación: Matemáticas aplicadas

Modalidad: Poster

## Resumen

En todo el territorio maya que abarca toda la parte sur de México y Centro América, la pronunciación de los vocablos numéricos manifiestan muy poca variación.

La filosofía de los números mayas, su cosmovisión del numero para mi es algo que absorbe a las personas entre mas consultan, leen e investigan sobre esto, la primera genialidad es la invención del cero que empezó a ser utilizado, mucho antes del inicio de la fecha cristiana. Este dato le da renombre al sistema maya en el mundo científico. Adelantándose casi mil años al cero indoarabigo que se utiliza en las escuelas, otra genialidad es que tan solo utiliza tres símbolos, el símbolo del cero, el de la unidad y el cinco. Con estos increíbles símbolos se construyó la milenaria cultura maya, que ha asombrado al mundo. El sistema vigesimal maya resulta entonces, eficiente y simple. Los números concretos son: el caracolillo, la flor, la semilla ovalada de cáscara dura (semilla de zapote, de durazno), éstos se utilizan como Cero. Como unidad se utilizan piedrecillas, botones, frijoles y similares. Como cinco se utilizan, palillos y paletitas. Los dedos de la mano son los otros instrumentos numéricos, porque los 20 dedos de la persona, fueron tomados en cuenta para la construcción de este sistema. Por esa razón el numero veinte se llama *junwinaq*, *junwinq* que significa *una persona* haciendo alusión a los dedos de una persona completa. La práctica de la matemática maya es una experiencia formidable, porque al entrar contacto con los tres símbolos concretos antes mencionados, éstos te hacen llevar al infinito, con la facilidad de entender los números tallados en las estelas. Los números no solo son representaciones, sino que hacen parte de la naturaleza. Mayas.

**Área: Matemática  
Vigesimal,**

**Maria Angelica Serje  
Arias,  
Grupo GIMA.  
Universidad del  
Atlantico,  
mariangel13123@hotmail.com**

## Referencias

- [1] JOSE MUCIA BATZ (2010) Matematica Vigesimal Maya.
- [2] JOSE MUCIA BATZ NIK Filosofia de los numeros



# **X** ENCUESTRO INTERNACIONAL<sup>DE</sup> MATEMÁTICAS

**DEL 30 DE SEPTIEMBRE AL 03 DE OCTUBRE**

Barranquilla - Colombia

**WWW.EIMAT.CO**

**ORGANIZAN**

**UA** Universidad  
del Atlántico  
¡La mejor educación al alcance de todos!

